

Formação Continuada em MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 1º ano – 1º bimestre/2014

## **Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo**

Tarefa 2

Cursista: JUAREZ AMARAL DOS REIS

Tutor: RODOLFO GREGORIO DE MORAES

Grupo: 1

**Introdução:** Este plano de trabalho tem como objetivo uma introdução ao estudo da trigonometria no triângulo retângulo, com atividades trabalhadas em grupos, em sala de aula com folhas de atividades ou em atividades fora de sala de aula calculando experimentalmente e analiticamente as razões trigonométricas no triângulo retângulo, permitindo assim a construção dos conceitos fundamentais na trigonometria do triângulo retângulo.

No primeiro roteiro de ação: **Relembrando as Proporções em Triângulos Semelhantes**, os alunos irão relembrar os conceitos de semelhança de triângulos retângulos e suas principais propriedades.

No segundo roteiro de ação: **Calculando as Razões Trigonômicas dos Ângulos Notáveis**, os alunos deverão calcular experimentalmente as razões trigonométricas dos ângulos notáveis, aprofundando os conceitos das razões trigonométricas em um triângulo retângulo

No terceiro roteiro de ação: **Construindo um teodolito artesanal**, os alunos deverão construir um teodolito artesanal e usá-lo para calcular a altura do prédio da escola.

No quarto roteiro de ação: **Calculando Alturas Inacessíveis**, os alunos deverão aplicar os conceitos sobre as razões trigonométricas em problemas do cotidiano.

### Roteiro de Ação 1: Relembrando as Proporções em Triângulos Semelhantes

#### Desenvolvimento:



GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO  
SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO  
COORDENADORIA REGIONAL METROPOLITANA XI  
COLÉGIO ESTADUAL PROF. MURILO BRAGA

Nomes: ..... N<sup>os</sup> .....

Turma: 10..... Professor: Juarez Reis Data: ...../...../2014 Nota: .....

1- Usando folhas de papel A4, construa um triângulo retângulo semelhante ao da figura 1 abaixo, obtido com um corte na marca da dobra. Depois, construa outros dois triângulos, semelhantes ao primeiro, com auxílio de uma régua, fazendo um corte na marca da dobra, conforme a figura 2 e a figura 3.

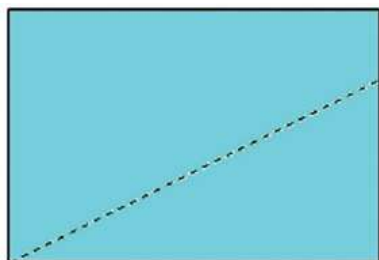


Figura 1

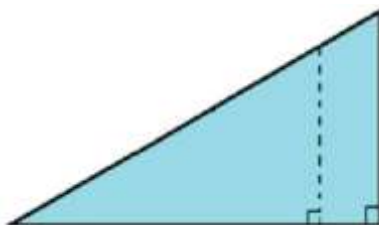


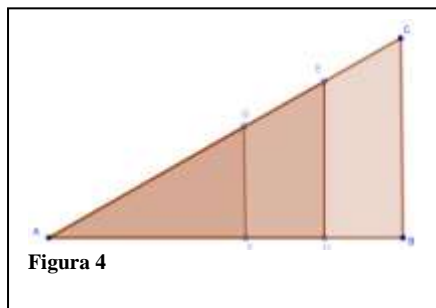
Figura 2



Figura 3

2- Separe os dois novos triângulos obtidos no item anterior e o triângulo feito na Atividade 1. Observando-os, verifique o que esses triângulos têm em comum? Discuta com seus colegas e registre a seguir.

3- Relembre com seus colegas o Teorema Fundamental e verifique se os triângulos ABC, ADE e AFG são semelhantes. Registre suas conclusões.



**DICA:**  
**Teorema Fundamental:**  
 Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e encontra os outros dois lados em pontos distintos, então o triângulo que ela determina é semelhante ao primeiro.

Observe na figura 4, que os segmentos BC, DE e FG são paralelos, encontrando os outros dois lados em pontos distintos.

4- E aí? Podemos afirmar que esses três triângulos são semelhantes? Discuta com seus colegas e registre.

5- Agora, segundo a figura abaixo, nomeie os ângulos  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$ .



6- Com o auxílio de uma régua, meça os lados dos triângulos e anote as medidas em cada uma das tabelas a seguir. Em seguida, preencha os dados referentes às razões, utilizando uma calculadora para determinar esses valores.

