

Formação Continuada em Matemática

SEEDUC – CECIERJ

Matemática 1º Ano – 3º Bimestre / 2014

Plano de Trabalho

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

Tarefa 1

Cursista : Ana Cristina França Pontes Vieira

Tutor : Rodolfo Gregorio de Moraes

ÍNDICE

Introdução	3
Desenvolvimento	4
Avaliação	21
Bibliografia	22

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem como objetivo tornar o estudo da função polinomial do 2º grau mais significativo e prazeroso para os alunos. O conhecimento será construído com a participação ativa dos alunos segundo indica as Orientações Curriculares para o ensino médio:

[...] colocar os alunos em processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – Nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer Hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, Abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. [...]

Orientações Curriculares : ciência da natureza, matemática e suas tecnologias, página 70

Nesse sentido, todas as atividades foram elaboradas utilizando a tecnologia como aliada no processo ensino aprendizagem, respeitando a estrutura da escola que este plano de trabalho será desenvolvido.

Para totalização do plano, serão necessários dez tempos de cinquenta minutos para o desenvolvimento dos conteúdos mais quatro tempos de cinquenta minutos para a avaliação do trabalho realizado.

DESENVOLVIMENTO

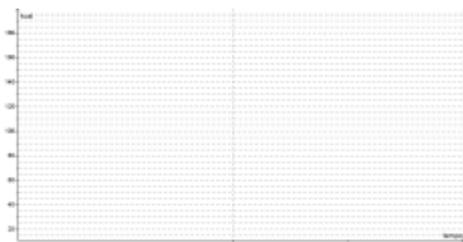
ATIVIDADE 1

- ✓ **Habilidade relacionada** : Reconhecer a representação geométrica e algébrica de uma função polinomial do 2º grau
- ✓ **Pré – requisitos** : Realizar conversões de medida de tempo, posicionar números decimais na reta, plano cartesiano e realizar os cálculos para determinar o valor numérico de uma função.
- ✓ **Tempo de duração** : 100 minutos
- ✓ **Recursos educacionais utilizados** : vídeo “O mundo da matemática – episódio 7 : Uma parábola para Júlia” , folha de atividade, software Geogebra, calculadora, data show e notebook do professor.
- ✓ **Organização da turma** : Grupos de 2 e 3 alunos
- ✓ **Objetivos**: Introduzir o estudo das funções quadráticas através de sua aplicabilidade em assuntos do cotidiano.
- ✓ **Metodologia adotada**:
 - a) Assista o vídeo **Uma parábola para Júlia** e com base na tabela represente os pontos no plano cartesiano.

TEMPO		VELOCIDADE (km / h)	ENERGIA CONSUMIDA (Kcal)
MIN	HORAS		
60	1	3	155
50	0,833	3,6	183,92
45	0,75	4	190,18
40	0,667	4,5	190,99
30	0,5	6	175,95
20	0,334	9	139,01
10	0,167	18	80,66

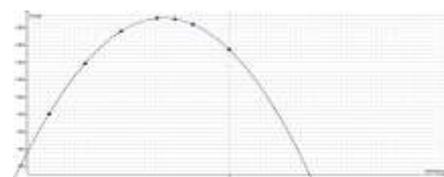
Nesse momento é importante relembrar para melhor compreensão da situação proposta como foi feita a transformação de minutos para horas e o significado da razão km/h.

Cabe também rever como posicionar um número decimal na reta numérica.

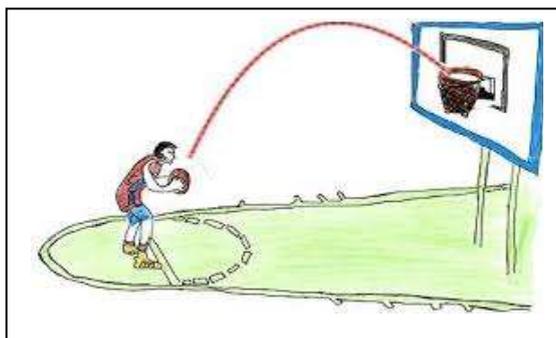


b) Trace a curva que passa por esses pontos.

Após o término da atividade pelos alunos, o gráfico será construído no software Geogebra pelo professor para ser feita uma comparação com o gráfico feito pelo aluno.



c) Vamos agora pensar numa outra situação. Oscar arremessa uma bola de basquete cuja trajetória pode ser representada algebricamente por $h(t) = -\frac{1}{7}t^2 + \frac{8}{7}t + 2$, onde h é a altura em metros e t o tempo, em segundos.



