



Formação Continuada em Matemática

Matemática 2º Ano — 4º Bimestre/2012

Plano de Trabalho

Sistemas Lineares

Tarefa 1

Cursista: **Maria do Carmo de Souza Ribeiro**

Tutora: Ana Paula Muniz

Sumário

1.		INTR
	ODUÇÃO.....	3
2.		DESE
	NVOLVIMENTO.....	4
•		Revisand
	o sistemas lineares 2×2	6
•		Trabalha
	ndo com gráficos.....	9
•		Passeio
	num parque aquático	13
•		Sistemas
	de equações lineares 3×3	16
3.		AVA
	LIÇÃO.....	23

4.	FONT
ES DE PESQUISA.....	24

Introdução

Os conteúdos de Sistemas de Equações Lineares na maioria das vezes são ensinados desvinculado da realidade sem um significado pratico o que torna o assunto sem atratividade.

Neste plano de trabalho pretende-se apresentar algumas aplicabilidades de sistemas de equações lineares contextualizada.

Através de resolução de problemas baseados no cotidiano a compreensão dos conceitos será facilitada tornando a aprendizagem mais atrativa e participativa.

Será necessária a revisão dos métodos da adição, substituição e comparação vistos no oitavo ano do ensino fundamental.

Desenvolvimento

1º PARTE:

SISTEMAS LINEARES 2 x 2

HABILIDADES: Classificar e resolver sistemas de equações lineares. Compreender enunciados e formular questões. Ler, interpretar e produzir gráficos. Selecionar estratégias de resolução de problemas.

OBJETIVOS: Aplicar seus conhecimentos matemáticos nas atividades cotidianas. Resolver e interpretar geometricamente um sistema linear com duas equações e duas incógnitas. Resolver problemas que envolvam sistemas de equações lineares.

PRÉ-REQUISITOS: Saber resolver equações do 1º grau. Representar números na reta numérica. Localizar pontos no Plano Cartesiano.

DURAÇÃO PREVISTA: 150 minutos.

MATERIAIS NECESSÁRIOS: Folhas de atividades, livro didático, papel milimetrado ou quadriculado, lápis de cor, régua e caneta.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas.

DESCRIPTOR ASSOCIADO: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

METODOLOGIA ADOTADA: Inicialmente será feita uma retomada do conteúdo abordado no Ensino Fundamental sobre sistemas lineares 2x2. Abrangendo a parte algébrica e geométrica.

Os Sistemas Lineares serão trabalhados por meio de situações problemas mais próximas da realidade dos alunos, levando os mesmos a pensar, interpretar e decidir qual o melhor método a se usar.



<http://www.google.com.br/imgres?q=imagens+matemática>

REVISANDO SISTEMAS LINEARES 2×2

ATIVIDADE 1

A resolução dos sistemas lineares 2×2 vocês já viram no 8º ano por meio de alguns métodos, como adição, substituição e comparação.

Vamos revisar esses métodos resolvendo os problemas abaixo:



<http://www.google.com.br/imgres?q=desenhos+festa+baile>

- 1) A diretora do Colégio Julio Salusse promoveu uma festa com os alunos do 3º ano. Cada rapaz levou mais um convidado, e cada moça mais duas convidadas. Compareceram todos os 32 alunos e mais 51 convidados. Quantos rapazes e quantas moças estudam no 3º ano?

Para resolver essa situação, vamos chamar de:

$x \rightarrow$ o número de moças

$y \rightarrow$ o número de rapazes

Então: {

Formamos um sistema de duas equações lineares com duas incógnitas. Para achar a solução desse sistema, vamos utilizar:

a) **método da adição.**

Esse método de resolução consiste em adicionar membro a membro as equações de modo que uma das incógnitas seja eliminada. Quando não há termos opostos usamos o princípio multiplicativo em uma ou nas duas equações.

Resposta: Estudam no 3º ano _____ rapazes e _____ moças.

b) método da substituição.

Consiste em isolar uma das incógnitas numa das equações e substituir o valor encontrado na outra equação.

