

Formação Continuada Nova EJA

Plano de Ação das unidades 29 e 30 (Módulo 3)

Nome: Silas Carvalho Fernandes

Regional: Metro III – Madureira

Tutora: Gisele Pereira de Oliveira Xavier

Data: 2/06/2014

1. INTRODUÇÃO

Frequentemente em jornais e revistas e também na Internet encontramos informações numéricas organizadas na forma de tabelas, com linhas e colunas. Esta tabela numérica com linhas e colunas é o que chamaremos de Matriz.

Outro assunto importante é Sistemas lineares, pois há diversos problemas interessantes em matemática que são resolvidos utilizando sistemas lineares. Eis alguns desses problemas:

(1) O problema da população: a população de uma cidade A é quatro vezes maior que a população da cidade B. Somando a população das duas cidades, temos o total de 250.000 habitantes. Qual a população da cidade B?

(2) O problema do pagamento com notas específicas: Roberto utilizou apenas notas de R\$ 10,00 e de R\$ 50,00 para fazer um pagamento de R\$ 350,00. Quantas notas de cada tipo ele utilizou, sabendo que no total foram 15 notas?

(3) O problema do teste: um professor de matemática aplicou uma prova com 20 questões, e cada questão que o aluno acertasse receberia 5 pontos e cada questão que ele errasse perderia 3 pontos. Sabendo que Emília conseguiu 60 pontos nesse teste, quantas questões ela errou?

(4) O problema da pontuação de cada medalha:

Três escolas participaram de um torneio esportivo em que provas de dez modalidades foram disputadas. Aos vencedores de cada prova foram atribuídas medalhas de ouro, de prata ou de bronze, respectivamente aos 1º, 2º e 3º lugares. A quantidade de medalhas de cada escola, ao final da competição, bem como a pontuação geral das mesmas, são apresentadas na tabela a seguir:

Escolas	Medalhas			Pontuação final
	Ouro	Prata	Bronze	
A	4	2	2	46
B	5	3	1	57
C	4	3	3	53

Quantos pontos valem cada medalha de ouro, prata e bronze?

Este trabalho, denominado Plano de Ação 2 (PA2), têm como objetivos principais:

- (1) Identificar e representar os diferentes tipos de matrizes.
- (2) Efetuar cálculos, envolvendo as operações com matrizes.
- (3) Resolver problemas, utilizando as operações com matrizes e a linguagem matricial.
- (4) Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordens 2 e 3.
- (5) Identificar e encontrar a solução de uma equação linear.
- (6) Identificar e resolver um sistema linear.
- (7) Identificar sistemas possíveis e impossíveis.
- (8) Resolver um sistema por escalonamento.

A partir do material do curso (livro do professor (unidades 29 e 30) e livro do aluno (unidades 29 e 30)) foram escolhidas algumas atividades que formaram as 8 atividades deste PA2, que serão realizadas durante 8 tempos de aula (50 minutos para cada atividade).

Complementando as atividades propostas é apresentada uma das possíveis maneiras para avaliar o aprendizado do aluno com relação a estes assuntos, no qual se destacam três instrumentos avaliativos: prova, trabalho e participação durante as atividades propostas.

O trabalho e a prova tiveram como referência questões indicados no material do professor e no material do aluno.

Espera-se que, ao final deste PA2, o aluno tenha desenvolvido as habilidades necessárias relacionadas aos conceitos propostos.

2. DESENVOLVIMENTO DAS AULAS

As aulas serão desenvolvidas através das seguintes atividades:

Parte 1 – Matrizes e determinantes

Atividade 1 – Conhecendo e construindo matrizes (anexo I)

Duração da atividade: 50 minutos.

Material utilizado: folhas de atividades.

Disposição da turma: em duplas.

Objetivo: Identificar e representar os diferentes tipos de matrizes.

Descrição sucinta da atividade: cada dupla receberá uma folha de atividade contendo questões envolvendo o conhecimento e a construção de matrizes.

