Formação Continuada Nova EJA

Plano de Ação 26, 27 e 28

Nome: Marlon Ferreira Corsi

Regional: Metropolitana IV

Tutora: Tânia Maria Padilha da Silva

INTRODUÇÃO

Aula sobre Progressão Aritmética e Geometrica, Porcentagem e Matemática Financeira.

DESENVOLVIMENTO DA(S) AULA(S)

Precisarei de 12 tempos de aula assim discriminados:

1) Quatro tempos para desenvolver os conceitos de Progressão,

Progressão Aritmética

Conceito:

Progressão Aritmética é toda sucessão de números onde qualquer termo, a partir do segundo, seu posterior é acrescentado um valor constante. Esse valor constante é indicado por **r**, e é denominado ***razão da progressão aritmética***.

Exemplos simples

(3, 6, 9 , 12, ...) → é uma P.A. de razão r = 3

(25, 20, 15, 10, ...) → é uma P.A. de razão r = - 5

(7, 7, 7, 7, ...) → é uma P.A. de razão r = 0

A razão de uma **P.A.** pode ser calculada pela igualdade abaixo:

$$\mathbf{r = a_n - a_{n-1}}$$

$$\mathbf{r} = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = a_n - a_{n-1}$$

Lembrando que, segundo a noção de **P.A.** :

$$\mathbf{a_n = a_{n-1} + r}$$

ou seja

$$a_2 = a_1 + r$$

Classificação:

- Quando r > 0, a P.A. é **crescente**. Por exemplo:

(3, 6, 9, 12, 15, ...)

$r = a_2 - a_1$ | | $a_1 = 3$
$r = 6 - 3$ | **onde** | $a_2 = 6$ ($a_2 = a_1 + r \rightarrow a_2 = 3 + 3 \rightarrow a_2 = 6$)
$r = 3$ | | $a_3 = 9$ ($a_3 = a_1 + 2r \rightarrow a_3 = 3 + 2(3) \rightarrow a_3 = 3 + 6 \rightarrow a_3 = 9$)

Concluindo que toda **P.A.** crescente, partindo do segundo termo, qualquer elemento é maior que o anterior. Assim, temos: $\mathbf{a_n > a_{n-1}}$

- Quando $r < 0$, a P.A. é **decrescente**. Por exemplo:

(15, 12, 9, 6, 3, ...)

$r = a_2 - a_1$		$a_1 = 15$
$r = 12 - 15$	**onde**	$a_2 = 12$ ($a_2 = a_1 + r \rightarrow a_2 = 15 - 3 \rightarrow a_2 = 12$)
$r = -3$		$a_3 = 9$ ($a_3 = a_1 + 2r \rightarrow a_3 = 15 + 2(-3) \rightarrow a_3 = 15 - 6 \rightarrow a_3 = 9$)

Concluindo que toda **P.A.** decrescente, partindo do segundo termo, qualquer elemento é menor que o anterior. Assim, temos: $\mathbf{a_n < a_{n-1}}$

- Quando $r = 0$, a P.A. é **constante ou estacionária**. Por exemplo:

(6, 6, 6, 6, ...)

$r = a_2 - a_1$		$a_1 = 6$
$r = 6 - 6$	**onde**	$a_2 = 6$ ($a_2 = a_1 + r \rightarrow a_2 = 6 + 0 \rightarrow a_2 = 6$)
$r = 0$		$a_3 = 6$ ($a_3 = a_1 + 2r \rightarrow a_3 = 6 + 2(0) \rightarrow a_3 = 6 + 0 \rightarrow a_3 = 6$)

Concluindo que toda **P.A.** constante ou estacionária, tem seus temos iguais entre si.
Assim: $\mathbf{\ldots = (a_{n-2}) = (a_{n-1}) = (a_n) = (a_{n+1}) = (a_{n+2}) = \ldots}$

- Em toda **P.A.** finita, a soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual à soma dos extremos. Por exemplo:

(5, 10, 15, 20, 25, 30)

$a_1 + a_6 = 5 + 30 = 35$		**(a, b, c, d, e, f)**
$a_2 + a_5 = 10 + 25 = 35$	**ou seja**	
$a_3 + a_4 = 12 + 20 = 35$		**a + f = b + e = c + d**

- Qualquer termo de uma **P.A.** finita, com exceção dos extremos, é média aritmética entre o anterior e o posterior. Por exemplo:

(1, 5, 9, 13, 17, 21, 24)

$a_4 = (a_2 + a_6) / 2$	$a_4 = (a_3 + a_5) / 2$
$a_4 = (5 + 21) / 2$	$a_4 = (9 + 17) / 2$
$a_4 = 26 / 2$	$a_4 = 26 / 2$
$a_4 = 13$	$a_4 = 13$

Termo Geral da P.A.

