CECIERJ
CEDERJ

PLANO DE TRABALHO 1

Sistemas Lineares | Danielle Gomes Gioseffi

Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ / Consórcio CEDERJ

MATEMÁTICA 2º ANO/ENS. MÉDIO – 4º BIMESTRE/2012.

Sistemas de Equações Lineares

TAREFA 3

Unidade Escolar: C. E. ARRUDA NEGREIROS

Cursista: DANIELLE GOMES GIOSEFFI

Tutora: ANA PAULA S. MUNIZ

Sumário

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho visa à construção dos conceitos de *Sistemas de Equações Lineares* através da aplicabilidade de situações cotidianas.

Em sua maioria, os alunos apresentam dificuldades no campo da Matemática, seja com a interpretação de enunciados e conceitos, seja no desenvolvimento do raciocínio lógico ou na falta de interesse. Daí a importância de mostrar que determinados conteúdos são, por eles mesmos, utilizados sem que percebam e, ainda, enfatizar a aplicação em algumas profissões.

Para uma melhor dinâmica da turma, as atividades serão realizadas sempre em duplas ou trios, com o critério de formação, determinado pelos alunos.

O assunto exige conhecimentos prévios de resolução de equações e determinantes. Serão necessários 10 tempos de 50 minutos para explicação e fixação e mais 2 tempos para avaliação formal dos conteúdos apresentados nas aulas.

"Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina."

Cora Coralina

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1: Definição de Sistemas Lineares

- **Habilidade relacionada**:
- **Pré-requisitos**: Resolução de equações do 1º e 2º grau.
- **Tempo de duração**: 100 minutos
- **Recursos educacionais**: Livro didático, quadro e caneta.
- **Organização da turma**: Duplas
- **Objetivo**: Definição de Sistema de Equações Lineares.
- **Metodologia adotada**: Introduzir o tema através de uma situação-problema, permitir que os alunos encontrem suas próprias soluções e relacioná-las com o conteúdo proposto.

Problematização

Relembrar a resolução de sistemas, abordada no 7° ano do ensino fundamental através de exercícios.

As resoluções de cada um dos exercícios propostos serão feitas pelos próprios alunos, sem a intervenção direta do professor. Neste caso, o professor será mero orientador para eventuais questionamentos e dúvidas.

Para a correção, pedir que os alunos apresentem suas soluções aos colegas e façam comparações.

Questionar as dificuldades encontradas nas resoluções fazendo uma comparação entre as questões.

Ao fim, apresentar o conceito de equação linear e sistemas de equações lineares.

Exercício 1

Juvenal é 5 anos mais velho que seu irmão Juvêncio. A soma das idades de ambos é 43 anos. Qual a idade de cada um dos irmãos?

Resolução 1: Utilizando a lógica

43 – 5 = 38

38 : 2 = 19 -> idade de Juvêncio

19 + 5 = 24 -> idade de Juvenal

Resolução 2: Utilizando a álgebra

Juvêncio: x anos   Juvenal: (x+5) anos

x + (x + 5) = 43

x = 19 ☞ x + 5 = 24

Logo, Juvenal tem 24 anos e Juvêncio, 19 anos.

Exercício 2

Clementina trabalha em uma papelaria e gosta muito de fazer pegadinhas com seus colegas. Desta vez, ela preparou kits promocionais de caixinhas com canetas coloridas. Quando questionada sobre a quantidade de canetas que havia em cada caixa, ela deu as seguintes dicas: “Em cada caixa, há o mesmo número de canetas. E 3 caixas mais duas canetas é a mesma quantidade que 2 caixas e 6 canetas.”

Quantas canetas, então, há em cada caixa?

Resolução 1: Utilizando a lógica

3 caixas + 2 canetas = 2 caixas + 6 canetas

Pela diferença de quantidades, 1 caixa possui 4 canetas.

Resolução 2: Utilizando a álgebra

Caixas = x canetas

$3x + 2 = 2x + 6$

$x=4$

Cada caixa tem 4 canetas.

Exercício 3

Na padaria do Seu Joaquim, sabe-se que:

8 rissoles + 6 coxinhas

R$ 25,00

2 rissoles + 4 coxinhas

R$ 10,00

Quanto custa 1 rissole e 1 coxinha na padaria?

Resolução 1: Utilizando a lógica

Somando cada salgadinho: 10 rissoles + 10 coxinhas = R$35,00

35: 10 = 3,50.

Um rissole e 1 coxinha custam R$3,50.

Resolução 2: Utilizando a álgebra

Rissole: x Coxinha: y

$8x+6y=25$

$2x+4y=10$

Dividindo a 2ª equação por 2 e isolando x, tem-se: $x=5-2y$

Substituindo na 1ª equação: $8(5-2y)+6y=25$. Assim: $y=1,50$

Substituindo o valor de y na 1ª equação, encontra-se $x=2$

Logo, 1 rissole e 1 coxinha = $x+y$ = R$3,50.

Note que na resolução algébrica, 1º encontra-se o valor de cada salgadinho.

Exercício 4

O produto de dois números é 288 e a soma é 34. Que números são estes?

Resolução 1: Utilizando a lógica

34 : 2 = 17

288 : 17 ~ 16,941

Logos, os números são 16 e 18.