Resposta: Estudam no 3º ano _____ rapazes e _____ moças.

c) método da comparação.

Consiste em isolar uma incógnita nas duas equações e comparar o resultado obtido nas duas equações.

Resposta: Estudam no 3º ano _____ rapazes e _____ moças.

Que conclusão você chegou depois de usar os três métodos diferentes na resolução do mesmo problema?

Resolva o problema a seguir pelo método que você achar mais conveniente.

- 1) Um clube
realizou um jogo entre duas equipes. Compareceram 360 pessoas entre sócios e não sócios. No total o valor arrecadado foi de R\$ 5.200,00 e todas as pessoas pagaram ingresso. Sabendo que o preço do ingresso foi R\$ 20,00 e que cada sócio pagou metade desse valor. Qual foi o número de sócios presentes no jogo?

TRABALHANDO COM GRÁFICOS

Através da resolução gráfica, vamos visualizar a solução dos sistemas.

Para resolver sistema 2×2 , graficamente é necessário representar em um mesmo Plano Cartesiano as soluções das duas equações e assim, teremos duas retas.

Quando as retas que representam as soluções das equações são:

- **Concorre**
ntes → o sistema tem uma única solução.
- **Paralelas**
→ o sistema não tem solução.
- **Coincide**
ntes → o sistema tem infinitas soluções.

ATIVIDADE 2

Traduzir para a linguagem algébrica as seguintes situações e representá-las graficamente.



- 1) Em uma loja virtual um tablet custa o dobro do preço de um celular mais R\$141,00. Os dois juntos custam R\$1.548,00. Qual é o preço do tablet e do celular?

Identificando as incógnitas:

$x =$ _____

$y =$ _____

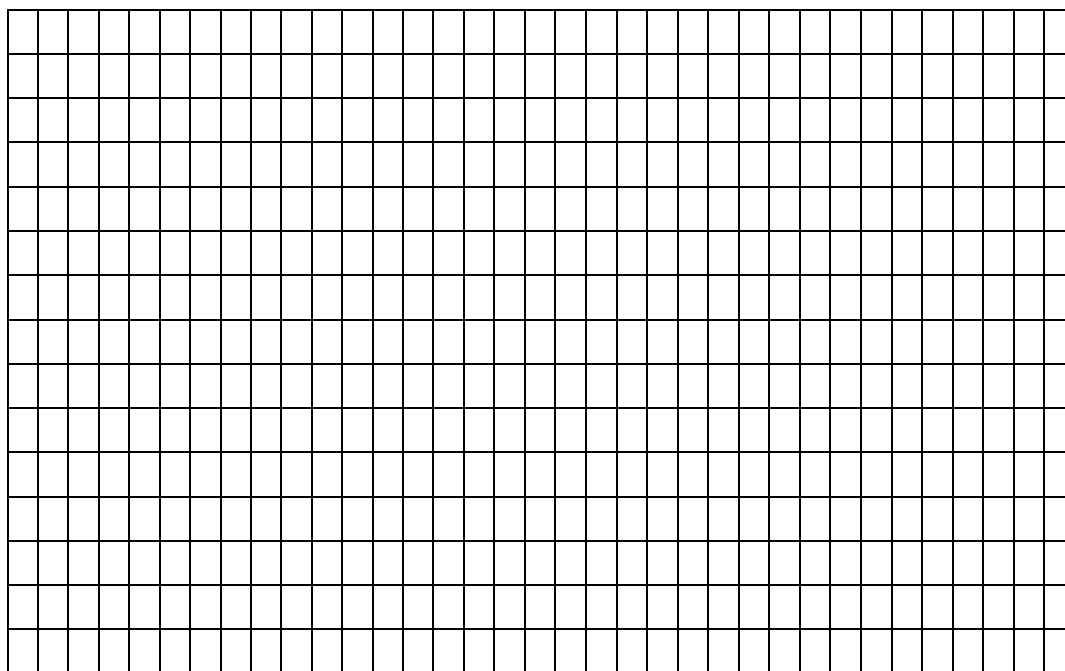
1º equação: _____

2º equação: _____

Sistema: {

Temos uma solução que é o par (_____, _____).