Triângulo 1	
Medida do cateto oposto ao ângulo $\beta_1$ (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo $\beta_1$ (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	
Seno de $\beta_1 = \sin(\beta_1) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_1}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Cosseno de $\beta_1 = \cos(\beta_1) = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_1}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Tangente de $\beta_1 = \text{tg}(\beta_1) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_1}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_1}$	

Triângulo 2	
Medida do cateto oposto ao ângulo $\beta_2$ (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo $\beta_2$ (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	
Seno de $\beta_2 = \text{sen}(\beta_2) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_2}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Cosseno de $\beta_2 = \text{cos}(\beta_2) = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_2}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Tangente de $\beta_2 = \text{tg}(\beta_2) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_2}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_2}$	

Triângulo 3	
Medida do cateto oposto ao ângulo $\beta_3$ (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo $\beta_3$ (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	
Seno de $\beta_3 = \text{sen}(\beta_3) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_3}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Cosseno de $\beta_3 = \text{cos}(\beta_3) = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_3}{\text{medida da hipotenusa}}$	
Tangente de $\beta_3 = \text{tg}(\beta_3) = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \beta_3}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \beta_3}$	

7- Agora é momento da observação. Observe os valores dos senos dos ângulos  $\beta$ . O que você percebe?

---



---

8- E com os valores dos cossenos? É possível perceber alguma semelhança? Qual?

---



---

9- E com os valores das tangentes? É possível perceber alguma semelhança? Qual?

---



---

10- Será que o tamanho do triângulo influencia no valor das razões trigonométricas? A que conclusão seus colegas chegaram? Discuta com eles e veja se vocês chegaram às mesmas conclusões. Registre a seguir.

---

---

**Pré-requisitos:** Identificar os lados de um triângulo retângulo; saber utilizar o transferidor e régua para efetuar medições; efetuar cálculos com números reais; reconhecer triângulos semelhantes.

**Objetivos:** Relembrar os conceitos de semelhança de triângulos. Compreender o conceito de razões trigonométricas nos triângulos retângulos e as suas principais propriedades. Perceber que os valores das razões trigonométricas dependem exclusivamente do ângulo.

**Material necessário:** Papel A4 branco ou colorido, transferidor, régua de 30 cm, caneta e calculadora simples.

**Metodologia adotada:** Uso de folhas de papel A4 onde os alunos vão fazer as medições adequadas nos triângulos possibilitando que possam compreender o conceito de semelhança de triângulos.

**Tempo de duração:** 100 minutos (dois tempos de aula)

**Recursos educacionais utilizados:**

Folha de papel com texto e perguntas sobre o texto.

**Organização da turma:** Grupos de 2 a 4 alunos.

**Descritores associados:**

- **H05** – Identificar figuras semelhantes, mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

**Avaliação:** Os alunos serão avaliados pela respostas na folha e nos arquivos salvos no computador – Valor: 1 ponto.

**Referências Bibliográficas:**

Trigonometria no Triângulo Retângulo: Roteiro de Ação 1 – Relembrando as proporções em triângulos semelhantes – Curso de Formação Continuada – Matemática – 1º ano – CECIERJ – 2014.

## Roteiro de Ação 2: As Razões Trigonométrica dos Ângulos Notáveis ( $30^\circ$ , $45^\circ$ e $60^\circ$ )

### Desenvolvimento:



GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO  
SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO  
COORDENADORIA REGIONAL METROPOLITANA XI  
COLÉGIO ESTADUAL PROF. MURILO BRAGA

Nomes: ..... N<sup>os</sup> .....

Turma: 10..... Professor: Juarez Reis Data: ...../...../2014 Nota: .....

### Atividade 1: Uma Estimativa Experimental para as Razões Trigonométricas do Ângulo de $45^\circ$

1- Utilizando uma folha de papel A4, com o lado menor localizado na posição inferior, pegue a ponta superior direita e leve-a até a margem lateral esquerda do papel, deixando toda a margem superior superposta com a margem lateral esquerda, como é mostrado na figura 1. Deixe bem marcada a dobra feita.

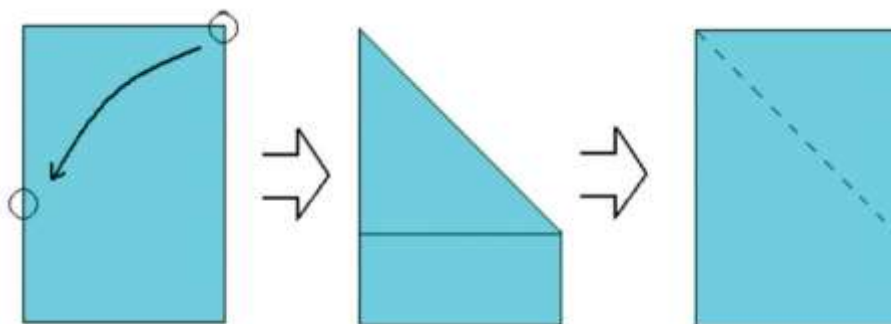


Figura 1

2- Com ajuda de uma régua, faça um corte no papel seguindo a direção deixada pela dobra, no sentido de baixo para cima, separando um triângulo. Veja figura 2.