Resolução 2: Utilizando a álgebra

Note que na resolução algébrica, chega-se a uma equação do 2° grau.

xy = 288

x+y = 34

Isolando x na 2ª equação: x = 34-y

Substituindo x, na 1ª equação: (34-y)y=288. Assim, $y_1 = 16$ e $y_2 = 18$

Substituindo y na equação de x isolado: $x_1 = 18$ e $x_2 = 16$

Os números são 16 e 18.

Formalização:

Leitura das definições de equações e sistemas de equações lineares no livro didático e discussão de exemplos no quadro.

- **Equação linear**

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \ldots + a_nx_n = c$$

$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$: incógnitas

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$: coeficientes

c : termo independente

Ex.:

a) 2x+y=1 b) z-y/2+x = 6 c) a-b+c+d = 128 d) x-y = 0

Pedir aos alunos que deem as características das equações lineares.

- ✓ *Equações de 1º grau.*
- ✓ *Possuem soluções reais.*
- ✓ *Quando o termo independente, c, for nulo, a equação é chamada de HOMOGÊNEA.*

- **Soluções de uma equação linear**

São os valores que tornam a equação verdadeira.

Ex.: x+y = 42

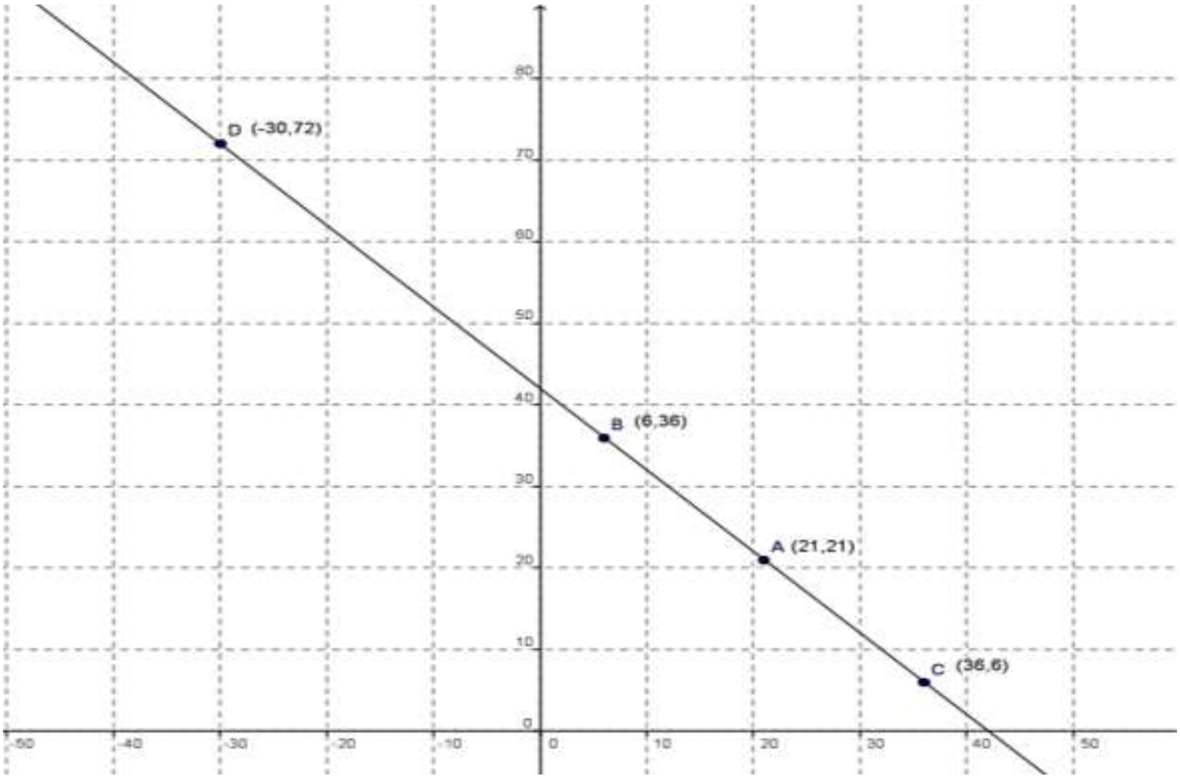
Pedir aos alunos possíveis soluções para a equação.

- ✓ *x=21 e y=21 é uma solução. Então o par ordenado (21,21) é uma solução.*
- ✓ *x=6 e y=36 é uma solução. Então o par ordenado (6,36) é uma solução.*
- ✓ *x=36 e y=6 é uma solução. Então o par ordenado (36, 6) é uma solução.*
- ✓ *x=-30 e y=72 é uma solução. Então o par ordenado (-30,72) é uma solução.*

❖ Interpretação geométrica da equação linear

Cada equação linear de 2 incógnitas forma uma reta no plano, como nas funções de 1º grau.

Pedir aos alunos que montem um plano cartesiano e marquem as soluções dadas por eles no exemplo anterior.



❖ Sistemas de equações lineares

É um conjunto de duas ou mais equações lineares.

Ex.:

Pedir aos alunos para determinar o número de equações e incógnitas.

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{cases}$ *Sistema linear de 2 equações e 2 incógnitas.*

b) $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 3x + 4y - z = 0 \\ 2x + 3y - 3z = 0 \end{cases}$ *Sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas (homogêneo)*

c) $\begin{cases} x + 4y - z = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ *Sistema linear de 2 equações e 3 incógnitas.*

❖ **Solução de um sistema linear**

É o conjunto de valores que satisfazem ao mesmo tempo, todas as e-quações do sistema.

