

**Kelly Kunstmann Hippertt**

**PLANO DE ATIVIDADE**  
**Sistemas Lineares**

**SEDDUC**  
**Rio de Janeiro**  
**2012**

## SUMÁRIO:

Resumo do Plano de atividades.....	03
Introdução.....	06
Desenvolvimento .....	06
• Embasamento pedagógico .....	06
1º Parte – aula Um .....	06
Desenvolvimento aula Um. ....	07
Texto teórico de apoio: Sistemas Lineares .....	07
♦ Definição: Equação linear e resolução intuitiva .....	08
♦ Definição: Sistema linear .....	08
♦ Matrizes associadas a um sistema linear .....	08
♦ Conjunto Solução de uma equação linear na forma geométrica .....	08
♦ Sistemas homogêneos .....	08
♦ Classificação de um sistema quanto ao número de soluções .....	09
Desenvolvimento da aula 1- 2ª parte .....	09
Exemplo proposto.....	10
Desenvolvimento da aula 2 .....	11
Vídeo Série: Matemática na Escola .....	12
Método de Gauss ou Escalonamento .....	12
Desenvolvimento da Avaliação, considerando embasamento pedagógico .....	13
Tema: “Perda de peso (calorias) em academias de ginástica” .....	14
Exercício Avaliativo proposto .....	15
Desenvolvimento da aula 3 .....	18
Exemplo do vídeo a ser exposto no Data Show .....	18
Resumo o que foi observado com um exemplo prático .....	19
Exercícios propostos avaliativo .....	21
Desenvolvimento da aula três: Tema regra de Cramer .....	21
Exercícios propostos com gabarito e baseado na parte pedagógica do currículo mínimo H32 – Habilidade - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 ou 3.Classes C2 - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 3.....	24
Aula 4: Avaliação individual e final do plano de atividade .....	25
Gabarito da Avaliação individual e final do plano de atividade .....	27
Atividade suplementar - Software Winplot .....	30
Atividades Propostas do - Software Winplot .....	31
Referencias bibliográficas .....	32
Links acessados para exposição de vídeos e software .....	33

<b>PLANO DE ATIVIDADES</b>	
<b>Curso</b>	<b>CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA - SEDDUC – 2012</b>  <b>Matemática – 4º bimestre - 2ª série</b>  <b>Grupo: 05</b>
<b>Tarefa 03</b>	<b>Tema: Avaliação da Implementação do Plano de Trabalho</b>
<b>Disciplina</b>	<b>Matemática</b>
<b>Série</b>	<b>2º ano – Ensino Médio</b>
<b>Tutor</b>	<b>Cathatina Teixeira Crdelli Kapps</b>
<b>Cursista</b>	<b>Professora Kelly Kunstmann Hippertt</b> <b>Docente I – 40 horas</b>
<b>Matricula</b>	<b>5006029-2</b>
<b>U.E. de atuação</b>	<b>C. E. Dom Hélder Câmara</b>
<b>Tópico</b>	<b>Números e Operações/Álgebra e Funções</b>
<b>Campo</b>	<b>Algébrico Simbólico</b>
<b>Tema</b>	<b>Sistemas Lineares</b>
<b>Habilidades e Competências Currículo Mínimo</b>	- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem Matemática. - Resolver problemas utilizando sistemas lineares.
<b>Habilidade Principal do currículo mínimo</b>	<b>H 78 - Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema</b>
<b>Objetivos Gerais</b>	Ao final do plano da atividade, o aluno seja capaz de: <ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizar satisfatoriamente os conhecimentos básicos de Álgebra Linear nos domínios da análise crítica e da aplicação, a fim de resolver problemas práticos utilizando os conhecimentos adquiridos durante as aulas</li> </ul>

<b>Objetivos Específicos:</b>	<p>Ao final do plano de atividade o aluno deverá ser capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Definir sistema e sua solução;</li> <li>▪ Traduzir em linguagem algébrica uma situação problema que leve a um sistema de equações do 1ª grau com duas incógnitas;</li> <li>▪ Ter noção dos tipos de sistemas como : sem solução (ou impossível); com uma única solução (ou determinado); e com infinitas soluções (ou indeterminado).</li> <li>▪ Desenvolver os conceitos e as técnicas que envolvem sistemas lineares, matrizes e determinantes.</li> <li>▪ Conhecer o método de resolução por escalonamento.</li> <li>▪ Resolver sistemas lineares de forma intuitiva.</li> <li>▪ Conhecer e utilizar satisfatoriamente a Regra de Cramer.</li> <li>▪ Ter noção da representação geométrica de um sistema linear do 1º grau formado por duas equações lineares com duas incógnitas.</li> </ul>
<b>Duração da atividade</b>	<p>Doze horas/aula Quatro tempos semanais</p>
<b>Carga horária</b>	<p>Quatro tempos semanais durante três semanas</p>
<b>Metodologia</b>	<p>O conteúdo da disciplina deverá ser desenvolvido na forma de aulas expositivas, utilizando data show, quadro e giz. E com aplicação de exercícios propostos em sala de aula, com o objetivo de fixar os conteúdos desenvolvidos no plano de atividades.</p>
<b>Conteúdos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Equação linear</li> <li>▪ Sistema linear</li> <li>▪ Matrizes associadas a um sistema linear</li> <li>▪ Sistemas homogêneos</li> <li>▪ Classificação de um sistema quanto ao número de soluções</li> <li>▪ Eliminação de Gauss ou Escalonamento</li> <li>▪ Regra de Cramer,</li> </ul>

<b>Recursos didáticos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lousa</li> <li>▪ Livro didático</li> <li>▪ Data Show</li> <li>▪ Exercícios propostos</li> <li>▪ Exercícios que poderão ser aplicados no projeto saerjinho</li> <li>▪ Folhas xerocopiadas</li> <li>▪ Software Winplot</li> </ul>
<b>Avaliação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ A resolução das listas de exercícios poderá ser feita em dupla ou em grupos de até quatro elementos, dessa forma os alunos poderão discutir as resoluções.</li> </ul>

## **Introdução**

O objetivo deste plano de trabalho é de promover a utilização de recursos didáticos, de materiais manipuláveis no Ensino Médio Público Estadual como: vídeo em Data show, aulas expositivas e atividades diversificadas, com a finalidade de desenvolver pensamento matemático crítico e criativo na prática diária; e na busca do desenvolvimento de habilidades, como a capacidade de trabalhar em grupos e resolver problemas; incentivar a criatividade e a interação entre os alunos. Com a finalidade de desenvolver no discente a capacidade de relacionar conteúdos do estudo de determinantes e aplicáveis ao conteúdo de Sistemas Lineares e na noção de sua representação algébrica e geométrica.

O tema exige que o aluno tenha o desenvolvimento nas habilidades: domínio das regras de sinais das operações aplicáveis no conjunto dos números reais; transcrever corretamente da linguagem corrente para a linguagem algébrica matemática; resolver satisfatoriamente os métodos aplicáveis na resolução de sistemas de equações de 1º grau e de sua representação geométrica.

No decorrer do desenvolvimento das atividades propostas e considerando os objetivos contidos no currículo mínimo e nos PCN, o professor deverá, sempre que se fizer necessário, uma recapitulação de conteúdos não assimilados satisfatoriamente por parte do corpo discente, para uma melhor assimilação do conteúdo.

No geral, serão necessários oito tempos de cinquenta minutos para explicações e fixação da aprendizagem mais quatro tempos para realização de exercícios propostos e avaliação escrita. A avaliação poderá ser realizada com a pontuação de até quatro pontos para a resolução de duas atividades de exercícios propostos, em grupos de dois até quatro alunos, e de até seis pontos para a resolução de exercícios propostos individualmente ou em dupla.

## **Desenvolvimento**

Introdução do conteúdo inicial:

*Embasamento teórico* : Inicialmente considerando os PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (ENSINO MÉDIO), Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, ano 2000.

Nos artigos:

“Art. 9º.”. Na observância da Contextualização, as escolas terão presente que:

“III - a aplicação de conhecimentos constituídos na escola às situações da vida cotidiana e da experiência espontânea permite seu entendimento, crítica e revisão.”

“Art. 10”. A base nacional comum dos currículos do ensino médio será organizada em áreas de conhecimento, a saber:

II - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, objetivando a constituição de habilidades e competências que permitam ao educando:

c) Identificar variáveis relevantes e selecionar os procedimentos necessários para a produção, análise e interpretação de resultados de processos ou experimentos científicos e tecnológicos.

f) Analisar qualitativamente dados quantitativos representados gráfica ou algebricamente relacionados a contextos socioeconômicos, científicos ou cotidianos.

m) “Compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas.”.

Este plano de atividade foi desenvolvido com base nas diretrizes do PCN acima descritas para o ensino médio.

