



Formação Continuada em Matemática

Matemática 2º Ano — 4º Bimestre/2012

Plano de Trabalho

Sistemas Lineares

Tarefa 1

Cursista: **Maria do Carmo de Souza Ribeiro**

Tutora: Ana Paula Muniz

Sumário

1.	INTRODUÇÃO.....3	INTRODUÇÃO
2.	ENVOLVIMENTO.....4	DESENVOLVIMENTO
•	o sistemas lineares 2×26	Revisando
•	trabalhando com gráficos.....9	Trabalhando
•	num parque aquático13	Passeio
•	de equações lineares 3×316	Sistemas
3.	CONEXÃO.....23	CONEXÃO

4. ES DE PESQUISA.....24

FONT

Introdução

Os conteúdos de Sistemas de Equações Lineares na maioria das vezes são ensinados desvinculado da realidade sem um significado pratico o que torna o assunto sem atratividade.

Neste plano de trabalho pretende-se apresentar algumas aplicabilidades de sistemas de equações lineares contextualizada.

Através de resolução de problemas baseados no cotidiano a compreensão dos conceitos será facilitada tornando a aprendizagem mais atrativa e participativa.

Será necessária a revisão dos métodos da adição, substituição e comparação vistos no oitavo ano do ensino fundamental.

Desenvolvimento

1º PARTE:

SISTEMAS LINEARES 2 x 2

HABILIDADES: Classificar e resolver sistemas de equações lineares. Compreender enunciados e formular questões. Ler, interpretar e produzir gráficos. Selecionar estratégias de resolução de problemas.

OBJETIVOS: Aplicar seus conhecimentos matemáticos nas atividades cotidianas. Resolver e interpretar geometricamente um sistema linear com duas equações e duas incógnitas. Resolver problemas que envolvam sistemas de equações lineares.

PRÉ-REQUISITOS: Saber resolver equações do 1º grau. Representar números na reta numérica. Localizar pontos no Plano Cartesiano.

DURAÇÃO PREVISTA: 150 minutos.

MATERIAIS NECESSÁRIOS: Folhas de atividades, livro didático, papel milimetrado ou quadriculado, lápis de cor, régua e caneta.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas.

DESCRITOR ASSOCIADO: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

METODOLOGIA ADOTADA: Inicialmente será feita uma retomada do conteúdo abordado no Ensino Fundamental sobre sistemas lineares 2×2 . Abrangendo a parte algébrica e geométrica.

Os Sistemas Lineares serão trabalhados por meio de situações problemas mais próximas da realidade dos alunos, levando os mesmos a pensar, interpretar e decidir qual o melhor método a se usar.



<http://www.google.com.br/imgres?q=imagens+matemática>

REVISANDO SISTEMAS LINEARES 2x2

ATIVIDADE 1

A resolução dos sistemas lineares 2x2 vocês já viram no 8º ano por meio de alguns métodos, como adição, substituição e comparação.

Vamos revisar esses métodos resolvendo os problemas abaixo:



<http://www.google.com.br/imgres?q=desenhos+festa+baile>

- 1) A diretora do Colégio Julio Salusse promoveu uma festa com os alunos do 3º ano. Cada rapaz levou mais um convidado, e cada moça mais duas convidadas. Compareceram todos os 32 alunos e mais 51 convidados. Quantos rapazes e quantas moças estudam no 3º ano?

Para resolver essa situação, vamos chamar de:

$x \rightarrow$ o número de moças

$y \rightarrow$ o número de rapazes

Então: {

Formamos um sistema de duas equações lineares com duas incógnitas. Para achar a solução desse sistema, vamos utilizar:

a) **método da adição.**

Esse método de resolução consiste em adicionar membro a membro as equações de modo que uma das incógnitas seja eliminada. Quando não há termos opostos usamos o princípio multiplicativo em uma ou nas duas equações.

Resposta: Estudam no 3º ano _____ rapazes e _____ moças.

b) método da substituição.

Consiste em isolar uma das incógnitas numa das equações e substituir o valor encontrado na outra equação.