Ex.:

Pedir aos alunos para determinar algumas soluções.

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{cases}$ *O par ordenado (8,4) é solução do sistema.*

b) $\begin{cases} x + 4y - z = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ *Os pares ordenados (1,1,0) e (2,3,3) são soluções do sistema.*

Exercícios de Fixação

Utilizar os exercícios do livro didático para fixação dos conteúdos.

Atividade 2: Resolução de Sistemas Lineares – Método da Adição e Interpretação Geométrica

- **Habilidade relacionada**:
- **Pré-requisitos**: Definição e solução de uma equação linear.
- **Tempo de duração**: 100 minutos
- **Recursos educacionais**: Livro didático, quadro e caneta.
- **Organização da turma**: Duplas
- **Objetivo**: Estudar a resolução de sistemas lineares através do método da a-dição e da interpretação geométrica.
- **Metodologia adotada**: Introduzir o tema através de exercícios, permitir que os alunos encontrem suas próprias soluções e relacioná-las com o conteúdo proposto.

Problematização

A resolução de sistemas lineares 2x2, ou seja, sistemas de 2 equações e 2 incógnitas, é mencionada no ensino fundamental através dos métodos da adição, substituição, comparação, entre outros.

Na aula anterior, num primeiro momento, foi vagamente comentada e explorada pelos alunos na resolução dos exercícios.

Resolução de sistemas lineares propostos utilizando o método da adição, seguindo alguns questionamentos.

Apresentar a solução de tais sistemas utilizando retas no plano cartesiano.

Exercício 1: Observe cada sistema linear e responda: “O que é preciso fazer para começar a resolver cada sistema?”

a) $\begin{cases} x + y = 16 \\ x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ x + 4y = 9 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 4x + 2y = -2 \\ 2x + 3y = -7 \end{cases}$

Resolução:

(a) Somar as equações.

(b) Multiplicar uma das equações por (-1) e somar.

(c_1) Multiplicar a 2ª equação por (-5) e somar.

(c_2) Multiplicar a 1ª equação por (2) e somar.

(d_1) Multiplicar a 1ª equação por (3) e a 2ª equação por (-2) e somar.

(d_2) Multiplicar a 1ª equação por (-2) e a 2ª equação por (3) e somar.

(d_3) Multiplicar a 2ª equação por (-2) e somar.

Exercício 2: Resolver cada sistema linear do exercício anterior, pelo método da adição:

Resolução:

a) $\begin{cases} x + y = 16 \\ x - y = 2 \end{cases} +$ $\Rightarrow$

$x + y = 16$

$9 + y = 16$

$y = 7$

b) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x + y = 4 \quad \times (-1) \end{cases}$

$3x + y = 5$

$3.1 + y = 5$

$y = 2$

$2x = 18 \therefore x = 9$

S={(9,7)}

$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ \underline{-2x - y = -4}^{+} \end{cases} \Rightarrow$

$x = 1$

S={(1,2)}

c) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ x + 4y = 9 \quad \times(-5) \end{cases}$

$\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ \underline{-5x - 20y = -45}^{+} \end{cases} \Rightarrow$

$-22y = -44$

$y = 2$

$x + 4y = 9$

$x + 4.2 = 9$

$x = 1$

S={(1,2)}

d) $\begin{cases} 4x + 2y = -2 \quad \times(3) \\ 2x + 3y = -7 \quad \times(-2) \end{cases}$