Atividade 2 – Efetuar cálculos, envolvendo as operações com matrizes (anexo II)

Duração da atividade: 50 minutos;

Material utilizado: Folha de atividades;

Disposição da turma: em duplas;

Objetivo: Efetuar cálculos envolvendo operações com matrizes.

Descrição sucinta da atividade: cada dupla receberá uma folha de atividade contendo questões envolvendo a adição, a subtração e a multiplicação de matrizes. As matrizes estão montadas através de um sistema de cores. Tal sistema de cores pode contribuir para que o aluno compreenda os algoritmos dessas operações.

Atividade 3 – Resolver problemas, utilizando as operações com matrizes e a linguagem matricial (anexo III).

Duração da atividade: 50 minutos;

Material utilizado: Folha de atividades;

Disposição da turma: em duplas;

Objetivo: Resolver problemas utilizando as operações e a linguagem de matrizes.

Descrição sucinta da atividade: Nesta atividade o professor dará aos alunos uma folha de atividades, no qual o aluno deverá resolver alguns problemas envolvendo as operações e a linguagem de matrizes.

Atividade 4 – Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordens 2 e 3 (anexo IV)

Duração da atividade: 50 minutos;

Material utilizado: Folha de atividades

Disposição da turma: em duplas;

Objetivo: Calcular o determinante de matrizes de ordens 2 e 3.

Descrição sucinta da atividade: Nesta atividade o professor dará aos alunos uma folha de atividades, no qual os alunos deverão calcular o determinante de matrizes de ordens 2 e 3.

Parte 2 – Sistemas lineares

Atividade 5 – Identificando e encontrando a solução de uma equação linear (anexo V)

Duração da atividade: 50 minutos.

Material utilizado: folhas de atividades.

Disposição da turma: em duplas.

Objetivo: Identificar e encontrar a solução de uma equação linear

Descrição sucinta da atividade: cada dupla receberá uma folha de atividade contendo situações que envolvem a identificação e a solução de equações lineares.

Atividade 6 – Identificando e resolvendo um sistema linear (anexo VI)

Duração da atividade: 50 minutos;

Material utilizado: Folha de atividades;

Disposição da turma: em duplas;

Objetivo: Identificar e resolver um sistema linear

Descrição sucinta da atividade: cada dupla receberá uma folha de atividade contendo questões que envolvem a identificação e a resolução de sistemas lineares.

Atividade 7 – Identificando sistemas possíveis e impossíveis (anexo VII)

Duração da atividade: 50 minutos;

Material utilizado: Folha de atividades;

Disposição da turma: em duplas;

Objetivo: identificar sistemas possíveis e impossíveis;

Descrição sucinta da atividade: Nesta atividade o professor dará aos alunos uma folha de atividades contendo sistemas lineares 2×2 que serão resolvidos através da associação de cada equação com uma função afim cujo gráfico é uma reta e da posição relativa dessas duas retas.

Atividade 8 – Resolvendo um sistema por escalonamento (anexo VIII)

Duração da atividade: 50 minutos;

Material utilizado: Folha de atividades

Disposição da turma: em duplas;

Objetivo: Resolver um sistema linear por escalonamento.

Descrição sucinta da atividade: Nesta atividade o aluno receberá uma folha de atividades contendo questões sobre a resolução de sistemas lineares através do escalonamento da matriz associada a cada sistema linear.

3. MATERIAL DE APOIO

Folha de atividades, lápis, caneta, borracha.

4. VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO

A verificação do aprendizado será realizada através de 3 instrumentos:

- (1) Prova (valor: 50% do total de pontos);
- (2) Trabalho (valor: 30% do total de pontos);
- (3) Participação durante as atividades: (valor: 20% do total de pontos).

5. AVALIAÇÃO

Os exemplos das avaliações propostas (trabalho e prova) encontram-se na parte 7 deste PA2 (Anexos IX e X).

6. BIBLIOGRAFIA UTILIZADA

Matemática e suas tecnologias. Volume 2 Módulo 3 – Matemática – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2014.

Matemática e suas tecnologias. Módulo 3, Matemática, Unidade 29 – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2014.

