

Formação Continuada Nova Eja

Matemática Nova Eja- Módulo 1

1º Bimestre/ 2014

PLANO DE AÇÃO 5

Polígonos: As faces do Poliedro

Nome: Walter Campos

Tutor: Josemeri Araújo Silva

Regional: Noroeste Fluminense

Sumário

1 - INTRODUÇÃO03
2 - DESENVOLVIMENTO	04
3 - MATERIAL DE APOIO	14
4 - VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO	14
5 – BIBLIOGRAFIA.....	15

1 - INTRODUÇÃO

O objetivo deste plano de trabalho é permitir que os alunos percebam, através de assuntos do cotidiano, a utilização da Matemática para resolução de problemas. Transmitir o conhecimento sobre o conteúdo denominado “Polígonos” fazendo, sempre que possível, com que os próprios alunos construam o conhecimento e enriqueçam sua “bagagem” através de atividades diferenciadas e exercícios práticos.

Além da ficha resumo, foi utilizada atividades diferenciadas que estimula o raciocínio do aluno e auxilia o mesmo na compreensão do conteúdo.

O material escolhido no plano de ação é um material que expressa os conteúdos de forma clara e inteligível buscando sempre auxiliar o aluno na compreensão do conteúdo, com o objetivo de facilitar o seu aprendizado.

É comum a dificuldade por parte de muitos alunos concernentes a interpretação de enunciados e utilização de raciocínio lógico. Por isso, é extremamente importante mostrar em quais áreas da vida e/ou profissões o tema estudado é utilizado e mostrar que eles têm capacidade de aprender e não simplesmente “gravar” como se faz isso ou aquilo. Basta ter um pouquinho de boa vontade.

O assunto exige conhecimentos sobre geometria plana. Por isso, faz-se necessário revisar alguns temas ao longo do caminho, como por exemplo, conhecimentos básicos da geometria plana.

2 - DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1: Polígonos

- **Habilidade Relacionada:** distinguir os vários tipos de polígonos reconhecendo as suas propriedades.
- **Pré-requisitos :** conhecimentos básicos da geometria plana
- **Tempo de duração:** 400 minutos – Unidade 5
- **Recursos Educacionais Utilizados:** apostila, quadro e caneta, material para experimentos, RESUMO/EXPLICAÇÕES .
- **Organização da Turma:** individual para a apresentação do conteúdo e dupla para realização dos exercícios de fixação.
- **Objetivos:** reconhecer as principais propriedades dos polígonos e utilizá-las para resolver problemas, identificar o ângulo interno de um polígono e realizar a soma dos ângulos internos de um polígono.
- **Metodologia Adotada:** introduzir o tema mostrando o objetivo dos estudos que estão por vir.. Através da ficha resumo disponibilizada para os alunos explicar o significado e a importância dos polígonos e as suas aplicações em situações problemas do dia a dia. Além desta ficha disponibilizamos experimentos como aulas práticas relacionadas com o conteúdo que vai auxiliar o aluno na compreensão do conteúdo.

FICHA RESUMO

Unidade 5 – Polígonos

Seção 1: Propriedades dos Polígonos

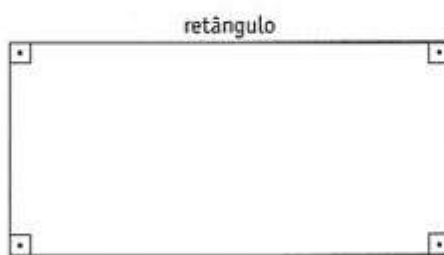
POLÍGONOS REGULARES

Um polígono é regular quando tem os lados congruentes e os ângulos congruentes.
Veja:



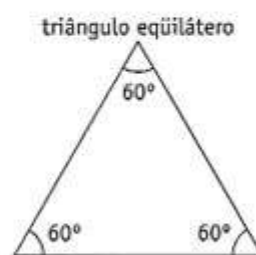
- lados congruentes
- ângulos congruentes