### **1ª Parte :**

#### **Aula 1 : Conteúdos :**

- Definição: **Equação linear** e resolução intuitiva
- Definição: **Sistema linear**
- **Matrizes associadas a um sistema linear**
- **Sistemas homogêneos**
- **Classificação de um sistema quanto ao número de soluções**

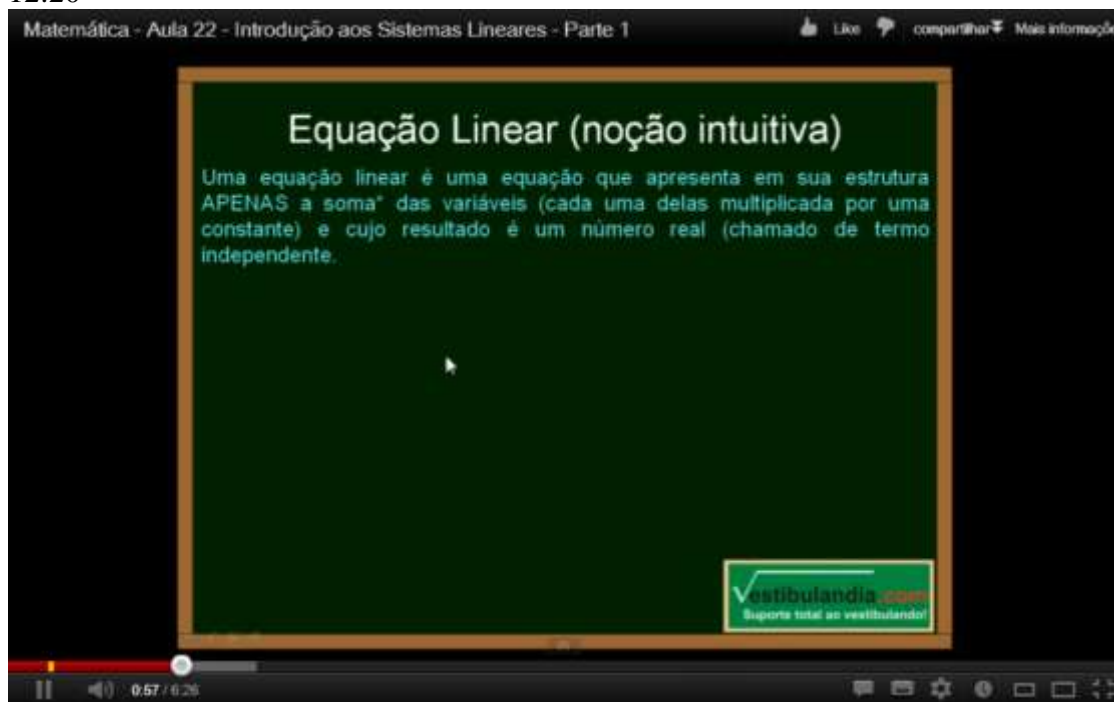
**Carga horária :** Em dois dias da semana , num total de 4 horas/aula semanais com um total de 200 minutos ou 3 horas 20 minutos

**Recursos didáticos necessários:** Livro didático, aula expositiva, vídeo e Data Show

#### **Desenvolvimento aula 1:**

**Carga horária : Duas horas aulas iniciais (100 minutos ou 1 hora e 40 minutos) :**

Inicialmente deverá ser mostrado através do Data show um vídeo com duração de 06:26 com o conteúdo inicial do conteúdo a ser desenvolvido, que se encontra disponível em : <http://www.youtube.com/watch?v=HRrUF3eBFXs&feature=relmfu> acesso em 03/11/2012 às 12:20



Após o desenvolvimento do vídeo deverá através de aula expositiva e o auxílio do livro didático a formalização do conceito inicial de equação linear e Sistema Linear:

De forma bem sucinta o esquema a ser desenvolvido :

## Sistemas Lineares

### Equação linear

Equação linear é toda equação da forma:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n = b$$

em que  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  são números reais, que recebem o nome de **coeficientes numéricos das incógnitas**:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , e  $b$  é um número real chamado **termo independente** (quando  $b=0$ , a equação recebe o nome de linear homogênea).

Exemplos de equações lineares:

$$3x - 2y + 4z = 7$$

$$-2x + 4z = 3t - y + 4$$

As equações a seguir não são lineares:

$$xy - 3z + t = 8$$

$$x^2 - 4y = 3t - 4$$

$$\sqrt{x} - 2y + z = 7$$

### Solução de uma equação linear

Exemplo :

Calcule o valor de W sabendo que o terno (3,2,1) é solução da equação:  $2x + 3y + Wz = 2$

**Solução:**  $2(3) + 3(2) + W.(1) = 2$

$$6 + 6 + W = 2$$

$$W = 2 - 12$$

$$W = -10$$

### Sistema linear

Um conjunto de equações lineares da forma:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

é um sistema linear de  $m$  equações e  $n$  incógnitas.

A solução de um sistema linear é a  $n$ -upla de números reais ordenados  $(r_1, r_2, r_3, \dots, r_n)$  que é, simultaneamente, solução de todas as equações do sistema.

### Matrizes associadas a um sistema linear

A um sistema linear podemos associar as seguintes matrizes:

Matriz incompleta: a matriz  $A$  formada pelos coeficientes das incógnitas do sistema.

Em relação ao sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 4x + y + z = 7 \\ -2x + y + z = 4 \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

a matriz incompleta é:



Matriz completa: matriz **B** que se obtém acrescentando à matriz incompleta uma última coluna formada pelos termos independentes das equações do sistema. Assim, para o mesmo sistema acima, a matriz completa é:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 7 \\ -2 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

### Sistemas homogêneos

Um sistema é homogêneo quando todos os termos independentes das equações são nulos:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

Veja um exemplo:

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 0 \\ -x + 4y - 3z = 0 \\ \sqrt{2}x + 3y = 0 \end{cases}$$

A n-upla (0, 0, 0,...,0) é sempre solução de um sistema homogêneo com **n** incógnitas e recebe o nome de *solução trivial*. Quando existem, as demais soluções são chamadas não triviais.

### .Classificação de um sistema quanto ao número de soluções.

Resolvendo o sistema  $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ , encontramos uma única solução: o par ordenado (3,5). Assim, dizemos que o sistema é possível (tem solução) e determinado (solução única).

No caso do sistema  $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 2y = 16 \end{cases}$ , verificamos que os pares ordenados (0,8), (1,7), (2,6), (3,5), (4,4), (5,3),... são algumas de suas infinitas soluções. Por isso, dizemos que o sistema é possível (tem solução) e indeterminado (infinitas soluções).

Para  $\begin{cases} x + y = 10 \\ -x - y = 10 \end{cases}$ , verificamos que nenhum par ordenado satisfaz simultaneamente as equações. Portanto, o sistema é impossível (não tem solução).

Resumindo, um sistema linear pode ser:

- 1) Possível e determinado (solução única);
- 2) Possível e indeterminado (infinitas soluções);
- 3) Um sistema de equações lineares é dito incompatível quando não admite solução.

### **Desenvolvimento da aula 1- 2ª parte:**

#### **Carga horária : Duas horas aulas finais da 1ª semana ou :**

Buscando desenvolver no corpo discente a capacidade de transcrever mensagens matemáticas da língua materna para a linguagem simbólica e vice-versa. Após a exposição da parte teórica na aula anterior, o professor deverá apresentar um problema simples, de modo que os alunos sintam facilidade de compreensão e que possam resolvê-lo apenas usando raciocínios lógicos, sem a “montagem” do sistema linear.

Se o professor sentir a necessidade deverá fazer uma sucinta revisão sobre a resolução de sistemas lineares de equações do 1º grau pelo método da substituição.

Para uma etapa posterior os sistemas lineares representarão o modelo matemático de algum problema “real” que estaremos interessados em resolver. Os alunos propunham livremente suas soluções, através dos processos ou métodos de resolução que aprenderam no ensino fundamental: método da substituição.

A turma deverá ser dividida em duplas e o professor deverá distribuir o exercício xerocopiado a seguir. Após no máximo de dez minutos de discussão o professor deverá reunir a solução apresentada por uma ou mais duplas e, se necessário, fazer uma correção única.

#### **Exemplo:**

1) Como se aproxima o Natal, a empresa Lojas Pague Barato fará um grande promoção de eletrodomésticos para pagamento à vista. Reunindo o 13º salário, meu e minha esposa possuímos



juntos R\$ 2.300,00 , num total de 30 notas de

e

.

Quero comprar uma televisão Sony 3D no valor de R\$ 2250,00. Pergunta-se:

Como tenho dinheiro para comprar a televisão, quero saber quantas notas de cada tipo possuo? E quantas notas de cada tipo receberei de troco?

