



PLANO DE TRABALHO I

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO – METROPOLITANA I

PROJETO SEEDUC – FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

COLÉGIO ESTADUAL MARECHAL JUAREZ TÁVORA

GRUPO 7

TUTORA: DAIANA DA SILVA LEITE

CURSISTA: VINÍCIUS DORNELAS CAMARA

INTRODUÇÃO.

Ao iniciar o estudo de equações lineares devemos salientar que as equações lineares são um conjunto de equações polinomiais do 1º grau. A solução de cada incógnita depende das outras, onde o valor encontrado para estas devem satisfazer todas as equações deste sistema, caso o sistema seja possível e determinado. Por outro lado se houver mais de uma solução para as incógnitas este sistema será classificado como indeterminado e caso não haja solução este sistema será classificado como impossível. É comum termos de resolver problemas com diversas variáveis relacionadas por equações lineares em situações do dia a dia. O domínio deste tema é fundamental para uma melhor educação matemática, equacionando e resolvendo situações-problema.

De acordo com as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio é recomendável colocar a álgebra sob o olhar da geometria. A resolução de um sistema 2×2 de duas equações e duas variáveis pode ser associada ao estudo da posição relativa de duas retas no plano. Com operações elementares simples, pode-se determinar a existência ou não de soluções desse sistema, o que significa geometricamente os casos de intersecção/coincidência de retas ou paralelismo de retas. A resolução de sistemas 2×3 ou 3×3 também deve ser feita via operações elementares (o processo de escalonamento), com discussão das diferentes situações (sistemas com uma única solução, com infinitas soluções e sem solução).

Há diversos métodos para a resolução de um sistema linear. O método mais simples e apresentado como pré-requisito, pois já foi abordado no Ensino Fundamental, é o da substituição. Essa forma de resolução consiste em isolar uma das variáveis em uma das equações e substituir esse valor na outra equação. Outro método disponível é o da adição, onde devemos escolher uma incógnita e adicionar a outra equação de modo que a incógnita escolhida seja cancelada. Para a resolução dos sistemas 3×3 é apresentado o método do Escalonamento e a regra de Cramer. Neste último necessita o prévio conhecimento do cálculo de determinantes de matrizes de ordem 2×2 e 3×3 . Neste sentido o Currículo Mínimo prevê o desenvolvimento das seguintes habilidades e competências: (i) Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática; e (ii) Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

Com isso, este plano de trabalho tem como objetivo apresentar o desenvolvimento de sistemas lineares e sua aplicação no cotidiano, possibilitando aos alunos uma nova opção para resolução de situações-problema.

DESENVOLVIMENTO.

O desenvolvimento deste Plano de Trabalho será apresentado em seis encontros com duração total de 600 minutos, onde, cada encontro tem a duração de 100 minutos. O primeiro encontro foi realizado no dia 10/10/2012, onde os alunos puderam rever os sistemas de equações do 1º grau ensinado no Ensino Fundamental. Foi abordado o método mais simples que é o da substituição e paralelamente a abordagem geométrica com a construção dos gráficos das respectivas equações. O segundo encontro foi realizado no dia 17/10/2012, onde os alunos revisaram o método da adição, pré-requisito para o método do escalonamento, que também foi ensinado no Ensino Fundamental. De maneira análoga a abordagem geométrica proporcionou aos alunos uma solução gráfica para o sistema linear. O terceiro encontro foi realizado no dia 19/10/2012 com o objetivo de discutir as possíveis soluções de um sistema linear 2×2 analisando os coeficientes das incógnitas destes sistemas e de maneira análoga aos encontros anteriores a abordagem geométrica das respectivas equações. O quarto encontro foi realizado no dia 24/10/2012 apresentando o sistema linear 3×3 e o método de Cramer para discutir as possíveis soluções destes sistemas. No quinto encontro realizado no dia 26/10/2012 os alunos conheceram a regra para calcular a solução de um sistema 3×3 através do método de escalonamento. Ao longo destes encontros os alunos puderam observar os possíveis métodos para buscar a solução de um sistema linear proporcionando um Estudo Dirigido no sexto encontro realizado no dia 31/10/2012.

ENCONTRO 1 – INTRODUÇÃO E MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO (10/10/2012).

Pré-Requisitos: O aluno deve ser capaz de resolver de maneira correta uma equação do 1º grau, sabendo todas as regras e procedimentos que devem ser realizados para isolar uma das duas incógnitas.

Habilidades: Compreender a diferença entre variável e incógnita, exaurindo que num sistema linear o termo correto de se falar e pensar é abordar as letras como incógnitas. Resolver equações do 1º grau por meio de estimativas mentais, balanceamento e operações inversas. Resolver problemas significativos utilizando equações do 1º grau. Reconhecer uma equação do 1º grau com duas variáveis.

Tempo de duração: 100 minutos

Recursos educacionais utilizados: Quadro, Caneta e Livro Didático.

Objetivos: O objetivo deste Encontro 1 é possibilitar ao aluno uma revisão do conteúdo de equação do 1º grau e equacionar situações problemas do cotidiano resolvendo estes pelo método mais simples que é o da substituição. O aluno terá de ser capaz de imaginar e até mesmo lembrar as possíveis soluções de um sistema de equação do 1º grau.

