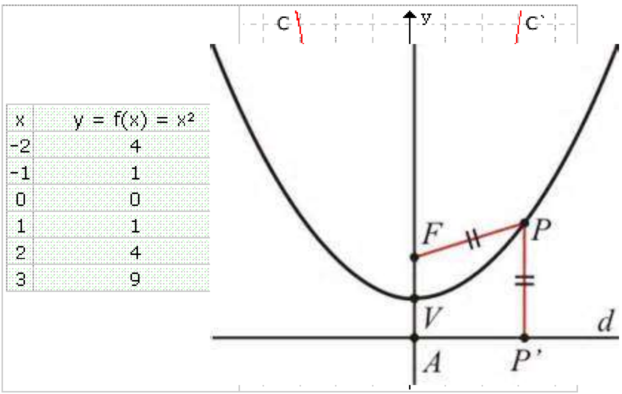
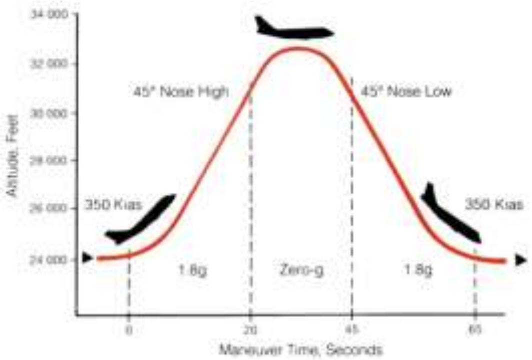
Formação Continuada em MATEMÁTICA

Matemática 1º ano – 3º bimestre — 2014

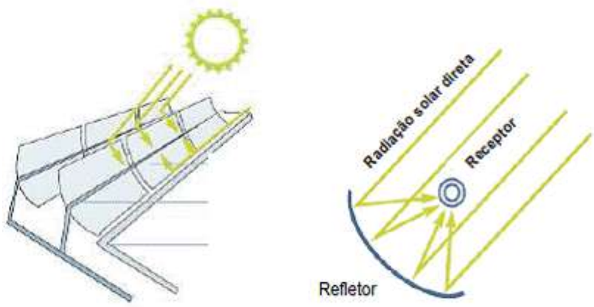
PLANO DE TRABALHO

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU





Acesso 20.08.2014 – http://www.theaviationzone.com/factsheets/diagrams/parabola.htm



Acesso 20.08.2014 - http://www.cresesb.cepel.br/content.php

TAREFA 1

CURSISTA: GLAUCIO FERREIRA BRASIL LIMA

TUTOR: YANIA MOLINA SOUTO

S u m á r i o

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos percebam a aplicabilidade do conteúdo denominado "função polinomial do 2º grau" para resolução de problemas. Foi elaborado visando a transmissão do conhecimento através da construção feita pelos alunos com resoluções de situações-problema e generalizações.

Geralmente os alunos apresentam dificuldades concernentes a interpretação de enunciados e utilização de raciocínio lógico, além da falta de interesse. Por isso, é extremamente importante utilizar assuntos atraentes.

Como o assunto exige representação gráfica, faz-se necessário reforçar a <u>localização de pontos em um plano cartesiano</u>, <u>noções de proporcionalidade</u> e <u>conceito de função</u>. Para isso, serão utilizados exemplos práticos, pois esse tema já foi abordado no bimestre anterior em funções do 1º grau usando o Movimento Retilíneo Uniforme (M.R.U).

Para a totalização do plano de trabalho, serão necessários doze tempos de cinquenta minutos para desenvolvimento dos conteúdos mais quatro tempos para avaliação da aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

ÁREA: Funções quadráticas

HABILIDADE RELACIONADA:

***H48 - Resolver situações-problema envolvendo equações do 2º grau.**
***H62 - Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial do 2º grau.**

PRÉ-REQUISITOS: Localização de pontos em um plano cartesiano, noções de proporcionalidade e conceito de função do 1º grau.

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Vídeo Teleaula 31 (12 min), par de esquadros e Folha de atividades, apresentada em arquivo anexo.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Pequenos grupos, 2 ou 3 alunos.

OBJETIVOS: Nessa atividade queremos mostrar ao aluno que os diversos conceitos matemáticos podem ser encontrados em situações do cotidiano. Particularmente, utilizamos uma situação de queda livre como exemplo motivador para o estudo de funções quadráticas.

METODOLOGIA ADOTADA: Apresentar situação-problema para os alunos com o objetivo de informar a característica da função quadrática, o que a diferencia da função do 1º grau.

Queda livre

No estudo de física a queda livre é uma particularização do Movimento

Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV). O movimento de queda livre foi estudado primeiramente por Aristóteles. Ele foi um grande filósofo grego que viveu aproximadamente 300 a.C.

Aristóteles afirmava que se duas pedras caíssem de uma mesma altura, a mais pesada atingiria o solo primeiro. Tal afirmação foi aceita durante vários séculos tanto por Aristóteles quanto por seus seguidores, pois não tiveram a preocupação de verificar tal afirmação.

Séculos mais tarde, mais precisamente no século XVII, um famoso físico e astrônomo italiano chamado Galileu Galilei, introduziu o método experimental e acabou por descobrir que o que Aristóteles havia dito não se verificava na prática. Considerado o pai da experimentação, Galileu acreditava que qualquer afirmativa só poderia ser confirmada após a realização de experimentos e a sua comprovação. No seu experimento mais famoso ele, Galileu Galilei, repetiu o feito de Aristóteles. Estando na Torre de Pisa, abandonou ao mesmo tempo esferas de mesmo peso e verificou que elas chegavam ao solo no mesmo instante.

Quando dois corpos quaisquer são abandonados, no vácuo ou no ar com resistência desprezível, da mesma altura, <u>o tempo de queda é o mesmo para ambos</u>, mesmo que eles possuam <u>pesos diferentes.</u>

O movimento de queda livre é uma particularidade do movimento uniformemente variado ou uniformemente acelerado.

Lembre-se aceleração é a taxa de variação da velocidade em função do tempo.

As equações matemáticas que determinam o movimento de queda livre:

$$V = g \cdot t \quad d = \frac{g.t^2}{2}$$

Usaremos como valor aproximado para g:
g é a aceleração da gravidade.
g = 10 m/s²

Diremos que a cada segundo a velocidade aumenta em 10 m/s.

1) Utilizando a figura acima da Torre de Pisa e sabendo que a pedra atingiu o solo entre 3 e 4 segundos, Qual é a possível altura da torre?

a) 44 metros b) 56 metros c) 81 metros d) n.d.a

2) Utilizando os dados da pergunta anterior determine a velocidade final da pedra ao atingir o solo.

a) 20 m/s b) 33 m/s c) 41 m/s d) n.d.a

3) Utilizando os dados da pergunta anterior, em quanto tempo a pedra atingiu sua velocidade máxima?

