Tarefa 3 – Plano de Trabalho 1

Grupo 5

Tutor: Marcelo Rodrigues

Maurício Costa de Oliveira

Rio de Janeiro, 2012.

SUMÁRIO

PLANO ORIGINAL: Plano de trabalho 1 - SISTEMAS LINEARES - 2º ano do Ensino Médio da Rede Pública do Rio de Janeiro - Matemática - 4b - 2s (Plano Original) 3

INTRODUÇÃO 3

OBJETIVOS 4

DESENVOLVIMENTO 5

AVALIAÇÃO 5

REFERÊNCIAS 6

APÊNDICES

Plano de Aula I 7

Plano de Aula II 9

INTRODUÇÃO

O Presente Plano de Trabalho visa destacar o campo de conhecimento que serve de base para nossa vida escolar. Temos como principal foco o Ensino Médio que, por sua vez, vem sofrendo modificações quanto ao modo de ensinar Matemática.

O estudo de sistemas lineares está sempre presente nos programas de Matemática do ensino médio. Mostrar como a interpretação geométrica pode contribuir para uma melhor compreensão do estudo dos sistemas lineares, é um dos focos deste trabalho.

Estudar um conteúdo matemático como sistemas lineares pode proporcionar uma série de perguntas das quais podemos citar algumas: ‘Para quê serve?’ ou ainda ‘Onde eu vou usar?’ ou seja, os alunos querem uma explicação lógica para começar o estudo. Não é para menos que surjam perguntas como estas, pois contextualizar um conteúdo matemático com o cotidiano sempre foi um desafio para o professor. Por isso, a pesquisa proposta neste trabalho tem o objetivo de mostrar como mais tarde ela vai utilizar, mesmo que a princípio, ele não entenda como nem o porquê de estar estudando um pouco de nutrição. Por isso, para conhecer um conteúdo novo como sistemas lineares, é preciso saber ao menos onde vai utilizá-lo.

Qual será o grande problema em se trabalhar sistemas Lineares no Ensino Médio? Será que os professores conseguem ensinar de modo satisfatório segundo as Leis de Diretrizes e Bases (LDB) pré-estabelecidas no Ensino Médio?

. As leis vieram melhorar nossa vida escolar, principalmente do aluno, temos de estar ciente delas e de como desenvolvê-las, dedicando ao aluno uma aula contextualizada, interdisciplinar e, de competências e habilidades. Entretanto, para que isto aconteça é necessária a participação do professor como orientador/mediador, e também, a participação dos alunos como construidores do próprio saber.

Assim, como indicam as orientações curriculares do Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 70), é importante o início do trabalho estar baseado na retomada de alguns conceitos e procedimentos:

> “Algumas vezes, de forma intencional, são retomados assuntos já tratados no ensino fundamental – é o momento de consolidar certos conceitos e ideias da matemática escolar que dependem de explicações cuja compreensão exige uma maior maturidade. Sugestões quanto à forma de trabalhar os conteúdos acompanham o detalhamento sempre que possível, destacando-se o valor formativo agregado e descartando-se as exigências de memorização, as apresentações de

> “regras” desprovidas de explicações, a resolução de exercícios repetitivos de “fixação” ou a aplicação direta de fórmulas.”

O documento PCN+ para o Ensino Médio (BRASIL, 2002, p. 113), destaca para a área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias três grandes competências como metas para essa etapa da escolaridade:

> “• Representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;
> • Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
> • Contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.”

Para o Plano de Trabalho com os sistemas lineares tivemos como preocupação trabalhar com o foco nas três metas descritas anteriormente destacando: a resolução de problemas como meio para discutir e aprender mais sobre os Sistemas Lineares; o uso da interdisciplinaridade e da contextualização, para mostrar ao aluno as diversas aplicações do tema no cotidiano e em outras áreas do conhecimento, e também o uso da tecnologia, que apoia as atividades de exploração gráfica do assunto.

OBJETIVOS

Geral: Utilizar metodologias simples, mas diferenciadas que possibilitem despertar no aluno o senso investigativo, proporcionando prazer com o aprendizado.

Específicos:

- Desenvolver o senso de investigação do aluno;
- Proporcionar cooperação para realização da atividade;
- Relacionar questões do dia-a-dia com Sistemas Lineares;
- Aproximar outras áreas do conhecimento da Matemática;
- Enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno;
- Despertar o interesse pela Matemática ante a sua aplicabilidade;
- Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
- Desenvolver a habilidade para resolver problemas.