Muitas vezes, encontramos **P.A.** com apenas os primeiros termos, e a partir deles, podemos encontra a razão. Seria ainda melhor, se encontrássemos a partir da razão e do primeiro termo, toda a sequência. Compreenda porque:

$r = a_2 - a_1$

$a_2 = a_1 + r$
$a_3 = a_2 + r \longrightarrow a_3 = (a_1 + r) + r \longrightarrow a_3 = a_1 + 2r$
$a_4 = a_3 + r \longrightarrow a_4 = (a_1 + 2r) + r \longrightarrow a_4 = a_1 + 3r$
(e assim por diante)

Assim, concluímos que $a_n = a_1 + (n - 1) . r$ é a fórmula que rege a demonstração acima, e é denominada como ***fómula do termo geral da P.A.***

Observe que $a_{10} = a_5 + 5r$, pois ao passar de a_4 para a_9, avançamos cinco termos. Assim, compreenda:

$a_n = a_k + (n - k) . r$
$a_7 = a_3 + (7 - 3) . r$
$a_7 = a_3 + 4r$

Soma dos termos de uma P.A. finita

Para calcular a soma dos termos de uma P.A. finita, usaremos a fórmula abaixo.

$S_n = [(a_k + a_n) . n] / 2$

$S_n \longrightarrow$ é o valor da soma dos termos da sequência
$a_k \longrightarrow$ é o primeiro termo escolhido da sequência
$a_n \longrightarrow$ é o último termo escolhido da sequência
$n \longrightarrow$ é a posição do último termo escolhido da sequência

Por exemplo:

Dê a soma dos sete primeiros termos da P.A. (x, 7, 11, ...)

$r = a_3 - a_2$
$r = 11 - 7$
$r = 4$

Ache o primeiro termo:
$a_7 = a_1 + 6r$
$a_7 = 3 + 6(4)$
$a_7 = 27$

$S_n = [(a_k + a_n) . n] / 2$
$S_n = [(3 + 27) . 7] / 2$
$S_n = [30 . 7] / 2$
$S_n = 210 / 2$
$S_n = 105$

Progressão Geométrica

Conceito:

Progressão Geométrica é a sequência de números não nulos, onde qualquer termo (a partir do segundo), é igual ao antecedente mutiplicado por uma constante. Essa constante é denominada ***razão da progressão***, sendo indicada por **q**.

Exemplos simples

(3, 9,27, 81, ...) → é uma P.G. Crescente de razão q = 3

(90, 30, 10, ...) → é uma P.G. Decrescente de razão q = 1/3

(-7, 14, -28, 56, ...) → é uma P.G. Oscilante de razão q = - 2

(3, 3, 3, 3, ...) → é uma P.G. Constante de razão q = 1

A razão de uma **P.G.** pode ser calculada pela igualdade abaixo:

$$q = a_n / a_{n-1}$$

- Quando q > 0, a P.G. é **crescente**. Por exemplo:

(3, 6, 12, 24, 48, ...)

$q = a_2 / a_1$		$a_1 = 3$
$q = 6 / 3$	**onde**	$a_2 = 6$ ($a_2 = a_1 \cdot q \rightarrow a_2 = 3 \cdot 2 \rightarrow a_2 = 6$)
$q = 2$		$a_3 = 9$ ($a_3 = a_1 \cdot q^2 \rightarrow a_3 = 3 \cdot 2^2 \rightarrow a_3 = 3 \cdot 4 \rightarrow a_3 = 12$)

Concluindo que toda **P.G.** crescente, partindo do segundo termo, qualquer elemento é maior que o anterior. Assim, temos: $a_n > a_{n-1}$

- Quando a1 < 0 e q > 1 ou a1 > 0 e 0 < q < 1, a P.G. é **decrescente**. Por exemplo:

(48, 24, 12, 6, 3, ...)