Matemática e suas tecnologias. Módulo 3, Matemática, Unidade 30 – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2014.

7. ANEXOS

Anexo I - Atividade 1 – Conhecendo e construindo matrizes.

(1) Dada a matriz $B = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 35 \\ 20 & 25 & 25 \\ 30 & 20 & 5 \end{pmatrix}$,

identifique o elemento que está:

- (a) Na primeira linha e primeira coluna.
- (b) Na terceira linha e segunda coluna.
- (c) Na segunda linha e terceira coluna.
- (d) Na terceira linha e terceira coluna.

(2) Dada a matriz $B = \begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 20 & 25 \end{pmatrix}$,

Identifique o elemento:

- (a) a_{11} .
- (b) a_{12} .
- (c) a_{21} .
- (d) a_{22} .

(3) (a) Construa uma matriz com 2 linhas e 2 colunas, onde a regra geral é dada por $a_{ij} = i - j$.

(b) Construa uma matriz com 3 linhas e 3 colunas dada por $a_{ij} = 1$, se $i = j$ e $a_{ij} = 0$ se $i \neq j$.

Anexo II - Atividade 2 – Efetuar cálculos, envolvendo as operações com matrizes.

(1) Efetue a operação entre matrizes indicada em cada item abaixo.

(a)
$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & -6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

(b)
$$\begin{pmatrix} 12 & -6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$$

(c)
$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$$

(d)
$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 0 & 3 \\ 2 & 10 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 & 8 \\ 3 & -5 & 9 \\ 11 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

(e)
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 11 & 2 & -5 \\ 6 & -4 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 12 & 2 & 5 \\ 3 & -7 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(f)

$$\begin{pmatrix} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 0 \\ \hline 5 & 2 & -1 \\ \hline 1 & 3 & 4 \\ \hline \end{array} & \cdot & \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 3 \\ \hline 2 & -4 & 0 \\ \hline \end{array} \end{pmatrix}$$

(g)

$$\begin{pmatrix} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 5 & -3 \\ \hline 2 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 7 \\ \hline \end{array} & \cdot & \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 4 \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ \hline 7 & 2 & 0 \\ \hline \end{array} \end{pmatrix}$$

(h)

$$\begin{pmatrix} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 1 & 0 \\ \hline 3 & -1 & 2 \\ \hline \end{array} & \cdot & \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 1 & 9 \\ \hline 7 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \end{pmatrix}$$

Anexo III - Atividade 3 – Resolver problemas, utilizando as operações com matrizes e a linguagem matricial

(1)

O problema das faltas

As tabelas a seguir indicam o número de faltas de três alunos (A, B e C) em três disciplinas (Física, Química e Matemática), nos meses de Outubro de Novembro.

Outubro

Física	Química	Matemática	
Aluno A	3	2	3
Aluno B	4	1	2
Aluno C	2	0	1

Novembro

Física	Química	Matemática	
Aluno A	2	4	2
Aluno B	0	3	1
Aluno C	1	2	1

- Construa uma matriz que represente o número de faltas neste bimestre de cada aluno por matéria.
- Neste bimestre, quem teve o maior número de faltas em Matemática? E o menor número de faltas em Física?
- Construa uma matriz, fazendo a diferença entre o número de faltas do mês de Novembro e o número de faltas do mês de Outubro.
- O que você pode concluir com estes elementos encontrados?

(2)

O problema da sapataria

(atividade adaptada do site: <http://www.feg.unesp.br/extensao/teia/aulas/Ana26a-gosto-AtividadeExtra.pdf>)

Considere as duas tabelas a seguir que já estamos familiarizados nessa aula:

Tabela 2: Custo e lucro de alguns artigos de uma sapataria

Artigo	Bota	Sapato	Sandália
Custo R\$	200	120	80
Lucro R\$	75	25	20

Tabela 3: Quantidade de artigos vendidos dessa sapataria em alguns meses do ano

Mês	Março	Abril	Maio
Bota	10	15	35
Sapato	20	25	25
Sandália	30	20	05

A Tabela 2, como já vimos, apresenta-nos o custo e o lucro de alguns artigos de uma sapataria, enquanto que a tabela 3 apresenta-nos a quantidade dos artigos vendidos durante três meses do ano.