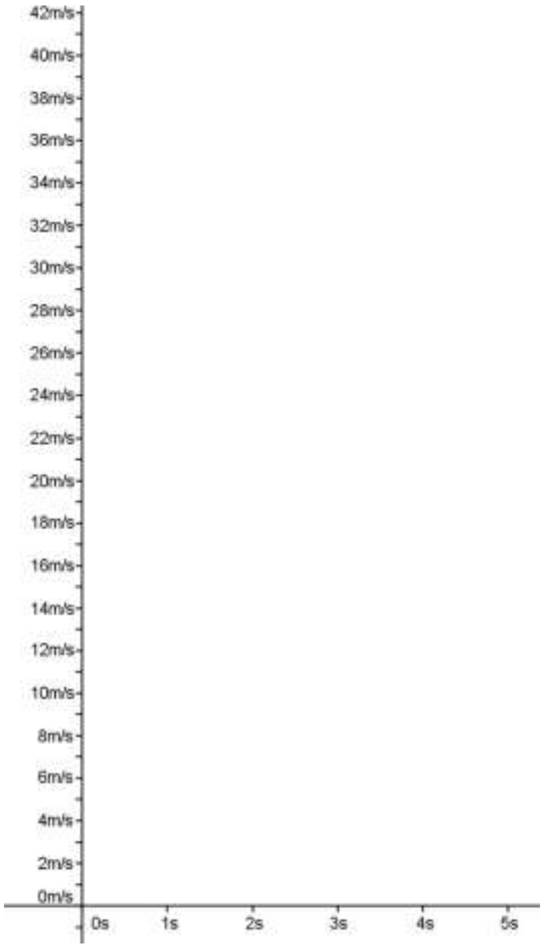
a) 3,1 s b) 3,3 s c) 3,6 s d) 3,8 s

4) Complete com os valores da velocidade e da distância na tabela abaixo:

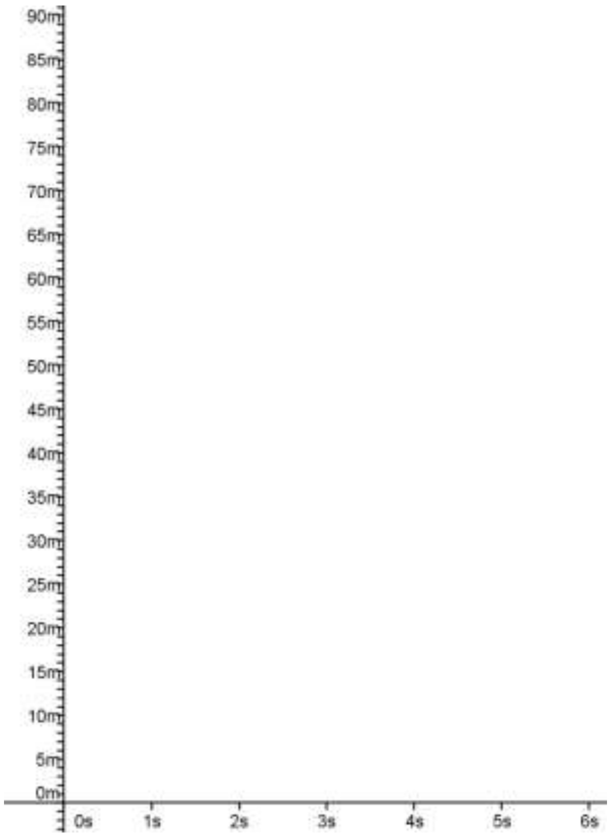
Tempo	Velocidade	Distância
0		
1		
2		

3		
4		

5) Construa com o auxílio do esquadro os gráficos (v x t) e (d x t).



v x t



d x t

6) Qual a diferença entre a forma dos gráficos acima?

Este tipo de curva é o que chamamos de PARÁBOLA. Esta é a curva que representa graficamente funções nas quais a variável encontra-se elevada ao quadrado. Em nosso caso a variável tempo. $d = \frac{g.t^2}{2}$

8) Complete as tabelas abaixo sem conhecer a equação matemática, porém sabendo que se trata de M.R.U.V?

Tabela 1

Tempo	Distância
0	0
1	3
2	12

Tabela 2

Tempo	Distância
0	1
1	3
2	9

3		**3**	
4		**4**	
5		**5**	

Tabela 3

Tempo	**Distância**
0	**0**
1	**4**
2	**6**
3	
4	
5	

Tabela 4

Tempo	**Distância**
0	**5**
1	**2**
2	**1**
3	
4	
5	

Tabela 5

Tempo	**Distância**
0	
1	
2	**18**
3	**25**
4	**34**
5	

Tabela 6

Tempo	**Distância**
0	
1	**4**
2	**5**
3	**8**
4	
5	

Na função do 1º grau, necessitamos apenas de 2 pontos do gráfico para achar os outros pontos. Pois dois pontos determinam uma única reta.

Por que para obtermos os outros pontos do gráfico da função do 2º grau precisamos de no mínimo 3 pontos do gráfico?

Atividade 2

ÁREA: Funções quadráticas

<u>HABILIDADE RELACIONADA:</u>

***H62 - Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial do 2º grau.**

PRÉ-REQUISITOS: **Localização de pontos em um plano cartesiano, gráfico de funções.**

TEMPO DE DURAÇÃO: **100 minutos.**

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: **Folhas de papel milimetrado, par de esquadros e compasso, software Geogebra, notebook do professor acompanhado de projetor multimídia.**

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: **individual.**

OBJETIVOS: **Auxiliar o aluno a perceber o formato do gráfico da função quadrática; o seu eixo de simetria, vértice e concavidade.**

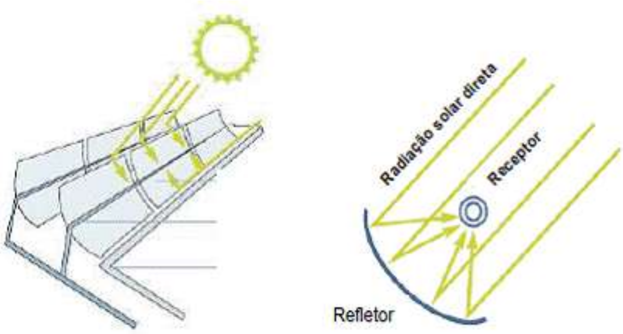
METODOLOGIA ADOTADA: **Algumas aplicações das parábolas foram apresentadas aos alunos para que se conscientizassem da utilização das mesmas. Depois foi apresentado a construção geométrica da parábola usando o geogebra e um projetor pelo professor. Os alunos repetem a construção com compasso e esquadros no papel milimetrado e finalmente usa as tabelas da atividade 1 para construção dos gráficos no papel milimetrado.**

PARÁBOLAS AO NOSSO REDOR

CONCENTRADORES CILÍNDRICOS-PARABÓLICOS

Os coletores cilíndricos parabólicos são revestidos por um material refletor em formato parabólico. Ao longo da linha de foco do refletor parabólico é colocado um tubo metálico preto, coberto por um tubo de vidro para evitar perdas de calor.


Quando a parábola aponta para o sol, os raios diretos do sol são refletidos pela superfície e concentrados no receptor. A radiação concentrada aquece o fluido que circula internamente no tubo.



Os concentradores parabólicos são a mais madura tecnologia solar de geração de calor e permitem o aquecimento de fluidos a temperaturas de até 400 ºC. A energia deste fluido pode ser usada para geração de energia elétrica.

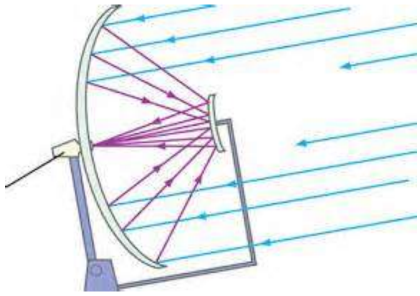
AS PONTES PÊNSEIS OU SUSPENSAS

As pontes pênseis ou suspensas, são aquelas que possibilitam os maiores vãos. Nelas o tabuleiro contínuo é sustentado por vários cabos metálicos atirantados ligados a dois cabos maiores que, por sua vez, ligam-se às torres de sustentação. Os cabos comprimem as torres de sustentação, que transferem os esforços de compressão para as fundações. Nas pontes pênseis os tirantes são espaçados regularmente, então a carga da ponte é uniformemente distribuída nos cabos e estes

formam uma parábola.

AS ANTENAS PARABÓLICAS

As antenas parabólicas, apesar de não refletirem luz, são espelhos. Elas são construídas para refletir ondas de radiofrequências. Se as ondas eletromagnéticas emitidas por um satélite, atingirem a antena parabólica, ocorrerá a reflexão desses raios a um ponto chamado foco da parábola, onde está um aparelho receptor que converterá as ondas eletromagnéticas em um sinal que a TV transformará em ondas, que serão os programas que passam e as pessoas assistem diariamente.