**Solução:** Representando por x as notas de R\$ 50,00 e por y as notas de R\$ 100,00, a partir das informações do problema podemos equacionar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 50x + 100y = 2300 \end{cases}$$

Vamos utilizar o método da adição e para que não fiquemos com nenhum termo negativo após efetuarmos a soma, vamos escolher eliminar a variável x e não a y. Para isto iremos multiplicar por -50 todos os termos da primeira equação, valor este simétrico ao coeficiente de x na segunda equação:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 50x + 100y = 2300 \end{cases} \quad (\cdot -50) \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} -50x - 50y = -1500 \\ 50x + 100y = 2300 \end{cases}$$

Após executarmos a soma e isolarmos y temos:

$$\begin{cases} -50x - 50y = -1500 \\ 50x + 100y = 2300 \end{cases}$$


---


$$0x + 50y = 800 \Rightarrow 50y = 800 \Rightarrow y = \frac{800}{50} \Rightarrow y = 16$$

E por fim, substituindo o valor de y na primeira equação:

$$x + y = 30 \Rightarrow x + 16 = 30 \Rightarrow x = 30 - 16 \Rightarrow x = 14$$

Logo: ● Possuo 14 notas de R\$ 50,00 e 16 notas de R\$ 100,00.

Assim para pagar a televisão usarei apenas 13 notas de



e as 16 notas



de , sem a necessidade de troco , pois ainda me restara uma nota de



## 2ª Aula :

### Aula 2 : Conteúdos :

- Sistemas lineares e Eliminação de Gauss ou Escalonamento

**Carga horária :** Em um da semana , num total de 2 horas/aula semanais com um total de 100 minutos ou 1 horas 40 minutos

**Recursos didáticos necessários:** Livro didático, folhas xerocopiadas, vídeo e Data Show.

### Desenvolvimento da aula 2:

O exercício proposto deverá ser distribuído em folhas xerocopiadas para que não aconteça perda de tempo desnecessário com a cópia da lousa. Para auxiliar a resolução do sistema linear proposto no anexo1, o professor deverá inicialmente passar no Data Show o vídeo na página [http://www.youtube.com/watch?v=z7u3353dwvk&feature=player\\_embedded](http://www.youtube.com/watch?v=z7u3353dwvk&feature=player_embedded)

Objetivos e descrição dos procedimentos: acessar

<http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Videos/index.php?url=http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Videos/VideosM3Matematica/MatematicanaEscola/ComendoNumeros/>

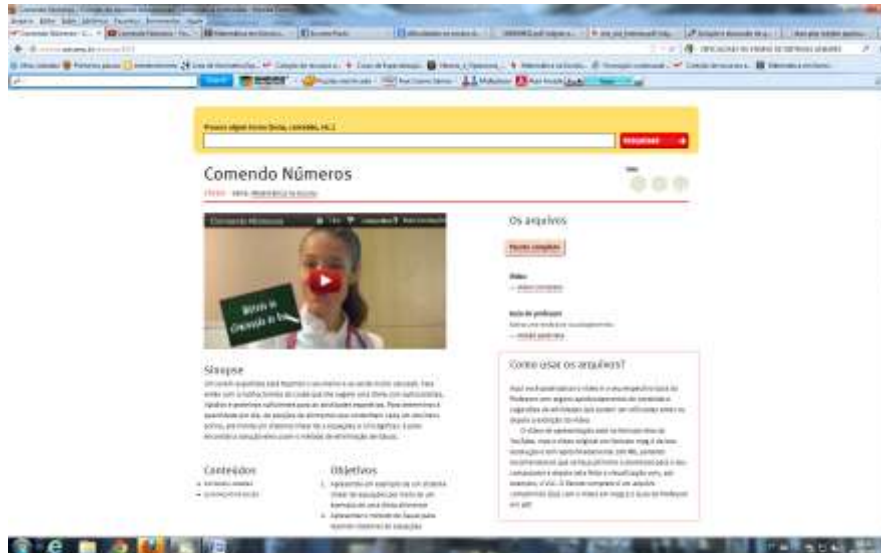
### Comendo Números Vídeo Série: Matemática na Escola

Um jovem esportista está fazendo o seu treino e se sente muito cansado. Fala então com a nutricionista do clube que lhe sugere uma dieta com quilocalorias, lipídios e proteínas suficientes para as atividades esportivas. Para determinar a quantidade por dia, de porções de alimentos que contenham cada um dos itens acima, ela monta um sistema linear de 3 equações a 3 incógnitas. E para encontrar a solução eles usam o método de eliminação de Gauss.

**Conteúdos :** Sistemas lineares e Eliminação de Gauss ou Escalonamento

**Objetivos** Apresentar um exemplo de um sistema linear de equações por meio de um exemplo de uma dieta alimentar.

Apresentar o método de Gauss para resolver sistemas de equações



Acessar <http://www.youtube.com/watch?v=Z5cQi7xce18&feature=related>





Sistemas lineares e eliminação de Gauss

	100g	QUILOCALORIAS	PROTEÍNAS	LIPÍDEOS
ARROZ -	128	-	2,5	- 0,2
FRANGO -	159	-	32	- 2,5
MAÇÃ -	63	-	0,2	- 0,2

100g

### Desenvolvimento :

Para o melhor desenvolvimento da capacidade de trabalhar em grupos e resolver problemas e estimular a Criatividade do grupo, após a exposição do vídeo o professor deverá propor que a turma se reúna em grupos de no máximo quatro alunos.

Após a arrumação da sala, deverá distribuir a folha xerocopiada do anexo um e propor baseado na proposta do Currículo Mínimo do desenvolvimento de habilidades e competências “- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. - Resolver problemas utilizando sistemas lineares” e no PCN “Art. 10 g) Apropriar-se dos conhecimentos da Física, da Química e da Biologia e aplicar esses conhecimentos para explicar o funcionamento do mundo natural, planejar, executar e avaliar ações de intervenção na realidade natural.” E “m) Compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas”

O exercício proposto deverá ser distribuído em folhas xerocopiadas para que não aconteça perda de tempo desnecessário com a cópia da lousa. Para auxiliar a resolução do sistema linear proposto no anexo 1

Proponho que esta atividade seja avaliativa com valor total de TRÊS pontos do conceito final. Se os grupos não conseguirem terminar em tempo hábil sugiro que terminem a atividade em casa e tragam pronto na próxima aula.

**Desenvolvimento da Avaliação, considerando :**

**H32 – Habilidade - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 ou 3.**

**Classes C2 - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 3.**

**PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (ENSINO MÉDIO), Parte III -**

**Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, ano 2000. Nos artigos:**

**“Art. 9º.”. Na observância da Contextualização, as escolas terão presente que:**

**“III - a aplicação de conhecimentos constituídos na escola às situações da vida cotidiana e da experiência espontânea permite seu entendimento, crítica e revisão.”**

**“Art. 10”. A base nacional comum dos currículos do ensino médio será organizada e áreas de conhecimento, a saber:**

**II - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, objetivando a constituição de habilidades e competências que permitam ao educando:**

**c) Identificar variáveis relevantes e selecionar os procedimentos necessários para a produção, análise e interpretação de resultados de processos ou experimentos científicos e tecnológicos.**

**f) Analisar qualitativamente dados quantitativos representados gráfica ou algebricamente relacionados a contextos socioeconômicos, científicos ou cotidianos.**

**m) “Compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas.”.**

**Anexo 1 : Folha previamente xerocopiada**

**Tema : “Perda de peso (calorias) em academias de ginástica”.**

**3ª Aula :**

**Aula 4 : Conteúdos :**

- **Regra de Cramer e avaliação final**

**Carga horária : Em dois dias da semana , num total de 2 horas/aula semanais com um total de 100 minutos ou 1 horas 40 minutos**

**Recursos didáticos necessários: Livro didático, folhas xerocopiadas, vídeo e Data Show.**

**Desenvolvimento :**

**Por sugestão da turma na aula quatro foi realizada uma “competição “ intitulada de “Guerra dos Sexos “ para incentivar que grupo conseguia resolver mais rápido a tarefa proposta;**

Para o melhor desenvolvimento da capacidade de trabalhar em grupos e resolver problemas e estimular a Criatividade do grupo, após a exposição do vídeo o professore deverá propor que a turma se reúna em grupos de no máximo quatro alunos.

Após a arrumação da sala, deverá distribuir a folha xerocopiada do anexo um e propor baseado na proposta do Currículo Mínimo do desenvolvimento de habilidades e competências “- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. - Resolver problemas utilizando sistemas lineares” e no PCN “Art. 10 g) Apropriar-se dos conhecimentos da Física, da Química e da Biologia e aplicar esses conhecimentos para explicar o funcionamento do mundo natural, planejar, executar e avaliar ações de intervenção na realidade natural.” E “m) Compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas e aplicá-las a situações diversas no contexto das

ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas”. Proponho que esta atividade seja avaliada com valor total de seis pontos do conceito final.