Regular



- lados diferentes
- ângulos congruentes

Irregular



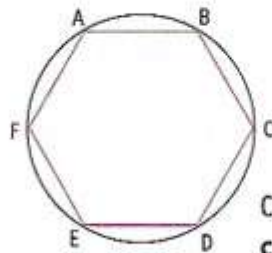
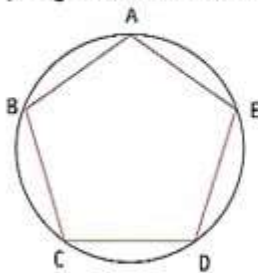
- lados congruentes
- ângulos congruentes

Regular

POLÍGONO REGULAR INSCRITO E CIRCUNSCRITO

Os polígonos regulares podem ser inscritos em uma circunferência ou circunscritos a ela.

- 1 Quando os vértices dos polígonos pertencem à circunferência, dizemos que o polígono está **inscrito** na circunferência.



Cada lado do polígono inscrito é uma **corda** da circunferência.

Essa propriedade nos permite construir polígonos regulares. Basta dividir a circunferência em arcos congruentes.

Tipo de polígonos convexos:

- Triângulo: 3 lados
- Quadrilátero: 4 lados
- Pentágono: 5 lados
- Hexágono: 6 lados
- Heptágono: 7 lados
- Octógono: 8 lados
- Eneágono: 9 lados
- Decágono: 10 lados
- Undecágono: 11 lados
- Dodecágono: 12 lados
- Pentadecágono: 15 lados
- Icoságono: 20 lados

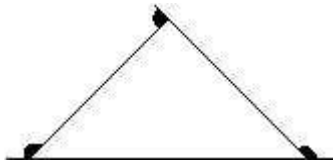
Soma dos Ângulos

- **Soma dos ângulos internos**

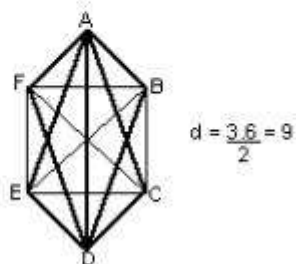
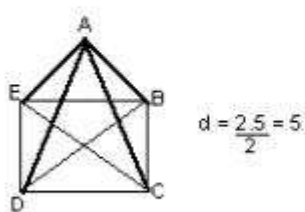
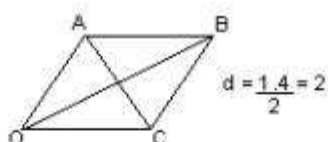
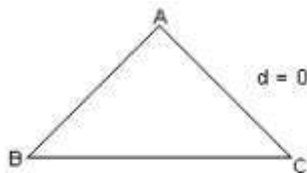
$$Si = (n-2) \times 180^\circ$$

- **Soma dos ângulos externos**

$$Se = 360^\circ$$



- **Número de Diagonais**



$$d = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$

Observações:

- Se o polígono for regular, ele tem todos os lados e os ângulos congruentes, logo:

Ângulo interno: $ai = Si / n$

Ângulo externo: $ae = Se / n = 360 / n$

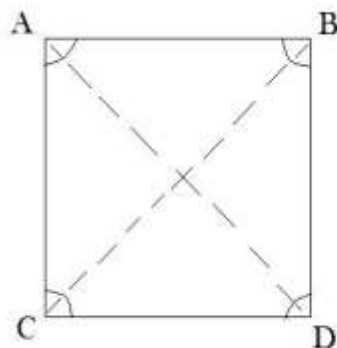
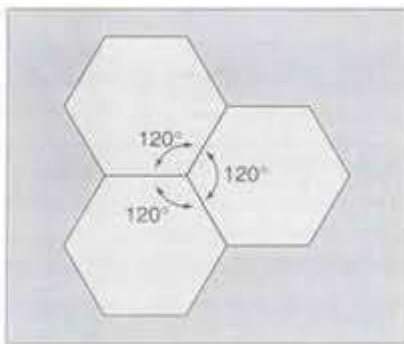
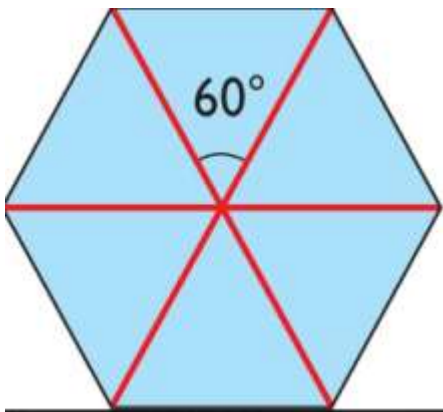
Todo polígono regular é inscritível e circunscritível.