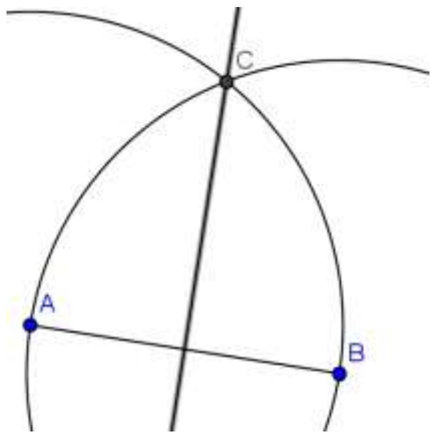


CONSTRUINDO A PARÁBOLA COM ESQUADRO E COMPASSO

Primeiro aprenderemos a construir a mediatriz de um segmento dado.

a) Construa o segmento AB.
b) Com o compasso ponta seca no ponto A e raio AB construa um arco. Faça o mesmo com o ponto B, ponta seca no B e raio AB mais um arco.
c) Marque o ponto C como a interseção desses dois arcos.
d) Com o esquadro alinhado com AB, construa a reta perpendicular a AB que passa por C.
e) A reta perpendicular que passa por C é a <u>Mediatriz do segmento AB.</u>

<u>Tente fazer um ao lado</u>



1) Se você construir os segmentos AC e BC, você acha que eles são iguais?

2) O triângulo ABC é isósceles?

3) Escolha um ponto D qualquer na reta Mediatriz, você acha que AD e BD são iguais? E o triângulo ABD é isósceles?

4) Você concorda que essa mediatriz divide o segmento AB em duas partes iguais?

<u>Mediatriz é o lugar geométrico do plano equidistante entre dois pontos.</u>

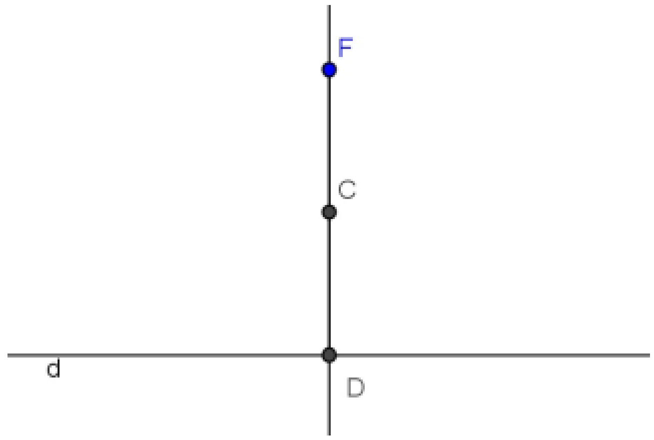
Circunferência é o conjunto de todos os pontos de um plano equidistantes de um ponto fixo, desse mesmo plano, denominado centro da circunferência.

5) Construa uma circunferência de centro O e raio AB.

A PARÁBOLA É FORMADA PELA UNIÃO DE TODOS OS PONTOS DO PLANO QUE ESTÃO À MESMA DISTÂNCIA DO PONTO F (FOCO) E DA RETA DIRETRIZ d.

UTILIZAR O PAPEL MELIMETRADO NESTA CONSTRUÇÃO DA PARÁBOLA

a) Construir uma reta d horizontal, que será a diretriz da parábola.
b) Marcar um ponto F fora da reta, que será o foco da parábola.
c) Construir uma perpendicular a reta diretriz d que passa pelo ponto F.
d) Marcar o ponto D intersecção entre a diretriz d e a perpendicular que passa por F.
e) Achar ponto médio de DF e marcar o ponto C.



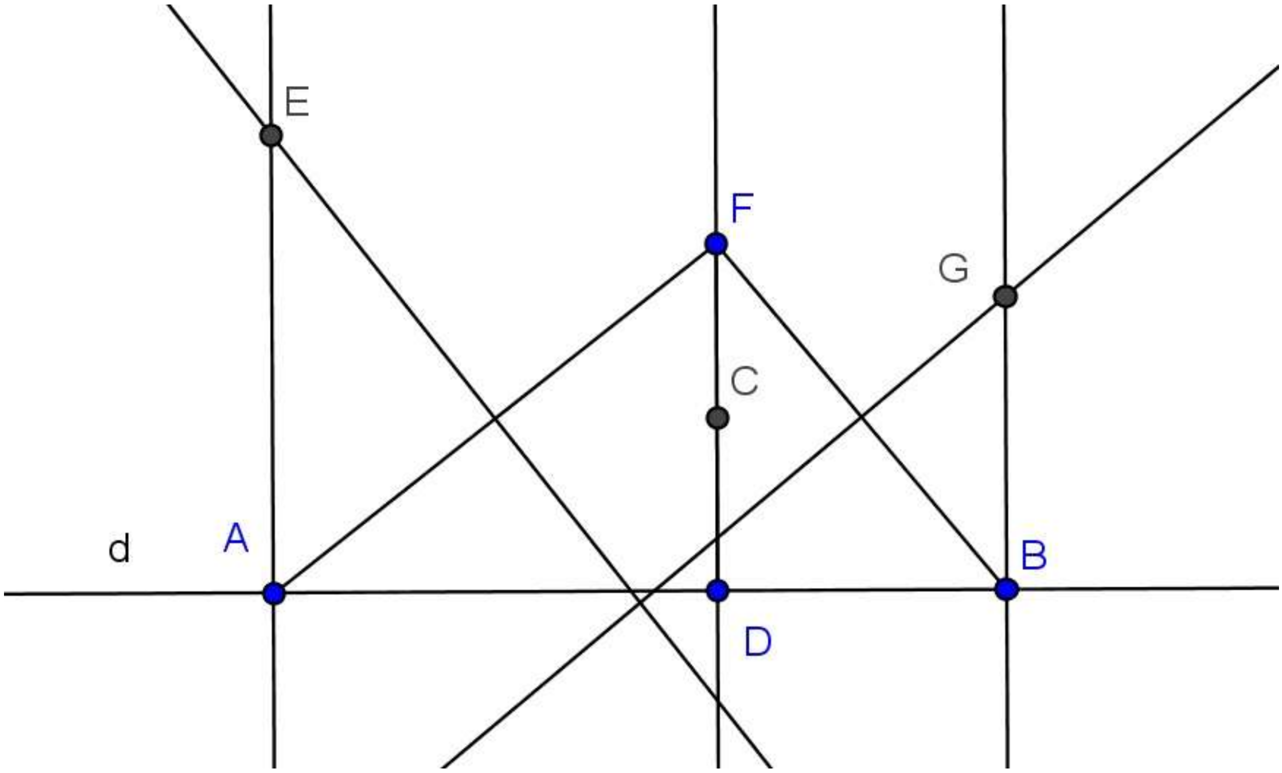
6) Por que o ponto C é um ponto da nossa parábola ? Ele tem um nome especial? Você saberia me dizer?

Continuando para achar os outros pontos de nossa ...

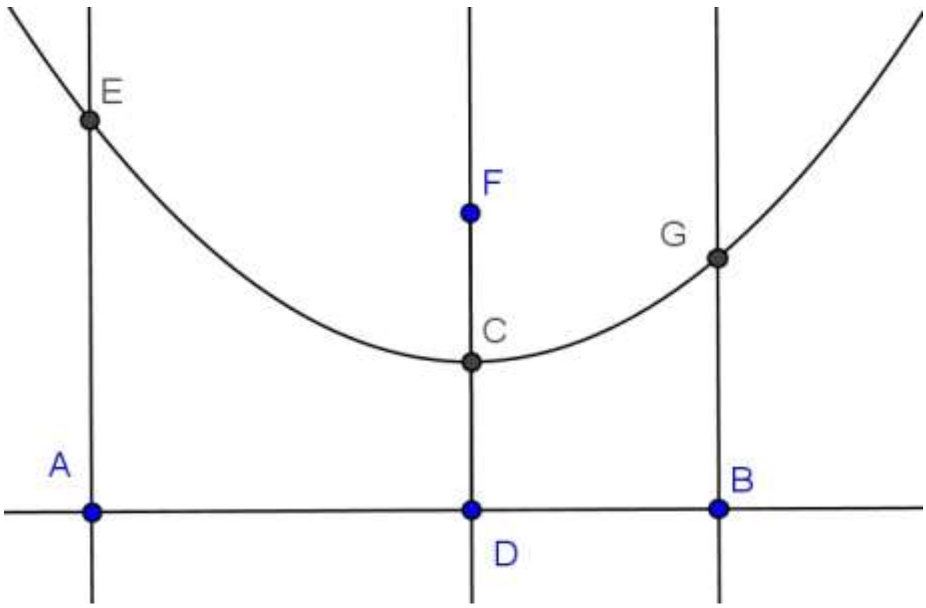
f) Escolha outro ponto da reta diretriz d, ponto B, e construa a perpendicular a diretriz d que passa por B.
g) Ligue os pontos B e F e encontre a mediatriz de BF.
h) Marque o ponto G, ponto de interseção entre a perpendicular a diretriz d que passa por B e a mediatriz de BF.
i) Escolha outro ponto da reta diretriz d, ponto A, e construa a perpendicular a diretriz d que passa por A.
j) Ligue os pontos A e F e encontre a mediatriz de AF.
k) Marque o ponto E, ponto de interseção entre a perpendicular a diretriz d que passa por A e a mediatriz de AF.

