FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: Instituto de Educação Carmela Dutra
PROFESSOR: Patricia Penna
MATRÍCULA: 0929792-0
SÉRIE: 2° ano do Ensino Médio – Formação de professores
TUTOR (A):

PLANO DE TRABALHO SOBRE SISTEMAS LINEARES

1. Introdução:

O desenvolvimento desta tarefa será feito por meio de atividades ligadas ao dia a dia do aluno. Proporcionando ao aluno construir o seu conhecimento de forma ampla, utilizando-se de novas tecnologias associadas a pratica construtivistas para uma melhor compreensão do seu cotidiano, com interpretação de tabelas que são amplamente utilizado nos meios de comunicação gerando informação que deve ser trabalha da para se transformar o conhecimento.

A ideia de inovação desta pratica em sala de aula envolve mudanças de postura por parte do professor. A aprendizagem deve ser significativa e desafiadora para mobilizar o aluno a buscar soluções possíveis.

Para iniciar tal estudo, usei como motivação: Caça aos tesouros escondidos, a proposta é de introduzir o conteúdo de Sistemas de Equações do 1º Grau, de forma geométrica e algébrica, utilizando uma atividade lúdica e desafiadora (brincadeira em grupo), mais condizente com o dia-a-dia vivido pelos alunos. No segundo momento apliquei uma segunda atividade, para complementar a primeira atividade, “comendo os números”, apresentei um exemplo de um sistema linear de equações por meio de um exemplo de uma dieta alimentar. E como verificação de aprendizagem apliquei uma atividade no laboratório de informática com uso do Winplot. E finalmente para fixação do conteúdo abordado será utilizado o livros didático com atividades complementares.

2. .Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

O Plano de Ação que apresento, poderá sofrer pequenas alterações no decorrer destas três semanas, pois preciso levar em conta as idiossincrasias da unidade escolar.

Quanto a ***metodologia*** usada por mim, posso afirmar que já tenho incorporada, como princípio educacional, a metodologia da problematização como instrumento de incentivo à pesquisa, à curiosidade e ao desenvolvimento do espírito inventivo.

Afirmo que priorizar a resolução de problemas nas práticas didáticas promove uma aprendizagem criativa e facilita a sistematização dos conteúdos trabalhados. Vejo que este é o caminho pedagógico para a superação da mera memorização. Pois ao tratar de situações complexas e diversificadas, ofereço ao meu aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, relacionar diferentes áreas do conhecimento, construir estratégias de resolução e perseverar na busca de uma solução.

Parto do princípio de que há uma série de grandes temas sobre os quais posso identificar aplicações de conteúdos matemáticos deste tópico que irei trabalhar com minhas turmas. Esses temas formam o contexto de trabalho onde serão desenvolvidos tais conteúdos. Sendo assim, parece fundamental que o contexto de trabalho, no qual será desenhado um caminho conceitual, um percurso temático, permita que nele sejam detectadas aplicações, de toda natureza, de inúmeros conteúdos matemáticos.

3. Atividades desenvolvidas no 4º bimestre – Sistemas Lineares:

Atividade 1 – Caça aos tesouros escondidos

- **Duração prevista: 100** minutos.
- **Área de conhecimento:** Matemática.
- **Assunto:** Aplicação de sistemas
- **Objetivo:**. Mostrar uma aplicação simples de sistemas
- **Pré-requisitos:** Equação do 1º grau
- **Material necessário**: folha (fornecida pelo professor) contendo gráfico e equações; folha contendo a atividade e os procedimentos; caderno, lápis, borracha, régua, calculadora e computador.
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
- **Descritores associados:** Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática.

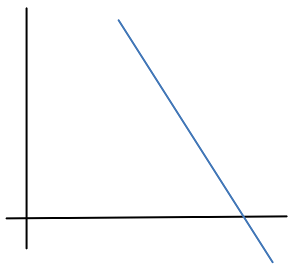
Problema: Cada grupo constituído por alunos deverá encontrar três tesouros: A, B e C. Os tesouros foram colocados na intersecção da sua reta (cada reta é representada por uma equação) com a reta (equação) dada pelo professor. Você deverá indicar as coordenadas (x, y) da localização dos tesouros.