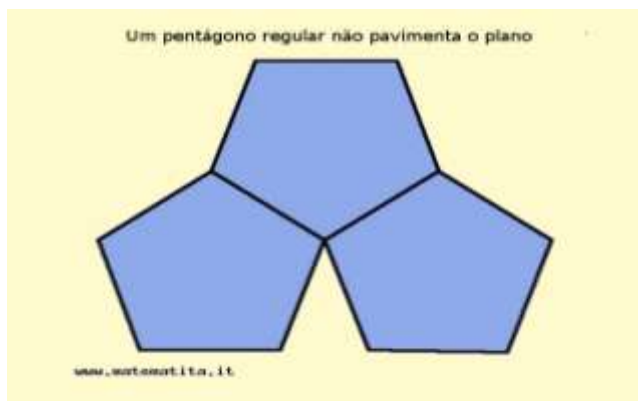
Seção 2: Utilizando Polígonos nas Artes

Um pouco sobre Escher

Maurits Cornelis Escher, nasceu em Leeuwarden, na Holanda, em 1898, faleceu em 1970 e dedicou toda a sua vida as artes gráficas. Coursou arquitetura na Escola de Belas Artes de Haarlem onde conheceu as técnicas de desenho e deixou-se fascinar pela arte da gravura. Este fascínio foi tão forte que levou Maurits a abandonar a Arquitetura e a seguir as Artes Gráficas. Sua obra foi inspirada pela arte árabe, pela divisão regular do plano em figuras geométricas que se transfiguram, repetem-se e refletem, pelas pavimentações. Porém, no preenchimento de superfícies, Escher substituiu as figuras abstrato-geométricas, usadas pelos árabes, por figuras concretas, perceptíveis e existentes na natureza, como pássaros, peixes, pessoas, reptéis etc.

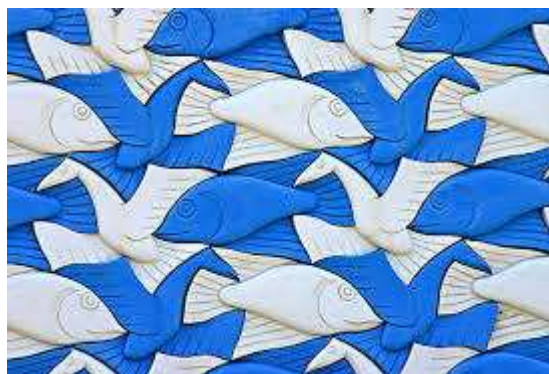
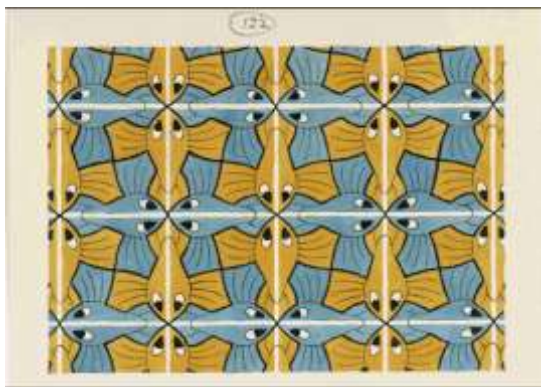
Para compor os reptéis, Escher opta por utilizar hexágonos regulares como ponto de partida. Mas por que hexágonos regulares? Por um simples motivo. Para criar um mosaico, feito exclusivamente com polígonos regulares, ele teria somente três opções: triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos regulares, pois somente esses três polígonos permitem ladrilhamento ou pavimentação. Observe:





Veja que não é possível fazer pavimentações, utilizando somente pentágonos regulares. Isso ocorre porque a pavimentação só é possível quando os ângulos internos completam 360° ao se juntarem.