l) Continue escolhendo pontos na diretriz e fazendo os mesmos procedimentos para achar mais pontos da parabola.

Agora temos três pontos que pertencem a parábola os pontos C, G e E.



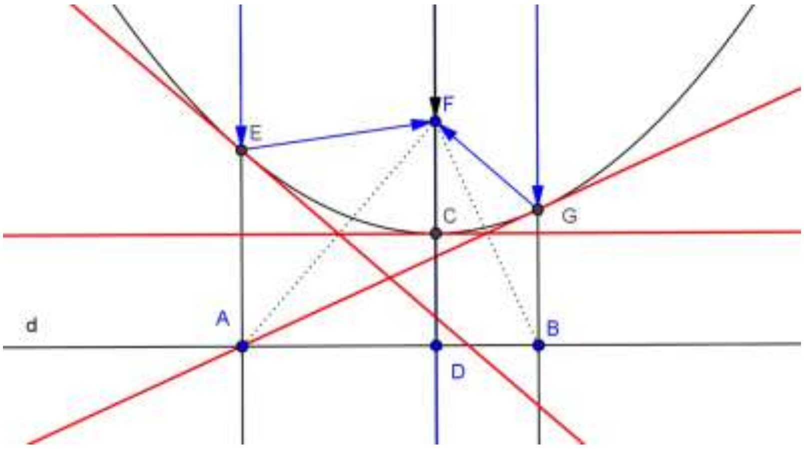
Desenhando a parábola com a concavidade voltada para cima.



7) Utilizando o <u>eixo de simetria</u> (a reta que passa pelos pontos CF) construa as reflexões dos pontos G e E? Por que eles pertencem a parábola?

8) Quantas parábolas passam pelos pontos G e E? Pense em quantas circunferências passam por dois pontos.

As 3 mediatrizes (em vermelho) tiradas dos segmentos (pontilhados) que levam um ponto da diretriz d no foco F é chamada de Reta Tangente à parábola no ponto escolhido e por este fato os raios são refletidos em direção ao foco.



No Vértice (ponto C) a Reta Tangente à parábola é uma reta paralela a reta diretriz.

9) Complete a tabela sabendo que os pontos pertencem a uma única parábola. Depois esboce o gráfico usando o papel milimetrado.

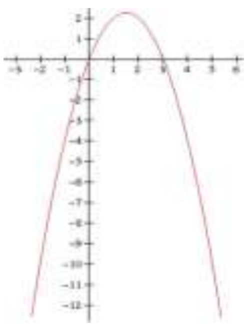
x	y
0	0
1	4
2	6
3	
4	
5	

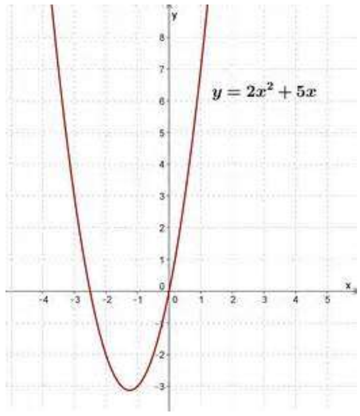
t	d
0	5
1	2
2	1
3	
4	
5	

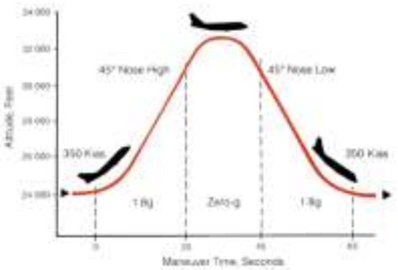
10) Você conseguiu encontrar as coordenadas do vértice? Como você fez?

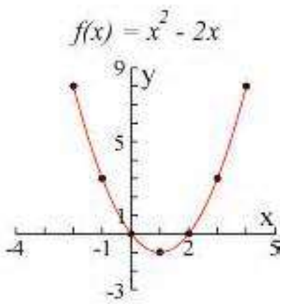
11) Qual a diferença entre os gráficos (y x x) e (t x d)?

12) Marque os gráficos que tem concavidade voltada para baixo:









Atividade 3

ÁREA: Funções quadráticas

<u>HABILIDADE RELACIONADA:</u>

***H62 - Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial do 2º grau.**
***H66 - Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.**

<u>PRÉ-REQUISITOS:</u> Identificar a parábola como sendo o gráfico da função quadrática.

<u>TEMPO DE DURAÇÃO:</u> 100 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: **Folha de atividades, papel milimetrado, par de esquadros, carbono, cola, cartolina.**

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: **Pequenos grupos, 2 ou 3 alunos.**

OBJETIVOS: **Relacionar a concavidade da parábola e o coeficiente a; analisar o coeficiente a em módulo, em tamanho; identificar o ponto (0,c) como o ponto em que a parábola intersecta o eixo y; relacionar a translação horizontal da parábola com o coeficiente b; perceber que o vértice da parábola corresponde ao ponto extremo da função quadrática.**

METODOLOGIA ADOTADA: **Os alunos trabalham em grupo na modelagem do material concreto feito com cartolina que irá ajudá-lo nas confecções de novos gráficos no papel milimetrado, usando a translação vertical e horizontal, anotando numa tabela e comparando os resultados obtidos, utilizarão a reta tangente para determinar quando o gráfico é crescente ou decrescente.**

FORMA ALGÉBRICA DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Como vimos nas atividades 1 e 2; uma função quadrática é representada graficamente por uma parábola.
Agora conheceremos sua definição:

Toda expressão na forma $y = ax^2 + bx + c$ ou $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde os coeficientes a, b e c são números reais, sendo $a \neq 0$, é considerada uma função do 2º grau, onde o valor y está em função do valor de x, isto é, x é considerado o domínio da função, enquanto y ou f(x) é a imagem.

1) Por que $a \neq 0$?

2) Por que temos que conhecer os coeficientes a, b, c da função

quadrática?

3) Identifique os coeficientes das funções quadráticas abaixo:

a) $f(x) = x^2 + x + 1$

b) $y = 6x^2 - \pi x + \sqrt{3}$

c) $f(t) = \frac{3}{4} t^2 - \frac{1}{4}t$

d) $f(z) = -6z^2 + \pi$

e) $f(x) = -7x^2 - 2x$

g) $f(x) = x^2$

h) $f(x) = 0x^2 + 2$

i) $y = x^2 + 1$

j) $y = -x^2 + 1$

VAMOS ANALISAR O COEFICIENTE <u>a</u> E O COMPORTAMENTO DA FUNÇÃO $y = ax^2 + bx + c$.

4) Usando a cartolina e o par de esquadro desenhe os eixos x e y, construa as funções $y = x^2$ e $y = - x^2$. Quais são as coordenadas dos vértices de cada uma?

5) Qual a diferença entre elas?