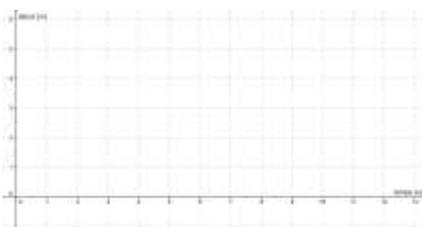
d) Complete a tabela segundo a relação apresentada no item anterior

Tempo (s)	0	2	4	6	7
Altura (m)					

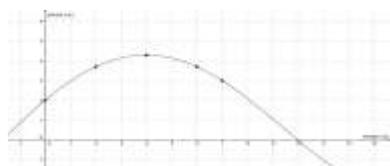
É esperado dificuldades no cálculo dos valores da altura. Antes de marcar os pontos no gráfico será conferido os valores.

Tempo (s)	0	2	4	6	7
Altura (m)	2	3,7	4,3	3,7	3

e) Marque os pontos no plano cartesiano e trace a curva



Novamente, o gráfico será construído no software Geogebra pelo professor para ser feita uma comparação com o gráfico feito pelo aluno.



Agd

f) O que existe em comum entre as curvas ? Elas são do mesmo tipo ?

Pretendemos que o aluno identifique que as curvas são do mesmo tipo .

g) Qual a altura da bola no instante 0 segundos? O que significa estes dados?

h) Se a cesta de basquete estava numa altura de 3 metros, quantos segundos a bola demorou para ser encestada ?

i) Qual a altura máxima que a bola alcançou ?

Nos itens g, h e i pretendemos que o aluno interprete o gráfico.

Nesse momento o conceito de função deverá ser formalizada.

A função quadrática é toda função, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, na qual $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, pois se $a = 0$, teremos uma função do 1º grau. A representação gráfica dessa função é a curva chamada de parábola.

Veja alguns exemplos :

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 2 \text{ onde } a = 3, b = -5 \text{ e } c = 2$$

$$g(x) = x^2 + 5x \quad \text{onde } a = 1, b = 5 \text{ e } c = 0$$

$$y = -x^2 + 3 \quad \text{onde } a = -1, b = 0 \text{ e } c = 3$$

O objetivo da função é relacionar para cada valor de x um valor para $f(x)$ ou y . Os valores numéricos de y mudam conforme é alterado o valor de x . Esses valores formam pares ordenados $(x, f(x))$ ou (x, y) que auxiliam na representação geométrica da função no plano cartesiano.

Veja alguns exemplos para a função $f(x) = x^2 + 2x - 3$

$$X=1 \text{ temos que } f(1) = 1^2 + 2 \cdot 1 - 3 = 1 + 2 - 3 = 0 \text{ logo temos o par ordenado } (1, 0)$$

$$X=3 \text{ temos que } f(3) = 3^2 + 2 \cdot 3 - 3 = 9 + 6 - 3 = 12 \text{ logo temos o par ordenado } (3, 12)$$

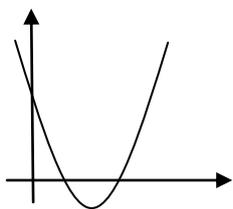
Utilizar exercícios do livro didático para fixação do conteúdo trabalhado durante a aula.

ATIVIDADE 2

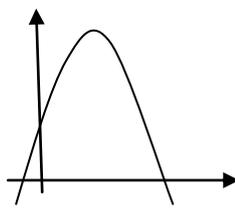
- ✓ **Habilidade relacionada** : Compreender o significado dos coeficientes de uma função do 2º grau
- ✓ **Pré – requisitos** : Identificar a parábola como representação geométrica da função do 2º grau, identificar os coeficientes da função, plano cartesiano e reconhecer os intervalos em que a função é crescente ou decrescente.
- ✓ **Tempo de duração** : 100 minutos
- ✓ **Recursos educacionais utilizados** : Folha de atividades, software Geogebra, Datashow e notebook do professor.
- ✓ **Organização da turma** : Grupos de 2 e 3 alunos
- ✓ **Objetivos**: Relacionar os valores dos coeficientes com as propriedades geométricas do gráfico.
- ✓ **Metodologia adotada**:

Nessa atividade vamos estudar algumas características da função quadrática. Em todas as tabelas abaixo você encontrará funções representadas pela sua lei algébrica e sua representação gráfica. Complete cada uma delas conforme o solicitado.