Procedimentos:

a) O professor deverá fornecer 2 folhas para cada grupo de alunos: uma contendo esta atividade com seus procedimentos e outra contendo o gráfico e equações conforme sugestão de modelo abaixo:

Reta dos Tesouros

$2x + y = 34$



Grupo 1

Tesouro A $x - y = -4$

x	**y**

Tesouro B $3x - y = 6$

x	y

Tesouro C $x - 2y = 2$

x	y

Coordenadas dos tesouros
Tesouros Coordenadas (x,y) A

FORMAR OS SISTEMAS A B C

E

Grupo 2

Reta dos Tesouros → $x + y = 18$ Tesouro A → $2x - y = 9$

Tesouro B → $3x - y = 6$

Tesouro C → $4x - 2y = 6$

Grupo 3

Reta dos Tesouros → $3x + y = 10$ Tesouro A → $x - y = 2$

Tesouro B → $- x + y = 2$

Tesouro C → $3x - y = 20$

Grupo 4

Reta dos Tesouros → $2x + 4y = 22$ Tesouro A → $3x - 4y = 3$

Tesouro B → $x - 2y = 3$

Tesouro C → $x + y = 7$

Grupo 5

Reta dos Tesouros → $x + 3y = 11$ Tesouro A → $x + y = 5$

Tesouro B → $- x + 6y = 7$

Tesouro C → $- x + 2y = 9$

Grupo 6

Reta dos Tesouros → $5x + y = - 1$ Tesouro A → $3x + 4y = 13$

Tesouro B → $x - y = 7$

Tesouro C → $4x + y = - 3$

b) de posse desse material cada grupo irá representar suas rotas (retas) no referencial cartesiano dado. Marque pontos coloridos na intersecção das suas retas com a reta dada;

c) Para cada ponto de intersecção encontrado, localize os valores correspondentes no sistema de coordenadas x e y. Esses valores indicam a localização dos tesouros escondidos.

Pontos de Tesouros	Interseção coordenadas de Interseção (x,y)
A	
B	
C	

d) Quando vocês encontraram a intersecção da reta dada (reta dos tesouros) com as suas retas (tesouros A, B e C), vocês obtiveram valores comuns à cada duas equações. Por exemplo:

$$\begin{cases} 2x + y = 34 \\ x - y = -4 \end{cases}$$

A essa situação é que chamamos de “Sistema de Equações do 1º Grau” ou Sistema de Equações Lineares. E a solução encontrada para o sistema de equações acima foi (.....;......). Assim, forme o sistema de equações das outras duas situações que você resolveu e indique a solução encontrada.

e) Após cada grupo realizar suas tarefas, vocês podem discutir, o sucesso que obtiveram, bem como as dificuldades encontradas;

f) Para finalizar esta brincadeira vamos ao laboratório de informática para construir esse gráfico utilizando o software Régua e Compasso (tutorial disponível em: www.professores.uff.br/hjbortol ou qualquer outro de sua preferência).

Atividade 2– Comendo Números

- **Duração prevista:** 100 minutos.
- **Área de conhecimento:** Matemática.
- **Assunto:** Sistemas de Equações Lineares
- **Objetivos**: Apresentar um exemplo de um sistema linear de equações por meio de um exemplo de uma dieta alimentar.
- **Pré-requisitos:**
- **Material necessário:**
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
- **Descritores associados**: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática
-

Sinopse

Um jovem esportista está fazendo o seu treino e se sente muito cansado. Fala então com a nutricionista do clube que lhe sugere uma dieta com quilocalorias, lipídios e proteínas suficientes para as atividades esportivas. Para determinar a quantidade por dia, de porções de alimentos que contenham cada um dos itens acima, ela monta um sistema linear de 3 equações a 3 incógnitas. E para encontrar a solução eles usam o método de eliminação de Gauss.

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

ax by cz d
ey + fz = g
hz = i

Da terceira equação obtemos z, e por substituição y, na segunda e x na primeira.
Note que o sistema final tem a matriz dos coeficientes, triangular superior. O método de Gauss consiste exatamente em transformar o sistema linear em um sistema linear equivalente, cuja matriz dos coeficientes é triangular superior.

Esta transformação do sistema linear inicial em um sistema linear equivalente se baseia em 3 transformações elementares que são as seguintes:

T1 – Um sistema não se altera quando permutamos as posições de 2 equações quaisquer do sistema.

T2 – Um sistema não se altera quando multiplicamos qualquer uma de suas equações por um número real não nulo.

T3- Um sistema não se altera quando substituímos qualquer uma de suas equações por outra obtida a partir da adição membro a membro desta equação, com outra, na qual foi aplicada a transformação T2.