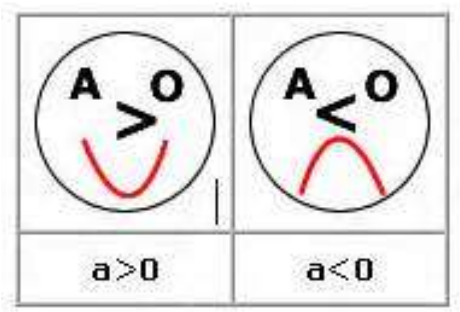
6) Recortem as parábolas e sobreponha-as vértice com vértice. Qual a diferença entre elas?

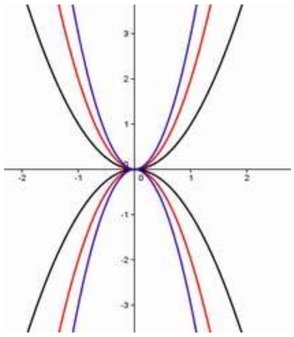
7) Faça o mesmo procedimento com a cartolina e construa o gráfico das funções $f(x) = 2x^2$ e $f(x) = -2x^2$ sobreponha-as vértice com vértice. Qual a diferença entre elas?

8) Agora sobreponha-as vértice com vértice e cole $y = x^2$ com $f(x) = 2x^2$. O que vocês observaram?

9) Usando o papel milimetrado e 4 cores diferentes construa os gráficos $y= \frac{1}{2}x^2$ $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = 3x^2$.

10) Usando o carbono e os gráficos do exercício 9.
Construa suas reflexões em relação ao eixo x, obtendo as outras funções $y = -\frac{1}{2}x^2$ $y = -x^2$, $y = -2x^2$, $y = -3x^2$. Identifique todas elas.





Quanto maior for o <u>a</u> mais feliz vou ficando e quanto menor for <u>a</u> mais triste vou ficando.

11) Utilizando o valor do coeficiente a. Indique a concavidade das funções do exercício 3. Diga quem é a mais feliz e quem é a mais triste?

VAMOS ANALISAR O COEFICIENTE <u>b</u> E O COMPORTAMENTO DA FUNÇÃO $y = ax^2 + bx + c$.

Vamos dividir em 2 casos, quando $b = 0$ e quando $b \neq 0$.

<u>1º caso b = 0</u>

O vértice da parábola se deslocou verticalmente pelo eixo y.
O eixo de simetria é o próprio eixo y.
Temos $f(x) = f(-x)$, que é a reflexão de um ponto da parábola com o eixo y obtendo um novo ponto da parábola.

12) Utilizando o papel milimetrado e a parábola em cartolina, coloque o vértice da parábola no ponto (0,1), com concavidade voltada para cima. Complete a tabela abaixo e analise o que aconteceu ?

x	$f(x) = x^2$	x	f(x) =
-3		-3	

-2		-2	
-1		-1	
0		0	
1		1	
2		2	
3		3	

x	f(x) = $2x^2$	x	f(x) =
-3		-3	
-2		-2	
-1		-1	
0		0	
1		1	
2		2	
3		3	

13) Utilizando o papel milimetrado e a parábola em cartolina, coloque o vértice da parábola no ponto (0,4), com concavidade voltada para baixo. Complete a tabela abaixo e analise o que aconteceu?

x	f(x) = $-x^2$	x	f(x) =
-3		-3	
-2		-2	
-1		-1	
0		0	
1		1	
2		2	
3		3	

x	f(x) = $-2x^2$	x	f(x) =
-3		-3	

-2		-2	
-1		-1	
0		0	
1		1	
2		2	
3		3	

*** Então se subirmos com o vértice 1 unidade verticalmente temos que adicionar 1 unidade na equação matemática que determina a função.**

*** Então se descermos com o vértice 1 unidade verticalmente temos que subtrair 1 unidade na equação matemática que determina a função.**

14) Diga o que aconteceu com o gráfico $f(x) = x^2 + 1$ nos itens abaixo:

a) $f(x) = x^2 + 3$

b) $f(x) = x^2 - 7$

c) $f(x) = x^2$

<u>2º caso b ≠ 0</u>

Quando encontrarmos o coeficiente b na equação matemática temos que o vértice da parábola não pertence ao eixo y.
O local do vértice depende dos coeficientes a e b, temos 4 possibilidades ou 4 casos diferentes:
1º - caso - $a>0$ e $b>0$ – O vértice se encontra a esquerda do eixo y.
2º - caso - $a>0$ e $b<0$ - O vértice se encontra a direita do eixo y.
3º - caso - $a<0$ e $b>0$ - O vértice se encontra a direita do eixo y.
4º - caso - $a<0$ e $b<0$ - O vértice se encontra a esquerda do eixo y.

Como isso ocorre:

1º- caso - $a>0$ e $b>0$ O vértice se encontra a esquerda do eixo y.

15) Utilizando o papel milimetrado e a parábola em cartolina, coloque o vértice da parábola no ponto (-1,0), com concavidade voltada para cima. Complete a tabela abaixo e analise o que aconteceu ?

x	$f(x) = x^2$	x	$f(x) =$

-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

x	$f(x) = 2x^2$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

x	f(x) =
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

16) Vocês conseguiram achar o valor de f(x) em cada caso do exercício anterior? E o valor de b?

Obs: O deslocamento horizontal 1 unidade para esquerda é feito quando adicionamos 1 unidade ao valor de x e elevamos ao quadrado.

$$\underline{f(x) = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1}$$

2º - caso - a>0 e b<0 - O vértice se encontra a direita do eixo y.

17) Utilizando o papel milimetrado e a parábola em cartolina, coloque o vértice da parábola no ponto (1,0), com concavidade voltada para cima. Complete a tabela abaixo e analise o que aconteceu?

x	$f(x) = x^2$
-3	
-2	
-1	
0	

x	f(x) =
-3	
-2	
-1	
0	

1			1	
2			2	
3			3	

x	$f(x) = 2x^2$		x	$f(x) =$
-3			-3	
-2			-2	
-1			-1	
0			0	
1			1	
2			2	
3			3	

Obs: O deslocamento horizontal 1 unidade para direita é feito quando subtraímos 1 unidade ao valor de x e elevamos ao quadrado.

$$\underline{f(x) = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1}$$

3º - caso - a<0 e b>0 - O vértice se encontra a direita do eixo y.

18) Utilizando o papel milimetrado e a parábola em cartolina, coloque o vértice da parábola no ponto (1,0), com concavidade voltada para baixo. Complete a tabela abaixo e analise o que aconteceu?

x	$f(x) = -x^2$		x	$f(x) =$
-3			-3	
-2			-2	
-1			-1	
0			0	
1			1	
2			2	
3			3	

x	$f(x) = -2x^2$		x	$f(x) =$
-3			-3	

-2			-2	
-1			-1	
0			0	
1			1	
2			2	
3			3	

Obs: O deslocamento horizontal 1 unidade para direita é feito quando subtraímos 1 unidade ao valor de x e elevamos ao quadrado.

$$\underline{f(x) = -(x - 1)^2 = -x^2 + 2x - 1}$$

19) As funções abaixo sofreram deslocamento horizontal de seu vértice de 2 unidades para direita, escreva a nova equação matemática.

a) $f(x) = -3x^2$

b) $f(x) = -5x^2 + 1$

c) $f(x) = -x^2 - 1$

4º - caso - a<0 e b<0 - O vértice se encontra a esquerda do eixo y.

20) Utilizando o papel milimetrado e a parábola em cartolina, coloque o vértice da parábola no ponto (-1,0), com concavidade voltada para baixo. Complete a tabela abaixo e analise o que aconteceu?

x	$f(x) = -x^2$		x	f(x) =
-3			-3	
-2			-2	
-1			-1	
0			0	
1			1	
2			2	
3			3	

x	$f(x) = -2x^2$		x	f(x) =
-3			-3	

-2		**-2**	
-1		**-1**	
0		**0**	
1		**1**	
2		**2**	
3		**3**	

Obs: O deslocamento horizontal 1 unidade para esquerda é feito quando adicionamos 1 unidade ao valor de x e elevamos ao quadrado.