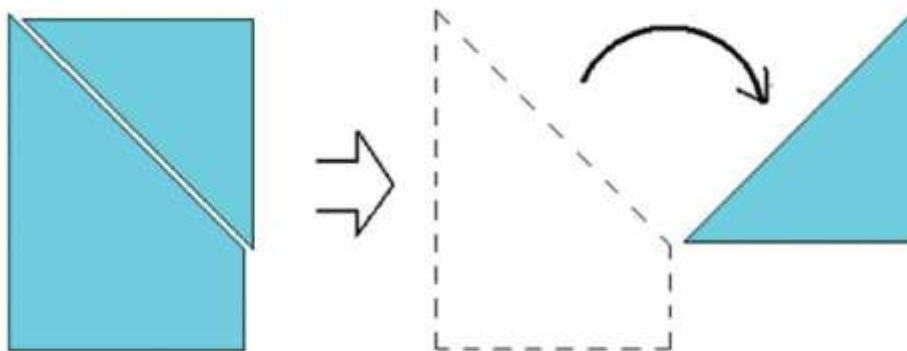


Figura 2

3- Observe o triângulo obtido. Este triângulo é retângulo? Justifique e compare sua justificativa com a de seus colegas.

---

---

4- Você seria capaz de dizer qual é a medida dos outros ângulos desse triângulo?

---

5- Os ângulos agudos são iguais? Por quê? Se necessário, use um transferidor para medi-los. Não deixe de verificar com seus colegas os valores que eles obtiveram e registre suas respostas a seguir.

---

6- Podemos considerar este triângulo como sendo um triângulo isósceles? Qual argumento justifica esse fato? Discuta com seus colegas e registre.

---

---

7- Lembrando que:

$\text{Seno de } \alpha = \text{sen}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$
$\text{Cosseno de } \alpha = \text{cos}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$
$\text{Tangente de } \alpha = \text{tg}(\alpha) = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}$

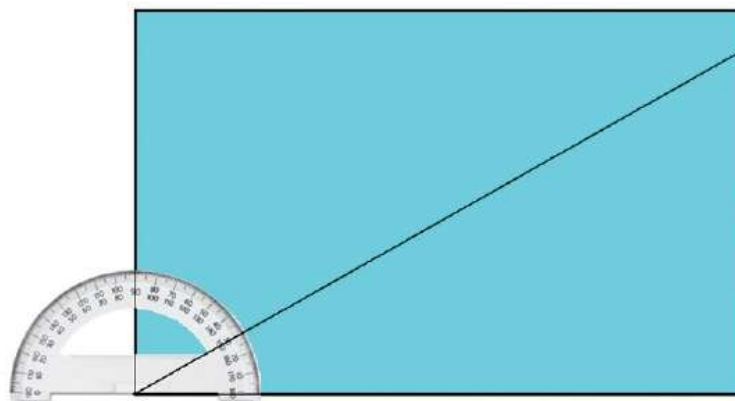
8- Com o auxílio de uma régua e de uma calculadora, preencha a tabela a seguir.

ÂNGULO DE 45°	
Medida do cateto oposto ao ângulo 45° (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo 45° (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	

$\text{sen}(45^\circ)$	_____
$\text{cos}(45^\circ)$	_____
$\text{tg}(45^\circ)$	_____

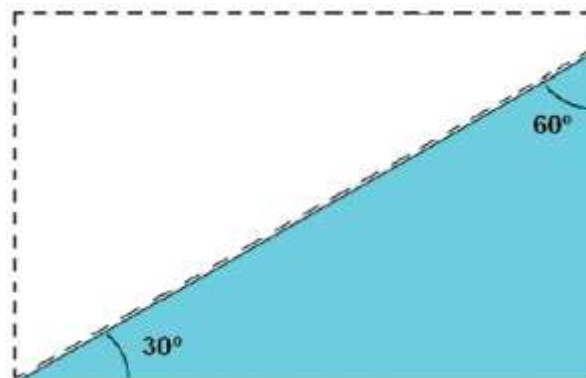
### Atividade 2: Uma Estimativa Experimental para as Razões Trigonômicas dos Ângulos $30^\circ$ e $60^\circ$

1- Usando um transferidor e uma folha de papel A4, obtenha um ângulo de  $30^\circ$ . Como mostra a figura 3, trace uma linha transversal no papel a partir da marca feita.



**Figura 3**

2- Dobrando o papel na linha marcada, faça um corte e separe o triângulo retângulo. Posteriormente, marque com uma caneta os ângulos de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ , como mostra a figura 4.



**Figura 4**



3- Com o auxílio de uma régua e de uma calculadora, preencha as tabelas a seguir, encontrando experimentalmente o valor do seno, do cosseno e da tangente dos ângulos de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ .

ÂNGULO DE $30^\circ$	
Medida do cateto oposto ao ângulo $30^\circ$ (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo $30^\circ$ (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	

$\text{sen}(30^\circ)$	_____
$\text{cos}(30^\circ)$	_____
$\text{tg}(30^\circ)$	_____

ÂNGULO DE $60^\circ$	
Medida do cateto oposto ao ângulo $60^\circ$ (cm)	
Medida do cateto adjacente ao ângulo $60^\circ$ (cm)	
Medida da hipotenusa (cm)	

ÂNGULO DE 60°	
$\text{sen}(60^\circ)$	_____
$\text{cos}(60^\circ)$	_____
$\text{tg}(60^\circ)$	_____

4- Observe e compare os resultados encontrados para as razões trigonométricas dos ângulos de 30° e 60°. Você percebe alguma relação entre os valores encontrados?

a) Existe alguma relação entre o valor do  $\text{sen}(30^\circ)$  e do  $\text{cos}(60^\circ)$ ? Que relação é essa?

\_\_\_\_\_

b) E entre  $\text{sen}(60^\circ)$  e  $\text{cos}(30^\circ)$ ? Que relação é essa?

\_\_\_\_\_

5- Discuta com os seus colegas e tente descobrir por que isso acontece. Registre suas conclusões.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

6- Preencha a tabela a seguir e tente encontrar alguma relação entre o seno e o cosseno e a tangente de um mesmo ângulo.

ÂNGULO DE 30°		
30°	$\frac{\text{sen}(30^\circ)}{\text{cos}(30^\circ)} =$	_____ =
	$\text{tg}(30^\circ)$	
60°	$\frac{\text{sen}(60^\circ)}{\text{cos}(60^\circ)} =$	_____ =
	$\text{tg}(60^\circ)$	

a) Registre a seguir as relações que conseguiu encontrar.

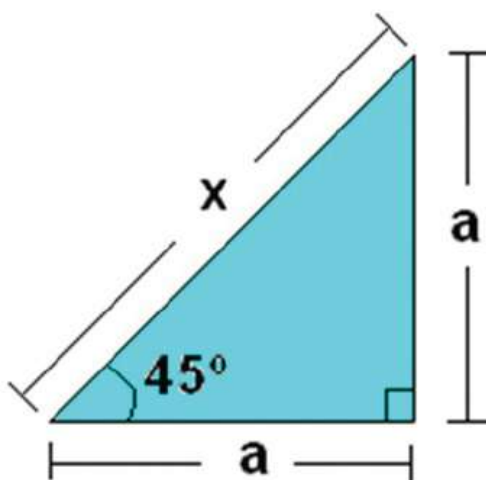
### Atividade 3: Encontrando os Valores Exatos das Razões Trigonômétricas do Ângulo de $45^\circ$

Como você pode ter observado, as razões trigonométricas em um triângulo retângulo independem do tamanho que ele possui. Estas razões dependem unicamente do ângulo. Por este motivo, em triângulos retângulos semelhantes, as razões trigonométricas dos ângulos correspondentes são iguais.

Usaremos este argumento para calcular de forma exata, as razões trigonométricas dos ângulos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ .

Nos dois próximos itens não use calculadora. Deixe as suas respostas em forma de fração, racionalizando os denominadores, caso seja necessário. Apenas no item final, você deverá usar a calculadora para verificar e confirmar as respostas experimentais obtidas.

Como já sabemos, todos os triângulos retângulos que possuem seus ângulos agudos iguais a  $45^\circ$ , são triângulos isósceles. Portanto, eles têm dois lados com a mesma medida. Sendo assim, consideremos o seguinte triângulo isósceles:



1- Usando o Teorema de Pitágoras, determine o valor da hipotenusa  $x$ .

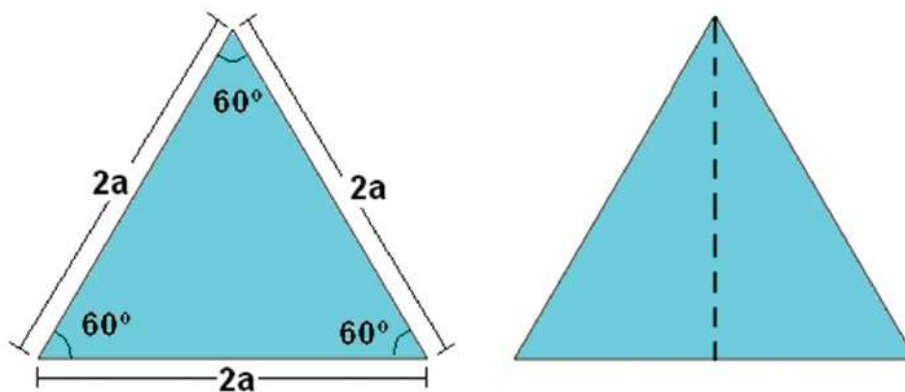
2- Com o valor encontrado no item anterior, determine o valor das seguintes razões trigonométricas:

$45^\circ$	
Seno	
Cosseno	
Tangente	

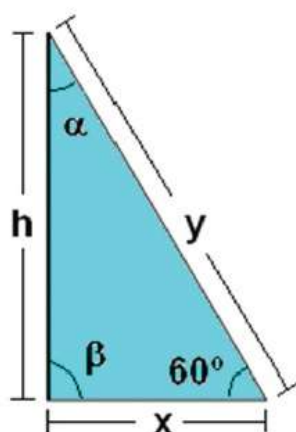
Não esqueça de racionalizar os denominadores de suas respostas!