$\begin{cases} 12x + 6y = -6 \\ \underline{-4x - 6y = 14}^{+} \end{cases}$

$8x = 8$

$x = 1$

$4x + 2y = -2$

$4.1 + 2y = -2$

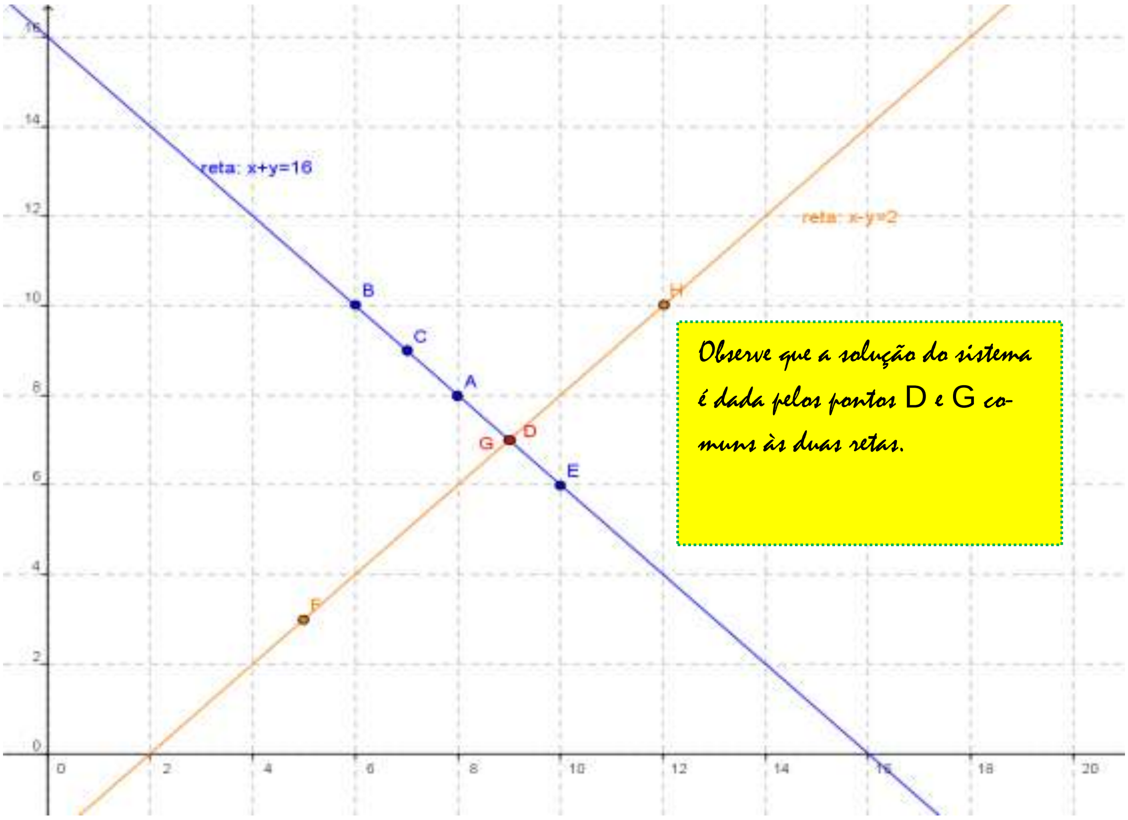
$y = -3$

S={(1,-3)}

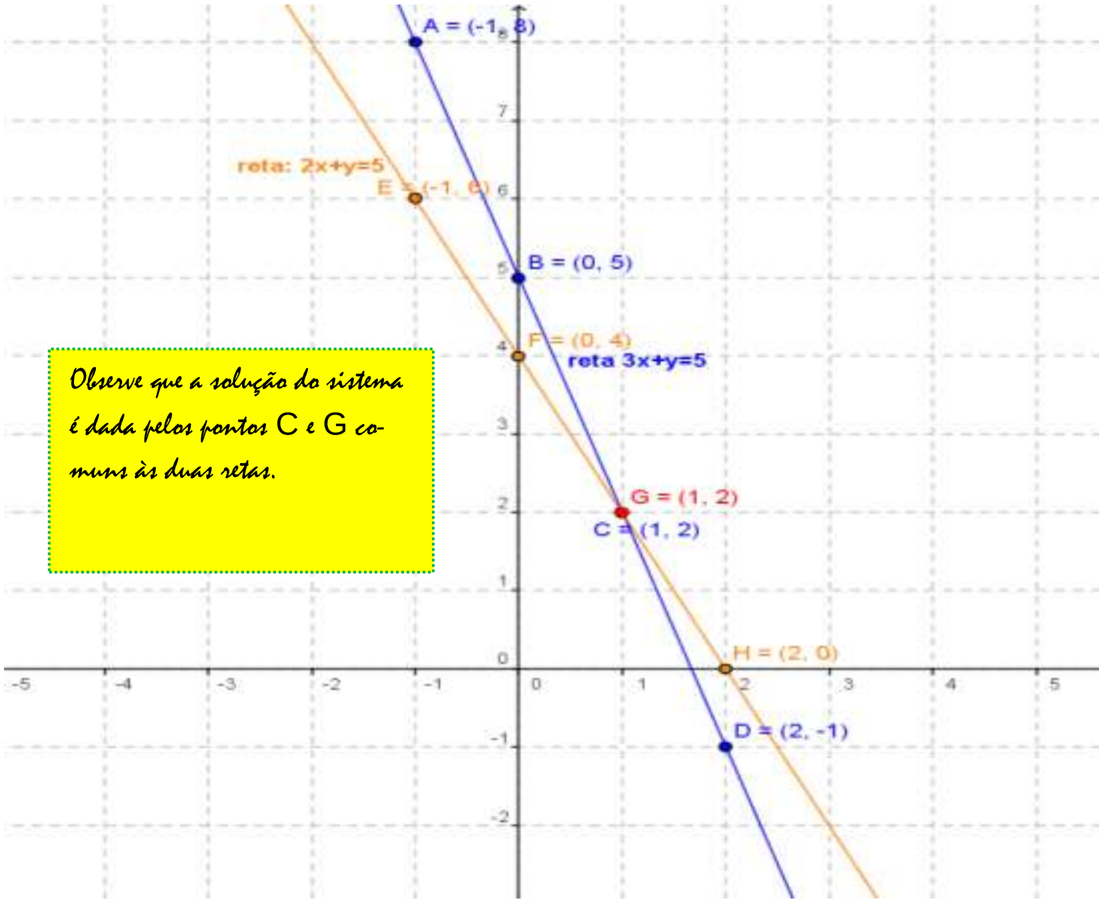
<u>*Exercício 3*</u>: Represente geometricamente cada equação dos sistemas dados.