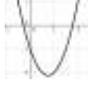
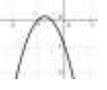
- a) Nessa tabela estudaremos o coeficiente **a**. Indique o sinal do coeficiente **a** (positivo ou negativo) e se a concavidade da parábola está para cima ou para baixo.



Concavidade para cima



Concavidade para baixo

Gráfico				
Função	$f(x) = x^2 + x + 1$	$f(x) = -x^2 + x + 1$	$f(x) = 2x^2 - 3x - 1$	$f(x) = -2x^2 - 3x - 1$
Sinal do a				
concavidade				

Observando o sinal do coeficiente **a** e a concavidade da parábola, qual a relação que existe entre eles?

b) Nessa segunda tabela continuaremos observando o coeficiente **a**. Indique o valor de **a**.

Gráfico				
Função	$f(x) = \frac{1}{2}x^2$	$f(x) = x^2$	$f(x) = 2x^2$	$f(x) = 4x^2$
Valor do a				

Gráfico				
Função	$f(x) = -\frac{1}{2}x^2$	$f(x) = -x^2$	$f(x) = -2x^2$	$f(x) = -4x^2$
Valor do a				

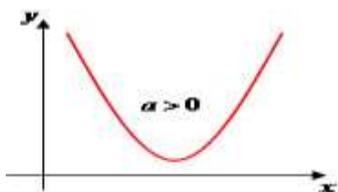
Observando o valor de **a** e a abertura da parábola, que relação existe entre eles ?

Vamos observar os gráficos no Geogebra para formalizar as observações!

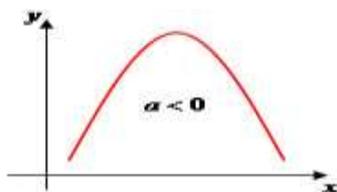
Nesse momento exploraremos os gráficos observados no Geogebra, de forma dinâmica, para que os alunos exponham as observações e consigam sistematizar o que foi percebido.

A atividade será conduzida de forma que fique claro:

➤ concavidade



Concavidade para cima



Concavidade para baixo

➤ abertura

Quanto maior for o valor do **a** em módulo menor será a sua abertura.

c) Agora estudaremos o coeficiente **b**. Complete a tabela com o sinal do coeficiente b (positivo, negativo ou nulo) e indique em qual parte a parábola intercepta o eixo y (ramo crescente, decrescente ou no vértice).

Gráfico					
Função	$f(x) = x^2 + x + 1$	$f(x) = -x^2 + x + 1$	$f(x) = 2x^2 - 3x - 1$	$f(x) = -2x^2 - 3x - 1$	$f(x) = -4x^2$
Sinal do b					
Ramo de interseção					

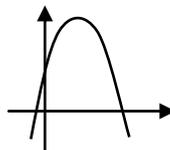
Observando o sinal do coeficiente b e o ramo de interseção com o eixo y, qual relação existe entre eles?

Vamos observar os gráficos novamente no Geogebra para formalizar as observações!

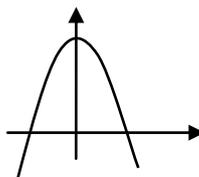
Exploraremos, novamente, os gráficos no Geogebra, de forma dinâmica, para que os alunos exponham as observações e consigam sistematizar o que foi percebido.

A atividade será conduzida de forma que fique claro:

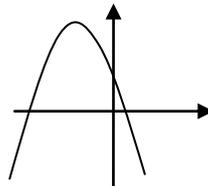
- $b > 0 \rightarrow$ a parábola intercepta o eixo y no ramo crescente



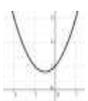
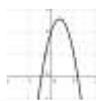
- $b = 0 \rightarrow$ a parábola intercepta o eixo y no vértice



- $b < 0 \rightarrow$ a parábola intercepta o eixo y no ramo decrescente



d) Vamos para o coeficiente c ! Complete a tabela com o valor do coeficiente c e indique o ponto em que a parábola intercepta o eixo y.