Observe abaixo alguns mosaicos produzidos por Escher:







Seção 3: Ângulo Interno de um Polígono Regular

Polígonos são regiões limitadas por segmentos de reta. O encontro dos segmentos de reta formam os vértices e os ângulos da figura. O polígono mais simples é o triângulo, que possui três lados, três vértices e três

ângulos.

Veja a tabela com os dados de alguns polígonos regulares.

	Lados	Ângulos	Vértices	Figura
Triângulo	3	3	3	$A = \frac{b \cdot h}{2}$
Quadrilátero	4	4	4	
Pentágono	5	5	5	
Hexágono	6	6	6	
Heptágono	7	7	7	

A soma dos ângulos internos de um polígono é dada pela expressão:

$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$, onde n = número de lados.

Para calcular o valor de cada ângulo é preciso dividir a soma dos ângulos internos pelo número de lados do polígono.

Exemplo 1

Qual é a soma dos ângulos internos de um heptágono regular?

O heptágono possui 7 lados.

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S = (7 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S = 5 * 180^\circ$$

$$S = 900^\circ$$

A soma dos ângulos internos de um heptágono é 900° .

Exemplo 2

Qual a soma dos ângulos internos de um icosaágono (20 lados)?

Aplicando a fórmula:

$$S = (n - 2) * 180^\circ$$

$$S = (20 - 2) * 180^\circ$$

$$S = 18 * 180^\circ$$

$$S = 3240^\circ$$

A soma dos ângulos internos de um icosaágono é 3240° .

Podemos utilizar a fórmula da soma dos ângulos internos para calcular o número de lados de qualquer polígono, desde que a soma dos ângulos internos seja dada.

Exemplo 3

Quantos lados possui um polígono cuja soma dos ângulos internos é igual a 2340° ?

$$S = (n - 2) * 180^\circ$$

$$2340^\circ = (n - 2) * 180^\circ$$

$$2340^\circ = 180n - 360^\circ$$

$$2340 + 360 = 180n$$

$$2700 = 180n$$

$$180n = 2700$$

$$n = 2700/180$$

$$n = 15$$

O polígono possui 15 lados.

A soma dos ângulos externos de qualquer polígono regular é 360° .

Para calcular a medida do ângulo externo de um polígono é preciso dividir 360° pelo número de lados da figura poligonal.

Exemplo 4

Quanto mede o ângulo externo do hexágono?

O hexágono possui seis lados, então:

$$a_i = 360^\circ / 6$$

$$a_i = 60^\circ$$

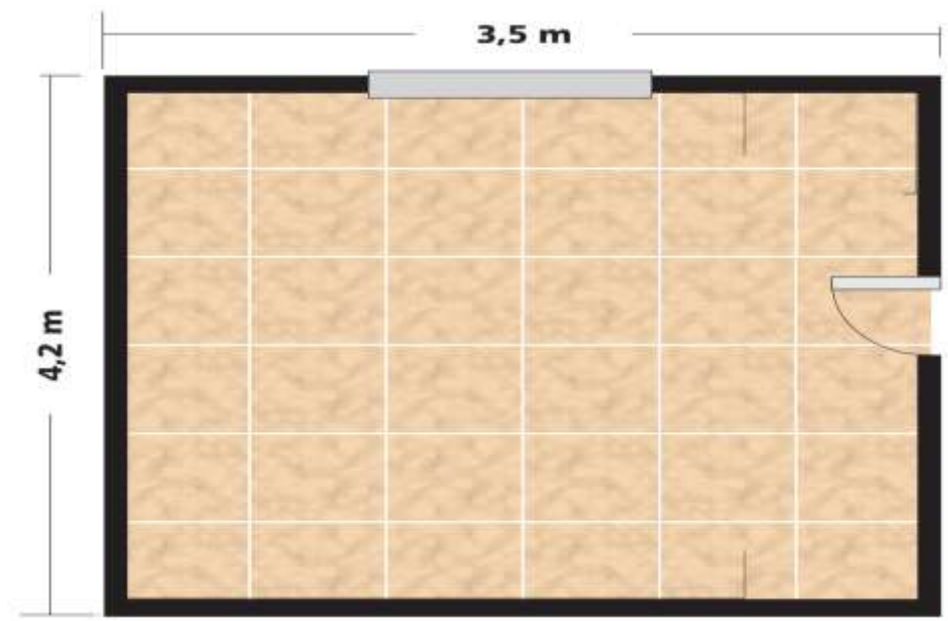
Cada ângulo externo de um hexágono mede 60° .