Resolução:

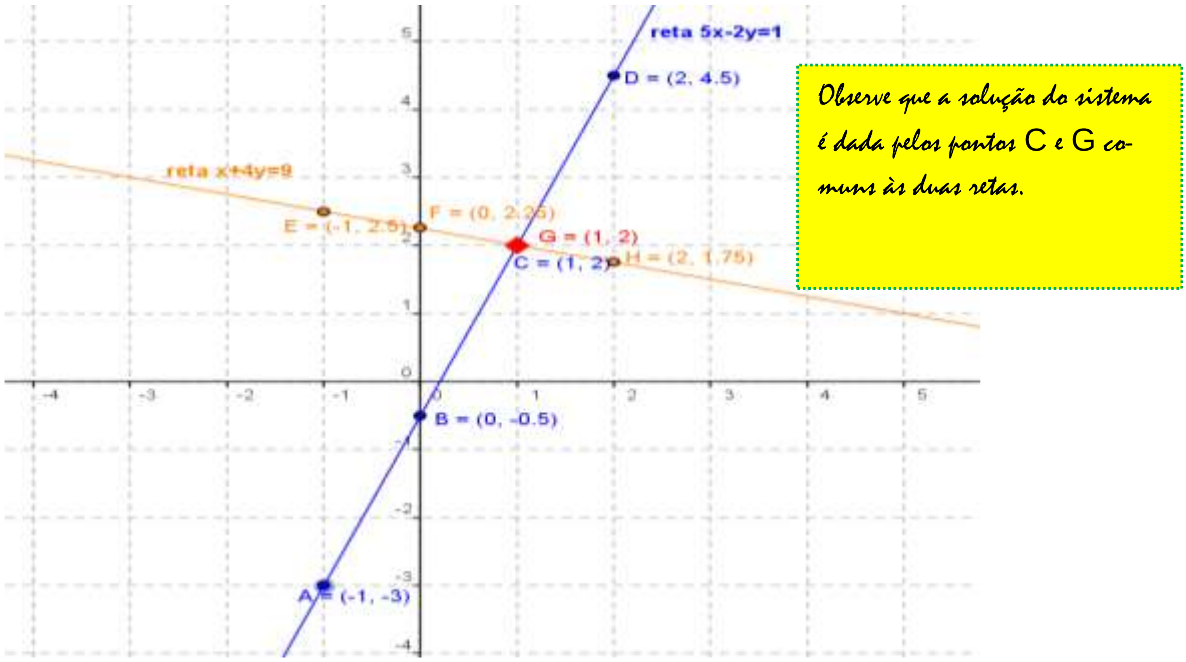
a) $\begin{cases} x + y = 16 \\ x - y = 2 \end{cases}$



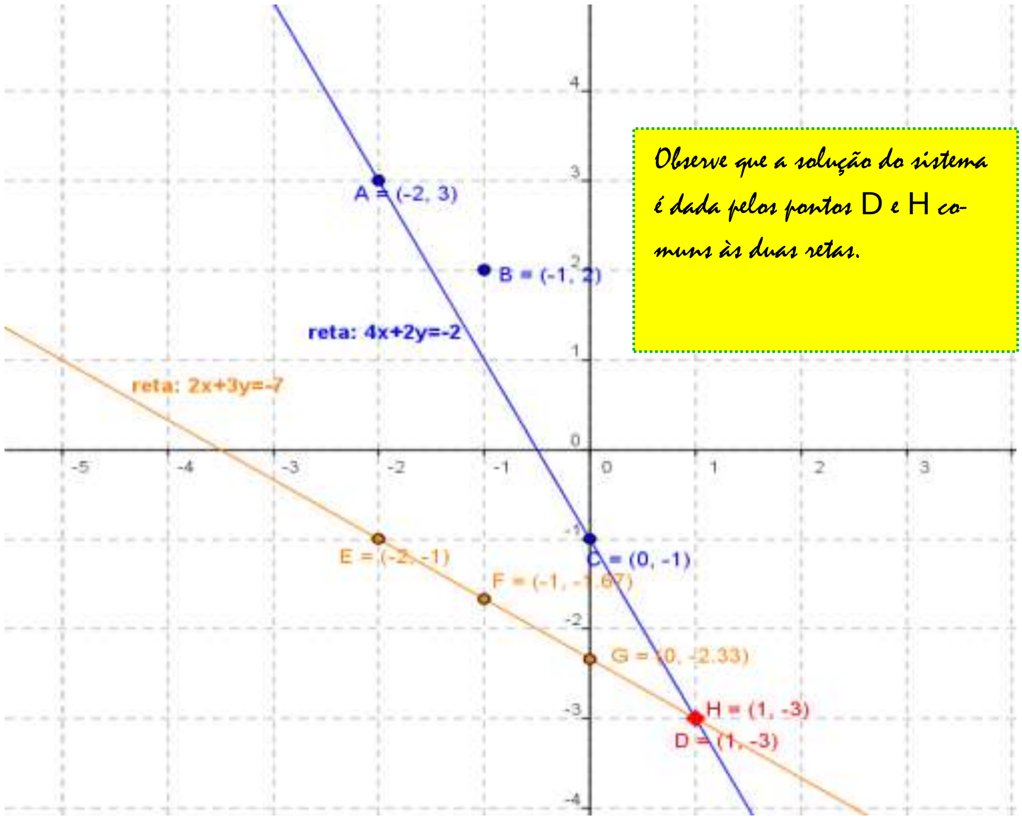
b) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$



c) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ x + 4y = 9 \end{cases}$



d) $\begin{cases} 4x + 2y = -2 \\ 2x + 3y = -7 \end{cases}$



Formalização:

Leitura das definições no livro didático.

Exercícios de Fixação

Utilizar os exercícios do livro didático para fixação dos conteúdos.