$q = a_2 / a_1$		$a_1 = 48$
$q = 24 / 48$	**onde**	$a_2 = 24$ ($a_2 = a_1 \cdot q \rightarrow a_2 = 48 \cdot 1/2 \rightarrow a_2 = 24$)
$q = 1 / 2$		$a_3 = 12$ ($a_3 = a_1 \cdot q^2 \rightarrow a_3 = 48 \cdot (1/2)^2 \rightarrow a_3 = 48 \cdot 1/4 \rightarrow a_3 = 12$)

Concluindo que toda **P.G.** decrescente, partindo do segundo termo, qualquer elemento é menor que o anterior.

Assim, temos: $\mathbf{a_n < a_{n-1}}$

- Quando $q < 0$, a P.G. é Alternante ou Oscilante. Por exemplo:

(- 5, 10, - 20, 40, - 80, ...)

$q = a_2 / a_1$		$a_1 = -5$
$q = 10 / -5$	**onde**	$a_2 = 10$ ($a_2 = a_1 \cdot q \rightarrow a_2 = -5 \cdot -2 \rightarrow a_2 = 10$)
$q = -2$		$a_3 = -20$ ($a_3 = a_1 \cdot q^2 \rightarrow a_3 = -5 \cdot (-2)^2 \rightarrow a_3 = -5 \cdot 4 \rightarrow a_3 = -20$)

Concluindo que toda **P.G.** Alternate ou Oscilante, partindo de qualquer termo, há uma alternância sucessiva entre termo negativo e positivo.

Quadro Geral
P.G. Crescente $\rightarrow a_1 > 0$ ou $a_1 < 0$ e $0 < q < 1$
P.G. Decrescente $\rightarrow a_1 < 0$ e $q > 1$ ou $a_1 > 0$ e $0 < q < 1$
P.G. Constante $\rightarrow q = 1$
P.G. Alternante ou Oscilante $\rightarrow q < 0$

Termo Geral da P.G.

Como em uma P.A. pode se achar todos os seus termos a partir de um qualquer termo e da razão, em uma P.G., isso também é possível, sendo a fórmula denominada ***termo geral da P.G.***. Veja:

$a_2 / a_1 = q \rightarrow \mathbf{a_2 = a_1 \cdot q}$

$a_3 / a_2 = q \rightarrow a_3 = a_2 \cdot q \rightarrow a_3 = a_1 \cdot q \cdot q \rightarrow \mathbf{a_3 = a_1 \cdot q^2}$

$a_4 / a_3 = q \rightarrow a_4 = a_3 \cdot q \rightarrow a_4 = a_1 \cdot q^2 \cdot q \rightarrow \mathbf{a_4 = a_1 \cdot q^3}$
(e assim por diante)

Assim, concluímos que $\mathbf{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$ é a fórmula que rege a demonstração acima, lembrendo que, se não tivessemos o primeiro termo da **P.G.**, mas tivessemos outro como o terceiro, usariámos a sequinte fórmula:

$\mathbf{a_n = a_k \cdot q^{n-k}}$

Por exemplo:

Dada a **P.G.** (x, y, 12, 24, 48, ...) determine o seu oitavo termo:

Primeiramente achamos a razão:

$\mathbf{q = a_n / a^{n-1}}$ $\quad q = a_4 / a_3 \quad q = 24 / 12 \quad q = 2$

Agora resolvemos apartir do terceiro termo:

$\mathbf{a_n = a_k \cdot q^{n-k}}$
$a_8 = a_3 \cdot q^{8-3}$
$a_8 = 12 \cdot 2^5$
$a_8 = 12 \cdot 32$
$a_8 = 384$

$\mathbf{a_n} \rightarrow$ é o último termo especificamente pedido
$\mathbf{a_k} \rightarrow$ é o primeiro termo escolhido
$\mathbf{k} \rightarrow$ é a posição do termo a_k
$\mathbf{n} \rightarrow$ é a posição do termo a_n

Dividir a turma em grupos para aplicarem seus conhecimentos nas Atividades 9, 10,11,12,13 e 14.

2) Quatro tempos para desenvolver o conceito de Porcentagem e juros Simples; e

Porcentagem ou percentagem, é a fração de um número inteiro expressa em centésimos. Representa-se com o símbolo % (que se lê "por cento"). Os cálculos de porcentagens são muito usados na indústria, finanças e no mundo científico para avaliar resultados.