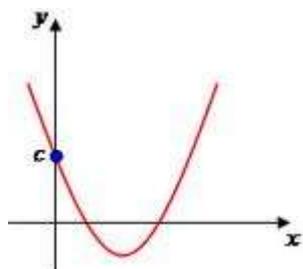
Gráfico					
Função	$f(x) = x^2 + x + 1$	$f(x) = -4x^2 + 3x + 2$	$f(x) = 2x^2 - 3x - 1$	$f(x) = -4x^2 + 3x$	$f(x) = 2x^2 - 3x$
Valor do c					
Interseção com eixo y					

Observando o valor do coeficiente c e o ponto de interseção com o eixo y, qual relação existe entre eles?

Vamos observar os gráficos novamente no Geogebra para formalizar as observações!

Exploraremos, novamente, os gráficos no Geogebra, de forma dinâmica, para que os alunos exponham as observações e consigam sistematizar o que foi percebido.

A atividade será conduzida de forma que fique claro:



A parábola intercepta o eixo y no ponto (0, c)

Utilizar exercícios do livro didático para fixação do conteúdo trabalhado durante a aula.

ATIVIDADE 3

- ✓ **Habilidade relacionada** : Analisar os zeros da função do 2º grau apresentadas em gráfico.
- ✓ **Pré – requisitos** : Calcular as raízes de uma equação do 2º grau e plano cartesiano.
- ✓ **Tempo de duração** : 100 minutos
- ✓ **Recursos educacionais utilizados** : Folha de atividades, vídeo “Esse tal de Bhaskara” , Aula 25 do Telecurso, Datashow e notebook do professor.
- ✓ **Organização da turma** : Grupos de 2 e 3 alunos
- ✓ **Objetivos**: Relacionar as raízes da função do 2º grau com o cálculo do Δ .
- ✓ **Metodologia adotada**:

Vamos assistir o vídeo para saber quem foi Bhaskara !

É esperado que os alunos não lembrem como resolver uma equação do 2º grau. Portanto, nesse momento, uma revisão é necessária.

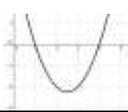
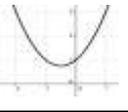
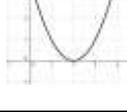
Vamos recordar como resolver a equação usando a fórmula de Bhaskara assistindo a Aula 25 do Telecurso do Ensino Médio.

Agora vamos resolver as equações proposta no primeiro vídeo.

a) $x^2 + 100x - 7500 = 0$

b) $x^2 + 8x - 9 = 0$

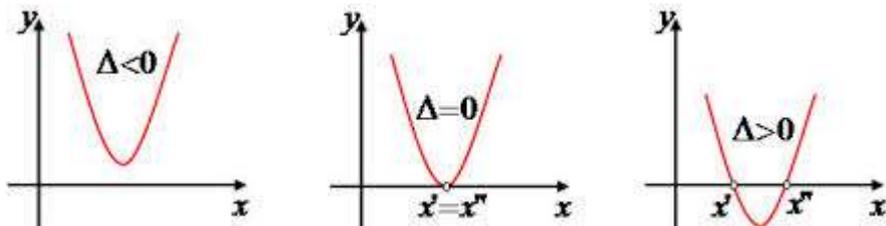
Vamos completar a tabela. Calcule as raízes, indique o sinal de Δ (positivo, negativo ou nulo) e indique os pontos que a parábola intercepta o eixo x.

Gráfico			
Função	$f(x) = x^2 - 5x + 4$	$f(x) = x^2 + x + 1$	$f(x) = x^2 - 4x + 4$
Calcule as raízes			
Sinal do Δ			
Pontos de interseção com o eixo x			

Agora responda:

- Qual a relação que existe entre o sinal de Δ e a quantidade de raízes?
- Qual a relação que existe entre as raízes calculadas e os pontos de interseção com o eixo x?
- Qual a relação que existe entre as raízes calculadas e o gráfico da função?

Com a ajuda das observações dos alunos se faz necessário formalizar o conteúdo

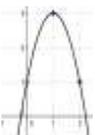
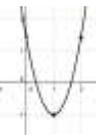
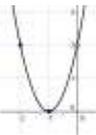


Utilizar exercícios do livro didático para fixação do conteúdo trabalhado durante a aula.