Seção 4: Calculando Revestimentos com Polígonos

As imagens apresentadas mostram diversas combinações de figuras que lembram retângulos, triângulos, quadrados, entre outras. O uso dessas combinações ou padrões é um recurso empregado na construção civil, na decoração de pisos e paredes, no artesanato, na arte e em diversas outras situações da nossa vida cotidiana. No entanto, pavimentar ou ladrilhar superfícies dessa maneira não é uma tarefa simples! Nem todas as combinações de polígonos prestam-se para encher uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições. Observe, por exemplo, a tentativa de ladrilhamento, feita com peças com oito lados. Veja algumas figuras com estas combinações:



Exercício 1: Uma cozinha retangular possui medidas de 3,5m x 4,20m, conforme desenho ao lado

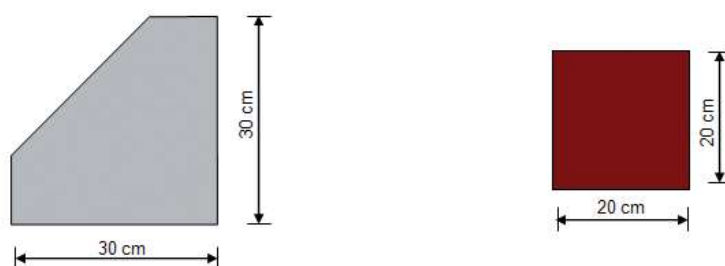


Um pedreiro pretende revestir o piso da cozinha, utilizando peças cerâmicas retangulares com medidas 20cmx30cm. Se descontarmos o rejuntamento, quantas peças serão necessárias?

Exercício 2: É muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos, para o revestimento de pisos ou paredes. Evidentemente, os mais comuns são aqueles que possuem formas retangulares. Entretanto, hoje em dia, é cada vez mais comum encontrarmos cerâmicas com outras formas poligonais, o que ajuda arquitetos e decoradores a diversificar o ladrilhamento utilizado para os mais diversos revestimentos. Observe, por exemplo, uma parte de um piso, revestido com cerâmicas chinesas.



Perceba que há dois tipos de piso: um quadrado e outro pentagonal. Veja as medidas das peças:



O piso do cômodo a seguir será totalmente revestido da mesma forma. Quantas peças de cada tipo serão gastas, para que haja o menor desperdício possível? Considere que as partes cortadas das peças não poderão ser reaproveitadas e desconsidere o rejuntamento.

Exercícios de Fixação

1. Determine o polígono regular cujo ângulo interno mede 140° .
2. Calcule o ângulo interno do polígono regular que tem 90 diagonais.
3. Dado um círculo de raio R , calcule a razão entre o lado do quadrado inscrito e o lado do quadrado circunscrito ao círculo. (Dica: faça um desenho que ilustre a situação.)
4. Determine o perímetro de um hexágono regular circunscrito a uma circunferência de raio igual a $3\sqrt{3}$ cm.
5. Dada uma circunferência de raio igual a 10 cm, determine o comprimento do arco correspondente a um ângulo central de
 - a) 45° .
 - b) 60° .

c) 90° .

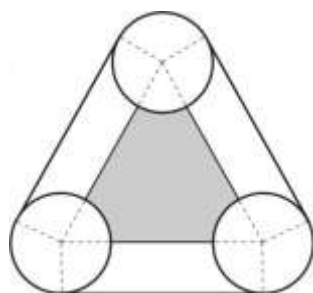
d) 120° .