Resposta: Estudam no 3º ano _____ rapazes e _____ moças.

c) método da comparação.

Consiste em isolar uma incógnita nas duas equações e comparar o resultado obtido nas duas equações.

Resposta: Estudam no 3º ano _____ rapazes e _____ moças.

Que conclusão você chegou depois de usar os três métodos diferentes na resolução do mesmo problema?

Resolva o problema a seguir pelo método que você achar mais conveniente.

- 1) Um clube
realizou um jogo entre duas equipes. Compareceram 360 pessoas entre sócios e não sócios. No total o valor arrecadado foi de R\$ 5.200,00 e todas as pessoas pagaram ingresso. Sabendo que o preço do ingresso foi R\$ 20,00 e que cada sócio pagou metade desse valor. Qual foi o número de sócios presentes no jogo?

TRABALHANDO COM GRÁFICOS

Através da resolução gráfica, vamos visualizar a solução dos sistemas.

Para resolver sistema 2×2 , graficamente é necessário representar em um mesmo Plano Cartesiano as soluções das duas equações e assim, teremos duas retas.

Quando as retas que representam as soluções das equações são:

- **Concorre**
ntes → o sistema tem uma única solução.
- **Paralelas**
→ o sistema não tem solução.
- **Coincide**
ntes → o sistema tem infinitas soluções.

ATIVIDADE 2

Traduzir para a linguagem algébrica as seguintes situações e representá-las graficamente.



- 1) Em uma loja virtual um tablet custa o dobro do preço de um celular mais R\$141,00. Os dois juntos custam R\$1.548,00. Qual é o preço do tablet e do celular?

Identificando as incógnitas:

x = _____

y = _____

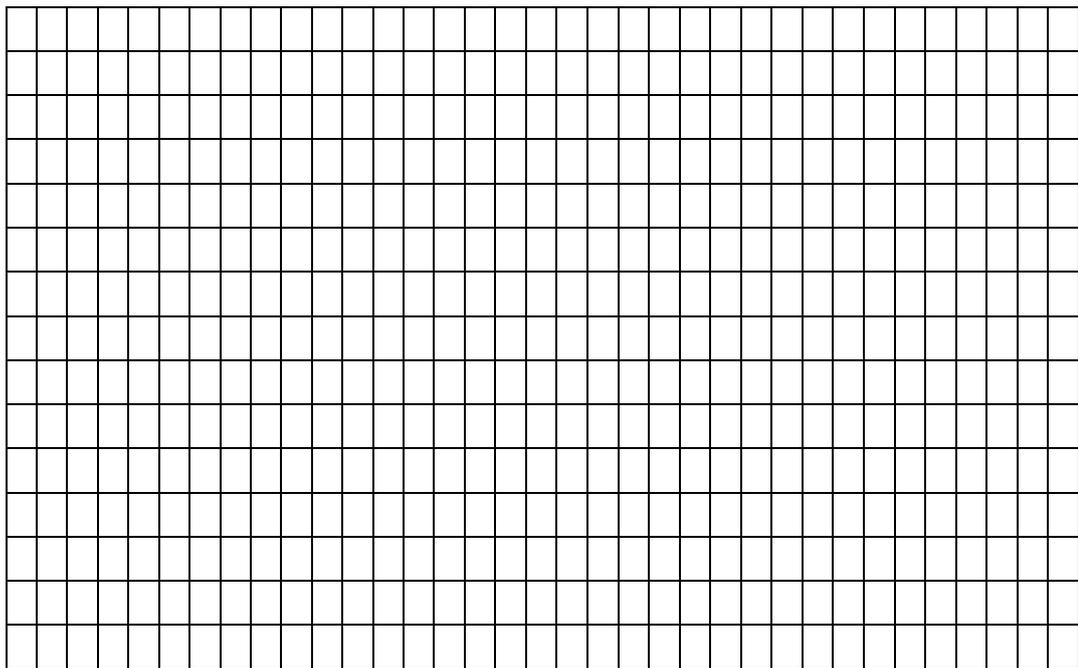
1º equação: _____

2º equação: _____

Sistema: {

Temos uma solução que é o par (_____, _____).