O importante é que dois sistemas lineares equivalentes têm as mesmas soluções.

Exemplo:

Encontrar a solução do seguinte sistema linear pelo método de Gauss.

$x + 3y - 2z = 4$
$2x - y + z = 1$
$4x + 3y - 5z = 2$

1) Troca a primeira equação pela segunda (T1):
$2x - y + z = 1$
$x + 3y - 2z = 4$
$4x + 3y - 5z = 2$

2) Multiplica a segunda equação por (-2), soma com a primeira e substitua a segunda por esta equação:
$2x - y + z = 1$
$- 7y + 5z = -3$
$4x + 3y - 5z = 2$

3) Multiplica a primeira por (-2), soma com a terceira e substitua a terceira por esta:
$2x - y + z = 1$
$- 7y + 5z = -3$
$5y - 7z = 0$

4) Multiplica a segunda por 5 e a terceira por 7:
$2x - y + z = 1$
$- 35y + 25z = -15$
$35y - 49z = 0$

5) Soma a segunda com a terceira e obtenha:

6) $- 24z = -15$ ou $z = 15 / 24$

O bom deste método é que aplicando as T1, T2 e T3, você transforma o sistema inicial em um sistema linear equivalente que é “enxuto”, eliminando as equações que são linearmente dependentes.

No processo aplicado num sistema linear de 2 equações a 2 incógnitas, podem ocorrer então 3

situações:
1) O sistema ter uma única solução.

2) Pode ocorrer que as duas equações sejam linearmente dependentes, ou seja, fornecerem as mesmas informações sobre as incógnitas, por exemplo, o sistema:

X + y = 2
2x + 2y = 4

No processo de eliminação, você vai ficar somente com uma equação, pois as duas são equivalentes. Assim a solução do sistema é dada pela primeira equação:

S ={(x,y), y= 2-x, x real}

3) Pode ocorrer um terceiro caso, onde no processo aparece uma equação que é uma informação impossível. Por exemplo, tome o sistema:

X + 2y = 1
X + 2y = 5

Atividade 3 – Atividade usando o Winplot

- **Duração prevista: 100** minutos.
- **Área de conhecimento:** Matemática.
- **Assunto:** sistemas lineares
- **Objetivo**: Discutir um sistema de equações lineares 3x3 pelos métodos geométrico e algébrico
- **Pré-requisitos:** Método da adição para a resolução de sistemas, Resolução de um sistema de equações 2x2
- **Material necessário**: laboratório de informática e caderno para anotações.
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
- **Descritores associados**: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática

ATIVIDADES USANDO O WINPLOT

A janela inicial do programa é:

ATIVIDADE 1

A atividade a seguir tem por objetivo explorar a solução gráfica de sistemas lineares a duas incógnitas. Resolver um sistema linear consiste em encontrar os valores para as incógnitas que satisfazem as equações lineares envolvidas.