$f(x) = -(x + 1)^2 = -x^2 - 2x - 1$

20) As funções abaixo sofreram deslocamento horizontal de seu vértice de 2 unidades para esquerda, escreva a nova equação matemática.

a) $f(x) = -3x^2$

b) $f(x) = -5x^2 + 1$

c) $f(x) = -x^2 - 1$

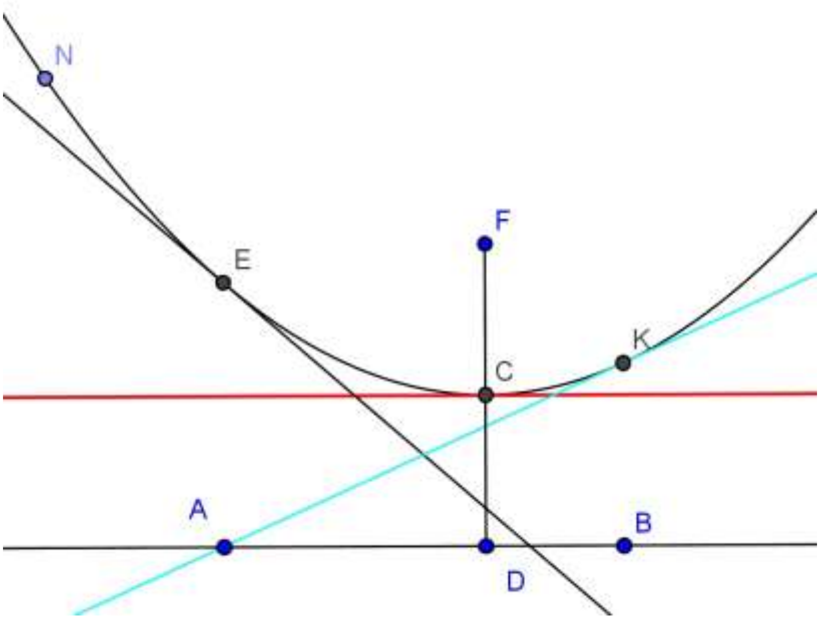
21) Agora, você deve identificar o ponto em que cada parábola intersecta o eixo vertical e o valor do coeficiente c das funções quadráticas dos exercícios 12, 13, 15, 17, 18 e 20.

22) O que vocês observaram sobre os valores de c e o valor do ponto onde a parábola intercepta o eixo y?

O coeficiente *c da função $y = ax^2 + bx + c$,* **nos indica onde a parábola "corta" o eixo y. Se ele for positivo ela irá "cortar" o eixo y acima da origem; se for negativo irá "cortar" acima da origem e; se for ZERO, cortará o eixo y na origem, ou seja, ponto (0,0).**

Outra aplicação da reta tangente

Então vamos conhecer uma técnica para saber quando a função quadrática é crescente, decrescente e onde é o ponto onde a função passa de crescente para decrescente ou vice-versa. Vamos relembrar como era a inclinação da reta tangente:



Observe a tangente em azul ela indica que a função é crescente.

A tangente em preto indica que a função decrescente.

A tangente em vermelho (paralela ao eixo x) que passa pelo vértice C, existe a mudança de comportamento, onde a função passa de crescente para decrescente ou vice-versa.

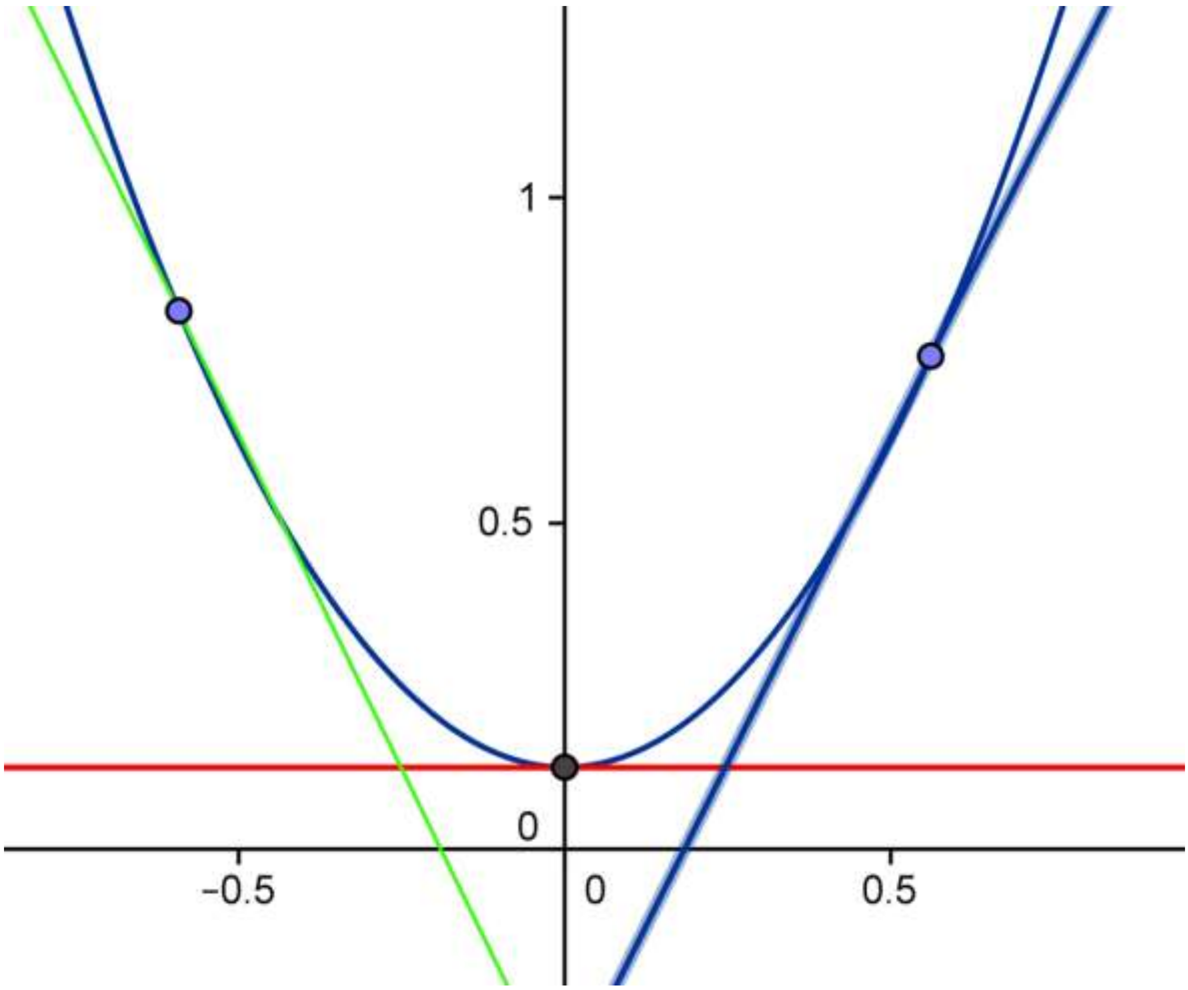
23) Agora, vocês devem identificar o ponto em que cada parábola muda seu comportamento, indicando os intervalos onde a função é crescente e decrescente, usando os gráficos dos exercícios 12, 13, 15, 17, 18 e 20.

Exemplo: $f(x) = x^2$

Coordenadas do vértice é (0,0) tangente em vermelho, é o próprio eixo x.

Crescente quando $x > 0$ tangente em azul.

Decrescente quando $x < 0$ tangente em verde.



Observação a reta em preto paralela a reta tangente em vermelho é a reta diretriz. Descubra onde está o foco. E como vocês fizeram isso?

Atividade 4

ÁREA: Funções quadráticas

HABILIDADE RELACIONADA:

***H62 - Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial do 2º grau.**
***H66 - Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.**

PRÉ-REQUISITOS: **Trinômio Quadrado Perfeito, Quadrado da Soma, Quadrado da Diferença.**

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Pequenos grupos, 2 ou 3 alunos.