Metodologia: Introduzir o tema resolvendo uma simples equação do 1º grau, salientando as operações básicas que devem ser feitas para isolar uma incógnita e assim calcular o seu valor. Em seguida apresentar uma equação do 1º grau com duas variáveis e calcular mentalmente as possíveis soluções do par ordenado (x;y) e apresentar a abordagem geométrica desta equação que é a construção do seu gráfico. De maneira análoga, apresentar uma nova equação do 1º grau onde será calculado mentalmente os possíveis valores para o par ordenado (x;y) e apresentar a abordagem geométrica desta segunda equação. Com isso, o próximo tópico é fazer com que o aluno observe que existe um par ordenado em comum para as duas equações, isto é, um (x;y) que satisfaçam as duas equações e assim conceituar um sistema linear e apresentar o método da substituição que consiste em isolar um incógnita de uma equação e substituir na segunda equação para achar a solução do sistema linear. Selecionar alguns exercícios do livro didático que os alunos possuem utilizando o método da substituição.

ENCONTRO 2 – MÉTODO DA ADIÇÃO (17/10/2012).

Pré-Requisitos: Para apresentar o método da adição o aluno deve ter conhecimento do resultado da soma de um número com o seu oposto e saber as regras dos sinais quando envolve uma soma, multiplicação e divisão e multiplicação dos dois membros de uma igualdade por um número real e soma de igualdades.

Habilidades: Cancelar uma incógnita multiplicando uma das equações por um número real e somar com a segunda equação, cancelando a incógnita escolhida.

Tempo de duração: 100 minutos

Recursos educacionais utilizados: Quadro, Caneta e Livro Didático.

Objetivos: O objetivo deste Encontro 2 é apresentar ao aluno o método da adição para resolução de sistemas de equação do 1º grau e aplicar a resolução de sistemas do 1º grau em problemas significativos. Construir graficamente a solução de um sistema linear.

Metodologia: A abordagem deste tema será com um exemplo de um sistema de equações do 1º grau onde o aluno terá a capacidade de observar que o método da substituição, neste caso, seja mais trabalhoso. Sendo assim, os alunos serão levados a notar que a soma de um monômio com o seu oposto tem como resultado o número zero, isto é $-ax + ax = 0$. Com isso, deve-se adicionar as duas equações de modo a obter uma equação final com apenas uma única incógnita. Esta explicação será feita no quadro e os alunos irão desenvolver alguns exercícios selecionados do livro didático envolvendo o método da adição e a abordagem geométrica dos sistemas.

ENCONTRO 3 – DISCUSSÃO DE UM SISTEMA LINEAR (19/10/2012).

Pré-requisitos: Para discutir as possíveis soluções de um sistema linear 2 X 2 os alunos devem ter o conhecimento dos três possíveis tipos de frações: irredutíveis ou redutíveis, indeterminadas e impossíveis ou inexistentes. Retas paralelas, concorrentes e coincidentes.

Habilidades: Simplificar frações até que se encontre a sua forma irredutível. Identificar frações equivalentes e não equivalentes. Identificar a constante em uma proporção. Identificar quando duas retas são paralelas, concorrentes e coincidentes.

Tempo de duração: 100 minutos

Recursos educacionais utilizados: Quadro, Caneta e Livro Didático.

Objetivos: O objetivo deste Encontro 3 é fazer com que o aluno possa discutir as possíveis soluções de um sistema linear 2 X 2 sem a utilização dos métodos apresentados anteriormente. Resolver problemas que envolvam discussão de um sistema linear.

Metodologia: Neste encontro serão apresentados formalmente as três possíveis soluções de um sistema linear, são elas: possível e determinado, impossível e possível e indeterminado. Para a abordagem num sistema linear 2 X 2 os valores dos coeficientes de cada incógnita e da parte independente serão fundamentais para tal análise. Sendo assim, apresenta-se um sistema genérico que formalizará as três possíveis soluções de um sistema linear 2 X 2:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

Se a fração entre os coeficientes de x não for equivalente a fração entre os coeficientes de y este sistema terá uma única solução possível e determinada, isto é, se $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ então o sistema é possível e determinado (retas concorrentes). Porém se $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, todas as frações equivalentes o sistema é classificado como possível e indeterminado (retas coincidentes). Agora, por outro lado, se $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, o sistema será classificado como impossível (retas paralelas). Após esta explicação os alunos irão resolver exercícios do livro para fixar o conteúdo proposto e fazer a abordagem geométrica dos exercícios feitos.

ENCONTRO 4 – RESOLUÇÃO DE UM SISTEMA 2 x 2 E 3 X 3 - MÉTODO DE CRAMER (24/10/2012).

Pré-Requisitos: O aluno deverá ter como base calcular o determinante de uma matriz e ter o conhecimento dos três possíveis tipos de frações: irredutíveis ou redutíveis, indeterminadas e impossíveis ou inexistentes.