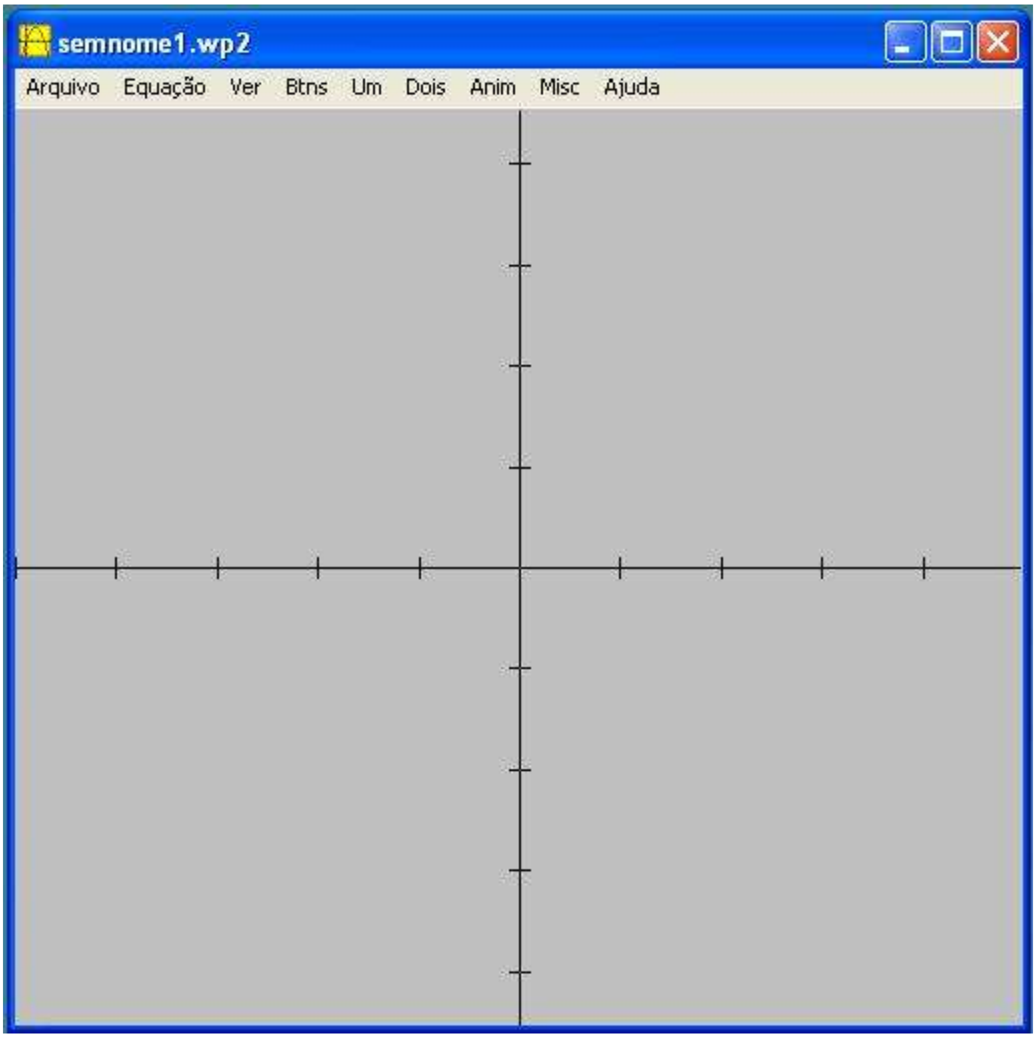
Vamos visualizar a resolução gráfica do seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

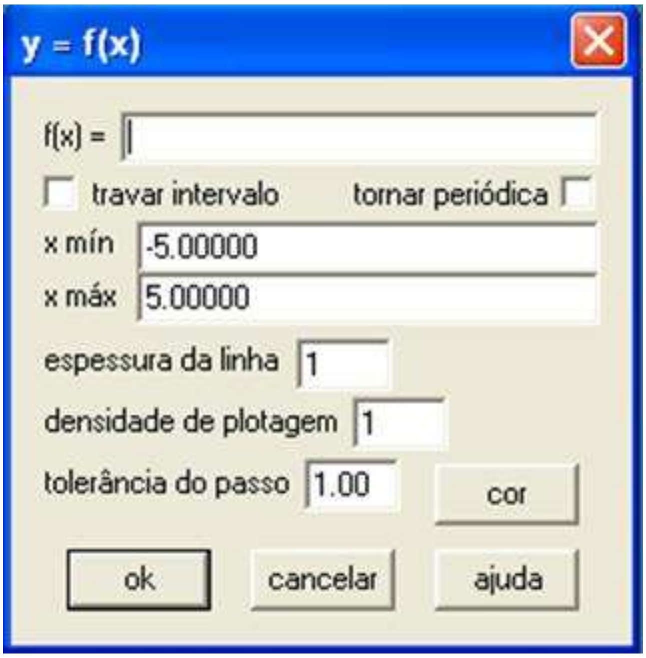
Para podermos trabalhar no Winplot devemos primeiramente isolar a incógnita y, ficando assim:

$$\begin{cases} y = 3 - x \\ y = 2 \end{cases}$$

Para iniciar a atividade clique em JANELA e escolha a opção 2-dim. Abrirá a tela abaixo:

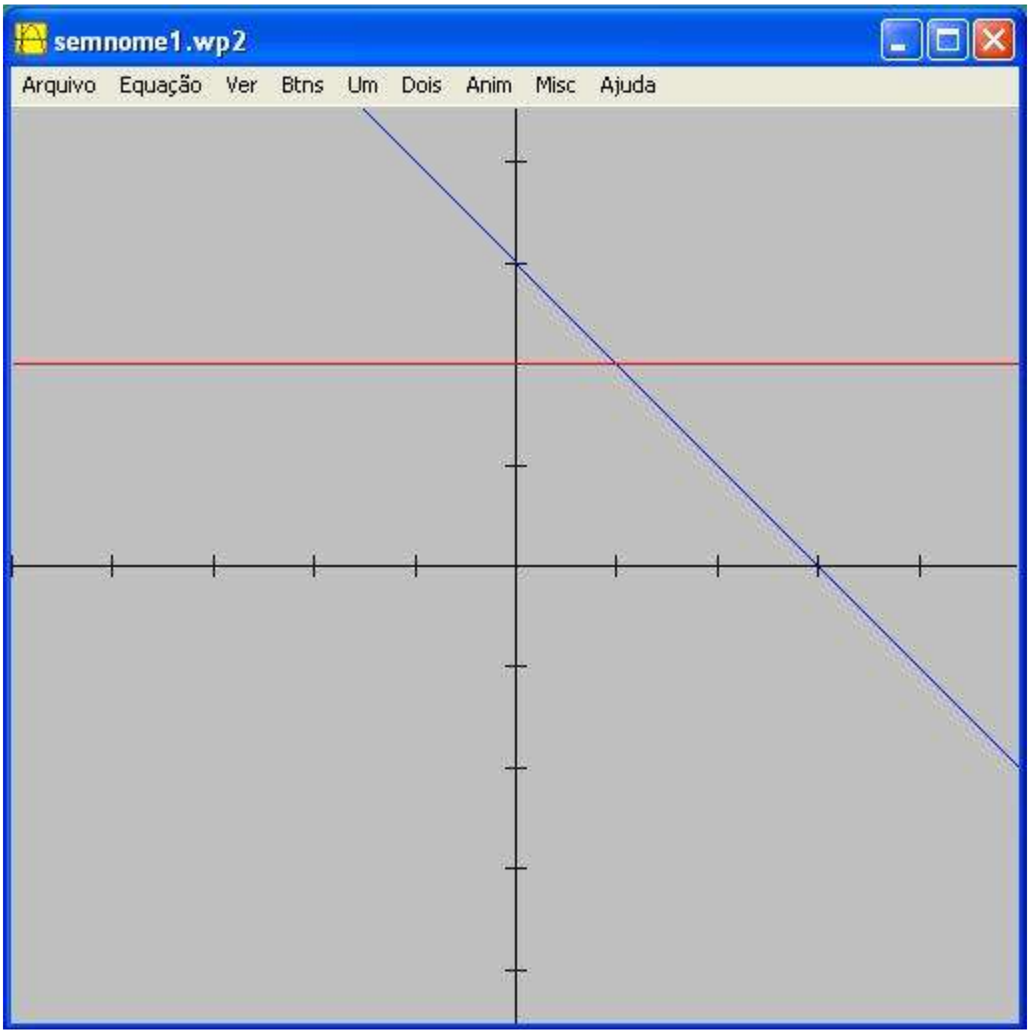


Em seguida clique em EQUAÇÃO e escolha a opção EXPLÍCITA. Abrirá a seguinte tela:

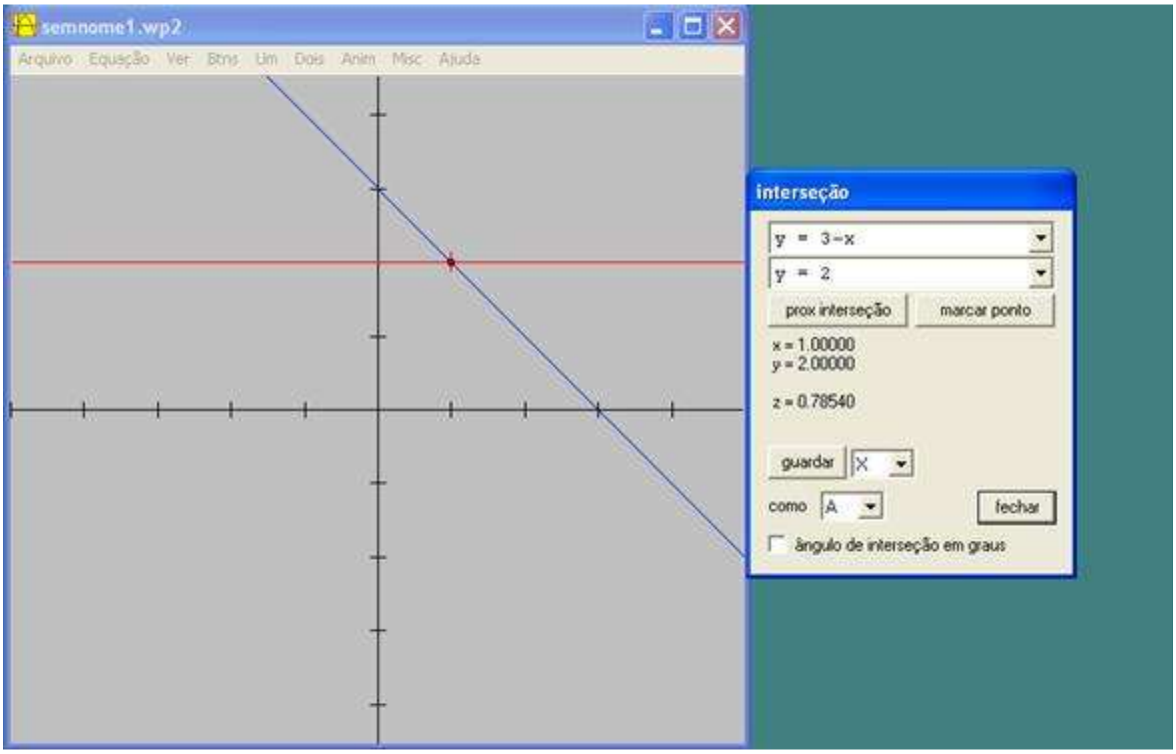


Digite a primeira equação e clique em OK. O programa desenhará a reta descrita por esta equação. Repita o procedimento anterior e insira a outra equação e o programa desenhará a reta descrita por esta nova equação.

Na tela aparecerá o gráfico das duas equações. Observe que as retas se interceptam em um único ponto, este ponto corresponde aos valores de x e y que satisfazem o sistema linear dado.



Para encontrar estes valores, clique na barra de ferramentas em DOIS, escolha a opção interseções. Na primeira caixa defina a primeira equação e na segunda caixa a segunda equação. Você visualizará os valores de x e de y que são soluções do sistema. Clique em marcar o ponto e aparecerá o ponto marcado.



Agora, usando o Winplot, resolva os sistemas lineares e anote suas respostas para depois conferir:

Lembrando que para resolver cada sistema é conveniente solicitar um novo gráfico, clicando em ARQUIVO e selecionando NOVO.

$$\begin{cases} 3x+2y=10 \\ x+y=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=-5 \\ 8x+5y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=10 \\ 4x-2y=-4 \end{cases}$$

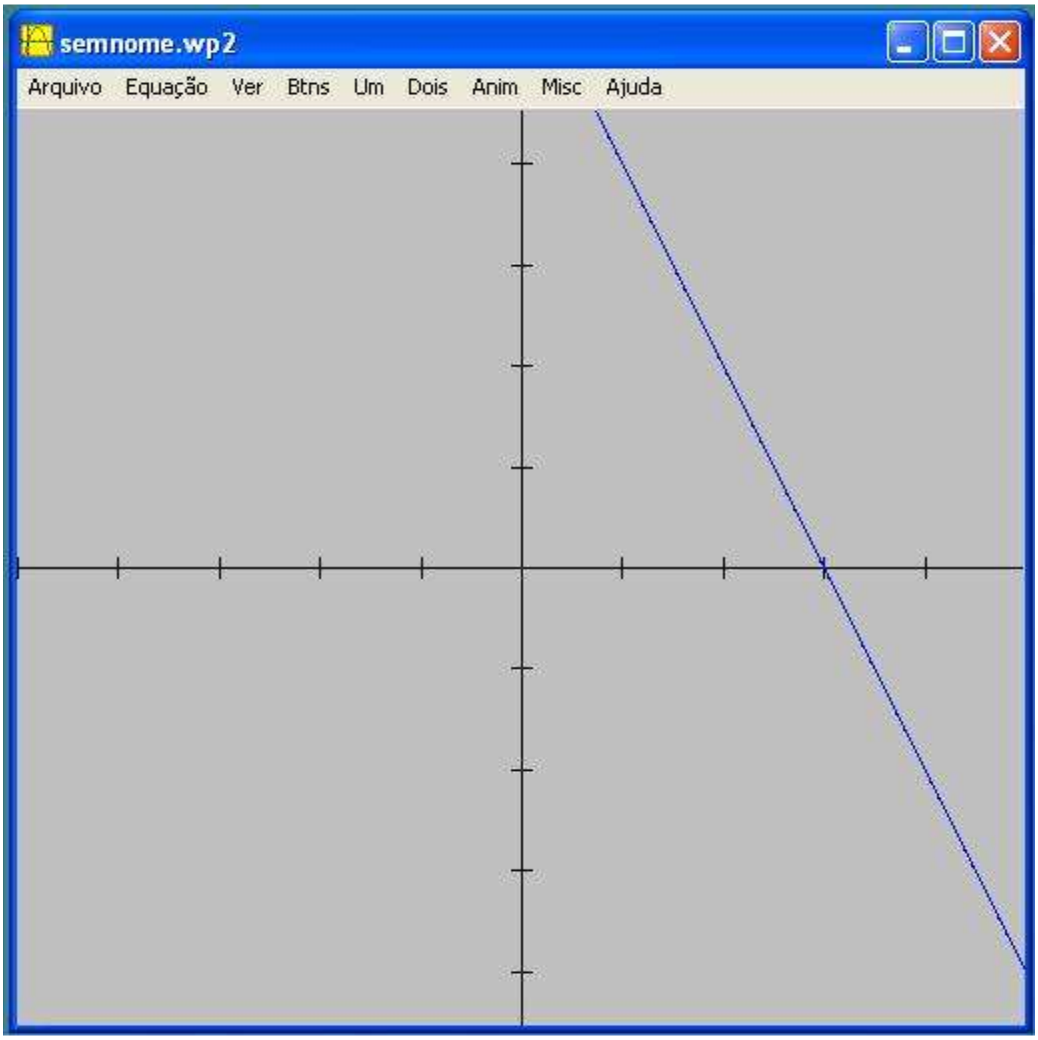
$$\begin{cases} x-y=4 \\ 2x-3y=6 \end{cases}$$