ATIVIDADE 4

- ✓ **Habilidade relacionada** : Identificar o vértice como máximo ou mínimo da função do 2º grau e resolver problemas envolvendo o cálculo de máximos e mínimos.
- ✓ **Pré – requisitos** : Identificar os coeficientes , conhecer notação de intervalo, crescimento e decrescimento da função, conjunto imagem e plano cartesiano.
- ✓ **Tempo de duração** : 100 minutos
- ✓ **Recursos educacionais utilizados** : Folha de atividades, Geogebra, Datashow e notebook do professor.
- ✓ **Organização da turma** : Grupos de 2 e 3 alunos
- ✓ **Objetivos**: Relacionar as coordenadas do vértice ao pontos de máximo e mínimo e interpretar problemas envolvendo as coordenadas do vértice.
- ✓ **Metodologia adotada**:

Observe os gráficos apresentados e complete a tabela com o sinal do coeficiente a , o intervalo que a função é crescente e o intervalo que é decrescente, se a parábola tem um ponto que é o mais alto ou mais baixo do gráfico e a imagem da função.

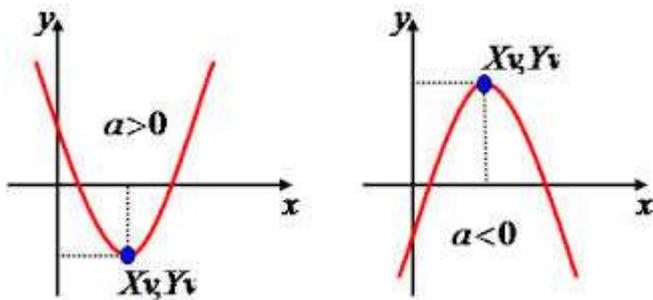
Gráfico				
Sinal do a				
Crescente				
Decrescente				
Tem o ponto mais alto ou mais baixo				
Imagem				

O que você observa a partir da tabela acima ?

Vamos olhar o Geogebra !

Com o auxílio do Geogebra podemos verificar e formalizar as conclusões do aluno.

A atividade será conduzida de forma que fique claro:



Ponto Mínimo

Imagem $\geq y_v$

Ponto Máximo

Imagem $\leq y_v$

Não é preciso construir o gráfico da função para determinar as coordenadas do vértice. Basta usar as seguintes fórmulas:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \quad \text{e} \quad y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

EXEMPLO 01:

Determine o par ordenado que representa o vértice na função $f(x) = x^2 - 10x + 9$.

Resolução:

Na função acima, primeiro vamos analisar se o coeficiente "a" é positivo ou negativo. Como $a = 1 > 0$, temos uma parábola voltada para cima. Logo, teremos um ponto mínimo. Para resolver e encontrar o vértice da parábola, temos que usar a fórmula fornecida

Identificando os coeficientes temos que : $a=1$ $b= - 10$ e $c=9$

$$x_v = \frac{-(-10)}{2 \cdot 1} = \frac{10}{2} = 5$$

Vamos encontrar o valor do discriminante: $\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 100 - 36 = 64$

$$\text{Então } y_v = \frac{-64}{4 \cdot 1} = \frac{-64}{4} = -16$$

O vértice da parábola é $V (5, - 16)$

EXEMPLO 02:

A trajetória da bola, num chute a gol, descreve uma parábola. Supondo que a sua altura h , em metros, t segundos após o chute seja dada $h = -t^2 + 6t$, responda:

a) Em que instante a bola atinge a altura máxima?

b) Qual altura máxima atingida pela bola?

Resolução:

O enunciado descreve uma função onde $a < 0$, isso quer dizer que a parábola apresenta concavidade voltada para baixo. Vamos agora descobrir o ponto máximo da função.

a) $t_v = \frac{-b}{2a}$ é a fórmula para calcular o tempo que a bola levou para chegar ao gol. Ou seja, $t_v = \frac{-6}{2 \cdot (-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$ segundos.

b) $h_v = \frac{-\Delta}{4a}$ é a fórmula para calcular a altura máxima que a bola atingiu.

Calculando o valor de Δ temos $\Delta = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0 = 36 + 0 = 36$

Substituindo na fórmula: $h_v = \frac{-36}{4 \cdot (-1)} = \frac{-36}{-4} = 9$ metros de altura.