Atividade 3: Resolução de Sistemas Lineares – Escalonamento

- **Habilidade relacionada**:
- **Pré-requisitos**: Definição e solução de uma equação linear.
- **Tempo de duração**: 100 minutos

- **Recursos educacionais**: Livro didático, quadro e caneta.
- **Organização da turma**: Duplas
- **Objetivo**: Estudar a resolução de sistemas lineares através do método do escalonamento.
- **Metodologia adotada**: Introduzir o tema relacionando com assuntos que estão por vir. Utilizar exercícios básicos e aumentar o grau de dificuldade gradualmente.

Problematização

Na aula anterior, foi apresentado um método de resolução dos sistemas lineares muito utilizado em sistemas simples 2x2.

Quando se aumenta o grau de dificuldade, chegando aos sistemas 3x3, este método, sutilmente, transforma-se em outro, o do escalonamento.

Contudo, a formalização do método do escalonamento não é vista com bons olhos por muitos, por ser trabalhosa.

A ideia é esclarecer este mito e desenvolver o conceito do escalonamento aparando determinadas arestas através da interação do alunos no desenvolvimento. O professor será um coadjuvante nas resoluções.

Os alunos resolverão os exercícios, depois farão comentários. Em seguida, o professor comentará sobre cada resolução, levando-os a entender que o que estão trabalhando um conceito novo sem que percebam.

<u>*Exercício 1*</u>: Resolva os sistemas abaixo, anotando cada etapa:

a) $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 2y - z = 3 \\ z = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x + y - z = 0 \\ -x + 3y - 2z = -3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - 3y + z = -1 \\ -x + y - 2z = -3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - y + z = 5 \\ x + y - 2z = 3 \\ 2x + 3y - z = 7 \end{cases}$

Resolução:

a) Substitui z=5 na 2ª equação: 2y-5=3 -> y=4

Substitui z=5 e y=4 na 1ª equação: 2x-4+5=2 -> x=1/2

S={(1/2, 4, 5)}

b) Somar a (1ª) com a 2ª equação: $3x-y=1$

Multiplicar a (2ª) por (-2) e somar com a (3ª): $-5x+y=-3$

Somar as duas novas equações: $-2x=-2 \rightarrow x=1$

Substitui $x=1$: $3.1-y=1 \rightarrow y=2$

Substitui $x=1$ e $y=2$: $1-2.2+z=1 \rightarrow z=4$

$S=\{(1,2,4)\}$

c) Multiplicar a (2ª) por (-1) e somar com a (1ª): $-x+4y=4$

Multiplicar a (2ª) por (2) e somar com a (3ª): $3x-5y=-5$

Somar as duas novas equações: $7y=7 \rightarrow y=1$

Substitui $y=1$: $-x+4.1=4 \rightarrow x=0$

Substitui $x=0$ e $y=1$: $0+1+z=3 \rightarrow z=2$

$S=\{(0,1,2)\}$

d) Somar a (1ª) com a (2ª): $4x-z=8$ (A)

Multiplicar a (1ª) por (-3) e somar com a (3ª): $-x+5z=-2$ (B)

Multiplicar (A) por (4) e somar com (B): $19z=0 \rightarrow z=0$

Substitui $z=0$: $4x-0=8 \rightarrow x=2$

Substitui $x=2$ e $z=0$: $3.2-y+0=5 \rightarrow y=1$

$S=\{(2,1,0)\}$

Escalonar é organizar em escalas, segundo o dicionário Aurélio. Escalonar um sistema linear é organizá-lo em forma de escada, eliminando algumas incógnitas, anulando seus coeficientes.

Exercício 2: Resolva os sistemas anteriores, pelo método do escalonamento:

Professor e alunos, resolvem juntos cada sistema.

Resolução:

Substitui $z=5$, na 2ª eq.

a) $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 2y - z = 3 \\ z = 5 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ y = 4 \\ z = 5 \end{cases}$

Observe que a o sistema já está escalonado

Substitui z=5 e y=4, na 1ª eq.

$\begin{cases} x = 1/2 \\ y = 4 \\ z = 5 \end{cases}$

S={(1/2,4,5)}

b) $\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x + y - z = 0 \\ -x + 3y - 2z = -3 \end{cases} \xrightarrow{(1ª) + (3ª) \text{ eq.}} \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x + y - z = 0 \\ y - z = -2 \end{cases}$

$\xrightarrow{-2.(1ª).+(2ª)} \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 5y - 3z = -2 \\ y - z = -2 \end{cases} \xrightarrow{-3.(3ª).+(2ª)} \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 5y - 3z = -2 \\ 2y = 4 \end{cases}$

Sistema Escalonado

Daí, y=2.

Substitui y=2 na 2ª eq.: 5.2-3z=-2 -> z=4.

Substitui z=4 e y=2 na 1ª eq.: x-2.2+4=1 -> x=1

S={(1,2,4)}

c) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - 3y + z = -1 \\ -x + y - 2z = -3 \end{cases} \xrightarrow{-1.(2ª).+(1ª)} \begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x + 4y = 4 \\ -x + y - 2z = -3 \end{cases}$

$\xrightarrow{2.(1ª).+(3ª)} \begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x + 4y = 4 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \xrightarrow{(2ª).+(3ª)} \begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x + 4y = 4 \\ 7y = 7 \end{cases}$

Sistema Escalonado

Daí, y=1.
Substitui y=1 na 2ª eq.: -x+4.1=4 -> x=0.
Substitui y=1 e x=0 na 1ª eq.: 0+1+z=3 -> z=2.