Vamos construir o gráfico que representa a solução do problema.



As duas retas são _____, isto quer dizer que o sistema.

tem _____

2) A soma das idades de Ana e Mario é 10 anos. E o dobro da idade de Ana

somado ao dobro da idade de Mario é igual há 20 anos. Qual é a idade de Ana e de Mario?

Identificando as incógnitas:

$x =$ _____

$y =$ _____

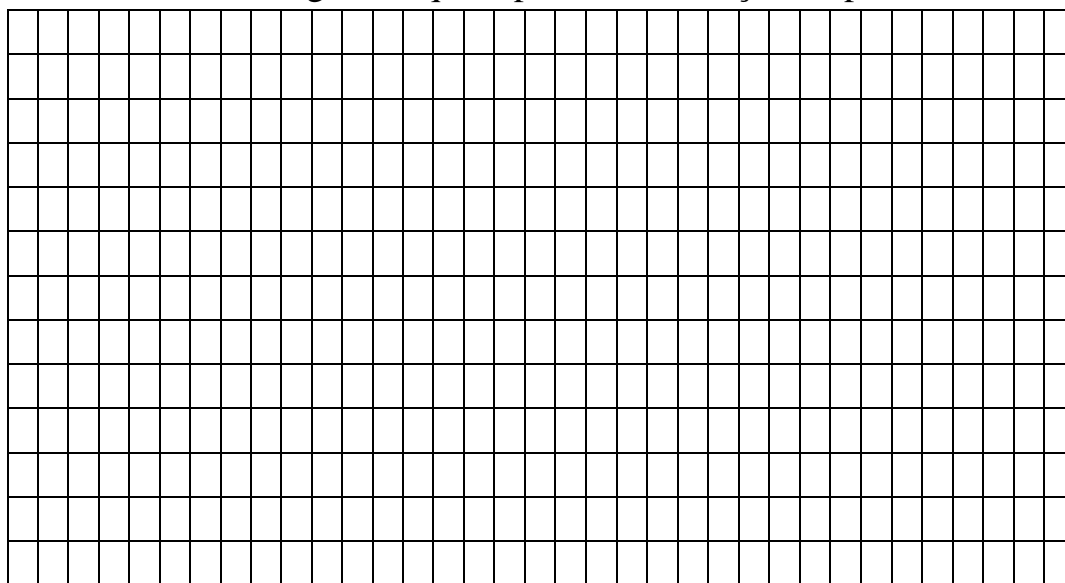
1º equação: _____

2º equação: _____

Sistema: {

Este sistema tem _____ soluções.

Vamos construir o gráfico que representa a solução do problema.



As duas retas são _____, isto quer dizer que o sistema tem _____.

- 3) O dobro do número de CDs de Rubens mais o dobro de CDs de Flávio são iguais a 4. Se somarmos o número de CDs de Rubens e de Flávio totalizam 10. Quantos CDs tem cada um?

Identificando as incógnitas:

$x =$ _____

$y =$ _____

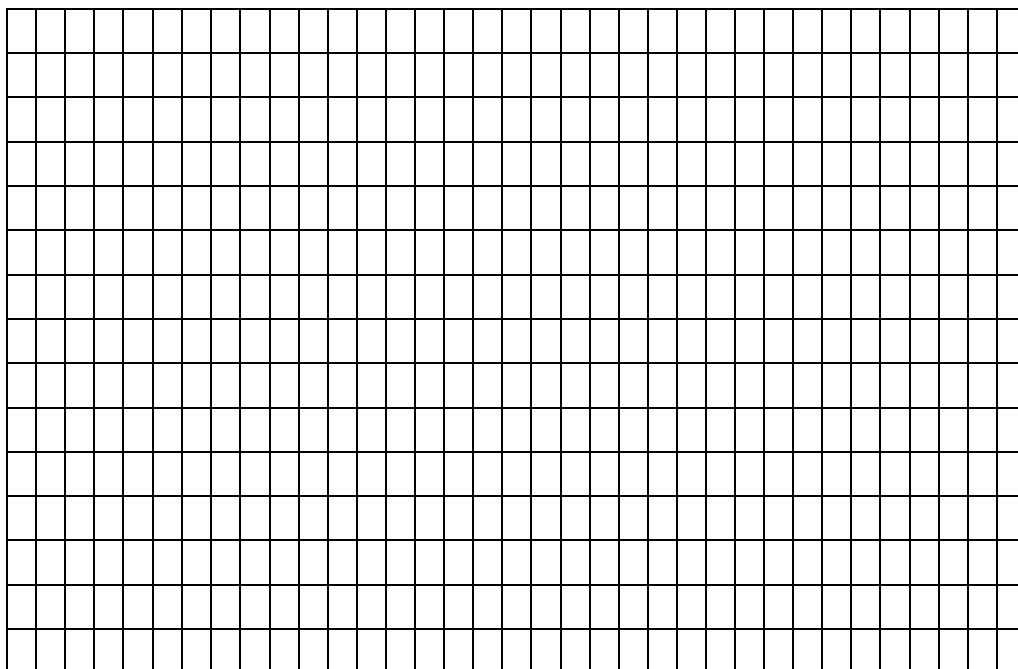
1º equação: _____

2º equação: _____

Sistema: {

Este sistema _____ tem solução.

Vamos construir o gráfico que representa a solução do problema.



As duas retas são _____, isto quer dizer que o sistema _____ tem solução.

PASSEIO NUM PARQUE AQUÁTICO

ATIVIDADE 3



<http://www.google.com.br/search?q=desenhos+de+parque+aquatico&hl=pt>

A turma do 2º ano resolveu fazer um passeio num parque aquático, para sua confraternização de final do ano. O representante da turma

fez uma pesquisa e constatou que o parque oferece dois planos para o seu uso;

Plano 1 → R\$ 8,00 por hora de permanência no parque por pessoa.

Plano 2 → R\$ 10,00 de taxa mais R\$ 4,00 por hora de permanência por pessoa.

a) Escreva a
equação que representa o Plano 1

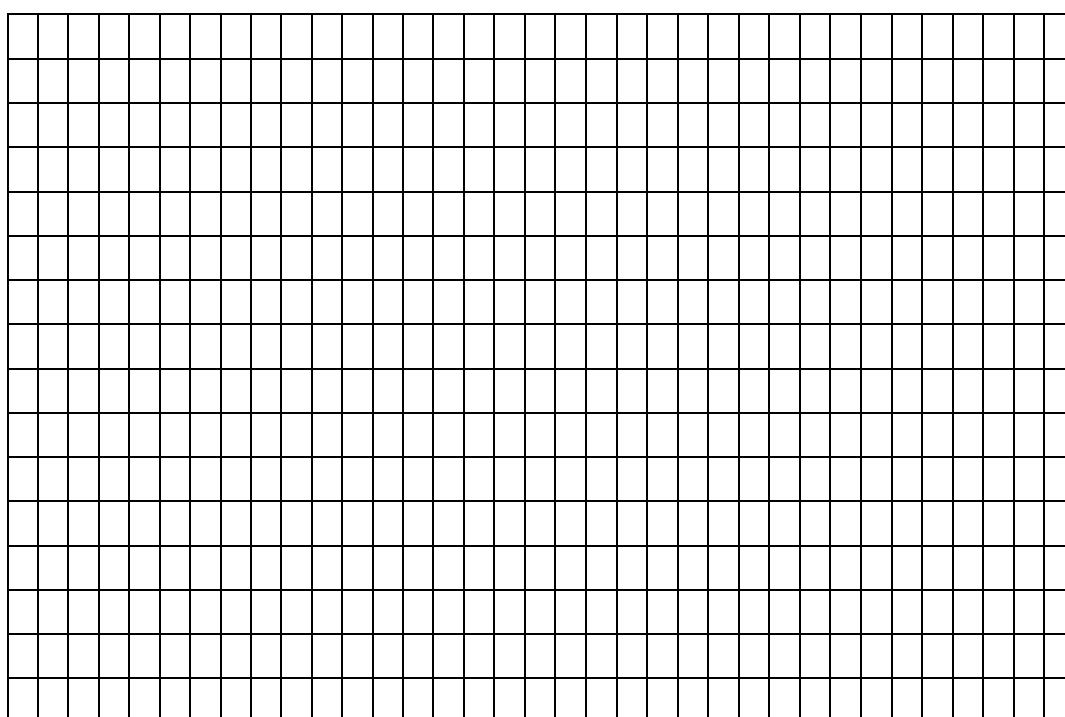
b) Escreva a
equação que representa o plano 2