- É possível criar uma tabela que nos apresente o custo total e o lucro total de cada um desses três meses. Construa-a.
- Quantas linhas e quantas colunas de dados numéricos você obteve na sua matriz?
- Se na Tabela 2 existisse também coluna para o item "chinelo", ainda seria possível criar uma tabela que apresentasse custo total e lucro total?
- Se na Tabela 2 existisse também uma linha para o item "Gastos com Funcionários", seria possível criar uma tabela que apresentasse custo total, lucro total e gasto total com funcionários?
- Se na Tabela 3 existisse também colunas para os meses de Junho, Julho e Agosto, ainda seria possível criar uma tabela que apresentasse custo total e lucro total?
- Se na Tabela 3 existisse também uma linha para o item "tênis", ainda seria possível criar uma tabela que apresentasse custo total e lucro total?
- Qual a condição necessária para que possamos relacionar as duas tabelas?

Anexo IV – Atividade 4 – Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordens 2 e 3

(1) Qual o determinante da matriz identidade I_2 e I_3 .

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) Calcule o determinante de cada matriz abaixo.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 7 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 7 & 5 & 2 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Anexo V - Atividade 5 – Identificando e encontrando a solução de uma equação linear

(1) Miguel foi sacar R\$ 70,00 em um caixa eletrônico que tinha apenas notas de R\$ 10,00 e de R\$ 20,00. Quantas notas de cada ele pode ter recebido do caixa eletrônico?

Resolva o problema acima completando a seguinte tabela:

x (nº de notas de R\$ 10,00)	y (nº de notas de R\$ 20,00)
1	
3	
5	
7	

(2) Dada a equação linear $2x + 3y = 11$, faça o que se pede:

- (a) Verifique se (2,3) é solução da equação;
- (b) Encontre a solução da equação para $x = -1$;
- (c) Encontre a solução da equação para $y = 5$;
- (d) Encontre outra solução qualquer diferente das encontradas no item (b) e (c).

Anexo VI - Atividade 6 – Identificando e resolvendo um sistema linear

Resolva os problemas:

(a) Roberto utilizou apenas notas de R\$ 10,00 e de R\$ 50,00 para fazer um pagamento de R\$ 350,00. Quantas notas de cada tipo ele utilizou, sabendo que no total foram 15 notas?

(b) Um professor de matemática aplicou uma prova com 20 questões, e cada questão que o aluno acertasse receberia 5 pontos e cada questão que ele errasse perderia 3 pontos. Sabendo que Emília conseguiu 60 pontos nesse teste, quantas questões ela errou?

Anexo VII - Atividade 7 – Identificando sistemas possíveis e impossíveis

Cada equação de um sistema linear 2x2 pode ser interpretada como uma função afim cujo gráfico é uma reta. Assim, as posições relativas dessas duas retas podem ser:

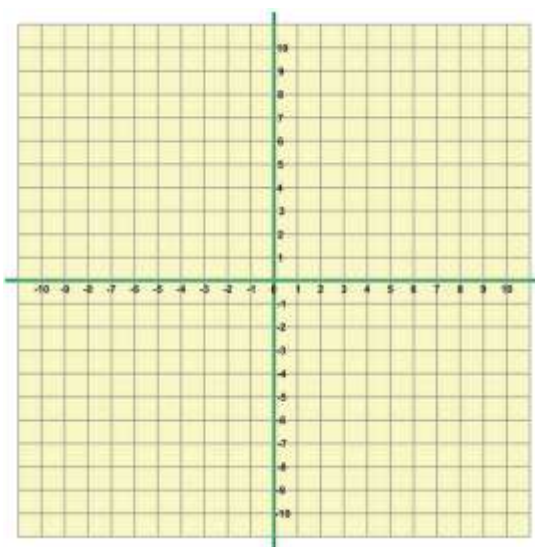
(a) concorrentes – Quando isso ocorrer haverá um ponto apenas em comum e diremos que o sistema é possível e determinado (SPD), visto que só existirá uma única solução.