Do ponto de vista do Ensino Médio Público, precisa-se, ao menos, dar um motivo concreto para os alunos se desenvolverem, visto que, segundo Martins (2012), “(...) é necessário que os alunos descubram os seus próprios caminhos. Quanto mais ‘pronto’ é o conhecimento que lhes chega, menos estarão desenvolvendo a própria capacidade de buscar esses conhecimentos, de ‘aprender a aprender’ (...)”. Mesmo existindo turmas que o aluno já chega na escola dizendo que não gosta de Matemática... e se tranca. Entretanto, segundo Martins (2012), “Temos que evitar cair no pólo oposto: que as aulas aconteçam sem um objetivo concreto, como um barco que ficasse ao sabor do vento que soprar mais forte, sem um porto de destino”.

DESENVOLVIMENTO

1. Foram elaboradas, neste plano, atividades com metodologias diferenciadas no intuito de estimular a participação do aluno na construção do seu saber. A pesquisa na internet proporcionou a coleta de dados com mais facilidade para o aluno, visto que a escola não possui este suporte técnico. Promover a interdisciplinaridade com as ciências biológicas, fez com que os alunos tivessem uma visão ampla da aplicabilidade da matemática no cotidiano de quem se preocupa com a saúde e o bem estar.

A interpretação geométrica de um sistema linear reproduz o entendimento do posicionamento das retas no plano, seja ele reproduzido com recursos tecnológicos através de softwares matemáticos, ou até mesmo com papel quadriculado.

2. Os recursos foram os seguintes: Quadro, giz, apagador, papel quadriculado, retroprojetor, livro didático, projetor multimídia, internet móvel (modem).

3. Os planos de aula estão anexados no apêndice e cada aula tem duração máxima de 2 horas.

AVALIAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO

Esperamos que nossos alunos consigam identificar Sistemas de Equações com duas ou mais variáveis em situações-problemas do cotidiano, e saibam como resolvê-la aplicando a Regra de Cramer e o escalonamento, além de utilizar outros conteúdos para um mesmo objetivo definido; desapegar-se parcialmente das provas teóricas, porque a essência desta avaliação está na participação e interesse do aluno pelo conteúdo. Ao final desse plano, os alunos terão mais oportunidades de participem diretamente das aulas. . Finalizando, temos as Referências bibliográficas e os Apêndices contendo o plano de aula.

Então a problemática está em criar um ambiente agradável onde os próprios alunos, com o auxílio do professor, consigam identificar e utilizar sistemas lineares na resolução de problemas do cotidiano. Aprendendo com a experiência dos professores e com sua própria experiência, ou seja, segundo Norocato e Paiva (2008) “Constatamos, mais uma vez, que esta prática, além do crescimento pessoal e profissional, é fortemente favorecida pela construção de saberes provenientes da troca de ideias”.

Parece-nos natural, também, a realização por parte dos alunos de uma autoavaliação da aprendizagem adquirida, do envolvimento e da integração do grupo. Alguns instrumentos de avaliação podem ser enumerados, tais como a socialização dos resultados e geração de um dossiê do plano de aula.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (SEMTEC). **PCN + Ensino médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.Brasília:MEC/Semtec,2002.Disponível em:<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 12 novembro 2012.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB), **Orientações Curriculares do Ensino Médio:** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias, volume 2. Brasília: MEC/SEB, 2006.

A matemática interativa na internet: história de Cayley**.** Disponível em <http://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/cayley.html> Acessado em 20/11/2012.

DANTE, Luis R. **Matemática: contextos e aplicações**. Vol. Único do ensino médio, ed. Ática; São Paulo, 2009.

GIOVANNI, José R.; BONJORNO, José R. **Matemática completa.** 2ª serie do ensino médio. Ed. Renovada; FTD. São Paulo, 2009.

MARTINS, Lenise A. G. **O desenvolvimento de competências e Habilidades.** Disponível em <http://www.educacao.es.gov.br/download/roteiro1_competenciasehabilidades.pdf> Acessado em novembro/2012.

NACARATO, Adair M.; PAIVA, Maria A. V. **A formação do professor que ensina Matemática:** perspectivas e pesquisas; p. 108. Belo Horizonte; 1º edição, ed. Autentica, 2008.