#### Atividade 4: Encontrando os Valores Exatos para as Razões Trigonômétricas dos Ângulos de $30^\circ$ e $60^\circ$ .

1- Considere o triângulo equilátero da figura 5 e trace uma altura. Lembre-se que a altura de um triângulo equilátero é eixo de simetria desse triângulo.



2- Tomando o triângulo da direita (veja figura 7), complete a tabela com os valores correspondentes.



$\alpha$	
$\beta$	
$h$	
$x$	
$y$	

Dica: Verifique se é possível utilizar o Teorema de Pitágoras nesse triângulo!

Usando os valores obtidos no item anterior, determine as razões trigonométricas dos ângulos  $30^\circ$  e  $60^\circ$  e preencha a tabela seguinte:

	$30^\circ$	$60^\circ$
Seno		
Cosseno		
Tangente		

Dica: Não esqueça de racionalizar os denominadores de suas respostas!

3- Usando uma calculadora, compare se os valores encontrados por você, experimentalmente, estão de acordo com os valores exatos.

**Pré-requisitos:** Identificar os lados de um triângulo retângulo; saber utilizar o transferidor e a régua para efetuar medições; efetuar cálculos com números reais; reconhecer triângulos semelhantes; determinar a medida de um ângulo interno de um triângulo, a partir da medida dos outros dois; saber aplicar o Teorema de Pitágoras.

**Objetivos:** Aprofundar os conceitos de as razões trigonométricas em um triângulo retângulo. Calcular experimentalmente e analiticamente as razões trigonométricas dos ângulos notáveis.

**Metodologia adotada:** Oficina levando os alunos a calcularem experimentalmente e analiticamente as razões trigonométricas dos ângulos notáveis.

**Material necessário:** Papel A4 branco ou colorido, transferidor, régua de 30 cm, caneta e calculadora que efetue cálculo de raízes quadradas.

**Tempo de duração:** 150 minutos (três tempos de aula)

**Recursos educacionais utilizados:** Folha de atividades apresentada em arquivo anexo.

**Organização da turma:** Grupos de 2 a 4 alunos.

**Descritores associados:**

H05 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

H35 - Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.

**Avaliação:** Os alunos serão avaliados pela respostas nas folhas – Valor: 1 ponto.

**Referências Bibliográficas:**

**Roteiro de Ação 2 – As Razões Trigonométrica dos Ângulos Notáveis** – Curso de Formação Continuada – Matemática – 1º ano – CECIERJ – 2014.

## Roteiro de Ação 3: Construindo um teodolito artesanal

### Desenvolvimento:



GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO  
SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO  
COORDENADORIA REGIONAL METROPOLITANA XI  
COLÉGIO ESTADUAL PROF. MURILO BRAGA

Nomes: ..... N<sup>os</sup> .....

Turma: 10..... Professor: Juarez Reis Data: ...../...../2014 Nota: .....

1- A distância da Terra até o Sol é de aproximadamente 150 milhões de quilômetros. Você sabe como esta distância foi calculada? E outras distâncias, como por exemplo, a altura do morro do Corcovado, no Rio de Janeiro, como medir? E com qual instrumento?

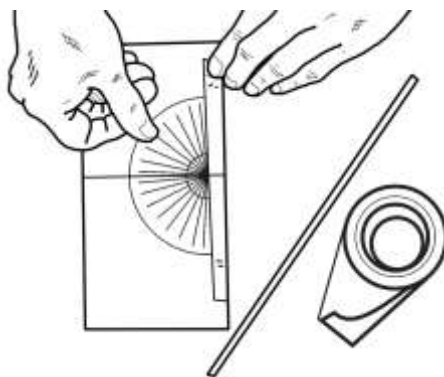
2- O **teodolito** é um instrumento de precisão óptico que mensura ângulos verticais e horizontais. É muito usado para realizar medidas indiretas de grandes distâncias, alturas e curvas de nível, principalmente por engenheiros, arquitetos e outros profissionais e técnicos na construção de estradas, demarcação de grandes extensões de terras ou larguras de rios, por exemplo.



3- Para construção do teodolito improvisado (ou ainda, do medidor de ângulos), devemos seguir os seguintes passos:

Passo 1. Recorte um pedaço (20 cm x 10 cm) do papel cartão. Ele será a base do seu teodolito.