Vamos construir o gráfico que representa a solução do problema.



As duas retas são _____, isto quer dizer que o sistema.

tem _____

2) A soma das idades de Ana e Mario é 10 anos. E o dobro da idade de Ana

somado ao dobro da idade de Mario é igual há 20 anos. Qual é a idade de Ana e de Mario?

Identificando as incógnitas:

$x =$ _____

$y =$ _____

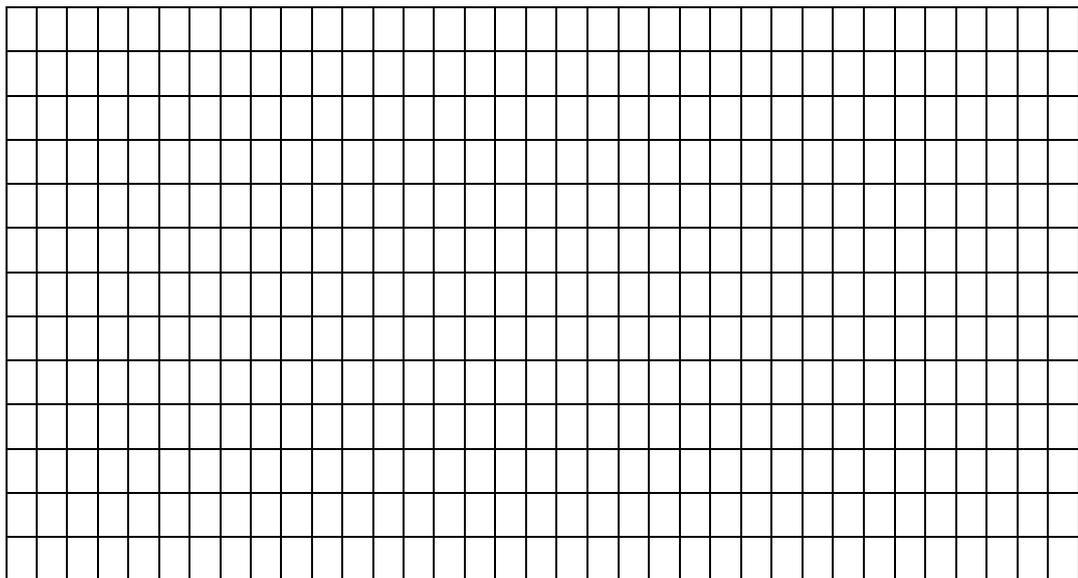
1° equação: _____

2° equação: _____

Sistema: {

Este sistema tem _____ soluções.

Vamos construir o gráfico que representa a solução do problema.



As duas retas são _____, isto quer dizer que o sistema tem _____.

- 3) O dobro do número de CDs de Rubens mais o dobro de CDs de Flávio são iguais a 4. Se somarmos o número de CDs de Rubens e de Flávio totalizam 10. Quantos CDs tem cada um?

Identificando as incógnitas:

$x =$ _____

$y =$ _____

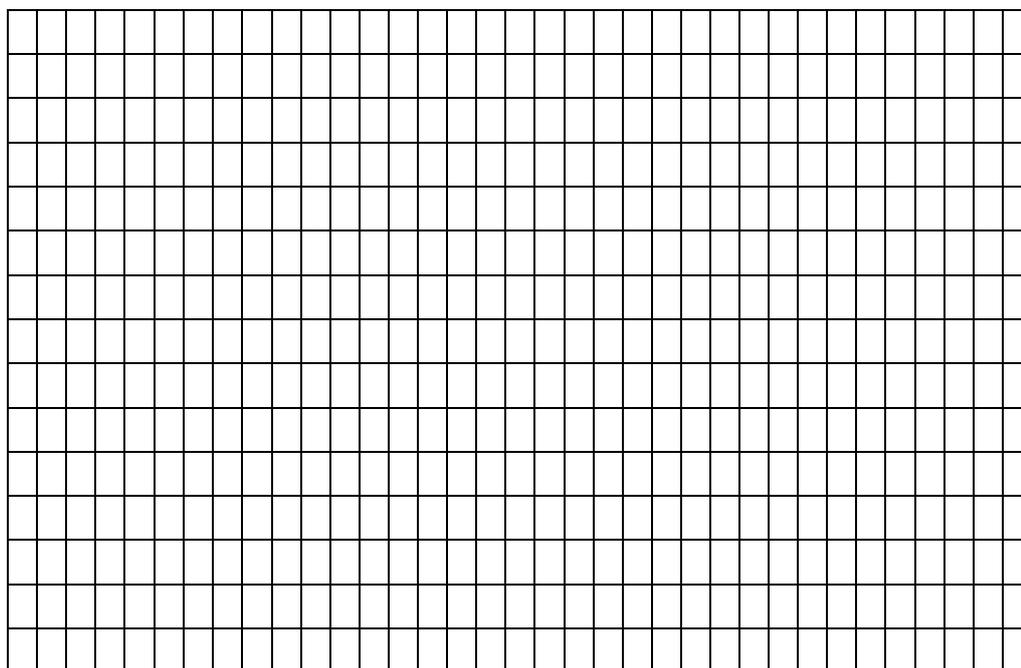
1º equação: _____

2º equação: _____

Sistema: {

Este sistema _____ tem solução.

Vamos construir o gráfico que representa a solução do problema.



As duas retas são _____, isto quer dizer que o sistema _____ tem solução.

PASSEIO NUM PARQUE AQUÁTICO

ATIVIDADE 3



<http://www.google.com.br/search?q=desenhos+de+parque+aquatico&hl=pt>

A turma do 2º ano resolveu fazer um passeio num parque aquático, para sua confraternização de final do ano. O representante da turma

fez uma pesquisa e constatou que o parque oferece dois planos para o seu uso;

Plano 1 → R\$ 8,00 por hora de permanência no parque por pessoa.

Plano 2 → R\$ 10,00 de taxa mais R\$ 4,00 por hora de permanência por pessoa.

a) Escreva a
equação que representa o Plano 1

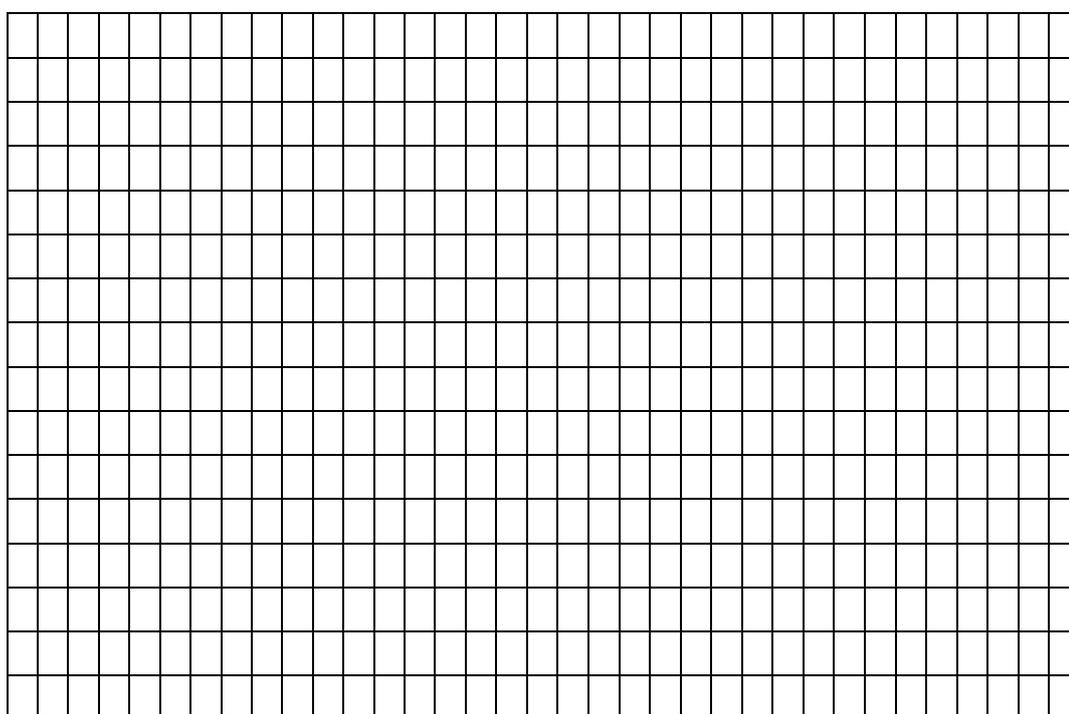
b) Escreva a
equação que representa o plano 2