## **Anexo 1**

### **Tema : “Perda de peso (calorias) em academias de ginástica”.**

#### **O que é o Índice de Massa Corporal?**

O índice de Massa Corporal (IMC) é uma fórmula que indica se um adulto está acima do peso, se está obeso ou se está abaixo do peso ideal, considerado saudável. A fórmula para calcular o índice de massa corporal é  $IMC = \text{peso (em kg)} \div \text{altura}^2 \text{ (em m)}$ .

A Organização Mundial de Saúde usa um critério simples para estabelecer a condição de uma pessoa a partir do seu IMC:

#### **IMC em adultos**

<b>IMC</b>	<b>Condição</b>
Abaixo de 18,5	Abaixo do peso
Entre 18,5 e 25	Peso normal
Entre 25 e 30	Acima do peso (sobrepeso)
Acima de 30	Obeso

**Qual é a quantidade de calorias que uma pessoa perde em um programa de ginástica considerando as modalidades: caminhar, correr e andar de bicicleta?**

#### **Calorias queimadas por hora**

	<b>Peso (kg)</b>	<b>Atividade Esportiva</b>	
	Caminhar a 3 km/h	Correr a 9 km/h	Andar de bicicleta a 9 km/h
<b>69</b>	213	650	304
<b>73</b>	225	688	321
<b>77</b>	237	726	338

#### **Horas por dia para cada atividade**

<b>Dia da semana</b>	<b>Caminhar (horas/dia)</b>	<b>Correr (horas/dia)</b>	<b>Andar de bicicleta (horas/dia)</b>
<b>Segunda-feira</b>	1	2	0,5
<b>Quarta-feira</b>	1,5	1	0,5
<b>Sexta-feira</b>	1	1	1

**Situação-problema :** Ester, Ruth e Laura são amigas que querem emagrecer por meio de um programa de exercícios físicos. Sendo o peso de Ester igual a 69 kg, o de Ruth igual a 73 kg e o de Laura 77 kg e utilizando-se da Tabela de Calorias queimadas por hora, elas montaram um programa de exercícios a partir da Tabela de Horas por dia para cada atividade.

**Hipótese:** Considerando o cronograma do tempo das atividades físicas propostas, é possível calcular quantas calorias a pessoa irá perder e, através da proporção, podemos definir, em quilogramas, quantos quilos a pessoa irá perder. Considera-se que 7700 calorias equivalem a 1 kg de gordura. A partir dessa hipótese, pode-se obter a perda total de calorias para cada uma das amigas.

## **Modelando os dados**

Chamando de A, a matriz 3x3 que representa a Tabela 4 e de X, a matriz 3x1 que representa cada linha da Tabela 3, pode-se desenvolver o produto das matrizes A.X para cada uma das amigas. A primeira linha de A.X vai representar as calorias que cada uma irá queimar na segunda-feira; a segunda linha, na quarta-feira e a terceira linha, na sexta-feira, considerando todas as atividades esportivas. Sabendo que:

- 1) Ester teve um total de calorias perdidas semanalmente de 3953,50 calorias e que a quantidade de gorduras perdidas por semana foi de **0,52 kg (aproximadamente)**.
- 2) Ruth teve um total de calorias perdidas semanalmente: de 4181,50 calorias. e que a quantidade de gorduras perdidas por semana foi de **0,54 kg (aproximadamente)**.
- 3) Laura teve um total de calorias perdidas semanalmente de 4409,50 calorias e que a quantidade de gorduras perdidas por semana foi de **0,57 kg (aproximadamente)**

### Elaboração e resolução do Sistema linear:

Considerando os dados, por exemplo, da matriz de Ester, podemos fazer a sua representação em forma de um Sistema Linear, tomando como matriz das incógnitas, a quantidade de calorias que deve se queimar por hora de cada modalidade (a partir do seu respectivo peso) e fixando a quantidade de calorias que se quer perder com cada atividade.

### Modalidade de atividade física:

x → Quantidade de calorias que deve se queimar por hora ao Caminhar

y → Quantidade de calorias que deve se queimar por hora ao Correr;

z → Quantidade de calorias que deve se queimar por hora ao Andar de bicicleta

### Representação do Sistema Linear

$$\begin{cases} x + 2y + 0,5z = 1665,0 \\ 1,5x + y + 0,5z = 1121,5 \\ x + y + z = 1167,0 \end{cases}$$

Agora com seu grupo, determine o que se pede :

1) Considerando o cronograma do tempo das atividades físicas propostas, é possível calcular quantas calorias a pessoa irá perder e, através da proporção, podemos definir, em quilogramas, quantos quilos a pessoa irá perder. Considera-se que 7700 calorias equivalem a 1 kg de gordura. A partir dessa hipótese, pode-se obter a perda total de calorias para cada uma das amigas.

1)Determine a solução do sistema  $V = \{(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})\}$

2)Tomando como solução o conjunto, , podemos concluir que Ester, com 69 kg, necessita perder

- (a) 213 calorias por hora ao caminhar a 3 km/h
- (b) 344 calorias por hora ao caminhar a 3 km/h
- (c) 255 calorias por hora ao caminhar a 3 km/h
- (d) 98 calorias por hora ao caminhar a 3 km/h

3) Tomando como solução o conjunto, , podemos concluir que Ruth, com 73 kg, necessita perder:

- (a) 213 calorias por hora ao correr a 9 km/h
- (b) 650 calorias por hora ao correr a 9 km/h
- (c) 550 calorias por hora ao correr a 9 km/h
- (d) 6 98 calorias por hora ao correr a 9 km/h



4) Tomando como solução o conjunto, , podemos concluir que Laura, com 77 kg, necessita perder:

- (a) 213 calorias por hora ao andar de bicicleta a 9 km/h.
- (b) 650 calorias por hora ao andar de bicicleta a 9 km/h.
- (c) 198 calorias por hora ao andar de bicicleta a 9 km/h.
- (d) 304 calorias por hora ao andar de bicicleta a 9 km/h.

**Gabarito :** 1 ) V = {( 213, 650, 304)} ; 2) A; 3 ) B 4) D

**Conclusão:** No caso de Ester, por exemplo, cujo programa de treinamento previa uma perda de 3953,50 calorias, o que corresponde a 0,52 kg de gorduras a cada ciclo semanal (composto por 3 dias de academia), caso se queira aumentar essa perda, obviamente ela necessitará aumentar o tempo de treinamento, ou então, fazer um programa para toda a semana. Provavelmente, a “exigência” desses números justifica o fato de que todo programa de emagrecimento, em geral, é composto por uma sequência de condicionamento físico associado a uma dieta alimentar.

<b>3ª Aula :</b>
<b>Aula 3 : Conteúdos :</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>▪ <b>Sistemas lineares e Eliminação de Gauss ou Escalonamento</b></li></ul>
<b>Carga horária: total de 2 horas/aula semanais com um total de 100 minutos ou 1 hora e 40 minutos</b>
<b>Recursos didáticos necessários: Livro didático, folhas xerocopiadas, vídeo e Data Show.</b>
<b>Avaliação em grupo com valor de um ponto do conceito final</b>