APÊNDICES

PLANO DE AULA I

1. O Projeto de MM "Nutrição Balanceada: Alimentação diária equilibrada"

O grupo realizou pesquisas na internet, em livros de nutrição e participou de uma palestra com uma nutricionista. Ao longo da pesquisa, o grupo identificou em um programa de alimentação, "o café da manhã" como a principal refeição do dia, conforme uma pesquisa feita na Universidade de Minnesota – USA, concluindo que aqueles que consumiam o café da manhã costumavam manter uma dieta saudável ao longo do dia e eram mais ativos fisicamente em relação aos que "pulavam" essa refeição. Nessa pesquisa, 5 (cinco) anos após o início do estudo, os que tomavam café da manhã diariamente ganharam menos peso e tinham o IMC (Índice de Massa Corpórea) menor do que os que não tomavam. Assim, deve ser dada uma atenção especial ao café da manhã, pois uma boa refeição matinal pode garantir a energia necessária para todo o dia de trabalho. A partir dessas informações, o grupo decidiu realizar uma simplificação da pesquisa, tendo como foco "o café da manhã", relacionando vários cardápios nos quais a quantidade de calorias adquiridas está em torno de 200 kcal (kilocalorias).

1.1. O que comer no café da manhã?

Seguem algumas combinações para um café da manhã equilibrado. A combinação ideal é sempre carboidrato, proteína e fruta. Eis algumas opções:

Cardápio 1) 204 Kcal
- 2 fatias de pão de forma light; - 1 colher de sopa de queijo cottage; - 1 xícara de chá de camomila ou café com adoçante; - 2 fatias de abacaxi; - 1 copo de iogurte light.

Cardápio 2) 200 Kcal
- 1 fatia de queijo minas frescal; - 1 xícara de chá ou café com adoçante; - 1 pão francês sem miolo; - 1 fatia de mamão.

Cardápio 3) 205 Kcal
- Vitamina: 1 colher de sopa de mistura de aveia e linhaça; - 1 copo de leite desnatado; - 1 banana picada; - 1 fatia de queijo minas frescal; - 1 xícara de chá ou café com adoçante.

Cardápio 4) 179 Kcal
- 1 ovo mexido; - 1 fatia de pão light torrado; - 2 fatias de mussarela light; - 1 xícara de chá ou café com adoçante; - 1 copo de água de coco.

Cardápio 5) 202 Kcal
- 2 fatias de pão integral light; - 2 fatias de mussarela light; - 1 colher de sopa de geleia diet; - 1 xícara de chá ou café com adoçante; - 1 fatia de mamão; - 1 copo de suco de soja light.

O grupo apresentou, ainda, um cardápio especial ao qual remeteu o sugestivo título de “Aprimorando o tradicional café da manhã”:

Cardápio Especial) 240 Kcal
- ½ pão francês integral sem miolo; - 2 pontas de faca de manteiga ou margarina light (observando o colesterol); - 1 xícara de café com adoçante; - 1 xícara de leite desnatado; - ½ mamão papaia.

Para o desenvolvimento do modelo matemático, o grupo escolheu alguns nutrientes necessários para uma boa alimentação que são os carboidratos, as proteínas e os lipídios, encontrados em alguns alimentos que compõem o cardápio do café da manhã proposto por eles. Esses nutrientes, de acordo com a pesquisa realizada, são responsáveis pelo fornecimento de calorias. Foi feito um levantamento de dados e, a seguir, foi formulada a seguinte problematização:

Para uma pessoa pesando 50 kg e que necessita de 2410 kcal por dia, as quantidades necessárias de carboidratos, proteínas e lipídios4 são:

Carboidratos: 57% de 2410 = 1374 kcal → ÷ 4 kcal por grama (1374 ÷ 4) = 343 gramas
Lipídios: 30% de 2410 = 723 kcal → ÷ 9 kcal por grama (723 ÷ 9) = 80 gramas
Proteínas: 13% de 2410 = 313 kcal → ÷ 4 kcal por grama (313 ÷ 4) = 78 gramas

1.2. Elaborando uma questão de investigação

Para o trabalho com a modelagem dos dados, o grupo problematizou o tema, a fim de nortear o desenvolvimento e a elaboração do modelo matemático, com a seguinte questão de investigação:

Qual é a quantidade de carboidratos, lipídios e proteínas que uma pessoa sedentária necessita, no café da manhã, considerando que ela se alimentará de café com leite, pão com manteiga e mamão papaia?

