

FORMAÇÃO CONTINUADA NOVA EJA
PLANO DE AÇÃO 19

Nome: Eduardo dos Santos Peres

Regional: CE FRANCISCA JEREMIAS DA SILVEIRA MENEZES - METRO VII

Tutor: Eli de Abreu

Este Plano de Ação (PA) destina-se a uma aplicação em sala de aula com duração de 6 tempos de aula.

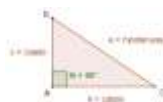
INTRODUÇÃO

Este plano de ação destina-se ao estudo da trigonometria do triângulo retângulo. Mais especificamente, nosso objetivo será resolver problemas que envolvam as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) de um triângulo retângulo. Para isso, utilizaremos exemplos de situações do cotidiano dos nossos alunos para estimular o interesse e melhor compreensão dos assuntos abordados. Será empregada uma aula expositiva no quadro e a utilização de livros sobre o assunto.

DESENVOLVIMENTO

A aula será aplicada em grupo (turma) com o apoio do material didático dos alunos (livros, cadernos, etc.).

Inicialmente iremos relembrar que em todo triângulo retângulo os lados que formam o ângulo reto são chamados de *catetos* e o lado oposto a ele é a *hipotenusa*.



Neste momento, vale lembrar (através de alguns exemplos) a relação mais famosa existente entre os lados de um triângulo retângulo - o Teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$.

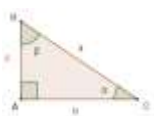
Também é interessante relembrar com os alunos que a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180° .

$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$



Feitas as revisões acima, passamos a definir as relações que existem entre os lados e os ângulos agudos de um triângulo retângulo.

Consideremos o triângulo ABC abaixo.



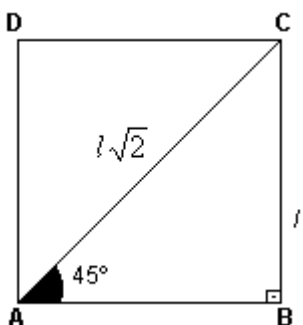
Defini-se:

- (seno) $\rightarrow \sin \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$
- (cosseno) $\rightarrow \cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$
- (tangente) $\rightarrow \tan \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha}$

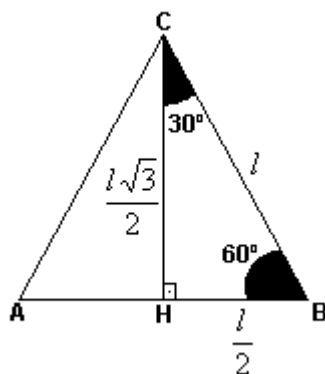
Analisando o triângulo ABC acima temos:

- $\sin \alpha = \frac{c}{a}$ $\sin \beta = \frac{b}{a}$
- $\cos \alpha = \frac{b}{a}$ $\cos \beta = \frac{c}{a}$
- $\tan \alpha = \frac{c}{b}$ $\tan \beta = \frac{b}{c}$

Vamos encontrar os valores de *seno*, *cosseno* e *tangente* para os ângulos notáveis ($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$). Utilizaremos um quadrado de lado l e um triângulo equilátero de lado l . Considere as figuras:



quadrado de lado l e diagonal $l\sqrt{2}$

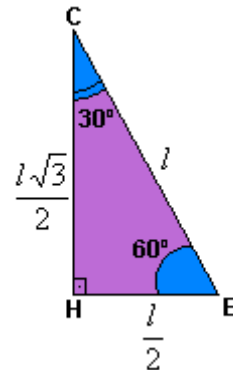


Triângulo
equilátero
de lado l
e altura
 $\frac{l\sqrt{3}}{2}$

Seno, cosseno e tangente de 30°

Aplicando as definições de seno, cosseno e tangente para os ângulos de 30°, temos:

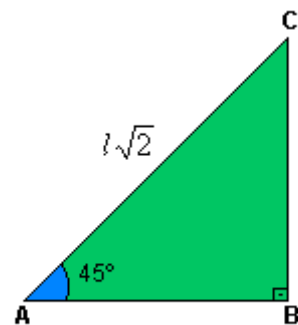
$$\begin{aligned}\operatorname{sen} 30^\circ &= \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2} \\ \cos 30^\circ &= \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \operatorname{tg} 30^\circ &= \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$



Seno, cosseno e tangente de 45°

Aplicando as definições de seno, cosseno e tangente para um ângulo de 45°, temos:

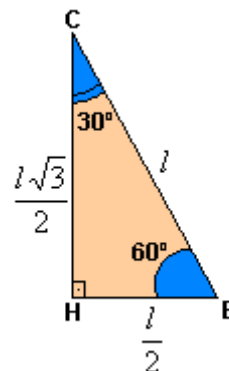
$$\begin{aligned}\operatorname{sen} 45^\circ &= \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos 45^\circ &= \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \operatorname{tg} 45^\circ &= 1\end{aligned}$$



Seno, cosseno e tangente de 60°

Aplicando as definições de seno, cosseno e tangente para um ângulo de 60°, temos:

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} 60^\circ &= \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 60^\circ &= \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2} \\ \operatorname{tg} 60^\circ &= \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{\frac{l}{2}} = \sqrt{3}\end{aligned}$$