Passo 2. Fixe o transferidor neste pedaço de papel usando a fita transparente, como vemos na figura, dando destaque ao segmento de reta que passa pela marca do ângulo de 90°, como na figura a seguir.



Teodolito em construção

Passo 3. Agora precisamos prender o canudo com o barbante e o peso no transferidor. Tenha bastante atenção para que o canudo coincida com a linha de fé do transferidor (a linha que passa pelo  $0^\circ$  e pelo  $180^\circ$ ), e o barbante já deverá estar preso ao canudo (amarrado) de maneira que o nó coincida com o centro do transferidor. As figuras abaixo ilustram isso.

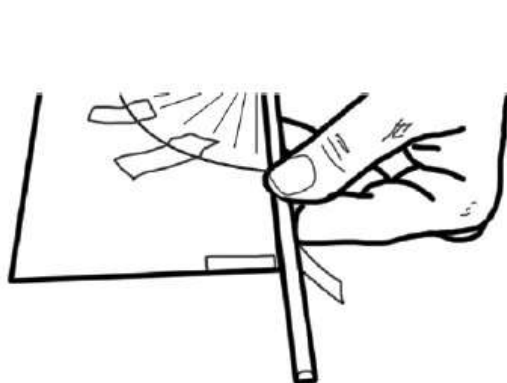


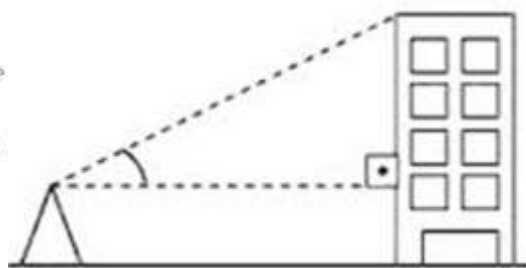
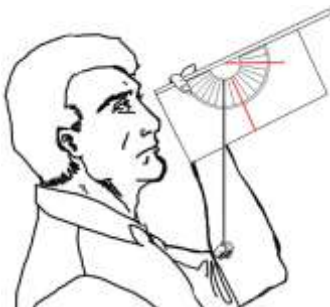
Figura: teodolito em construção



Figura: Teodolito em construção

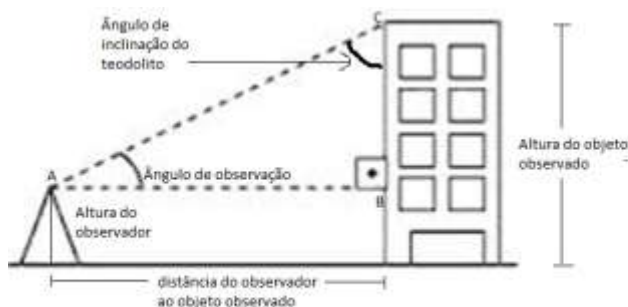
4- De posse do nosso medidor de ângulos, que tal medirmos a altura de algo inacessível, como a altura do prédio da nossa escola? Para calcular essa altura, faça o seguinte procedimento:

1º) Leve o seu teodolito à altura dos seus olhos e observe, através do canudo, o topo do prédio. Peça a um colega que olhe no seu teodolito, enquanto você observa pelo canudo o topo do prédio, qual a menor indicação para a medida do ângulo do barbante no transferidor. Qual foi o ângulo que o seu colega viu?



Usando o teodolito para medir a altura do prédio

2º) Correlacione essas imagens com o que você fez e com o ângulo lido pelo seu colega. Se chamarmos de “ângulo de observação” ao ângulo  $B\hat{A}C$  do esquema abaixo, qual a sua medida? Quanto medem ainda a distância do observador (você) ao objeto observado e a altura do observador (a sua própria altura)?



3º) Chamando o ângulo de observação de  $\alpha$  e sabendo que  $\alpha$ =(ângulo de inclinação do teodolito) -90º, calcule x consultando na tabela trigonométrica a tangente de  $\alpha$  e sabendo que y é a distância do observador ao objeto observado.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Mas lembre-se: o segmento BC indicado no esquema acima representa apenas uma parte da altura procurada. A altura total será o resultado da soma da medida do segmento BC com a sua própria altura, certo? Mãos à obra!

**Pré-requisitos:** Geometria do triângulo retângulo;

**Objetivos:** Usar o teodolito para calcular a altura do prédio da escola;

**Metodologia adotada:** Oficina levando os alunos a calcularem experimentalmente a altura do prédio da escola usando noções de trigonométricas no triângulo retângulo.

**Material necessário:** Papel cartão; Régua; Transferidor; Tesoura; Calculadora; Canudo; Fita adesiva; Peso (para o fio de prumo); Linha de costura (ou barbante); Fita métrica ou trena, folha de papel A4.

**Tempo de duração:** 150 minutos (três tempos de aula)

**Organização da turma:** Grupos de 2 a 4 alunos.

**Descritores associados:**

H14 – Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.

H21 – Utilizar relações métricas no triângulo retângulo para resolver problemas significativos.