É muito freqüente o uso de expressões como as apresentadas na figura acima.
Desconto de 40% nos automóveis significa que em cada R$100,00 houve um desconto de R$40,00.
Um aumento salarial de 120% significa que em cada R$100,00 há um acréscimo de R$120,00

PROBLEMA 01: O salário de Renan era de R$ 9.500,00. Ele teve um aumento de 30%. De quanto foi esse aumento em reais? Qual o seu novo salário?

Solução: Inicialmente calcularemos 30% de 9.500

$$\frac{30}{100} \cdot 9500 = 2850$$

ou

$$como \ \ 30\% = \frac{30}{100} = 0{,}3 \ \ então \ \ 9500 \cdot 0{,}3 = 2850$$

Novo salário 9.500,00 + 2850 = 12.350,00
aumento R$2.850,00 e novo salário 12.350,00

Ou multiplicar 9500 por 1,3 (1+0,30) indicando o acréscimo.

PROBLEMA 02:Numa pesquisa de 1900 pessoas preferem o jornal A, que corresponde a 38% dos entrevistados. Quantos foram os entrevistados?

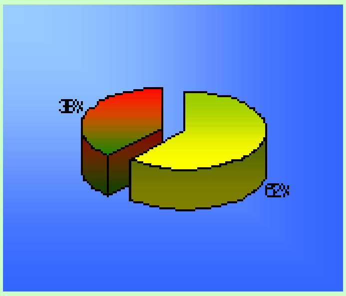
Solução:

$$Sabendo \ \ que \ \ 38\% \ \ de \ \ uma \ \ certa \ \ quantia \ \ vale \ \ 1900$$

$$0{,}38 \cdot x = 1900$$

$$x = \frac{1900}{0{,}38}$$

$$x = 5000$$



PROBLEMA 03:Um caderno que custava R$ 15,00, passou a custar R$ 24,00. Qual a taxa percentual de aumento?

Solução:

$$Aumento \ \ 24{,}00 - 15{,}00 = 9{,}00$$

$$Usando \ \ regra \ \ de \ \ três \ \ simples, \ \ temos:$$

$$15{,}00 \ \ representa \ \ 100\%$$

$$9{,}00 \ \ representa \ \ x\%$$

$$15 \cdot x = 9 \cdot 100$$

$$15 \cdot x = 900$$

$$x = \frac{900}{15}$$

$$x = 60\%$$

Uma dica importante: o **FATOR DE MULTIPLICAÇÃO.**

Se, por exemplo, há um acréscimo de 10% a um determinado valor, podemos calcular o novo valor apenas multiplicando esse valor por **1,10**, que é o fator de multiplicação. Se o acréscimo for de 20%, multiplicamos por **1,20**, e assim por diante. Veja a tabela abaixo:

Acréscimo ou Lucro	Fator de Multiplicação
10%	1,10
15%	1,15
20%	1,20
47%	1,47
67%	1,67

Exemplo: Aumentando 10% no valor de R$10,00 temos: 10 * 1,10 = **R$ 11,00**

No caso de haver um decréscimo, o fator de multiplicação será:

Fator de Multiplicação = 1 - taxa de desconto (na forma decimal)

Veja a tabela abaixo:

Desconto	Fator de Multiplicação
10%	0,90
25%	0,75
34%	0,66
60%	0,40
90%	0,10

Exemplo: Descontando 10% no valor de R$10,00 temos: 10 * 0,90 = **R$ 9,00**

Podemos definir juros como o rendimento de uma aplicação financeira, valor referente ao atraso no pagamento de uma prestação ou a quantia paga pelo empréstimo de um capital. Atualmente, o sistema financeiro utiliza o regime de juros compostos, por ser mais lucrativo. Os juros simples eram utilizados nas situações de curto prazo, hoje não utilizamos a capitalização baseada no regime simples. Mas vamos entender como funcionava a capitalização no sistema de juros simples.

No sistema de capitalização simples, os juros são calculados baseados no valor da dívida ou da aplicação. Dessa forma, o valor dos juros é igual no período de aplicação ou composição da dívida.

A expressão matemática utilizada para o cálculo das situações envolvendo juros simples é a seguinte:

$J = C * i * t$, onde

J = juros

C = capital

i = taxa de juros

t = tempo de aplicação (mês, bimestre, trimestre, semestre, ano...)