1.3. Modelando os dados

Considerando os dados apresentados e levando-se em consideração que o ideal é que se faça 6 (seis) refeições por dia, foi realizada uma divisão por 6 (seis) da quantidade diária, em gramas, de carboidratos, lipídios e proteínas. Isso foi necessário porque o grupo delimitou a pesquisa apenas ao “café da manhã”, encontrando aproximadamente 58 g de carboidratos, 14 g de lipídios e 12 g de proteínas.

Cardápio Tradicional para o café da manhã:

O grupo decidiu fazer um “recorte” em todas as possibilidades de alimentos para compor um cardápio tradicional composto por mamão papaia, pão com manteiga e leite com café.

Foi elaborada uma tabela com as quantidades, em gramas, de nutrientes presentes em uma porção de mamão papaia (porção de 100 g), de pão com manteiga (porção de 50 g) e de café com leite (porção de 200 ml):

Tabela 1: Nutrientes (g) x Alimentos (porção)

Nutrientes	Mamão papaia	Pão com manteiga	Leite com café
Carboidrato (g)	6	32	4
Lipídio (g)	0	6	4
Proteína (g)	0	0	6

Fonte: OMS – Organização Mundial de Saúde em <http://www.fazfacil.com.br/saude/calorias.html>. Acesso em 20/10/2010.

Conclusão:

No caso de Ester, por exemplo, cujo programa de treinamento previa uma perda de 3953,50 calorias, o que corresponde a 0,52 kg de gorduras a cada ciclo semanal (composto por 3 dias de academia), caso se queira aumentar essa perda, obviamente ela necessitará aumentar o tempo de treinamento, ou então, fazer um programa para toda a semana.

Provavelmente, a “exigência” desses números justifica o fato de que todo programa de emagrecimento, em geral, é composto por uma sequência de condicionamento físico associada a uma dieta alimentar.

PLANO DE AULA II

(1) Interpretação geométrica dos sistemas lineares 3 X 3:

Segundo os professores, não é de fato usual interpretar geometricamente os sistemas lineares 3 x 3, embora essa interpretação seja, em geral, realizada para sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas, quando se faz seu estudo na 7a série do ensino fundamental.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

No caso acima cada equação do sistema representa uma reta, e as posições relativas de duas retas no plano são:

(a) retas concorrentes;
(b) retas paralelas;
(c) retas coincidentes.

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \ (1)$$
$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \ (2)$$
$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \ (3)$$

Nos casos (a), (b) e (c), o sistema possui solução única, não possui solução ou possui infinitas soluções, respectivamente. Já para sistemas lineares 3 x 3 da forma as equações (1), (2), (3) representam planos π_1, π_2 e π_3 no espaço tridimensional.

Entretanto, as possibilidades para as posições dos três planos são oito. Quatro delas correspondem a sistemas impossíveis (nenhuma solução), três, a sistemas indeterminados (*) (infinitas soluções), e uma, a sistemas que têm uma única solução. Os depoimentos abaixo mostram que essa abordagem geométrica torna o assunto mais interessante e dá maior segurança para quem o ensina.

(*) Nota

Embora esse seja o nome usual, na verdade o conjunto-solução desses sistemas está completamente determinado, apesar de ter infinitos elementos.

Os comentários feitos podem ser sistematizados assim: ao associar um plano a cada equação do sistema linear 3 × 3, a abordagem geométrica permite distinguir tipos diferentes de sistemas indeterminados e impossíveis. Analisando as possibilidades para as posições relativas de três planos no espaço, podemos perceber que:

1. No caso dos sistemas indeterminados, as infinitas soluções podem ser os pontos de um plano ou de uma reta.

2. No caso dos sistemas impossíveis, a inexistência de soluções pode ocorrer de maneiras distintas: dois ou três planos podem ser paralelos entre si ou os três planos podem se interceptar dois a dois, segundo retas paralelas. Ilustremos essas situações com alguns exemplos.

Exemplo 1

$$\begin{cases} x - y + z = 1 & (1) \\ 2x - 2y + 2z = 2 & (2) \\ 3x - 3y + 3z = 3 & (3) \end{cases}$$