**Avaliação:** Os alunos serão avaliados pela respostas nas folhas – Valor: 1 ponto.

**Referências Bibliográficas:**

- **Roteiro de Ação – Falta muito? É longe?** – Curso de Formação Continuada – Matemática – 1º ano – 4º bimestre - CECIERJ – 2013.



## Roteiro de Ação 4: Calculando Alturas Inacessíveis

### Desenvolvimento:



GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO  
SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO  
COORDENADORIA REGIONAL METROPOLITANA XI  
COLÉGIO ESTADUAL PROF. MURILO BRAGA

Nomes: ..... N<sup>os</sup> .....

Turma: 10..... Professor: Juarez Reis Data: ...../...../2014 Nota: .....

### Atividade 1: Calculando a altura de uma árvore

Você tem idéia de como seria possível determinar a altura de uma árvore sem precisar escalá-la? Você conhece algum instrumento que possa facilitar essa façanha? Troque idéias com seus colegas sobre essa questão.

1- Você tem alguma sugestão para calcular a altura de uma árvore utilizando um teodolito e uma trena? Veja quais são as idéias de seus colegas e tentem chegar a um conclusão. Registre a conclusão a seguir.

---

2- Observe a Figura 1.

Perceba que podemos considerar o triângulo retângulo indicado na figura, pois é razoável considerar que a árvore faz um ângulo reto com o plano horizontal.

Na figura 1, temos indicado o ângulo de  $30^\circ$ . Esse ângulo pode ser obtido com o auxílio de um teodolito.

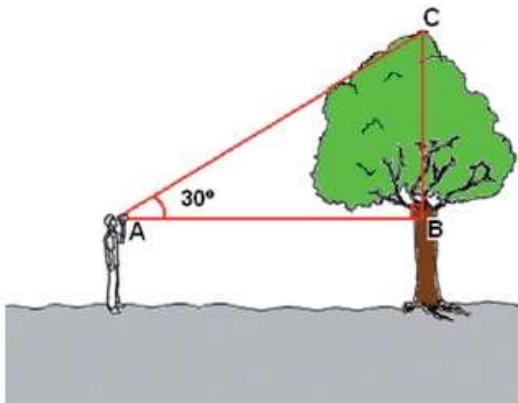


Figura 1



Figura 2

3- Conhecendo a medida de  $AB$ , você acha que é possível determinar a altura da árvore? Como? Discuta com seus colegas e registre.

---

---

4- Conhecendo a medida de  $AB$ , você acha que é possível determinar a altura da árvore? Como? Discuta com seus colegas e registre.

---

5- Você acha que a razão trigonométrica  $\tan gente = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$  pode ser útil na determinação dessa altura? Como? Discuta com seus colegas e registre.

---

6- Suponha que uma pessoa com 1,80 m de altura, localizada a 10 m do tronco de uma árvore, consiga observar o topo desta árvore sob um ângulo de elevação de  $30^\circ$ , como mostra a figura 3.

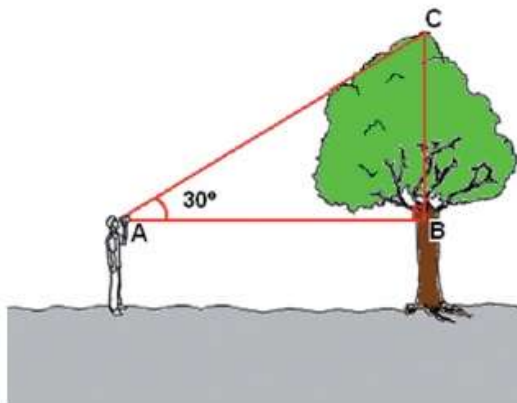


Figura 3

7- Com estes dados, complete os retângulos vazios da figura 4, colocando  $x$  no local da medida desconhecida.

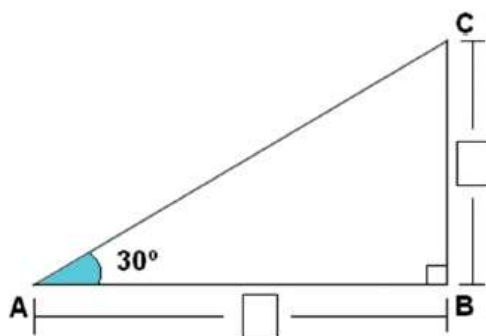


Figura 4

8- Considerando o triângulo ABC, qual razão trigonométrica do ângulo de  $30^\circ$  é definida pela fração  $\frac{x}{10}$  ?

---

9- Consulte a Tabela Trigonométrica e indique o valor aproximado da razão trigonométrica obtida no item anterior.

---

10- Determine o valor de  $x$ , igualando a fração  $\frac{x}{10}$  ao valor obtido na Tabela Trigonométrica.