(b) paralelas – Quando isso ocorrer as retas não terão pontos em comum e diremos que o sistema é impossível (SI), visto que não haverá soluções para ambas as equações ao mesmo tempo.

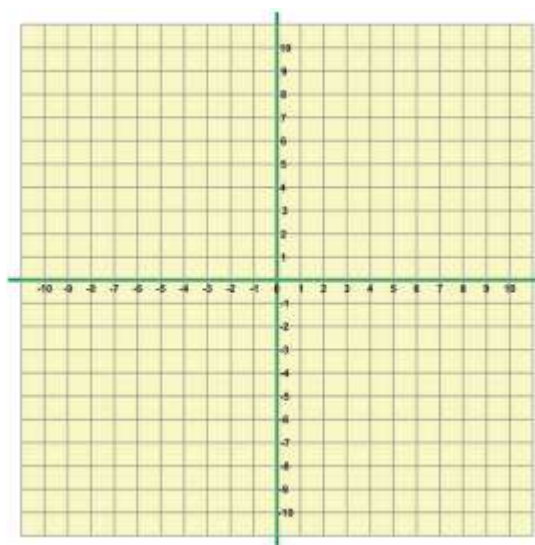
(c) coincidentes – Quando isso ocorrer, as retas terão infinitos pontos em comum e diremos que o sistema é possível e indeterminado (SPI), visto que existirão soluções (possível), porém infinitas (indeterminado).

Cada equação dos sistemas lineares abaixo pode ser interpretada como uma função afim cujo gráfico é uma reta. Construa os gráficos associados a cada sistema linear num mesmo sistema cartesiano e determine se o sistema é: SPD, SI ou SPI.

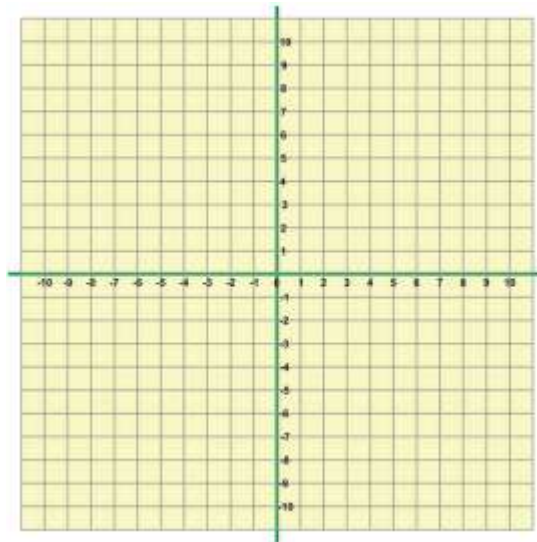
$$(1) \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$



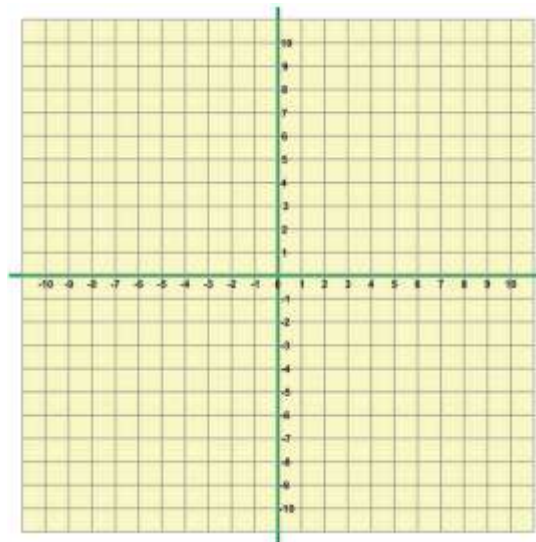
$$(2) \begin{cases} x + y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases}$$