c) Qual o
melhor plano para permanecer no parque por 5 horas?

d) Qual o
melhor plano para permanecer no parque por 2 horas?

e) Por
quantas horas os custos dos dois planos seriam iguais, ou seja,
nem mais caro nem mais barato?

f) Represent e essa situação graficamente e analise para quantas horas de permanência no parque o plano 1 seria mais vantajoso? E para quantas horas o plano 2 seria mais vantajoso?



g) O que significa o ponto de intersecção das retas no referencial cartesiano?

h) A partir do ponto de intersecção o que irá acontecer com os planos 1 e 2?

(Adaptado) <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2458-6.pdf>

2º PARTE:

SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES 3x3

HABILIDADES: Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema. Tomar decisões diante de situações-problemas, baseado na interpretação das informações fazendo uso dos sistemas lineares. Resolver sistemas lineares pela regra de Cramer e por escalonamento.

OBJETIVOS: Desenvolver a capacidade de raciocínio, de resolver problemas, de comunicação, bem como sua criatividade. Resolver sistemas lineares pelo método do escalonamento e pela regra de Cramer

PRÉ-REQUISITOS: Resolver equações do 1º grau. Saber calcular sistemas lineares de ordem 2. Conhecer a regra de Sarrus para determinantes de ordem 3.

DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folhas de Atividades, livro didático, lápis de cor, caneta e calculadora.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas.

DESCRITOR ASSOCIADO: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

METODOLOGIA ADOTADA: Através de problemas com significado para os alunos será desenvolvido o conteúdo de maneira

prática e objetiva, levando o aluno à descoberta da relação existente entre a resolução de um sistema com situações problemas que acontecem no seu dia a dia.

Será feita uma abordagem dos métodos do escalonamento e da regra de Cramer na resolução de sistemas de ordem 3.

SISTEMAS LINEARES 3x3

Para resolver um sistema linear em que o número de equações é igual ao número de incógnitas podemos utilizar a regra de **Cramer** ou o método **do escalonamento** (também conhecido como **Método de eliminação de Gaus**).

REGRA DE CRAMER

- Só é aplicada a sistema linear em que o número de equações é igual ao número de variáveis.
- O determinante da matriz incompleta tem que ser diferente de zero.

$$\text{Dado o sistema } \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_2 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \rightarrow \text{matriz incompleta}$$

d_1, d_2 e $d_3 \rightarrow$ termos independentes

$$D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \rightarrow \text{troca os coeficientes de x pelos termos independentes.}$$

$$Dy = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} \rightarrow \text{troca os coeficientes de } y \text{ pelos termos independentes.}$$

$$Dz = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} \rightarrow \text{troca os coeficientes de } z \text{ pelos termos independentes.}$$

Os valores são dados por:

$$x = \frac{Dx}{D} \qquad y = \frac{Dy}{D} \qquad z = \frac{Dz}{D}$$

MÉTODO DO ESCALONAMENTO

Um sistema está escalonado quando de equação para equação, no sentido de cima para baixo, houver aumento dos coeficientes nulos situados antes dos coeficientes não nulos.