11- O valor encontrado representa a medida aproximada da altura da árvore? Por quê? Discuta com seus colegas. Se necessário, observe novamente a figura 4.

---

---

12- Qual é o valor aproximado desta altura?

---

13- Considere agora, a existência de um rio separando a pessoa da árvore, o qual não pode ser atravessado. Nesse caso, é possível determinar a altura da árvore? De que forma? Toque idéias com seus colegas e registre-as.

---

---

Observe a Figura 5.

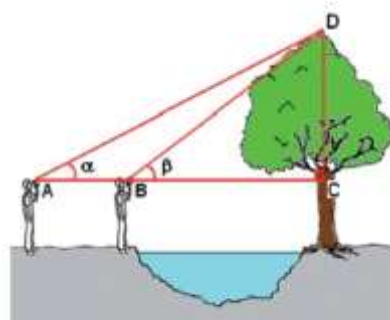


Figura 5

14- Suponha que o homem observa o topo desta árvore sob um ângulo de elevação de  $60^\circ$  quando está bem próximo à margem do rio – ponto B – e que, ao retroceder 5m – ponto A, este ângulo de elevação cai para  $30^\circ$ .

Preencha os retângulos vazios da Figura 6 com os valores fornecidos e chame de  $x$  e  $y$  os valores das medidas desconhecidas, correspondentes a  $\overline{CD}$  e  $\overline{BC}$ , respectivamente.

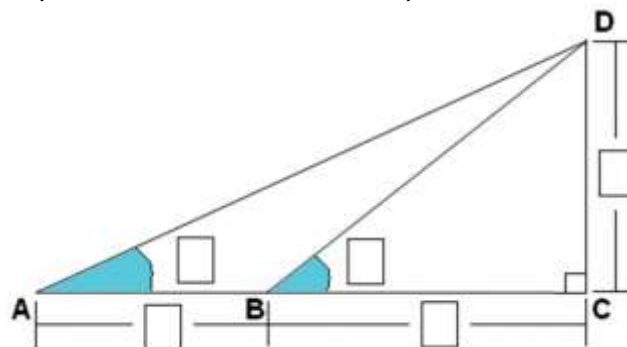


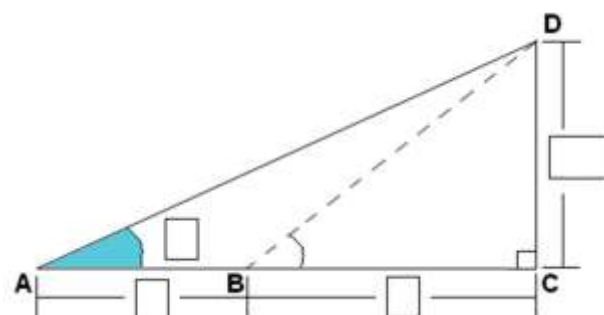
Figura 6

15- Considerando o ângulo  $\hat{C}BD$ , escreva a razão trigonométrica que relaciona a largura do rio e a altura da árvore. Em seguida, consulte a Tabela Trigonométrica para determinar o valor dessa razão.

16- Obtenha o valor de **x**, em função de **y**, a partir da equação obtida anteriormente e registre.

17- Preencha as lacunas da Figura 7, colocando, agora, na posição referente ao  $\overline{CD}$  o valor obtido no item anterior.

Atenção: Você não deve mais utilizar a letra **x**!



**Figura 7**

Observe o triângulo ACD, da Figura 7.

18- Usando a razão tangente do ângulo  $\angle CAD$ , determine o valor de  $y$ .

19- Finalmente, com o resultado de **y**, determine o valor de **x**.

20- O valor de  $x$  é a altura da árvore? Por quê? Toque idéias com seus colegas e registre-as.

21- Sabendo que a altura da pessoa que fez as medições é de 1,80 metros, determine a altura aproximada da árvore.

**Pré-requisitos:** Reconhecer e calcular as razões trigonométricas no triângulo retângulo; resolver sistema de equações do 1º grau.

**Objetivos:** Aplicar os conceitos sobre as razões trigonométricas em problemas do cotidiano.

**Metodologia adotada:** Oficina levando os alunos a calcularem experimentalmente e analiticamente as razões trigonométricas dos ângulos notáveis.

**Material necessário:** Folha de atividades, papel, caneta e calculadora simples, Tabela Trigonométrica.

**Tempo de duração:** 150 minutos (três tempos de aula)

**Recursos educacionais utilizados:** Folha de atividades apresentada em arquivo anexo.

**Organização da turma:** Grupos de 2 a 4 alunos.

**Descritores associados:**

H12 – Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°).

**Avaliação:** Os alunos serão avaliados pela respostas nas folhas – Valor: 1 ponto.

**Referências Bibliográficas:**

**Roteiro de Ação 4 – Calculando Alturas Inacessíveis** – Curso de Formação Continuada – Matemática – 1º ano – CECIERJ – 2014.