Habilidades: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

Tempo de duração: 100 minutos

Recursos educacionais utilizados: Quadro, Caneta e Livro Didático.

Objetivos: O objetivo deste Encontro 4 é proporcionar utilizando o método de Cramer as possíveis soluções de um sistema linear 2 X 2 e 3 X 3 sem a utilização dos métodos apresentados anteriormente. Resolver problemas que envolvam discussão de um sistema linear.

Metodologia: A metodologia utilizada neste Encontro 4 será as mesmas utilizadas anteriormente, isto é, introdução oral do tema a ser abordado e explicação teórica no quadro. Neste encontro será apresentado o sistema linear sob forma de multiplicação e igualdade de matrizes onde o aluno irá calcular o determinante da matriz coeficiente e em seguida, para achar o valor de x,y e z (sistema linear 3 X 3) o procedimento para calcular o valor de cada incógnita será o seguinte: substituir a matriz coluna dos termos independentes na coluna x e calcular do determinante desta nova matriz (Det_x), onde $x = \frac{Det_x}{Det}$. Para calcular y, basta substituir a matriz coluna dos termos independentes na coluna dos coeficientes de y e calcular o novo determinante, daí $y = \frac{Det_y}{Det}$, de maneira análoga acontece com z, $z = \frac{Det_z}{Det}$.

Com isso, algumas perguntas serão feitas a respeito do valor do Determinante da matriz dos coeficientes. O que acontece se ela for diferente de zero? Todo número pode ser divisível por um número diferente de zero? A conclusão destas perguntas será que se o determinante da matriz coeficiente for diferente de zero a solução do sistema será possível e determinada.

Porém, o que acontece se o determinante da matriz coeficiente for zero? E da matriz quando substitui o termo independente pela coluna x, y ou z? Quais são as possíveis soluções? Conclui-se que:

$Det_x = Det_y = Det_z = 0$ o sistema será possível indeterminado.

$Det_x \neq 0; Det_y \neq 0; Det_z \neq 0$ o sistema será impossível.

Da mesma maneira este raciocínio segue para um sistema linear 2 X 2. Exercícios selecionados do livro serão utilizados para serem resolvidos em sala de aula.

ENCONTRO 5 – ESCALONAMENTO DE SISTEMAS LINEARES (26/10/2012)

Pré-Requisitos: O aluno deve ter o conhecimento de matriz triangular inferior e/ou superior. Ter a noção a soma de um número com o seu oposto é o elemento neutro da adição. Operar linhas das matrizes e multiplicação de uma linha por um número real qualquer.

Habilidades: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. Resolver problemas utilizando sistemas lineares.

Tempo de duração: 100 minutos

Recursos educacionais utilizados: Quadro, Caneta e Livro Didático.

Objetivos: O objetivo deste Encontro 5 é proporcionar utilizando o método do escalonamento as possíveis soluções de um sistema linear 2×2 e 3×3 sem a utilização dos métodos apresentados anteriormente. Resolver problemas que envolvam discussão de um sistema linear.

Metodologia: O método do escalonamento consiste em escrever o sistema linear inicial em um sistema linear equivalente que possibilite o cálculo de cada incógnita de uma maneira bem simples e direta. Isto é, se o sistema linear possuir 3 incógnitas a última linha do sistema linear equivalente deverá possuir apenas uma única incógnita. A segunda linha do sistema linear equivalente poderá conter duas incógnitas e a primeira linha deste sistema equivalente poderá conter as três incógnitas. Para calcular o valor de cada incógnita basta resolver este sistema equivalente de baixo para cima e substituir na linha anterior. Vale ressaltar que a última linha é uma equação do 1º grau com uma única incógnita, com isso basta calcular este valor e substituir na equação acima.

ENCONTRO 6 – ESTUDO DIRIGIDO (31/10/2012).

O Estudo dirigido consiste numa lista de exercícios sobre sistemas lineares onde o aluno terá a possibilidade e a autonomia de resolver cada sistema de acordo com o método que esteja mais familiarizado. Ele será realizado em dupla, com consulta a todas as fontes de materiais sobre determinantes e terá duração de 100 minutos com caráter avaliativo.

AVALIAÇÃO.

Os critérios de avaliação durante os encontros foram a participação dos alunos no processo de ensino-aprendizagem, o estudo dirigido será utilizado como instrumento avaliativo. São indicadores de avaliação:

- Identificar uma equação linear e suas soluções;
- Utilizar a representação gráfica para analisar possíveis soluções de equações e sistemas de equações lineares;
- Discutir a resolução de um sistema linear 3×3 por Cramer e pelo método do Escalonamento;
- Resolver problemas utilizando conhecimentos algébricos sobre equações ou sistemas lineares (2×2 ou 3×3).

BIBLIOGRAFIA.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações.** São Paulo: Ática, 2010.

SEEDUC. Governo do Estado do Rio de Janeiro / Secretaria de Estado de Educação. **Currículo mínimo 2012: Matemática.** Rio de Janeiro: SEEDUC, 2012.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco & DINIZ, Maria Ignez de Souza. **Matemática: ensino médio – 6. Ed.** – São Paulo: Saraiva, 2012. v2.