OBJETIVOS: Determinar as raízes e os vértices das funções quadráticas a partir da soma e produto ou da sua forma canônica.

METODOLOGIA ADOTADA: Apresentar aos alunos as diferentes formas para encontrar as raízes de uma função quadrática e as coordenadas do vértice.

ENCONTRANDO AS RAÍZES E O VÉRTICE DA PARÁBOLA

Existem pontos importantes da parábola que devemos conhecer. Nas atividades anteriores aprendemos sobre a concavidade, onde o eixo de simetria se localiza, o papel do coeficiente c.
As raízes e as coordenadas da parábola são de extrema importância na resolução de problemas e na construção do gráfico.

Existem 3 formas básicas de encontrar as raízes:

1- Bhaskara, achar Δ e depois usar para achar as raízes.

2- Soma e produto, resolvendo um sistema com 2 variáveis.

3- Completando quadrado, trinômio quadrado perfeito.

UTILIZANDO BHASKARA PARA ENCONTRAR A SOMA E O PRODUTO

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Calculando a soma das raízes, temos:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b}{2a} + \frac{-b}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

Calculando o produto das raízes, temos:

$$x_1 . x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} . \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(b^2)-(\Delta)^2}{4a^2} = \frac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Logo:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$P = x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

1)Utilizando soma e produto encontre as raízes das funções quadráticas abaixo e escreva na forma fatorada : $(x - x_1).(x - x_2)$

a) $f(x) = x^2 - x - 2$

b) $f(x) = x^2 + 3x + 2$

c) $f(x) = x^2 - 4x + 2$

d) $f(x) = x^2 + x - 6$

e) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

2) Sabendo que o eixo de simetria passa na média aritmética entre as raízes. Encontre as coordenadas dos vértices das funções quadráticas.

a) $f(x) = x^2 - x - 2$

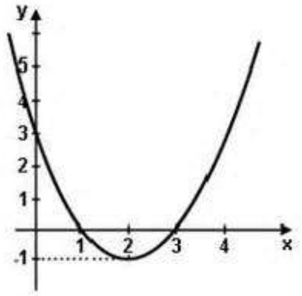
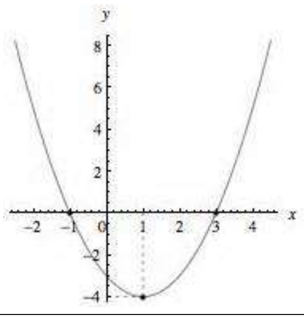
b) $f(x) = x^2 + 3x + 2$

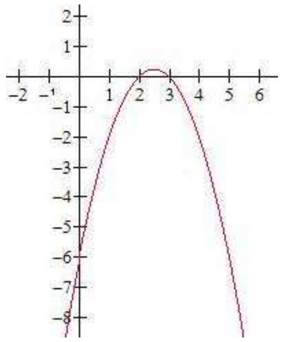
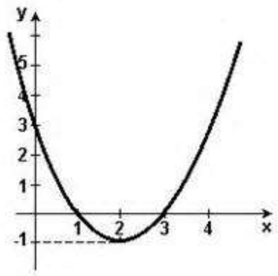
c) $f(x) = x^2 - 4x + 2$

d) $f(x) = x^2 + x - 6$

e) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

3) Determine a equação na forma fatorada utilizando os dados do gráfico. Depois determine na forma *$y = ax^2 + bx + c$, as coordenadas dos vértices e os intervalos de crescimento e decrescimento das funções.*

a) Por que no 1º gráfico não usamos a forma fatorada f(x) = (2x–2)(2x-6)?

b) Por que no 2º gráfico não precisamos conhecer o c?

Forma canônica

$$ax^2 + bx + c = f_{(x)}$$

$$a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}) = f_{(x)}$$

$$a(\underbrace{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}}_{\text{tri. cuad.perf.}} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}) = f_{(x)}$$

$$a(x + \underbrace{\frac{b}{2a}}_{-v_x})^2 + \underbrace{\frac{-b^2 + 4ac}{4a^2}}_{v_y} = f_{(x)}$$

Temos V_x: denominada a coordenada x do vértice.

Temos V_y: denominada a coordenada y do vértice.

Coordenadas: (V_x, V_y)

4) Encontre as raízes e as coordenadas dos vértices.

a) $f(x) = x^2 - 1$

b) $f(x) = x^2 + 4$

c) $f(x) = (x - 5)^2$

d) $f(x) = (x + 3)^2$

e) $f(x) = -(x + 3)^2 + 12$

f) $f(x) = (x - 2)^2 – 1$

g) $f(x) = (x + 4)^2 - 8$

h) $f(x) = (x - 1)^2 - 2$

i) $f(x) = (x + 7)^2 + 8$

j) $f(x) = -(x + 2)^2 + 9$

k) $f(x) = (x - 5)^2 - 3$

l) $f(x) = -(x + 3)^2 + 3$

5) Escreva na forma canônica as funções abaixo e diga que translação aconteceu com o gráfico, sabendo que, antes a função era $f(x) = x^2$. Use o molde de cartolina feita na atividade passada.

a) $f(x) = x^2 - 4x + 2$

b) $f(x) = x^2 - 6x + 2$

c) $f(x) = x^2 - 2x + 2$

d) $f(x) = -x^2 - 4x + 2$

e) $f(x) = -x^2 - 6x + 2$

f) $f(x) = -x^2 - 2x + 2$

g) $f(x) = x^2 + 8x$

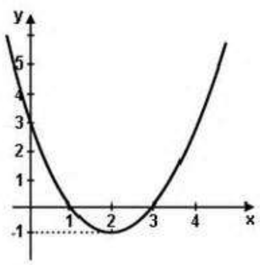
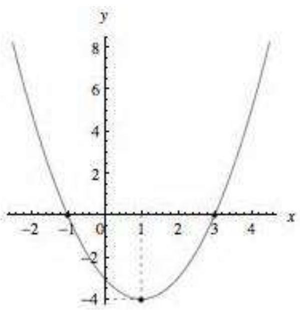
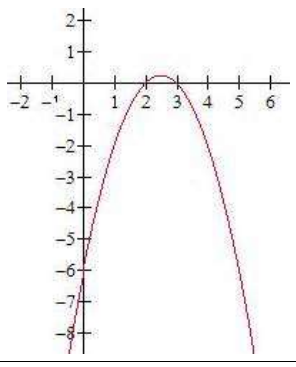
h) $f(x) = -x^2 + 8x$

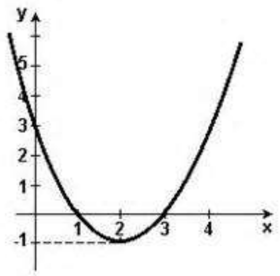
i) $f(x) = x^2 - x$

j) $f(x) = x^2 - 3x$

k) $f(x) = -x^2 - 5x$

6) Escreva na Forma canônica os gráficos abaixo:



a) Porque no 2º gráfico não precisamos conhecer o c?

b) No 3º gráfico, qual foi seu plano para achar a forma canônica já que você não tem as coordenadas do vértice?

c) Por que no último gráfico não podemos usar $f(x) = 2(x - 2)^2 - 1$

d) Determine a forma canônica do gráfico que possui vértice (-2, 2).

Atividade 5

ÁREA: Funções quadráticas

<u>HABILIDADE RELACIONADA:</u>

***H48 - Resolver situações-problema envolvendo equação do 2º grau.**
***H52 - Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).**
***H57 – Resolver problemas envolvendo equações do 2° grau.**

<u>PRÉ-REQUISITOS:</u> Funções Quadráticas. Reconhecimento do gráfico da função quadrática e de suas propriedades.

<u>TEMPO DE DURAÇÃO:</u> 100 minutos.

<u>RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:</u> Folha de atividades.