Respostas:
a) (2, 2)
b) (-1, 4)
c) (1/2, 3)
d) (6, 2)

ATIVIDADE 2

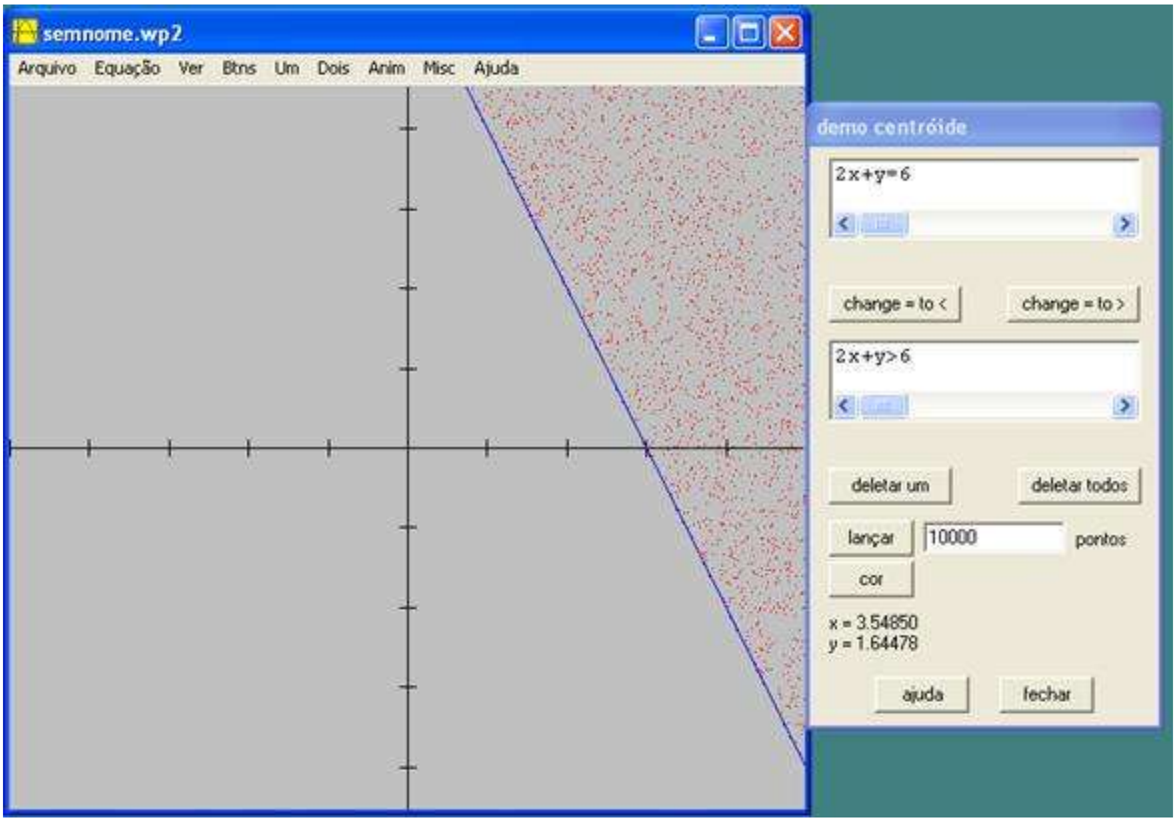
A finalidade é visualizar a representação gráfica da solução de uma inequação.