S={(0,1,2)}

d) $\begin{cases} 3x - y + z = 5 \\ x + y - 2z = 3 \\ 2x + 3y - z = 7 \end{cases} \xrightarrow[-3.(1ª).+(3ª)]{(1ª).+(2ª)} \begin{cases} 3x - y + z = 5 \\ 4x - z = 8 \\ -x + 5z = -2 \end{cases}$

$\xrightarrow{4.(3ª).+(2ª)} \begin{cases} 3x - y + z = 5 \\ 4x - z = 8 \\ z = 0 \end{cases}$

Sistema Escalonado

Substitui z=0 na 2ª eq.: 4x-0=8 -> x=2.

Substitui x=2 e z=0 na 1ª eq.: 3.2-y+0=5 -> y=1.

S={(2,1,0)}

Exercícios de Fixação

Utilizar os exercícios do livro didático para fixação dos conteúdos.

Atividade 4: Resolução de Sistemas Lineares – Regra de Cramer

- **Habilidade relacionada**:
- **Pré-requisitos**: Equação matricial, determinantes, definição e solução de uma equação linear.
- **Tempo de duração**: 100 minutos.
- **Recursos educacionais**: Livro didático, quadro e caneta.
- **Organização da turma**: Duplas.
- **Objetivo**: Estudar a resolução de sistemas lineares através do método da Regra de Cramer.
- **Metodologia adotada**: Introduzir o tema relacionando com assuntos que estão por vir. Utilizar exercícios básicos e aumentar o grau de dificuldade gradualmente.

Problematização

Apresentar a resolução de sistemas lineares através da regra de Cramer. Trabalhando a parte histórica do matemático e as vantagens e desvantagens do método.

Um pouco de história...

Professor de matemática suíço nascido em Genebra, que publicou a famosa regra de Cramer para solução de equações (1750), no Introduction a l'analyse des lignes courbes algebriques. Um dos três filhos de Jean Isaac Cramer, médico em Genebra, e de Anne Mallet, foi educado em Genebra e tinha somente 18 anos quando conseguiu seu doutorado (1722) com uma tese sobre a teoria do som. (*fonte:* http://www.brasilescola.com/biografia/gabriel-cramer.htm)

Uma das vantagens da Regra de Cramer é que ela fornece o valor das incógnitas diretamente, em contrapartida, se o sistema possui muitas incógnitas, é mais trabalhoso.

Consiste em utilizar determinantes na resolução do sistema.

Obs.: Trabalhar as equações matriciais vistas em matrizes.

Exercício 1: Dados os sistemas abaixo, escrever a equação matricial:

a) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ x + 4y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 16 \\ x - y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y + z = 5 \\ x + y - 2z = 3 \\ 2x + 3y - z = 7 \end{cases}$

Resolução:

a) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 2 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$

A partir das equações matriciais, obtém-se os determinantes:

D : determinante da matriz dos coeficientes.

D_x : determinante da incógnita x. Substituem-se os coeficientes de x na matriz principal pelos termos independentes.

D_y : determinante da incógnita y. Substituem-se os coeficientes de y na matriz principal pelos termos independentes.

D_z : determinante da incógnita z. Substituem-se os coeficientes de z na matriz principal pelos termos independentes.

E assim por diante.

A solução do sistema será dada pelos quocientes:

$x = \frac{D_x}{D}$ $y = \frac{D_y}{D}$ $z = \frac{D_z}{D}$, sendo D≠0.

Exercício 2: Resolver os sistemas do exercício 1, utilizando a regra de Cramer:

Resolução:

a) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ x + 4y = 9 \end{cases}$

$D = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 22$ $\quad D_x = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 9 & 4 \end{vmatrix} = 22$ $\quad D_y = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = 44$

$$x = \frac{22}{22} = 1 \qquad y = \frac{44}{22} = 2$$

S={(1,2)}

b) $\begin{cases} x + y = 16 \\ x - y = 2 \end{cases}$

$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2$ $\quad D_x = \begin{vmatrix} 16 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -18$ $\quad D_y = \begin{vmatrix} 1 & 16 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -14$

$$x = \frac{-18}{-2} = 9 \qquad y = \frac{-14}{-2} = 7$$

S={(9,7)}

c) $\begin{cases} 3x - y + z = 5 \\ x + y - 2z = 3 \\ 2x + 3y - z = 7 \end{cases}$

$D = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 19$ $\quad D_x = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 7 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 38$

$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix} = 19$ $\quad D_z = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \end{vmatrix} = 0$

$$x = \frac{38}{19} = 2 \qquad y = \frac{19}{19} \qquad z = \frac{0}{19} = 0$$

S={(2,1,0)}

Exercícios de Fixação

Utilizar os exercícios do livro didático para fixação dos conteúdos.

Atividade 5: Aplicação dos conceitos estudados

- **Habilidade relacionada**:
- **Pré-requisitos**: Estudo de sistemas de equações lineares.
- **Tempo de duração**: 200 minutos (100 min. para resolução e 100 min. para correção e comentários)
- **Recursos educacionais**: Lista de exercícios, quadro e caneta.
- **Organização da turma**: Duplas
- **Objetivo**: Revisar todo conteúdo estudado através de exercícios propostos.
- **Metodologia adotada**: Resolução de exercícios em sala de aula.