M = C + J

M = montante final
C = capital
J = juros

Exemplo 1

Qual o valor do montante produzido por um capital de R$ 1.200,00, aplicado no regime de juros simples a uma taxa mensal de 2%, durante 10 meses?

Capital: 1200
i = 2% = 2/100 = 0,02 ao mês (a.m.)
t = 10 meses

J = C * i * t
J = 1200 * 0,02 * 10
J = 240

M = C + j
M = 1200 + 240
M = 1440

O montante produzido será de R$ 1.440,00.

Exemplo 2

Vamos construir uma planilha especificando passo a passo a aplicação de um capital durante o período estabelecido inicialmente.

Um capital de R$ 5.000,00 foi aplicado a uma taxa de juros mensais de 3% ao mês durante 12 meses. Determine o valor dos juros produzidos e do montante final da aplicação.

Mês	Montante inicial	Juros	Montante final
1	5.000,00	5.000 * 3% = 150	5.150,00
2	5.150,00	5.000 * 3% = 150	5.300,00
3	5.300,00	5.000 * 3% = 150	5.450,00
4	5.450,00	5.000 * 3% = 150	5.600,00
5	5.600,00	5.000 * 3% = 150	5.750,00
6	5.750,00	5.000 * 3% = 150	5.900,00
7	5.900,00	5.000 * 3% = 150	6.050,00
8	6.050,00	5.000 * 3% = 150	6.200,00
9	6.200,00	5.000 * 3% = 150	6.350,00
10	6.350,00	5.000 * 3% = 150	6.500,00
11	6.500,00	5.000 * 3% = 150	6.650,00
12	6.650,00	5.000 * 3% = 150	6.800,00

O montante final foi equivalente a R$ 6.800,00, e os juros produzidos foram iguais a R$ 1.800,00.

Ao separar a turma em grupos passar as atividades 8,9,10,11 e 12.

3) Quatro tempos para desenvolver o conceito de juros compostos.

JUROS COMPOSTOS

O regime de juros compostos é o mais comum no sistema financeiro e portanto, o mais útil para cálculos de problemas do dia-a-dia. Os juros gerados a cada período são incorporados ao principal para o cálculo dos juros do período seguinte.

Chamamos de capitalização o momento em que os juros são incorporados ao principal.

Após três meses de capitalização, temos:

1º mês: **M =P.(1 + i)**

2º mês: o principal é igual ao montante do mês anterior: **M = P x (1 + i) x (1 + i)**

3º mês: o principal é igual ao montante do mês anterior: **M = P x (1 + i) x (1 + i) x (1 + i)**

Simplificando, obtemos a fórmula:

$$M = P\,.\,(1 + i)^n$$

Importante: a taxa **i** tem que ser expressa na mesma medida de tempo de **n**, ou seja, taxa de juros ao mês para n meses.

Para calcularmos apenas os juros basta diminuir o principal do montante ao final do período:

$$J = M - P$$

Exemplo:

Calcule o montante de um capital de R$6.000,00, aplicado a juros compostos, durante 1 ano, à taxa de 3,5% ao mês.

(use *log 1,035=0,0149* e *log 1,509=0,1788*)

Resolução:

P = R$6.000,00

t = 1 ano = 12 meses

i = 3,5 % a.m. = 0,035

M = ?

Usando a fórmula **$M=P.(1+i)^n$**, obtemos:

$M = 6000.(1+0,035)^{12} = 6000.(1,035)^{12}$

Fazendo $x = 1,035^{12}$ e aplicando logaritmos, encontramos:

$\log x = \log 1,035^{12}$ => $\log x = 12 \log 1,035$ => $\log x = 0,1788$ => $x = 1,509$

Então M = 6000.1,509 = 9054.

Portanto o montante é R$9.054,00

Dividindo a turma em grupos pararesolverem as atividades 1,2,3,4,5,6,7,8,9 e 10.

MATERIAL DE APOIO

Livro do professor e do aluno do Nova EJA

Multimídia

VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO

Resolverem em casa os Exercicios extras das páginas 235, 236, 237, 238, 239, 289, 290 e 291 dolivrodo Professor.

AVALIAÇÃO

Correção dos exercicios em sala resolvidos em casa pelos alunos.

BIBLIOGRAFIA UTILIZADA.

SEEDUC, Matemática e suas Tecnologias, Nova EJA, Vol 1- Mod 3, Matemática, Unidade 26, 27 e 28.