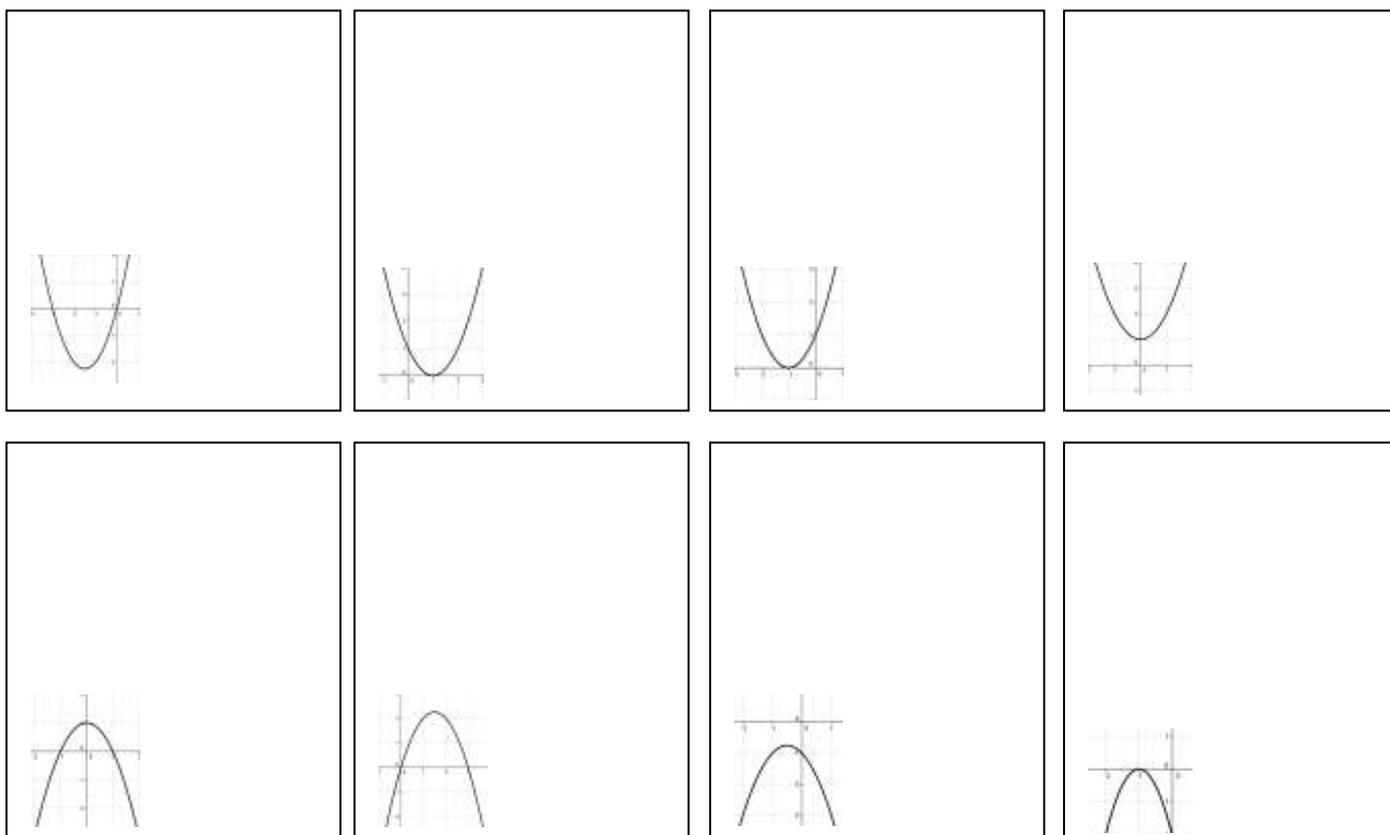
Vamos praticar !!!

Utilizar exercícios do livro didático para fixação do conteúdo trabalhado durante a aula.

ATIVIDADE 5

- ✓ **Habilidade relacionada** : Compreender o significado dos coeficientes, associar a representação gráfica com a representação algébrica, compreender a relação entre Δ e a quantidade de raízes e associar valor máximo e mínimo ao gráfico de uma função.
- ✓ **Pré – requisitos** : Os conceitos trabalhados nas atividades anteriores.
- ✓ **Tempo de duração** : 100 minutos
- ✓ **Recursos educacionais utilizados** : Oito cartazes com gráficos de funções do 2º grau e 48 fichas com as propriedades.
- ✓ **Organização da turma** : Individual
- ✓ **Objetivos**: Revisar e fixar os conceitos trabalhados anteriormente.
- ✓ **Metodologia adotada**:

Os seguintes gráficos devem ser fixados em uma parede:



As seguintes fichas com as propriedades são embaralhadas e distribuídas aleatoriamente entre os alunos. Todas as fichas devem ser entregues para que os gráficos fiquem completos e o objetivo seja alcançado no final da atividade. Portanto, alguns alunos podem receber duas fichas.