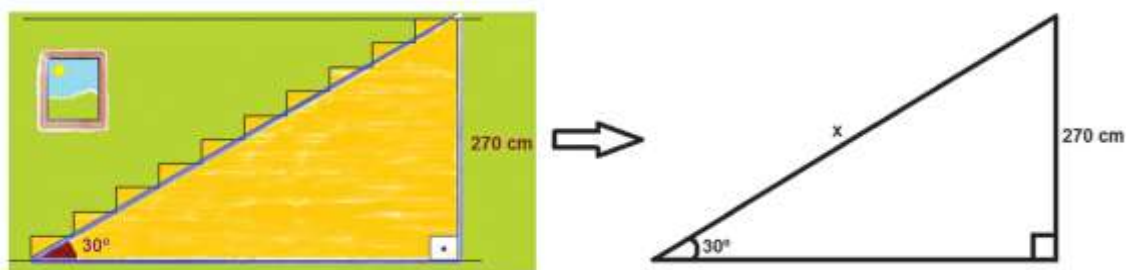


Resumindo

α	$\text{sen } \alpha$	$\text{cos } \alpha$	$\text{tg } \alpha$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Exemplo 1:

Vamos utilizar um exemplo que se encontra no material do aluno, no qual a personagem Bruno precisa construir uma escada com as dimensões especificadas nos desenhos abaixo.



Neste exemplo, podemos encontrar o valor de x aplicando a relação

$$\begin{aligned}\text{sen } 30^\circ &= \frac{270}{x} \\ \frac{1}{2} &= \frac{270}{x} \\ x &= 270 \cdot 2 \\ x &= 540 \text{ cm}\end{aligned}$$

Exemplo 2:

Um avião levanta voo sob um ângulo de 30° . Depois de percorrer 10km, a que altura se encontra este avião? (Considere que o avião não muda de inclinação em relação ao solo)

Solução:

Podemos considerar o triângulo retângulo



Aplicando a relação

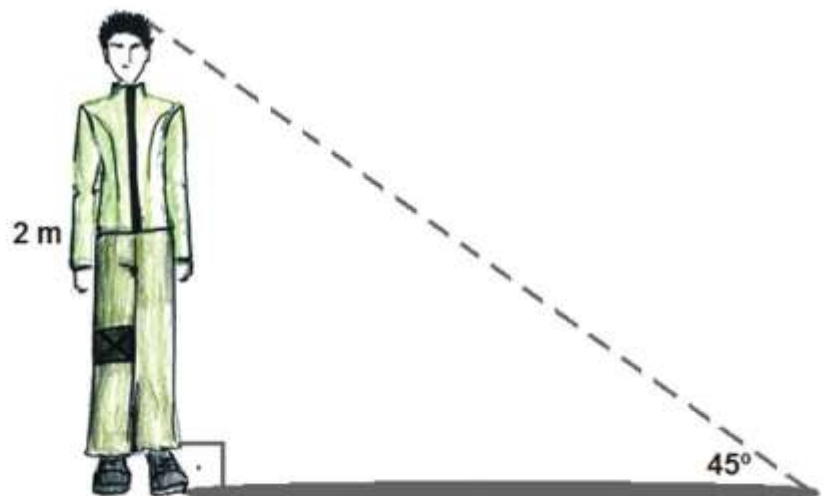
$$\operatorname{sen} 30^{\circ} = \frac{h}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{h}{2}$$

$$h = 1$$

Exemplo 3:

Uma pessoa de 2 metros de altura está exposta ao sol. Os raios solares incidem no solo sob um ângulo de 45° , como mostra a figura. Qual a medida de sua sombra projetada no solo?



Solução:

Podemos resolver este problema, aplicando

$\operatorname{tg} 45^{\circ} = \frac{2}{d}$ onde d representa o comprimento da sombra

$$\Rightarrow 1 = \frac{2}{d} \Leftrightarrow d = 2$$

Logo, a sombra, neste momento, mede 2 metros.

Propomos alguns exercícios de fixação do conteúdo ministrado.

ATIVIDADES PROPOSTAS

1) Determine o valor de x no triângulo abaixo.



2) No triângulo abaixo, calcule $\cos \hat{B}$, $\sin \hat{C}$, $\cos \hat{C}$.



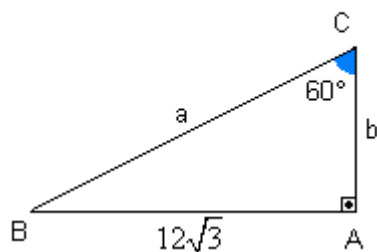
VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO

Para esta etapa, desenvolveria questões para os alunos resolverem em duplas.

1ª Questão: (Ucsal-BA) Um triângulo isósceles é tal que a medida dos ângulos de sua base é 30° . Se a altura relativa a essa base mede 1,5 cm, o perímetro desse triângulo, em centímetros, é:

- a) $6 + 3\sqrt{3}$
- b) $3 + 3\sqrt{3}$
- c) $6 + \sqrt{3}$
- d) $3 + \sqrt{3}$
- e) $\frac{6+\sqrt{3}}{2}$

2ª Questão: Considerando o triângulo retângulo ABC da figura, determine as medidas a e b indicadas.



MATERIAL DE APOIO

Neste PA, utilizamos como material de apoio o próprio material do aluno, alguns livros cuja identificação se encontra na bibliografia, além de pesquisas feitas na internet.

BIBLIOGRAFIA UTILIZADA:

- ✓ IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo. DEGENSZAJN, David. PÉRIGO, Roberto. *Matemática: volume único*, [et al.]. – São Paulo: Atual, 2002.
- ✓ Matemática e suas tecnologias. Módulo 2 – matemática / Maria Auxiliadora Vilela Paiva – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2012. (Nova EJA)
- ✓ <http://www.somatematica.com.br/soexercicios/razoesTrig.php>