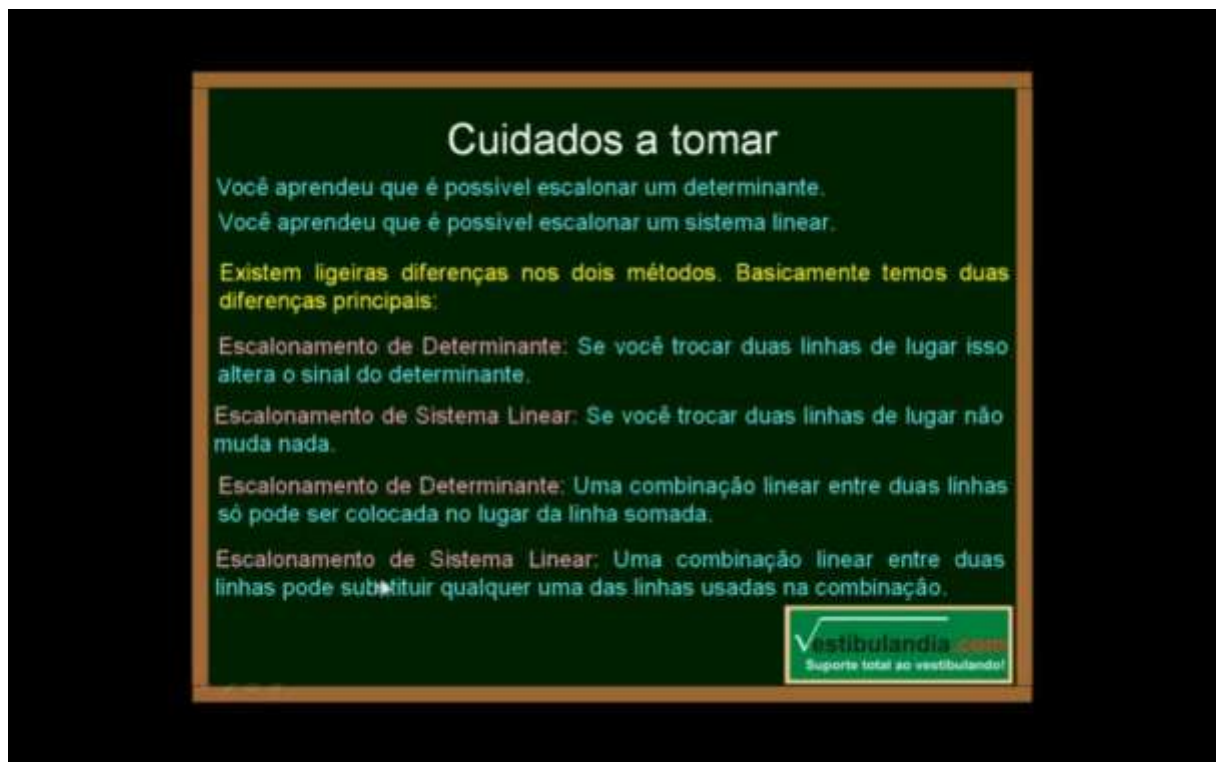
#### **Desenvolvimento:**

Para dar continuidade ao plano de atividade , o professor deverá iniciar sua aula com a exposição do vídeo acessar o link <http://www.youtube.com/watch?v=EdRtsiRNLs0> com duração de 05:51 acessado em 04/011/2012

Após, a breve exposição do vídeo, o professor deverá propor que a turma se reúna em grupos de no máximo quatro alunos.

Após a arrumação da sala, o professor deverá distribuir a folha xerocopiada resumo sobre o processo de Gauss ou Escalonamento ( anexo dois) e baseado na proposta do Currículo Mínimo do desenvolvimento de habilidades e competências “- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. - Resolver problemas utilizando sistemas lineares” e no PCN “Art. 10 g) Apropriar-se dos conhecimentos da Física, da Química e da Biologia e aplicar esses conhecimentos para explicar o funcionamento do mundo natural, planejar, executar e avaliar ações de intervenção na realidade natural.” E “m) Compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas”. Proponho que esta atividade seja avaliativa com valor total de UM ponto do conceito final.

**Exemplo do vídeo a ser exposto no Data Show :**



**Anexo dois:**

**Resumindo na folha xerocopiada, desenvolvendo o que foi observado com um exemplo prático:**

### **Escalonamento ou método de Gauss**

Para escalonar um sistema adotamos o seguinte procedimento:

- ✚ Fixamos como 1ª equação uma das que possuem o coeficiente da 1ª incógnita diferente de zero.
- ✚ Utilizando as propriedades de sistemas equivalentes, anulamos todos os coeficientes da 1ª incógnita das demais equações.
- ✚ Repetimos o processo com as demais incógnitas, até que o sistema se torne escalonado.

Vamos então aplicar a técnica do escalonamento, considerando dois tipos de sistema:

I. O número de equações é igual ao número de incógnitas ( $m=n$ )

Exemplo 1: 
$$\begin{cases} 2x - 3y - z = 4 \\ x + 2y + z = 3 \\ 3x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

**1º passo:** Anulamos todos os coeficientes da 1ª incógnita a partir da 2ª equação, aplicando as propriedades dos sistemas equivalentes:

- Trocamos de posição a 1ª equação com a 2ª equação, de modo que o 1º coeficiente de x seja igual a 1:

$$\begin{cases} 2x - 3y - z = 4 \\ x + 2y + z = 3 \\ 3x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

- Trocamos a 2ª equação pela soma da 1ª equação, multiplicada por -2, com a 2ª equação:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 2x - 3y - z = 4 \\ 3x - y - 2z = 1 \end{cases} \xleftarrow{[-2]} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ -7y - 3z = -2 \\ 3x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

- Trocamos a 3ª equação pela soma da 1ª equação, multiplicada por -3, com a 3ª equação:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ -7y - 3z = -2 \\ 3x - y - 2z = 1 \end{cases} \xleftarrow{[-3]} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ -7y - 3z = -2 \\ -7y - 5z = -8 \end{cases}$$

**2º passo:** Anulamos os coeficientes da 2ª incógnita a partir da 3ª equação:

- Trocamos a 3ª equação pela soma da 2ª equação, multiplicada por -1, com a 3ª equação:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ -7y - 3z = -2 \\ -7y - 5z = -8 \end{cases} \xleftarrow{[-1]} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 3 \text{ (I)} \\ -7y - 3z = -2 \text{ (II)} \\ -2z = -6 \text{ (III)} \end{cases}$$

Agora o sistema está escalonado e podemos resolvê-lo.

$$-2z = -6 \Rightarrow z = 3$$

Substituindo  $z=3$  em (II):

$$-7y - 3(3) = -2 \Rightarrow -7y - 9 = -2 \Rightarrow y = -1$$

Substituindo  $z=3$  e  $y=-1$  em (I):

$$x + 2(-1) + 3 = 3 \Rightarrow x = 2$$

Então,  $x=2$ ,  $y=-1$  e  $z=3$

**Outro exemplo, que poderá ser utilizado , se ainda houver dúvidas:**

Escalonar e classificar o sistema:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 5 \\ 3x - y - 2z = -2 \\ x + 2y - z = 1 \end{cases}$$

### Resolução:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} 2x + y + z = 5 \\ 3x - y - 2z = -2 \\ x + 2y - z = 1 \end{array} \right. &\sim \left\{ \begin{array}{l} x + 2y - z = 1 \\ 3x - y - 2z = -2 \\ 2x + y + z = 5 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(-3)} \quad \text{(-2)} \\ \swarrow \quad \swarrow \\ \end{array} \\ &\sim \left\{ \begin{array}{l} x + 2y - z = 1 \\ -7y + z = -5 \\ -3y + 3z = 3 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(-3)} \\ \swarrow \end{array} \\ &\sim \left\{ \begin{array}{l} x + 2y - z = 1 \\ y - z = -1 \\ -7y + z = -5 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(-3)} \\ \swarrow \end{array} \\ &\sim \left\{ \begin{array}{l} x + 2y - z = 1 \\ y - z = -1 \\ -6z = -12 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(-7)} \\ \swarrow \end{array} \end{aligned}$$

O sistema obtido está escalonado e é do 1º tipo (no de equações igual ao no de incógnitas), portanto, é um sistema possível e determinado.

### Desenvolvimento

Após a exposição do vídeo e o exemplo o professor deverá propor que a turma se reúna em grupos de no máximo quatro alunos.

Após a arrumação da sala, deverá distribuir a folha xerocopiada do anexo um e propor baseado na proposta do Currículo Mínimo do desenvolvimento de habilidades e competências “- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. - Resolver problemas utilizando sistemas lineares” e no PCN “Art. 10 g) Apropriar-se dos conhecimentos da Física, da Química e da Biologia e aplicar esses conhecimentos para explicar o funcionamento do mundo natural, planejar, executar e avaliar ações de intervenção na realidade natural.” E “m) Compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas”. Proponho que esta atividade seja avaliativa com valor total de dois pontos do conceito final.

### Agora , em grupo faça os exercícios propostos :

I) Três amigos sobem em uma balança de dois em dois. Antônio e Beatriz somam 30 kg e Beatriz e Caio, 28 kg. Sabe-se que Antônio e Caio pesam juntos 34 kg. Quanto pesa Beatriz?.

Observação :Dê preferência a utilização do pelo método de Eliminação de Gauss ou Escalonamento

II) Resolva o sistema  $\begin{cases} 5A + 3B = 90 \\ 15A + 9B = 250 \end{cases}$  pelo método de Eliminação de Gauss ou Escalonamento

#### **4ª Aula :**

##### **Aula 4 : Conteúdos :**

- Regra de Cramer,

**Carga horária :** Em dois dias da semana , num total de 2 horas/aula semanais com um total de 100 minutos ou 1 hora e 40 minutos

**Recursos didáticos necessários:** Livro didático, folhas xerocopiadas, vídeo e Data Show.

#### **Desenvolvimento da aula três :**

##### **Tema Regra de Cramer**

Depois dos vários vídeos o professor com o auxiliado pelo livro didático deverá desenvolver uma aula expositiva sobre o processo da Regra de Cramer, visto que o assunto já foi citado nas aulas anteriores:

A parte teórica a ser desenvolvida no livro didático ou na lousa ou exposto no Data Show :

##### **REGRA DE CRAMER**

Como já foi visto existem alguns métodos para classificarmos e/ou resolvermos um sistema linear. Vamos recordar a Regra (ou método) de Cramer. Tal regra consiste em separar o sistema em matrizes e calcular seus determinantes. Então, a partir de divisões entre estes determinantes, encontramos a solução do sistema.