c) Qual o
melhor plano para permanecer no parque por 5 horas?

d) Qual o
melhor plano para permanecer no parque por 2 horas?

e) Por
quantas horas os custos dos dois planos seriam iguais, ou seja,
nem mais caro nem mais barato?

- f) Represent e essa situação graficamente e analise para quantas horas de permanência no parque o plano 1 seria mais vantajoso? E para quantas horas o plano 2 seria mais vantajoso?



- g) O que significa o ponto de intersecção das retas no referencial cartesiano?

- h) A partir do ponto de intersecção o que irá acontecer com os planos 1 e 2?

(Adaptado) <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2458-6.pdf>

2º PARTE:

SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES 3x3

HABILIDADES: Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema. Tomar decisões diante de situações-problemas, baseado na interpretação das informações fazendo uso dos sistemas lineares. Resolver sistemas lineares pela regra de Cramer e por escalonamento.

OBJETIVOS: Desenvolver a capacidade de raciocínio, de resolver problemas, de comunicação, bem como sua criatividade. Resolver sistemas lineares pelo método do escalonamento e pela regra de Cramer

PRÉ-REQUISITOS: Resolver equações do 1º grau. Saber calcular sistemas lineares de ordem 2. Conhecer a regra de Sarrus para determinantes de ordem 3.

DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folhas de Atividades, livro didático, lápis de cor, caneta e calculadora.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Duplas.

DESCRIPTOR ASSOCIADO: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

METODOLOGIA ADOTADA: Através de problemas com significado para os alunos será desenvolvido o conteúdo de maneira

prática e objetiva, levando o aluno à descoberta da relação existente entre a resolução de um sistema com situações problemas que acontecem no seu dia a dia.

Será feita uma abordagem dos métodos do escalonamento e da regra de Cramer na resolução de sistemas de ordem 3.

SISTEMAS LINEARES 3x3

Para resolver um sistema linear em que o número de equações é igual ao número de incógnitas podemos utilizar a regra de **Cramer** ou o método **do escalonamento** (também conhecido como **Método de eliminação de Gaus**).

REGRA DE CRAMER

- Só é aplicada a sistema linear em que o número de equações é igual ao número de variáveis.
- O determinante da matriz incompleta tem que ser diferente de zero.

$$\text{Dado o sistema } \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \rightarrow \text{matriz incompleta}$$

d_1, d_2 e $d_3 \rightarrow$ termos independentes

$$D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \rightarrow \text{troca os coeficientes de x pelos termos independentes.}$$

$$Dy = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} \rightarrow \text{troca os coeficientes de } y \text{ pelos termos independentes.}$$

$$Dz = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} \rightarrow \text{troca os coeficientes de } z \text{ pelos termos independentes.}$$

Os valores são dados por:

$$x = \frac{Dx}{D}$$

$$y = \frac{Dy}{D}$$

$$z = \frac{Dz}{D}$$

MÉTODO DO ESCALONAMENTO

Um sistema está escalonado quando de equação para equação, no sentido de cima para baixo, houver aumento dos coeficientes nulos situados antes dos coeficientes não nulos.