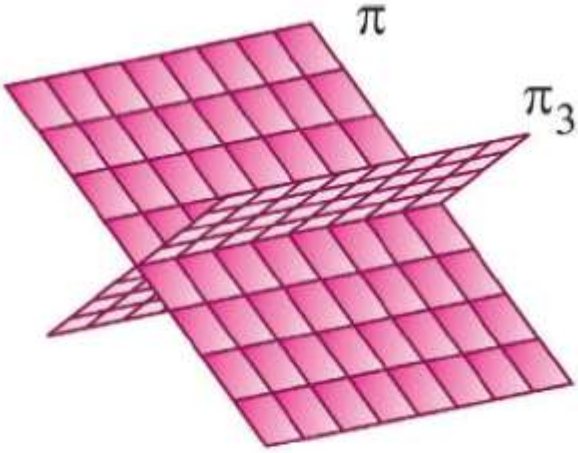
O sistema acima possui infinitas soluções, pois todos os ternos ordenados de números reais da forma (a, b, 1 – a + b) satisfazem as suas três equações. Vemos imediatamente que cada equação pode ser obtida a partir de qualquer outra, por meio da multiplicação por uma constante. Portanto, geometricamente, (1), (2) e (3) representam o mesmo plano π, e as infinitas soluções nesse caso são os pontos de π.

$$\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi$$

Exemplo 2

$$\begin{cases} x + y + z = 1 & (1) \\ 2x + 2y + 2z = 2 & (2) \\ z = 0 & (3) \end{cases}$$

O sistema acima também possui infinitas soluções, já que os ternos ordenados do tipo (a, 1 – a, 0), em que a é real, satisfazem as três equações. Contudo, a interpretação geométrica é diferente da do exemplo 1. De fato, (1) e (2) representam o mesmo plano π anterior, mas (3) representa um outro plano, π_3 que intersecta π segundo a reta r. (No espaço, dois planos não coincidentes e não paralelos têm como interseção uma reta.) Ao fazer a variar no conjunto dos números reais, obtemos todos os pontos dessa reta.



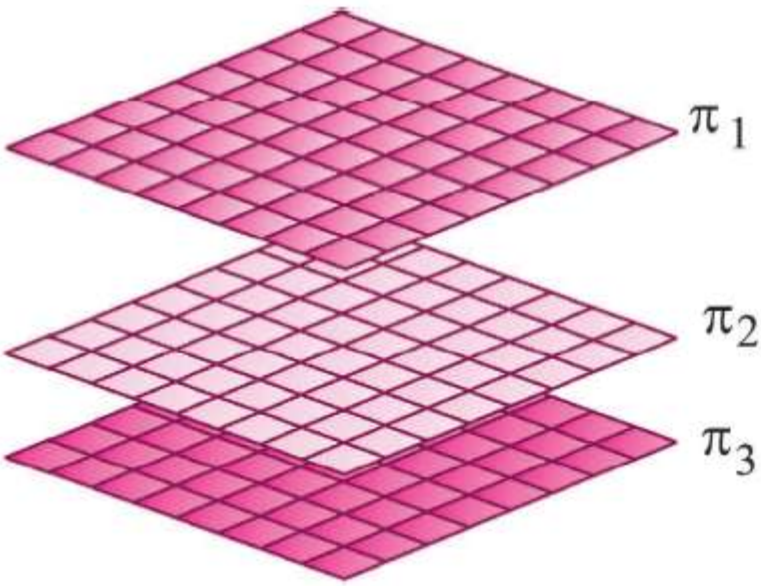
$$\pi_1 = \pi_2 = \pi \qquad \pi \cap \pi_3 = r$$

Os exemplos acima mostram duas possibilidades de "indeterminação". Vejamos agora dois exemplos distintos de sistemas impossíveis.

Exemplo 3

$$\begin{cases} x + y + z = 0 & (1) \\ x + y + z = 1 & (2) \\ x + y + z = 2 & (3) \end{cases}$$

O sistema acima claramente não possui solução. A situação geométrica corresponde ao caso em que os três planos π_1, π_2 e π_3 são paralelos, já que não existe um terno ordenado real (x, y, z) que satisfaça simultaneamente quaisquer duas dessas equações.



$\pi_1 \mathbin{//} \pi_2 \mathbin{//} \pi_3$

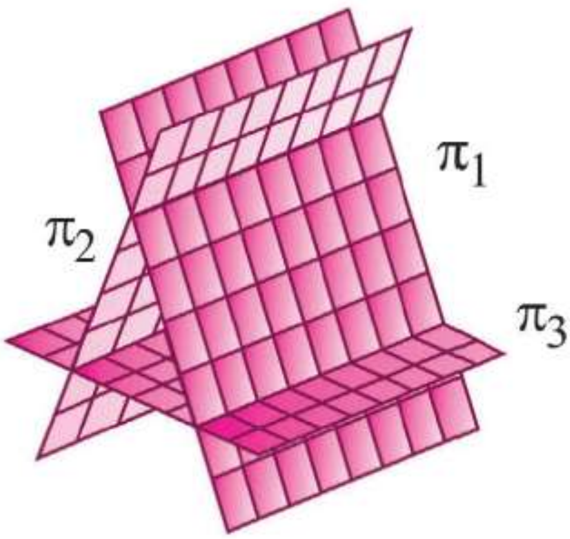
Exemplo 4

$$\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 2 & (1) \\ 3x - 2y + 4z = 2 & (2) \\ 4x - y + 6z = 3 & (3) \end{cases}$$