Exemplo:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x + 2y + z = 9 \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases}$$

1º passo → escolher para a 1ª equação aquela em que o coeficiente da 1ª incógnita seja igual a 1.

$$\begin{cases} \mathbf{x + 2y + z = 9} \\ 2x + y - z = 3 \leftarrow \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases}$$

2º passo → anular os coeficientes de x na 2ª e 3ª equação.

$$1^a \text{ e } 2^a \begin{cases} x + 2y + z = 9 \Rightarrow (-2) \\ 2x + y - z = 3 \end{cases} \qquad \begin{array}{r} -2x - 4y - 2z = -18 \\ \underline{2x + y - z = -4} \\ 0x - 3y - 3z = -15 \end{array}$$

$$-3y - 3z = -15$$

$$1^a \text{ e } 3^a \begin{cases} x + 2y + z = 9 \Rightarrow (-3) \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases} \qquad \begin{array}{r} -3x - 6y - 3z = -27 \\ \underline{3x - y - 2z = -15} \\ 0x - 7y - 5z = -31 \end{array}$$

$$-7y - 5z = -31$$

3º passo → trabalhou com a 2ª e 3ª equação.

$$2^{\text{a}} \text{ e } 3^{\text{a}} \begin{cases} -3y - 3z = -15 \Rightarrow (-7) \\ -7y - 5z = -31 \Rightarrow (3) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 21y + 21z = 105 \\ -21y - 15z = -93 \\ \hline 0y + 6z = 12 \end{array}$$

$$6z = 12 \rightarrow z = 2$$

$$-7y - 10 = -31$$

$$-7y = -21$$

$$\rightarrow y = 3$$

4º passo → substituíram os valores de y e z na 1ª equação.

$$x + 2y + z = 9$$

$$x + 2 \cdot 3 + 2 = 9$$

$$\rightarrow x = 1$$

ATIVIDADE 1

1) Em uma praça brincavam crianças com bicicletas (2 rodas), patinetes (3 rodas) e skate (4 rodas). Entre bicicletas e patinetes eram 180 rodas, entre bicicletas e skates 260 e entre patinete e skates 320. Quantas bicicletas tinham na praça?

a) Identifique as incógnitas

$$x = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$z = \underline{\hspace{4cm}}$$

b) Escreva a equação 1 (entre bicicletas e patinetes eram 180 rodas)

c) Escreva a equação 2 (entre bicicletas e skates eram 260)

d) Escreva a equação 3 (entre patinetes skates eram 320)

e) Forme um sistema com as três equações.

{

f) Agora o resolva pela regra de Cramer.

2) Três amigas, Joana, Márcia e Carol, fizeram suas compras de Natal na mesma loja. Elas compraram os mesmos brinquedos.

Sendo que Joana comprou 3 bonecas, 3 carrinhos e 1 jogo gastando R\$ 275,00. Márcia comprou 1 boneca, 4 carrinhos e gastou R\$ 110,00. Carol comprou 3 bonecas, 5 carrinho e gastou R\$ 225,00. Qual o valor de cada brinquedo?

a) Identifique as incógnitas

x = _____

y = _____

z = _____

b) Escreva a equação da compra de Joana.

c) Escreva a equação da compra de Márcia.

d) Escreva a equação da compra de Carol.

e) Forme um sistema com as três equações.

{

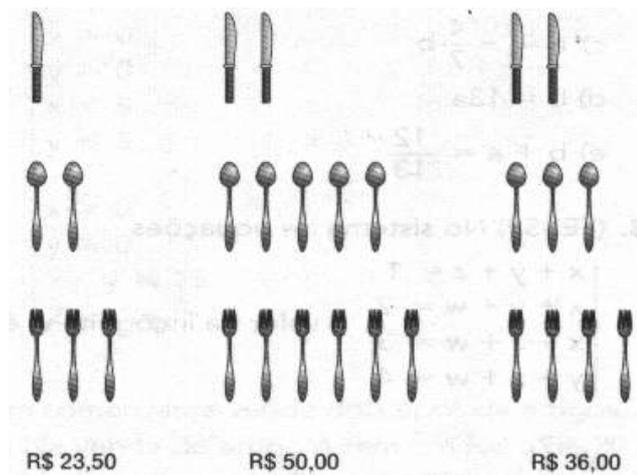
f) Agora resolva-o pelo método do escalonamento.

g) Agora que você já usou os dois métodos. Qual você prefere e por quê?