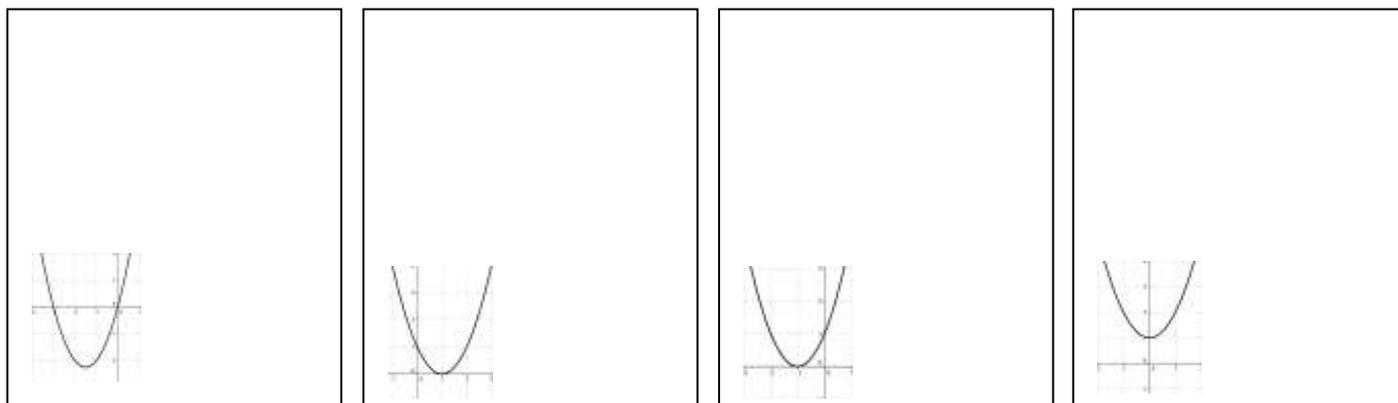
$a > 0$	$a > 0$	$a > 0$	$a > 0$
$a < 0$	$a < 0$	$a < 0$	$a < 0$
valor mínimo	valor mínimo	valor mínimo	valor mínimo
valor máximo	valor máximo	valor máximo	valor máximo
$b > 0$	$b > 0$	$b > 0$	$b < 0$
$b < 0$	$b < 0$	$b = 0$	$b = 0$
$c = 0$	$c = 0$	$c = 1$	$c = 1$
$c = 1$	$c = 1$	$c = -1$	$c = -2$
$\Delta > 0$	$\Delta > 0$	$\Delta > 0$	$\Delta < 0$
$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta = 0$	$\Delta = 0$
$y = x^2 + 3x$	$y = x^2 - 2x + 1$	$y = x^2 + 2x + 1$	$y = x^2 + 1$
$y = -x^2 + 1$	$y = -x^2 + 3x$	$y = -x^2 - x - 1$	$y = -2x^2 - 4x - 2$

Começaremos com o sinal do coeficiente a perguntando para a turma como podemos identificar se o a é positivo ou negativo observando o gráfico. Depois de recordado, os alunos que estiverem com a ficha com o sinal do a irão prender a ficha no gráfico correspondente. Qualquer correção que seja necessária será realizada antes de mudar para a próxima propriedade.