O sistema acima também não possui solução. Uma maneira simples de verificarmos esse fato é, por exemplo, somar as equações (1) e (3) e comparar o resultado com a equação (2). Considerando agora os sistemas formados por (1) e (2), (1) e (3) e por (2) e (3), podemos concluir que $\pi_1 \cap \pi_2$ é uma reta r, $\pi_2 \cap \pi_3$ é uma reta s e $\pi_2 \cap \pi_3$ é uma reta t.

Verifiquemos que r, s e t são paralelas.

Os pontos de r satisfazem (1) e (2), logo não satisfazem (3), pois o sistema é impossível. Portanto, temos r paralela a π_3. Como s está contida em π_3, temos que r e s não se cortam; logo são paralelas, já que ambas estão contidas em π_1. De modo análogo, vemos que s é paralela a t. Portanto, a interpretação geométrica do sistema é que os planos representados por suas equações se intersectam dois a dois segundo três retas paralelas.



$\pi_1 \cap \pi_2 = r \qquad \pi_1 \cap \pi_3 = s \qquad \pi_2 \cap \pi_3 = t \qquad r \,//\, s \,//\, t$

Figura 4

2) Regra de Cramer – escalonamento

Os professores também demonstraram interesse na questão da opção pelo método de resolução de sistemas lineares 3 × 3. A regra de Cramer (Gabriel Cramer, 1704-1752) para resolver sistemas lineares só pode ser aplicada no caso em que o determinante da matriz dos coeficientes das incógnitas do sistema é não nulo. Essa situação corresponde ao caso em que os três planos se intersectam num ponto e o sistema tem solução única. Entretanto vários livros afirmam, erroneamente, que um sistema que possui nulos todos os determinantes da regra de Cramer é indeterminado. Com relação à discussão sobre a utilização incorreta da regra de Cramer, os professores também se manifestaram. Vários deles citaram livros em que aparece a afirmativa acima e admitiram que já haviam cometido tal erro ao ensinar. A interpretação geométrica dos sistemas lineares possibilitou-lhes perceber claramente a falsidade dessa afirmativa por meio de exemplos que eles mesmos souberam construir. Vejamos um desses exemplos.

Exemplo 5

$$\begin{cases} x + y + z = 0 & (1) \\ x + y + z = 1 & (2) \\ x + y + z = 2 & (3) \end{cases}$$

O sistema acima, considerado no exemplo 3, claramente não possui solução (os três planos são paralelos). Entretanto, os determinantes utilizados na regra de Cramer são todos nulos, pois as matrizes possuem pelo menos duas colunas iguais.

ANEXOS

Seguem abaixo, links para vídeos do ‘YouTube’ para elucidar alguns pontos sobre escalonamento e site para a construção de gráficos, que por ventura não estejam claros nos exemplos supracitados.

- <http://www.youtube.com/watch?v=9du7d8Opcmg> “escalonamento”
- <http://www.fichariodematematica.com/2011/03/o-geogebra-3d-versao-beta-50_8004.html> “geogebra”
- <http://www.youtube.com/watch?v=nTv3N_wsc_g> “geogebra”

Conclusão

Os sistemas lineares 3 × 3 estão ligados à Geometria Espacial. O plano em 3 dimensões proporciona ao aluno uma visão ampla das diversas retas que passam pelo plano. É importante a analogia com o estudo de sistemas lineares 2 × 2, que é feito no ensino fundamental. Esse exemplo é uma boa ilustração de como se pode enriquecer o trabalho com a Matemática, evitando-se uma visão compartimentada.

Sabemos que o uso de software para a construção de gráficos torna a aula muito mais interessante, porém a escola com a qual coloquei este plano em prática não tem internet funcionando. Há um Datashow onde pude expor minhas ideias e provar os questionamentos feitos pelos alunos. Contudo, deixei propostas de trabalho para realizar em suas residências para “amarrar” melhor os conceitos aqui aprendidos.