Vamos a um exemplo pratico...

$$\text{Resolva o sistema } \begin{cases} x + 2y - z = -5 \\ -x - 2y - 3z = -3 \\ 4x - y - z = 4 \end{cases}$$

Usando “a regra de Cramer”.:

Resolução:

Calculando o determinante principal “D” ...

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$D = -36 \neq 0$ , portanto Sistema Possível e Determinado.

Calculando os determinantes das incógnitas ...

$$D_x = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ -3 & -2 & -3 \\ 4 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad D_x = -36 \quad X = \frac{D_x}{D} \quad X = \frac{-36}{-36} \quad X = 1$$

$$D_y = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -1 \\ -1 & -3 & -3 \\ 4 & -4 & -1 \end{bmatrix} \quad D_y = 72 \quad Y = \frac{D_y}{D} \quad Y = \frac{72}{-36} \quad Y = -2$$

$$D_z = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & -1 & 4 \end{bmatrix} D_z = -72 \quad Z = \frac{D_z}{D} \quad Z = \frac{-72}{-36} \quad Z = 2$$

$$V = \{(1, -2, 2)\}$$

### **Exercícios PROPOSTOS:**

**H32 – Habilidade - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 ou 3.**

**Classes C2 - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 3.**

Observe :

01 - Resolva o sistema abaixo utilizando a regra de cramer:

$$a) \begin{cases} x + y + z = 7 \\ 2x + y - 3z = 8 \\ -x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

Resolução:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \leftrightarrow D = 3 + 3 + 4 + 1 + 6 - 6 = 11 \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{11}{11} = 1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 7 & 1 & 1 \\ 8 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 7 & 1 & 1 \\ 8 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \leftrightarrow D_x = 21 + 16 + 42 - 24 = 55$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{55}{11} = 5$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 2 & 8 & -3 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 2 & 8 & -3 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 8 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \leftrightarrow D_y = 24 + 21 + 8 - 42 = 11$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \leftrightarrow D_z = -8 + 28 + 7 - 16 = 11$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{11}{11} = 1$$

$$S = \{5, 1, 1\}$$

**Agora, faça você:**

**I) Resolva os sistemas lineares, usando “Regra de Cramer” :**

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y + 3z = 18 \\ 3x + 2y + 5z = 23 \\ 5x + 4y + 2z = 27 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - 2y - 2z = -1 \\ x - y + z = -2 \\ 2x + y + 3z = 1 \end{cases}$$

**II) (Fuvest–SP)** Carlos e sua irmã Andreia foram com seu cachorro Bidu à farmácia de seu avô. Lá encontraram uma velha balança com defeito, que só indicava corretamente pesos superiores a 60 kg. Assim, eles se pesaram dois a dois e obtiveram as seguintes marcas:

**Carlos e o cão pesam juntos 87 kg;  
Carlos e Andreia pesam 123 kg;  
Andreia e Bidu pesam 66 kg.**

Determine o peso de cada uma deles:

**III)** Determinar  $m$  real, para que o sistema seja possível e determinado:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x + my = 2 \end{cases}$$

**GABARITO:**

**Resposta Questão 1**

LETRA a: No cálculo do determinante das matrizes indicadas utilizaremos o método de Sarrus.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 8 + 75 + 36 - 30 - 18 - 40 = 31$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 18 & 3 \\ 3 & 23 & 5 \\ 5 & 27 & 2 \end{vmatrix} = 92 + 450 + 243 - 345 - 108 - 270 = 62$$

$$Y = \frac{D_y}{D}$$

$$y = \frac{62}{31}$$

$$y = 2$$

O valor da incógnita y no sistema de equações é 2

### Resposta: Questão 1 Letra b

No cálculo do determinante das matrizes indicadas utilizaremos o método de Sarrus.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -3 - 4 - 2 - 4 + 6 - 1 = -8$$

$$Dx = \begin{vmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 2 + 4 - 2 - 12 + 1 = -8$$

$$Dy = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -6 - 2 - 2 - 8 + 3 - 1 = -16$$

$$Dz = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1 + 8 - 1 - 2 + 2 + 2 = 8$$

$X = \frac{Dx}{D}$	$Y = \frac{Dy}{D}$	$Z = \frac{Dz}{D}$
$X = \frac{-8}{-8}$	$Y = \frac{-16}{-8}$	$Z = \frac{8}{-8}$
$X = 1$	$Y = 2$	$Z = -1$

Conjunto solução:  $x = 1$ ,  $y = 2$  e  $z = -1$ .

### Resposta Questão 2



<p>Andreia: a</p> <p>Bidu: b</p> <p>Carlos: c</p>
---

$$\begin{cases} b + c = 87 \\ a + c = 123 \\ a + b = 66 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 1 + 1 - 0 - 0 - 0 = 2$$

$$Db = \begin{vmatrix} 0 & 87 & 1 \\ 1 & 123 & 1 \\ 1 & 66 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 87 + 66 - 123 - 0 - 0 = 30$$

$B = \frac{Db}{D}$  $B = \frac{30}{2}$  $B = 15$	$b + c = 87$ $15 + c = 87$ $c = 87 - 15$ $c = 72$	$a + b = 66$ $a = 66 - 15$ $a = 51$	<p>Andreia pesa 51 kg, Bidu 15 kg e  Carlos 72 kg</p>
--	--	---	---

**Questão III – Resolução** Segundo a regra de Cramer, devemos ter  $D \neq 0$ , em que:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & m \end{vmatrix} = 2m - 3$$

Assim:  $2m - 3 \neq 0 \rightarrow m \neq \frac{3}{2}$

Então, os valores reais de  $m$ , para que o sistema seja possível e determinado, são dados

pelos elementos do conjunto:  $\left\{ m \in \mathbb{R} / m \neq \frac{3}{2} \right\}$

#### Aula 5:

##### Conteúdos :

- Equação linear
- Sistema linear
- Matrizes associadas a um sistema linear
- Sistemas homogêneos

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Classificação de um sistema quanto ao número de soluções</li> <li>• Eliminação de Gauss ou Escalonamento</li> <li>• Regra de Cramer,</li> </ul>
Carga horária: total de 2 horas/aula semanais com um total de 100 minutos ou 1 hora e 40 minutos
Recursos didáticos necessários: folhas xerocopiadas,
Avaliação Final com valor de SEIS pontos do conceito final, num total de dez

AVALIAÇÃO INDIVIDUAL FINAL DO PLANO DE ATIVIDADE
AVALIAÇÃO Proposta
Valor de cada questão :
1º questão : 1,5 pontos
2º questão : 1,5 pontos
3º questão : 1,5 pontos
4º questão : 1,5 pontos

AVALIAÇÃO INDIVIDUAL FINAL DO PLANO DE ATIVIDADE
<p>1 - (ACAFE) Considerando o sistema <math display="block">\begin{cases} x + y + z = 7 \\ 2x + y - z = 9 \\ x - 2y + 2z = 2 \end{cases}</math>, o valor da incógnita z é:</p> <p>a) 1      b) -10      c) 2      d) -2      e) 4</p>
<p>2) Escalonar e resolver os sistemas abaixo:</p> $\begin{cases} 3x + 2y + z = 10 \\ x + 2y + 2z = 11 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$

3) Determinar  $m$  real para que o sistema seja possível e determinado :

$$\begin{cases} x + 2y + z = 5 \\ 2x - y + 2z = 5 \\ 3x + y + mz = 0 \end{cases}$$

4) Duas vacas e um touro foram trocados por oito porcos. Em outra ocasião, uma vaca foi trocada por um touro e um porco. De acordo com a regra desses dois "negócios", uma vaca deve ser trocada por quantos porcos? E um touro deve ser trocado por quantos porcos?