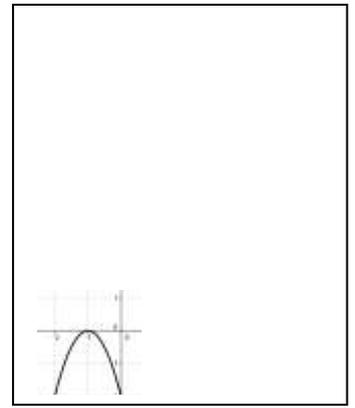
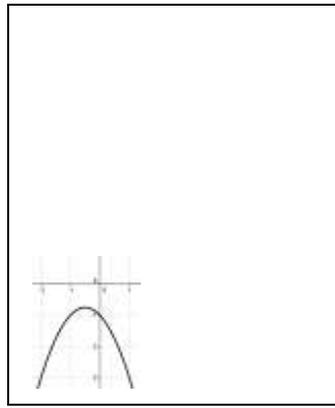
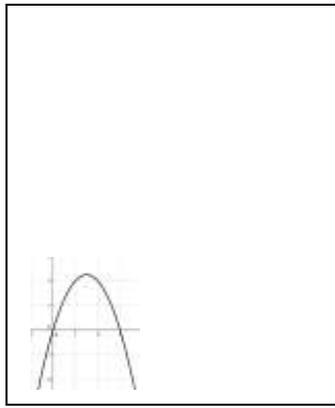
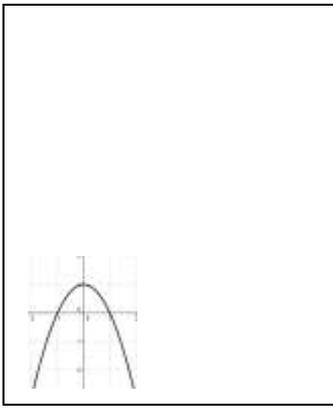
O mesmo procedimento será utilizado para fixar as outras fichas. Sempre questionando sobre o conceito envolvido e corrigindo sempre que necessário.

No final da atividade, os gráficos terão 6 fichas cada um.

Para finalizar a atividade, os alunos deverão fazer um resumo sobre as características trabalhadas. Esse resumo servirá para verificar a assimilação das atividades trabalhadas.



$a > 0$	$a > 0$	$a > 0$	$a > 0$
valor mínimo	valor mínimo	valor mínimo	valor mínimo
$b > 0$	$b < 0$	$b > 0$	$b = 0$
$c = 0$	$c = 1$	$c = 1$	$c = 1$
$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$y = x^2 + 3x$	$y = x^2 - 2x + 1$	$y = x^2 + 2x + 1$	$y = x^2 + 1$



$a < 0$	$a < 0$	$a < 0$	$a < 0$
valor máximo	valor máximo	valor máximo	valor máximo
$b = 0$	$b > 0$	$b < 0$	$b < 0$
$c = 1$	$c = 0$	$c = -1$	$c = -2$
$\Delta > 0$	$\Delta > 0$	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$
$y = -x^2 + 1$	$y = -x^2 + 3x$	$y = -x^2 - x - 1$	$y = -2x^2 - 4x - 2$

AVALIAÇÃO

A avaliação não deve ser reduzida a um único instrumento ou a um só momento. A avaliação também serve como instrumento de autoavaliação do professor com intuito de inserir, em sua prática pedagógica, novos instrumentos que possam sanar as dificuldades apresentadas pelos alunos. Visando realizar essa autoavaliação, a atividade 5 será o primeiro instrumento de avaliação.

Completando a avaliação dos conteúdos trabalhados, será proposto uma atividade avaliativa com questões encontradas nos Saerjinhos e no Enem dos anos anteriores. Essa atividade será feita em dupla e com consulta.

O Saerjinho também será um instrumento avaliativo. Ele permitirá verificar a capacidade do aluno em resolver questões que envolvem conteúdos trabalhados neste plano de trabalho e nos bimestres anteriores.

Será aplicada uma avaliação individual com duração de 100 minutos no final do bimestre completando a nota do aluno. Essa avaliação deverá priorizar a capacidade de raciocínio lógico do aluno para resolver problemas do cotidiano que envolvam o conceito da função do 2º grau.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006.

IEZZI, Gelson e outros. Matemática ciência e aplicações. Editora Saraiva. Volume 1. 7ª edição.

Roteiros de Ação – Curso de aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano - 3º bimestre/2014

[HTTP://projetoeduc.cecierj.edu.br/](http://projetoeduc.cecierj.edu.br/)

Novo Telecurso – Aula 25 de Matemática - https://www.youtube.com/watch?v=34dE_AU7g00

Secretaria Estadual de Educação – Conexão do Professor - <http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/>

Portal do MEC – Ministério da Educação e Cultura

http://webeduc.mec.gov.br/portaldoprofessor/matematica/condigital2/funcoes/funcao_do_segundo_grau.html

Site Mais Recursos Educacionais - http://www.mais.mat.br/wiki/Esse_tal_de_Bhaskara