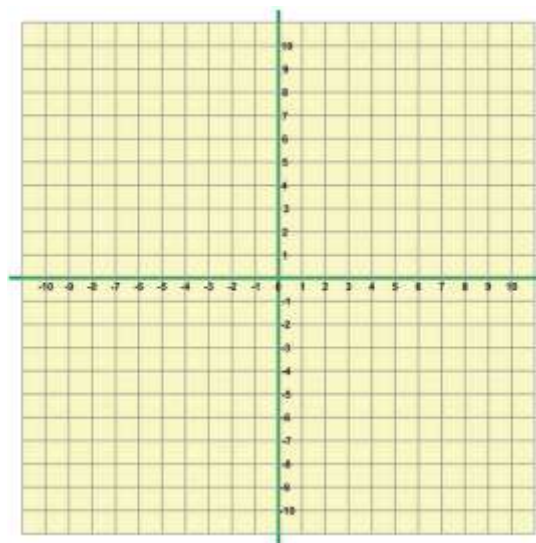
$$(3) \begin{cases} x + y = 5 \\ 4x + 4y = 20 \end{cases}$$



$$(4) \begin{cases} 2x - y = 6 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$



$$(5) \begin{cases} 3x - y = 6 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$$



Anexo VIII – Atividade 8 – Resolver um sistema por escalonamento

Para a resolução de um sistema linear pelo método do escalonamento devemos utilizar as seguintes “propriedades”:

- (P1) Podemos associar um sistema linear a uma matriz formada pelos coeficientes de cada equação linear e seu termo independente;
- (P2) Podemos multiplicar qualquer linha dessa matriz por um número real k , diferente de zero;
- (P3) Podemos substituir uma dessa matriz pela soma dos elementos dela com os correspondentes elementos de outra linha dessa matriz;
- (P4) Podemos trocar a posição de duas linhas desse sistema.

Observe o exemplo abaixo:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Usando P1, temos: $\begin{pmatrix} 2 & -3 & -4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{usando P4}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{usando P2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -3/2 & -2 \end{pmatrix}$

$$\xrightarrow{\text{usando P3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -5/2 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{usando P2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{usando P3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Logo, $x = 1$ e $y = 2$.

Agora é com você: resolva os sistemas lineares abaixo usando o método do escalonamento.

(a) $\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 4x + y = 13 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x - 3y = -14 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$

Anexo IX – Trabalho individual

Trabalho Individual

Colégio Estadual Antônio Houaiss

Nome: _____ Turma: ____ N° ____

Professor: Silas.

(1) Qual o conteúdo matemático que foi estudado nas unidades 29 e 30?

(2) Determine a soma das matrizes: $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -3 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(3) Qual o valor do determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}$?

(4) Resolva o sistema linear abaixo pelo método do escalonamento:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 4x + y = 4 \end{cases}$$

(5) A empresa *Brinque Mais* fez uma doação de brinquedos para um orfanato. Essa doação compreendeu: 535, entre bolas e bonecas; 370, entre bonecas e carrinhos, e 455, entre bolas e carrinhos. Qual o número de carrinhos doados pela empresa?

Anexo X - Prova

Prova

Colégio Estadual Antônio Houaiss

Nome: _____ Turma: _____ N° _____

Professor: Silas.

(1) Qual o conteúdo matemático que foi estudado nas unidades 29 e 30?

(2) Três escolas participaram de um torneio esportivo em que provas de dez modalidades foram disputadas. Aos vencedores de cada prova foram atribuídas medalhas de ouro, de prata ou de bronze, respectivamente aos 1º, 2º e 3º lugares. A quantidade de medalhas de cada escola, ao final da competição, bem como a pontuação geral das mesmas, são apresentadas na tabela a seguir:

Escolas	Medalhas			Pontuação final
	Ouro	Prata	Bronze	
A	4	2	2	46
B	5	3	1	57
C	4	3	3	53

Quantos pontos valem cada medalha de ouro, prata e bronze?

(3) Determine a soma das matrizes: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 7 & 8 & -3 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

(4) Qual o valor do determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 7 \end{pmatrix}$?

(5) Resolva o sistema linear abaixo pelo método do escalonamento:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x + y = 3 \end{cases}$$