### **GABARITO – AVALIAÇÃO INDIVIDUAL FINAL DO PLANO DE ATIVIDADE EXERCÍCIO 1**

Resolução:

Multiplicamos a primeira equação por (-2) e adicionamos à segunda:

$$x + y + z = 7 \quad (-2) \gg -2x - 2y - 2z = -14$$

$$\begin{array}{r} 2x + y - z = 9 \\ -y - 3z = -5 \end{array}$$

Agora a primeira equação por (-1) somada com a terceira:

$$x + y + z = 7 \quad (-1) \gg -x - y - z = -7$$

$$\begin{array}{r} x - 2y + 2z = 2 \\ -3y + z = -5 \end{array}$$

Do sistema inicial montamos um sistema equivalente:

$$\begin{cases} -y - 3z = -5 \\ -3y + z = -5 \end{cases}$$

O processo é o mesmo que antes, porém, como precisamos de  $z$ , vamos cancelar  $y$ , assim multiplicamos a primeira equação por (-3) e somamos com a segunda:

$$-y - 3z = -5 \quad (-3) \gg 3y + 9z = 15$$

$$\begin{array}{r} -3y + z = -5 \\ 10z = 10 \\ z = 1 \end{array}$$

Gabarito Letra: A

2 - (UFSC) Considerando o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x + y + z + t = 11 \\ x - y - z - t = -9 \\ -x + y - z - t = -7 \\ -x - y + z - t = -5 \end{cases} \cdot \text{ Calcule o produto } x.y.z.t$$

Resolução:

Somando a primeira com a segunda equação temos:

$$x + y + z + t = 11$$

$$\underline{x - y - z - t = -9}$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

Somando a primeira com a terceira equação:

$$x + y + z + t = 11$$

$$\underline{-x + y - z - t = -7}$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

Somando a equação 3 com a 4:

$$-x + y - z - t = -7$$

$$\underline{-x - y + z - t = -5}$$

$$-2x - 2t = -12$$

$x = 1$ , logo:

$$-2.1 - 2t = -12$$

$$-2t = -12 + 2$$

$$-2t = -10$$

$$t = 5$$

Agora a equação 2 somada com a 3:

$$x - y - z - t = -9$$

$$\underline{-x + y - z - t = -7}$$

$$-2z - 2t = -16$$

$t = 5$ , assim temos:

$$-2z - 2.5 = -16$$

$$-2z = -16 + 10$$

$$-2z = -6$$

$$z = 3$$

Por fim, x.y.z.t será:  
 $1.2.5.3 = 30$

Gabarito: 30

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 10 \\ x + 2y + 2z = 11 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y + 2z = 11 \\ 3x + 2y + z = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ y + z = 5 \\ -y - 2z = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ y + z = 5 \\ -z = -3 \end{cases}$$

3) Resolução: Segundo a regra de Cramer, devemos ter  $D \neq 0$ . Assim:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & m \end{vmatrix} = -m + 12 + 2 + 3 - 2 - 4m$$

$$D = -5m + 15$$

$$\text{Assim: } -5m + 15 \neq 0 \rightarrow m \neq 3$$

Então, os valores reais de  $m$ , para que o sistema seja possível e determinado, são dados pelos elementos do conjunto:  $\{m \in \mathbb{R} / m \neq 3\}$

4) Resolução:  $\begin{cases} 2v + t = 8p \\ v = t + p \end{cases}$  Resolvendo tem-se que  $t = 2p$

Substituindo na 2ª equação terá:  $v = t + p \Rightarrow v = 2p + p \Rightarrow v = 3p$

Logo, um touro pode ser trocado por dois porcos e uma vaca pode ser tocada por 3 porcos.

**Desenvolvimento :**

Observação se ainda houver necessidade de mais uma retomada do conteúdo sugiro o vídeo a seguir:

Em : <http://www.youtube.com/watch?v=ATPFw98mtho&feature=related>



### ATIVIDADE SUPLEMENTAR

Como em minha U.E. não há a possibilidade de cada aluno ter seu computador com internet, a atividade que vou propor não pode ser incluída em meu plano de atividade. Mas, se houver a possibilidade de algum professor puder utiliza lá tenho certeza que será uma experiência muito gratificante

### ATIVIDADE SUPLEMENTAR

#### Aula 4 :

Aula SUPLEMENTAR : Conteúdos :Representação Geométrica de Sistemas Lineares

- Winplot como apoio no Ensino Aprendizagem de Sistemas de Equações Lineares

**Carga horária :** Em dois dias da semana , num total de 2 horas/aula semanais com um total de 100 minutos ou 1 horas 40 minutos

**Recursos didáticos necessários:** software gráfico Winplot, Livro didático, folhas xerocopiadas, vídeo e Data Show.

### Desenvolvimento

Gostaria de propor baseado na proposta do Currículo Mínimo do desenvolvimento de habilidades e competências “- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. - Resolver problemas utilizando sistemas lineares” e no PCN “Art. 10 g) Apropriar-se dos conhecimentos da Física, da Química e da Biologia e aplicar esses conhecimentos para explicar o funcionamento do mundo natural, planejar, executar e avaliar ações de intervenção na realidade natural.” E “m) Compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas”.

<http://www.winportal.com/winplot/download>, para acessar o download deste software.

Para acessar o manual: <http://www.edumat.com.br/wp-content/uploads/2008/09/manual-do-winplot1.pdf>

## O SOFTWARE WINPLOT COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O software livre **Winplot** vem sendo utilizado no ensino da Matemática em vários países nos cursos de nível médio e superior.

Para o melhor desenvolvimento da capacidade de trabalhar em grupos e resolver problemas e estimular a Criatividade sugiro a utilização do **O SOFTWARE WINPLOT**.

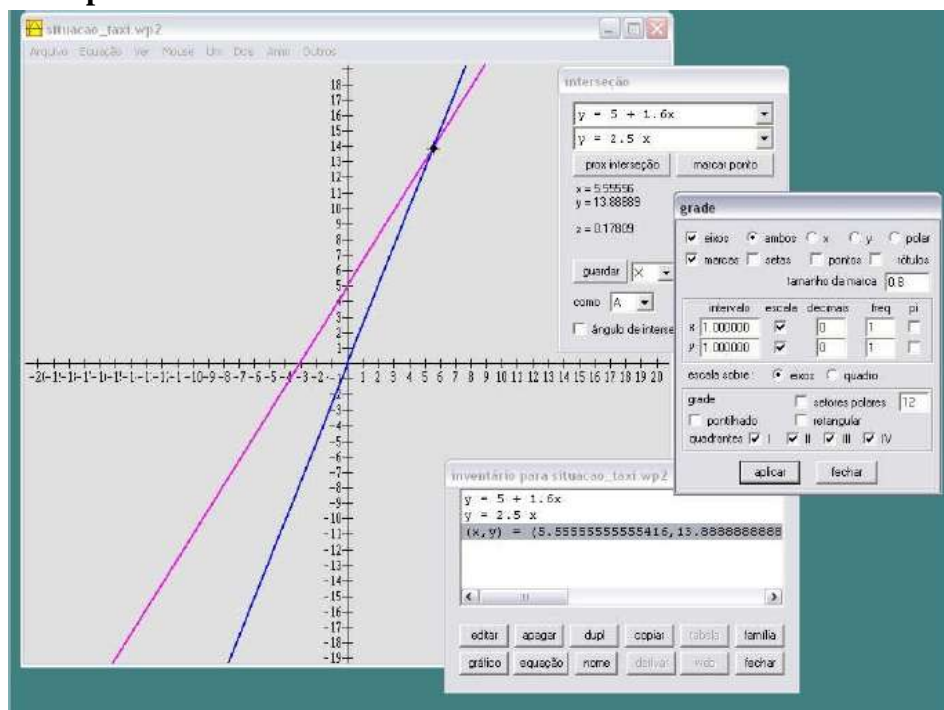
O Winplot é um software gráfico que permite o traçado e animação de gráficos em 2D e em 3D, através de diversos tipos de equações (explícitas, implícitas, paramétricas e outras). O programa traz diferentes recursos que facilitam a compreensão do que se está sendo ensinado, como por exemplo: o zoom; disponibiliza recursos de formatação como tamanho da fonte, espessura da linha e cor, ferramentas que permitem encontrar os zeros das funções, traçar diversos gráficos num mesmo sistema de eixo cartesiano e também um recurso chamado adivinhar, com o objetivo de reforçar o que o aluno aprendeu, no qual o mesmo deve descobrir a partir do gráfico qual é a função correspondente.

Ele possibilita visualizar graficamente a solução de um sistema linear e também a determinação dos pontos de intersecção. Mostraremos neste minicurso a visualização gráfica e a análise geométrica de sistemas lineares de duas e três variáveis