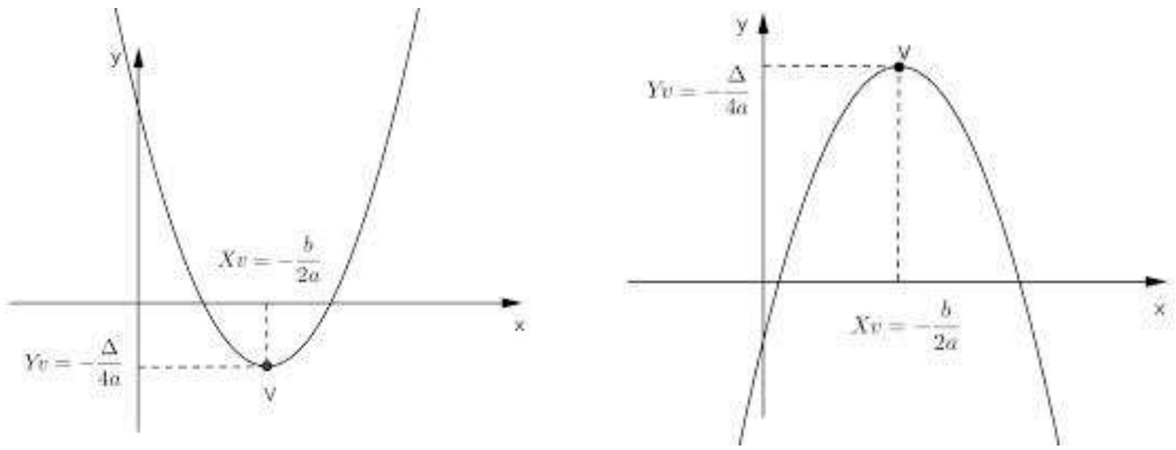
<u>ORGANIZAÇÃO DA TURMA:</u> Pequenos grupos, 2 ou 3 alunos.

<u>OBJETIVOS:</u> Resolver problemas que envolvam funções quadráticas e seus pontos notáveis, como extremos ou raízes.

<u>METODOLOGIA ADOTADA:</u> Apresentar situação-problema para os alunos com o objetivo deles relacionarem a solução do problema proposto com a determinação de algum ponto ou intervalo de pontos da

função quadrática como as coordenadas do vértice.

Máximos e mínimos



Os problemas se resumem em encontrar os pontos de máximos e mínimos de uma função quadrática.

O grande problema é encontrar a função quadrática que o problema nos fornece, por isso temos que ter bastante atenção na leitura dos enunciados e na relação existente entre os dados do problema.

1) Meu pai compro 16 metros de tela para eu fazer um cercado para o cultivo de verduras nos fundos da casa, aproveitando uma parede já existente. Determine em valores inteiros as medidas possíveis para a construção desse cercado e suas respectivas áreas.

a) Qual deles tem a maior área?

b) Ache a equação matemática que relaciona os lados do cercado com a sua área.

c) Qual deles tem a menor área de lados inteiros?

d) Se você usasse as coordenadas do vértice resolveria o problema?

e) Construa o gráfico da função área pelo tamanho dos lados?

2) João tem uma fábrica de sorvetes. Ele vende, em media, 300 caixas de picolés por R$20,00 cada caixa. Entretanto, percebeu que, cada vez que diminuía R$1,00 no preço da caixa, vendia 40 caixas a mais. Considerando-se apenas valores inteiros de caixas e reais, quanto ele deveria cobrar pela caixa para que sua receita fosse máxima?

3) Em uma apresentação aérea de acrobacias, um avião a jato descreve um arco no formato de uma parábola de acordo com a seguinte função $y = -x^2 + 60x$. Determine a altura máxima atingida pelo avião.

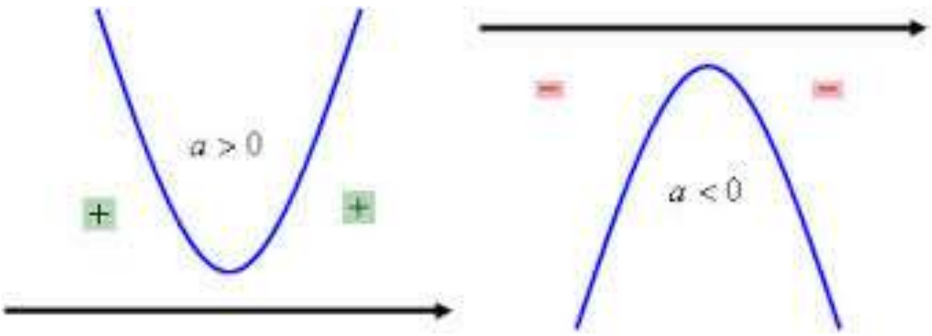
4) Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função $C(x) = x^2 - 80x + 3000$. Considerando o custo C em reais e x a quantidade de unidades produzidas, determine a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

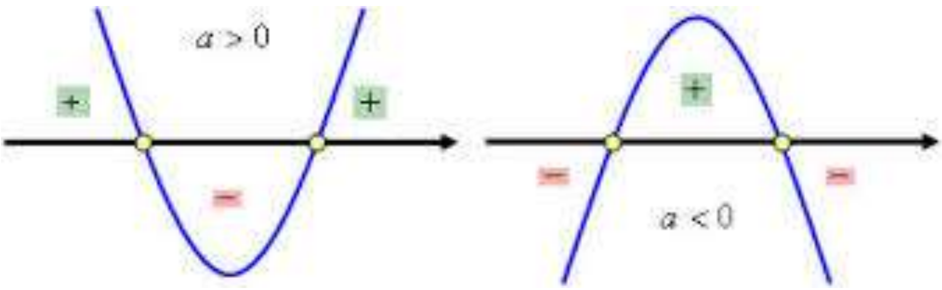
5) Após várias experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico, no sangue de cobaias, varia de acordo com a função $y = 12x - 2x^2$, em que x é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão do antibiótico. Nessas condições, determine o

tempo necessário para que o antibiótico atinja nível máximo de concentração no sangue dessas cobaias.

6) De acordo com conceitos administrativos, o lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática L = R – C, onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto. Uma indústria de peças automotivas produziu x unidades e verificou que o custo de produção era dado pela função $C(x) = x^2 - 2000x$ e a receita representada por $R(x)=6000x - x^2$. Com base nessas informações, determine o número de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo.

inequações do 2º grau





7) Resolver graficamente as inequações do 2º grau abaixo:

a) $x^2 - 2x + 1 < 0$

b) $0{,}005x^2 + 13x < 1250$

c) $x^2 - 3x + 8 > 3 + 5x$

d) $2x^2 - 5x - 1 > 5 - x^2$

e) $2x^2 - 5x - 1 < -5 - x^2$

f) c) $x^2 - 3x + 8 < - 3 - 5x$

AVALIAÇÃO

É apropriado verificar os acertos dos alunos nas questões relacionadas com o tema que constarão no SAERJINHO. Este será outro método de avaliação. Porém, nele o professor poderá verificar a aprendizagem não apenas no assunto que norteou este plano de trabalho, mas também em conteúdos estudados no bimestre anterior.

Aplicação de avaliação escrita individual (100 minutos) para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos e raciocínio lógico para resolver problemas do cotidiano envolvendo função quadrática, máximos e mínimos, inequação do 2º grau e outros tópicos estudados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO – Função Polinomial do 2º Grau – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 18/08/2014.

MATEMÁTICA CIÊNCIAS E APLICAÇÕES, 1º Ano/Gelson IEZZI – 7ª Edição – São Paulo: saraiva, 2013.

CONEXÕES COM A MATEMÁTICA, 1º Ano/Fabio MARTINS – 2ª Edição – São Paulo: Moderna, 2013.

FÍSICA PARA O ENSINO MÉDIO, 1º Ano/Luiz FELIPE – 3ª Edição – São Paulo: Saraiva, 2013

Tele aulas – TELECURSO 2000.

Endereços eletrônicos acessados de 25/08/2014 a 26/08/2014, citados ao longo do trabalho:

http://exercicios.brasilescola.com/exercicios-matematica/exercicios-sobre-maximo-minimo.htm

http://www.cresesb.cepel.br/content.php?cid=561