6. Você quer construir uma roda que percorra 1 m a cada volta. Qual deve ser o raio da roda?

7. Um ciclista tem que percorrer uma distância de 10 km. Se a roda de sua bicicleta tem 66 cm de diâmetro, e se cada pedalada faz a roda girar $\frac{5}{6}$ de volta, quantas pedaladas o ciclista dará nesse percurso?

8. Três roldanas de raio $r = 2\text{ cm}$ têm centro nos vértices de um triângulo equilátero cujo lado mede 6 cm.

Determine o comprimento da curva fechada que tangencia externamente as três circunferências, mostrada na figura abaixo.



9. Um fio de 48 cm de comprimento é cortado em duas partes, para formar dois quadrados, de modo que a área de um deles seja quatro vezes a área do outro.

a) Determine o comprimento de cada uma das partes do fio.

b) Calcule a área dos quadrados formados.

10. Um triângulo equilátero tem o mesmo perímetro que um hexágono regular cujo lado mede 1,5 cm.

Determine

a) o comprimento de cada lado do triângulo.

b) a razão entre as áreas do hexágono e do triângulo.

ATIVIDADE 2: Experimentos

1) Polígonos com Palitos de Sorvete

- ✓ **Material Necessário:** palitos de sorvete .
- ✓ **Descrição Sucinta:** esta atividade propõe a identificação, nomenclatura e caracterização de polígonos a partir da construção da representação física de polígonos com palitos de sorvete.
- ✓ **Divisão da Turma:** grupo de 3 ou 4 alunos.
- ✓ **Tempo Estimado:** 30 minutos.

2) Polígonos e Ladrilhos

- ✓ **Material Necessário:** polígonos feitos de cartolina colorida.
- ✓ **Descrição Sucinta:** esta atividade propõe o reconhecimento de alguns polígonos e suas propriedades por meio da construção de um ladrilhamento. Poderá utilizar esta atividade para trabalhar nomenclatura e classificação com relação às medidas dos lados e ângulos.
- ✓ **Divisão da Turma:** grupo de 3 ou 4 alunos.
- ✓ **Tempo Estimado:** 60 minutos.

3 – MATERIAL DE APOIO

- ✓ Material do Aluno: Conteúdo da Unidades 5 – Polígonos
- ✓ Material do Professor: Unidades 5 do material do professor..
- ✓ Sites:
 - InfoEscola. Disponível :<www.infoescola.com> Acesso em 07/04/2014.
 - Brasil Escola. Disponível em <www.brasilescola.com.br> Acesso em 07/04/2104.
 - Mundo Educação . Disponível em <www.mundoeducacao.com.br> Acesso em 07/04/2104.

4 – VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO

No decorrer do desenvolvimento das atividades, o professor poderá analisar até que ponto os alunos integraram e deram sentido as informações, através das aulas práticas, dos Exercícios de Fixação realizados ao longo das aulas. Propor um trabalho em equipe (dois tempos de 50 minutos cada para organização e apresentação dos grupos), conforme o seguinte:

- separar a turma em grupos de cinco alunos, sortear dentre 10 questões de um livro (ainda não realizadas em sala), uma para cada grupo;
- definir a pontuação da atividade e um dia para realização do trabalho e indicar sites que contenham problemas com resoluções detalhadas para que os alunos possam ampliar ainda mais seus conhecimentos sobre o assunto;
- cada grupo deve solucionar seu problema e escolher um ou dois integrantes para apresentar a resolução detalhada no quadro para os demais alunos da turma na data marcada e na ordem já definida pelo professor;

Também é importante a aplicação de avaliação individual e escrita com duração de 100 minutos para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos de polígonos.

5 – BIBLIOGRAFIA

- ✓ MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO, 3º Ano/ Kátia Stocco Smole & Maria Diniz – 6º Edição – São Paulo: Editora Saraiva 2010.
- ✓ Mundo Educação: Disponível em: < www.mundoeducacao.com.br > Acesso em 07/04/2014.
- ✓ InfoEscola. Disponível m:<www.infoescola.com> Acesso em 07/04/2014.
- ✓ Brasil Escola. Disponível em <www.brasilecola.com.br> Acesso em 07/04/2104.