Exemplo:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x + 2y + z = 9 \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases}$$

1º passo → escolher para a 1ª equação aquela em que o coeficiente da 1ª incógnita seja igual a 1.

$$\begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ 2x + y - z = 3 \leftarrow \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases}$$

2º passo → anular os coeficientes de x na 2ª e 3ª equação.

$$1^a \text{ e } 2^a \begin{cases} x + 2y + z = 9 \Rightarrow (-2) \\ 2x + y - z = 3 \end{cases} \quad \begin{array}{r} -2x - 4y - 2z = -18 \\ 2x + y - z = -4 \\ \hline 0x - 3y - 3z = -15 \end{array}$$

$$-3y - 3z = -15$$

$$1^a \text{ e } 3^a \begin{cases} x + 2y + z = 9 \Rightarrow (-3) \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases} \quad \begin{array}{r} -3x - 6y - 3z = -27 \\ 3x - y - 2z = -15 \\ \hline 0x - 7y - 5z = -31 \end{array}$$

$$-7y - 5z = -31$$

3º passo → trabalhou com a 2ª e 3ª equação.

$$2^a \text{ e } 3^a \begin{cases} -3y - 3z = -15 \Rightarrow (-7) \\ -7y - 5z = -31 \Rightarrow (3) \end{cases} \quad \begin{array}{r} 21y + 21z = 105 \\ -21y - 15z = -93 \\ \hline 0y + 6z = 12 \end{array}$$

$$6z = 12 \Rightarrow z = 2$$

$$-7y - 10 = -31$$

$$-7y = -21$$

$$\Rightarrow y = 3$$

4º passo → substituíram os valores de y e z na 1ª equação.

$$x + 2y + z = 9$$

$$x + 2 \cdot 3 + 2 = 9$$

$$\Rightarrow x = 1$$

ATIVIDADE 1

1) Em uma praça brincavam crianças com bicicletas (2 rodas), patinetes (3 rodas) e skate (4 rodas). Entre bicicletas e patinetes eram 180 rodas, entre bicicletas e skates 260 e entre patinete e skates 320. Quantas bicicletas tinham na praça?

a) Identifique as incógnitas

x = _____

y = _____

z = _____

b) Escreva a equação 1 (entre bicicletas e patinetes eram 180 rodas)

c) Escreva a equação 2 (entre bicicletas e skates eram 260)

d) Escreva a equação 3 (entre patinetes skates eram 320)

e) Forme um sistema com as três equações.

{

f) Agora o resolva pela regra de Cramer.

2) Três amigas, Joana, Márcia e Carol, fizeram suas compras de Natal na mesma loja. Elas compraram os mesmos brinquedos.

Sendo que Joana comprou 3 bonecas, 3 carrinhos e 1 jogo gastando R\$ 275,00. Márcia comprou 1 boneca, 4 carrinhos e gastou R\$ 110,00. Carol comprou 3 bonecas, 5 carrinho e gastou R\$ 225,00. Qual o valor de cada brinquedo?

a) Identifique as incógnitas

$x =$ _____

$y =$ _____

$z =$ _____

b) Escreva a equação da compra de Joana.

c) Escreva a equação da compra de Márcia.

d) Escreva a equação da compra de Carol.

e) Forme um sistema com as três equações.

{

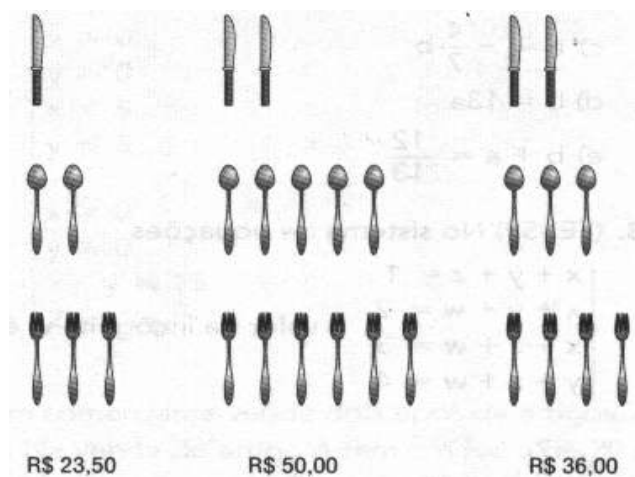
f) Agora resolva-o pelo método do escalonamento.

g) Agora que você já usou os dois métodos. Qual você prefere e por quê?