Lista de Exercícios Propostos

1. Resolva os sistemas pelo método da adição:

a) $\begin{cases} 5x + y = 0 \\ -x + y = 12 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x - 4y = -2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 3y = -5 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

2. Resolva os sistemas pela Regra de Cramer:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x + y - 3z = -5 \\ 4x - y - z = -1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x + 2y + 3z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ -2x - 3y + 3z = -5 \end{cases}$

3. Resolver os sistemas, utilizando o método do escalonamento:

a) $\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 3y - z = 3 \\ -z = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2y + z = 10 \\ 3x + 2y + z = 16 \\ x + y - 2z = -2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + y + 6z = 32 \\ -5x + 3y - 8z = -12 \\ x - 3y + 2z = -16 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x + z = 1 \\ y + z = 4 \end{cases}$

4. (Facceba-BA) Se o par (2,y) é uma solução do sistema $\begin{cases} x + y = 7 \\ bx + 2y = -2 \end{cases}$, então o valor de b é igual a:

a) -6 b) -7/2 c) -3 d) ½ e) 2

5. (FGV-SP) Se o sistema linear $\begin{cases} 3x - 5y = 12 \\ 4x + 7y = 19 \end{cases}$ for resolvido pela regra de Cramer, o valor de x será dado por uma fração cujo denominador vale:

a) 41 b) 179 c) -179 d) 9 e) 20

6. (UPF-RS) A solução do sistema linear $\begin{cases} x + y - z = -4 \\ 2x - y + 2z = 10 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$ é o terno (a, b, c).

O valor de $a^2 - 2b + c$ é:

a) 6 b) 8 c) 10 d) 0 e) -4

7. (UFPE) Se (a , b , c) é a solução do sistema $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x - y + z = 1 \\ 3x + y + 2z = 5 \end{cases}$. Calcule $(a+b+c)^4$:

8. (UEL) Numa loja, os artigos A e B, juntos, custam R$70,00, dois artigos A mais um C custam R$105,00 e a diferença de preços entre os artigos B e C, nessa ordem, é R$5,00. Qual é o preço do artigo C?

9. (PUC-SP) Certo dia, em uma mesma casa de câmbio, Sassa trocou 40 dólares e 20 euros por R$ 225,00, e Lili trocou 50 dólares e 40 euros por R$ 336,00. Nesse dia, 1 euro estava cotado em:

10. (Pucmg) Em uma festa de aniversário, foram distribuídos 150 bombons. Cada criança que compareceu ganhou 4 bombons e cada um dos 18 adultos recebeu 1 bombom. O número de crianças presentes ao aniversário foi:

a) 32 b) 33 c) 34 d) 35

11. (Ufpe) Perguntado sobre a idade de seu filho Júnior, José respondeu o seguinte: "Minha idade quando somada à idade de Júnior é igual a 47 anos; e quando somada à idade de Maria é igual a 78 anos. As idades de Maria e Júnior somam 39 anos." Qual a idade de Júnior?

a) 2 anos b) 3 anos c) 4 anos d) 5 anos e) 10 anos

12. (PUC-RS) O valor de b no sistema $\begin{cases} a + b - 3c + d = 1 \\ -b + 7c - d = 2 \\ 10c - d = -3 \\ 3d = 39 \end{cases}$ é:

AVALIAÇÃO

A avaliação deve ser diária, analisando as dificuldades e aprendizagens dos alunos. O professor deve verificar o quanto os alunos integraram e apreenderam do conteúdo estudado através das atividades propostas no decorrer das aulas, dos exercícios de fixação.

Também é relevante, a aplicação de uma avaliação escrita individual com duração de 100 minutos para investigar a assimilação dos conhecimentos adquiridos nas aulas.

OBSERVAÇÕES RELEVANTES

Este plano de trabalho foi elaborado levando em consideração o tempo disponível de aulas das turmas do Curso Normal, CN2001, CN2002 e CN2003, do C. E. Arruda Negreiros (Nova Iguaçu), no ano letivo de 2012 e o grau de conhecimento dos alunos.

FONTES DE PESQUISAS

DANTE, Luiz Roberto. MATEMÁTICA: CONTEXTOS E APLICAÇÕES, 2º Ano – 3ª edição – São Paulo: Ed. Ática, 2011.

GIOVANNI, José Ruy e BONJORNO, José Roberto. MATEMÁTICA COMPLETA, 2º Ano – 2ª edição renovada – São Paulo: FTD, 2005.

NAME, Miguel de Asis. VENCENDO COM A MATEMÉTICA, 7º Ano – 2ª edição – São Paulo: Editora do Brasil, 2006.

ROTEIROS DE AÇÃO – Sistemas Lineares – Curso de Aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 4º Bimestre.

SMOLE, Kátia Stocco e DINIZ, Maria Ignez. MATEMÁTICA: ENSINO MÉDIO, 2º Ano – 6ª edição – São Paulo: Ed. Saraiva, 2010.

Endereços eletrônicos acessados de 27/10/2012 a 08/11/2012:

http://www.brasilescola.com/matematica/equacao-linear.htm

http://www.somatematica.com.br/historia/sistemas.php http://www.brasilescola.com/biografia/gabriel-cramer.htm

http://www.infoescola.com/matematica/teorema-de-cramer-calculando-matrizes/