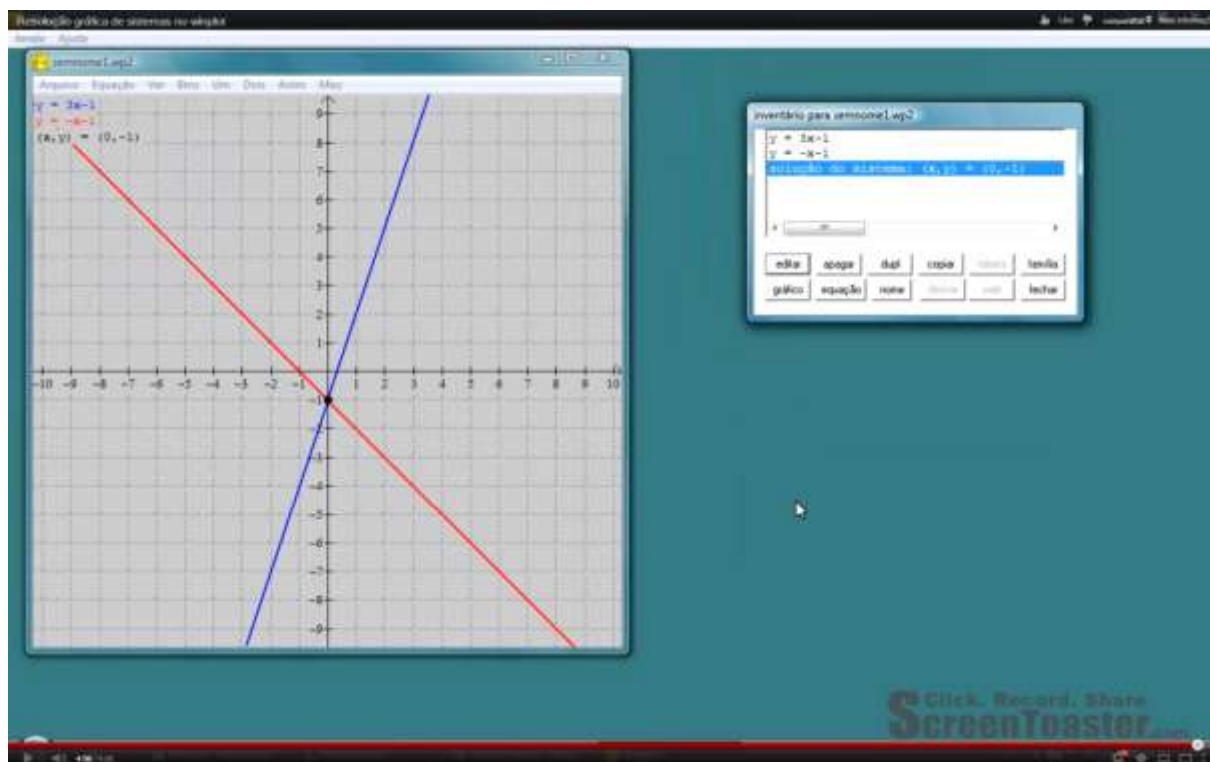
### Atividades Propostas

No primeiro momento deste minicurso serão mostradas aos participantes as ferramentas básicas do software Winplot. No segundo momento serão desenvolvidos e discutidos com os participantes, alguns exemplos onde mostraremos a visualização gráfica e a análise geométrica de sistemas lineares de duas e três variáveis.

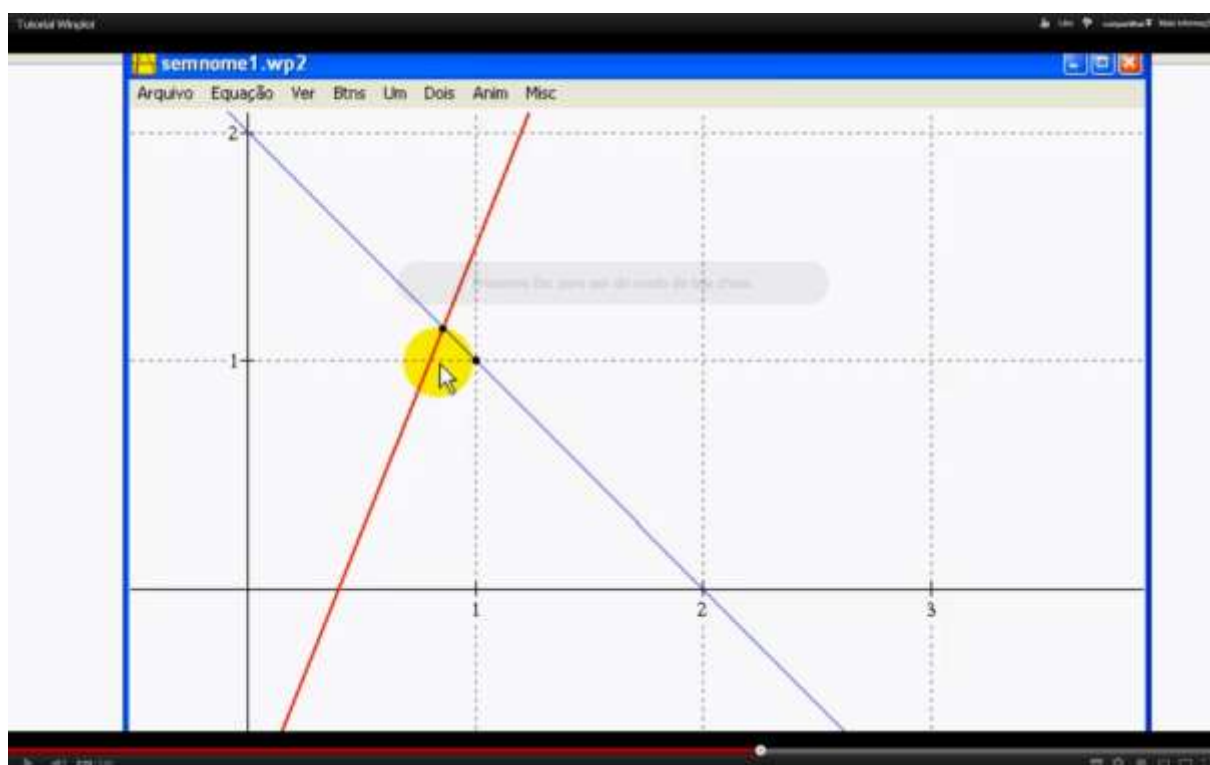
#### Exemplos:



<http://www.youtube.com/watch?v=-WpEn-tcE9I&feature=related>



<http://www.youtube.com/watch?v=-WpEn-tcE9I&feature=related>



[http://www.youtube.com/watch?v=3s\\_wZ11FzMM](http://www.youtube.com/watch?v=3s_wZ11FzMM)



## **Referencias bibliográficas**

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Granada. Uninersidad de Granada, ESP, 2001, 210p.

BIANCHINI; Edwaldo. **Matemática 2º Grau**. Vol. Único. São Paulo: Moderna

DANTE, L. R. **Matemática Contexto e Aplicações**. Vol. único. São Paulo: Ed. Ática, 2008.

GIOVANNI. J.Rui e BONJORNO. J.R. **Matemática 2º Grau V . 1 . 2 e 3 .** São Paulo : FTD

GRANDO, R. C. e FAZZION, M. F. **Álgebra e Geometria na Resolução de um Problema Clássico em Matemática: o problema dos cubos pintados**. Revista de Educação atemática – SBEM - SP, n. 6 e 7, p.23 - 6, Catanduva - SP, 2001.

KRULIK, S. E REYS, R. E. (org). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de Domingues, H. H. E Corbo, O. 4a reimpressão. São Paulo: Atual Editora, 1997, 342p.

MATEMÁTICA, **Novo Telecurso 2º Grau** – Fundação Roberto Marinho Fundação Bradesco – RJ. 1985

MENDONÇA. M. C. D. **Problematização: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática**. Campinas: UNICAMP, 1993, Tese de Doutorado.

MORAES, D.; CUNHA, M. **Formação de Professores de Matemática: Uma visão multifacetada**. CURY, Helena Noronha (org.) Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001. 190p.  
NETO, A.; **Matemática Básica**; São Paulo; Atual, 1984.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M.A.V. (org). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. Editora UNESP, São Paulo(SP), p. 199 - 218, 1999.

PAIVA, Manoel. **MATEMÁTICA**. 1ª Edição. São Paulo: Moderna, 1999. p. 8 – 9.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Primeira reimpressão. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciências, 1986.

\_\_\_\_\_. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003, 151p.

SCHOROEDER. T. L., LESTER Jr., F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. TRAFTON, P. R., SHULTE, A. P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. National Council of Teachers of Mathematics, 1989. (Year Book).

SANTOS, C. A. M.; GENTIL, N.; GRECO, C. E. **Matemática para o ensino médio**; São Paulo; Ática, 1999

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS – PCN+: Matemática. MEC, Brasília, 1997.

\_\_\_\_\_ a. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: ensino médio – Parte III. MEC, Brasília, 2000.

\_\_\_\_\_ b. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: ensino fundamental - Matemática. MEC, Brasília, 1997.

### **Links acesados**

<http://www.mat.ufpb.br/~sergio/winplot/winplot.html>

<http://www.youtube.com/watch?v=HRrUF3eBFXs&feature=relmfu>, que possui duração de 06: 26 acessado em 03/11/2012 às 12:20

<http://www.youtube.com/watch?v=Z5cQi7xce18&feature=related> , que possui duração de 10:15, acessado em 04/11/2012 .

<http://www.youtube.com/watch?v=EdRtsiRNLs0> com duração de 05:51 acessado em 04/011/2012

<http://www.winportal.com/winplot/download> Para acessar o download deste software Winplot ou

<http://ultradownloads.com.br/download/WinPlot/>

Para acessar o manual do Winplot :

<http://www.edumat.com.br/wp-content/uploads/2008/09/manual-do-winplot1.pdf>

Vídeo explicativo sobre Winnplot : [http://www.youtube.com/watch?v=3s\\_wZ11FzMM](http://www.youtube.com/watch?v=3s_wZ11FzMM) com duração de 03:50 acessado em 28/11/2012