3) (Univali-SC) Um joalheiro tem em seu estoque de joias: anéis, pingentes e pulseiras. Cada pingente pesa 3g e custa R\$ 10,00; cada anel pesa 5g e custa R\$20,00; cada pulseira custa R\$ 50,00 e pesa 9g. No total, o estoque conta com 100 peças, num total de 600g e está avaliado em R\$ 2.800,00. Qual a quantidade de anéis que o joalheiro tem em seu estoque?

(Resolva-o pelo método que escolher)

4) (UFES) Examinando os anúncios abaixo, conclua o preço de cada faca, garfo e colher.



Avaliação

A avaliação será feita durante as aulas acompanhando as resoluções das atividades, observando se conseguem nas situações-problemas pensar, analisar e decidir pela melhor solução.

Será observado também o seu envolvimento durante todo o processo, o modo como se relacionam, as suas atitudes, se emite opinião, a sua participação, a organização e a cooperação.

Será feita uma autoavaliação por escrito a fim de dar responsabilidade ao aluno de avaliar a si mesmo levando-o a refletir o que aprendeu ou não, em que teve mais dificuldade ou facilidade, dando a sua opinião do que pode ser feito para melhorar o seu desempenho.

Sendo observadas dificuldades para que as mesmas não se acumulem será feita atividades diversificadas de recuperação.

Referências

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Matemática**-1,ed. – São Paulo: Moderna,2004.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**- 1.ed. –São Paulo: Ática,2005

GIOVANNI, José Rui; BONJORNIO, José Roberto. **Matemática Completa** -2.ed.renov. – São Paulo:FTD,2005

NOÉ, Marcos. **Resolução de problemas com sistemas de equações**.

www.brasilecola.com, acesso em: 01 de Nov.2012, 16:45

OLIVEIRA, Carlos Alberto Jesus de. –**Resolução de Sistemas Lineares pela regra de Cramer**.

www.portaldoprofessor.mec.gov.br, acesso em:31 de out. 2012, 15:30

OLIVEIRA, Renato da Silva. **Gasolina ou álcool? Questão de Cálculo.**

www.revistaescola.abril.com.br, acesso em: 01 de Nov. 2012, 18:00

PAIVA, Manoel. **Matemática.** 1.ed. –São Paulo: Moderna, 2009

Questões de Concursos

www.questoesdeconcursos.com.br, acesso em: 31 de out. 2012, 16:35

RODNEY, **Sistemas lineares.**

www.mat.ufmg.br, acesso em: 02 de Nov. 2012, 20:35

ROTEIROS DE AÇÃO. **Sistemas de equações lineares-** Formação Continuada em matemática, Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ – 2º ano de Ensino Médio- 3º Bimestre/2012

SANTOS, Abraão. – **Sistemas lineares.**

www.ebah.com.br, acesso em: 02 de Nov. 2012, 19:00

SILVA, Claudio Xavier da; BARRETO, Benigno Filho. **Matemática aula por aula.** -2.ed.renov. –São Paulo:FTD, 2005

Sistemas de equações lineares.

www.wikipedia.org, acesso em: 10 de Nov. de 2012, 21:00

Sistemas Lineares.

www.passeiweb.com, acesso em: 08 de Nov. de 2012, 18:48

Sistemas lineares.

www.somatematica.com.br, acesso em 05 de Nov. de 2012, 20:37

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. **Matemática.** Ensino médio. 6.ed. – São Paulo: Saraiva, 2010.

VICENTE, Emanuel L.; SODRÉ, Ulysses. **Sistemas Lineares**

www.sercontel.com.br, acesso em: 05 de Nov. de 2012, 21:05