3) (Univali-SC) Um joalheiro tem em seu estoque de joias: anéis, pingentes e pulseiras. Cada pingente pesa 3g e custa R\$ 10,00; cada anel pesa 5g e custa R\$20,00; cada pulseira custa R\$ 50,00 e pesa 9g. No total, o estoque conta com 100 peças, num total de 600g e está avaliado em R\$ 2.800,00. Qual a quantidade de anéis que o joalheiro tem em seu estoque?

(Resolva-o pelo método que escolher)

4) (UFES) Examinando os anúncios abaixo, conclua o preço de cada faca, garfo e colher.



Avaliação

A avaliação será feita durante as aulas acompanhando as resoluções das atividades, observando se conseguem nas situações-problemas pensar, analisar e decidir pela melhor solução.

Será observado também o seu envolvimento durante todo o processo, o modo como se relacionam, as suas atitudes, se emite opinião, a sua participação, a organização e a cooperação.

Será feita uma autoavaliação por escrito a fim de dar responsabilidade ao aluno de avaliar a si mesmo levando-o a refletir o que aprendeu ou não, em que teve mais dificuldade ou facilidade, dando a sua opinião do que pode ser feito para melhorar o seu desempenho.

Sendo observadas dificuldades para que as mesmas não se acumulem será feita atividades diversificadas de recuperação.

Referências

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Matemática-1,ed.** – São Paulo: Moderna,2004.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática- 1.ed.** –São Paulo: Ática,2005

GIOVANNI, José Rui; BONJORNIO, José Roberto. **Matemática Completa -2.ed.renov.** – São Paulo:FTD,2005

NOÉ, Marcos. **Resolução de problemas com sistemas de equações.**

www.brasilecola.com, acesso em: 01 de Nov.2012, 16:45

OLIVEIRA, Carlos Alberto Jesus de. –**Resolução de Sistemas Lineares pela regra de Cramer.**

www.portaldoprofessor.mec.gov.br, acesso em:31 de out. 2012, 15:30

OLIVEIRA, Renato da Silva. **Gasolina ou álcool? Questão de Cálculo.**

www.revistaescola.abril.com.br, acesso em: 01 de Nov. 2012, 18:00

PAIVA, Manoel. **Matemática.** 1.ed. –São Paulo: Moderna, 2009

Questões de Concursos

www.questoesdeconcursos.com.br, acesso em: 31 de out. 2012, 16:35

RODNEY, **Sistemas lineares.**

www.mat.ufmg.br, acesso em: 02 de Nov. 2012, 20:35

ROTEIROS DE AÇÃO. **Sistemas de equações lineares-** Formação Continuada em matemática, Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ – 2º ano de Ensino Médio- 3º Bimestre/2012

SANTOS, Abraão. – **Sistemas lineares.**

www.ebah.com.br, acesso em: 02 de Nov. 2012, 19:00

SILVA, Claudio Xavier da; BARRETO, Benigno Filho. **Matemática aula por aula.** -2.ed.renov. –São Paulo:FTD, 2005

Sistemas de equações lineares.

www.wikipedia.org, acesso em: 10 de Nov. de 2012, 21:00

Sistemas Lineares.

www.passeiweb.com, acesso em: 08 de Nov. de 2012, 18:48

Sistemas lineares.

www.somatematica.com.br, acesso em 05 de Nov. de 2012, 20:37

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. **Matemática.** Ensino médio. 6.ed. – São Paulo: Saraiva, 2010.

VICENTE, Emanuel L.; SODRÉ, Ulysses. **Sistemas Lineares**

www.sercontel.com.br, acesso em: 05 de Nov. de 2012, 21:05