Vamos estudar qual é o comportamento da solução da inequação:
2x + y > 6, para isto clique em EQUAÇÃO e escolha a opção IMPLÍCITA, após digite a inequação, mas utilizando o sinal de igual (=), ao invés de maior (>).



Após o desenho do gráfico, clique em EQUAÇÕES e selecione INEQUAÇÕES, aparecendo então a tela:

Selecione a inequação (clicando com o mouse em cima), e escolha a opção CHANGE = TO >, em seguida clique em LANÇAR para que o programa atualize a sua informação.



Como podemos perceber há uma região pintada a direita, significando que a solução da inequação são todos os pares ordenados (x, y) que se localizam nesta região.

Para facilitar a compreensão, podemos novamente isolar a incógnita y, então teremos y > 6 – 2x.

Agora, podemos pensar que a solução da inequação são os valores que estão à direita da equação (a duas variáveis) $y = 6-2x$.

Vamos resolver graficamente as ineqüações abaixo:
(é importante antes de executar o programa tentarmos imaginar qual região do plano será pintada).

$-x + y > 5$
$5x - y < 9$
$-2x + 5y > 7$
$3x - 2y < 10$

3. Avaliação:

- Serão avaliadas as participações dos alunos nas aulas durante o desenvolvimento das atividades propostas. Neste momento usarei um relatório feito pelo grupo comentando sobre a participação e o empenho de cada integrante do grupo para o desenvolvimento da tarefa e suas anotações e inferências para o desenvolvimento do conteúdo proposto. (Valor: 1,0 pontos)
- Farei uma prova com consulta a anotações do próprio aluno feitas anterior a data da prova. (Valor: 4,0 pontos)
- Auto Avaliação: Questionário (em anexo) entregue junto com a prova, onde o aluno comente o seu método de estudo, relata sobre suas experiências em sala de aula e sobre o seu desempenho na avaliação em questão. (Valor:1,0 pontos)
- Recuperação Paralela de acordo com a necessidade.
- OBS.: AVALIAÇÃO DE ACORDO COM A RESOLUÇÃO 174.

4. Referências:

BERGERON, J. e Hercovics – **Level in Understanding of Functions Concept**, Procedings of Workshop of functions, Enchede, Holanda, 1982.

CARAÇA, B.J. – **Conceitos Fundamentais da Matemática**, Lisboa ,Portugal, Ed. Sá da Costa, 1984.

GIOVANNI, José R. e José R. Bonjorno - **Matemática Completa – Volume 1** . São Paulo: ed.FTD, 2009.

IEZZI, Gelson e outros **– Matemática: Ciência e Aplicação, v.1**. Ensino Médio. São Paulo: Ed. Saraiva, 2010.

LIMA, Elon Lages, Paulo Cezar Pinto de Carvalho, Eduardo Wagner e Augusto Cezar Morgado – **A Matemática do Ensino Médio :volume 1** – Coleção Professor de Matemática – SBM, 1996.

SMOLE, Kátia Stocco e Maria Ignês Diniz – **Matemática: Ensino Médio: volume 1**. São Paulo: ed. Saraiva – São Paulo, 2010.

SOUZA, Joamir Roberto de – **Matemática – v.1** – Coleção Novo Olhar – Ensino Médio. São Paulo. Editora FDT, 2010.

TINOCO, Lúcia e Equipe do Projeto Fundão – **Construindo o Conceito de Função no 1º grau** – Rio de Janeiro , Brasil, IM/UFRJ, 1996.

Ministério da Educação. Módulo RIVED. Disponível em:
http://rived.mec.gov.br/site_objeto_lis.php acessado em 31 de agosto de 2011.