Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Formação Continuada em Matemática

Tarefa 1: Plano de Trabalho

Matemática 1° Ano - 3° Bimestre/2014

Função Polinomial do 2° Grau

Cursista: Soraya de Oliveira Coelho

Tutor: Rodolfo Gregorio de Moraes

S u m á r i o

1. Introdução

Esse Plano de Trabalho tem por objetivo fazer com que os alunos compreendam e explorem em diferentes contextos do seu próprio cotidiano os processos para a resolução de funções do 2º grau.

Na primeira abordagem do tema “Função Polinomial do 2º Grau”, foi utilizado um exemplo prático, onde foi lançada uma pedra a fim de que os alunos notassem a trajetória da mesma, ou seja, uma parábola. Demostrar também, através de imagens projetadas de livros, revistas, jornais, etc., vários outros exemplos onde são observadas parábolas em nosso cotidiano, como: arquiteturas de alguns prédios, igrejas, túneis, etc. Com isso, os alunos podem perceber e compreender que a parábola está muito presente em seu dia-a-dia.

Em seguida, revisar alguns conceitos do 9º ano, tais como: “sistemas de coordenadas cartesianas” e “resolução de equação do 2º grau”, já que os alunos, em sua grande maioria, apresentam dificuldades nesses conteúdos.

Esse Plano de Trabalho foi elaborado com atividades para serem desenvolvidas em duas semanas de aula, onde tenho 6 tempos de aulas por semana, com 50 min cada.

2. Desenvolvimento

2.1 - 1ª Semana de Aula

Conteúdos:

- Função polinomial do 2º grau;
- Sistemas de coordenadas cartesianas (revisão);
- Equação do 2º grau (revisão).

Objetivos:

- Identificar uma função polinomial do 2º grau;
- Compreender o significado dos coeficientes de uma função do 2º grau;
- Calcular as raízes da função do 2º grau.

Recursos didáticos:

- Vídeo;
- Folha de exercícios.

Inicialmente revisar o “Sistema de Coordenadas Cartesianas”, abordar os seguintes tópicos:

2.1.1 - Aplicações do sistema cartesiano (revisão)

O sistema cartesiano é utilizado para a localização de qualquer ponto em mapas, plantas de regiões e gráficos.

Observe a figura abaixo (GIOVANNI JR, JOSÉ RUY, 2009) e depois localize o que se pede.

Figura 01: *maquete de uma cidade*

Os alunos receberão uma cópia dessa atividade e será dado um tempo para resolverem e em seguida, será feita a correção, dirimindo algumas dúvidas.

Os exercícios referentes a essa parte da aula estão no Anexo I.

2.1.2 - Equações do 2º grau (revisão)

Revisar algumas resoluções de equações do 2º grau e abordar os seguintes tópicos:

Definição de equação do 2° grau: uma equação do 2º grau com uma variável tem a forma

$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0} \qquad (\boldsymbol{a \neq 0}),$$

onde $\boldsymbol{x}$ é a *incógnita* e a, b e c números reais, chamados de *coeficientes*.

Exemplos:

1) $x^2 - 7x + 10 = 0$, onde a =1, b =7 e c = 10

2) $8x^2 - 4x = 0$, onde a = 8, b = - 4 e c = 0

3) $9x^2 = 0$, onde a = 9, b = 0 e c = 0

Observe que:

- ***a*** representa o coeficiente de x^2;
- ***b*** representa o coeficiente de x;
- ***c*** representa o termo independente.

Fórmula resolutiva ou Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Esta Fórmula nos permite determinar as raízes de qualquer equação do 2º grau, completa ou incompleta.

A expressão, $b^2 - 4ac$, chama-se discriminante e é indicada pela letra grega Δ (lê-se: delta). Logo, a fórmula resolutiva também pode ser escrita da seguinte maneira:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Considerações importantes:

1) Os tipos de raízes que vamos encontrar podem ser estudados a partir do discriminante (Δ) da equação dada. Temos, então, três casos a considerar:

- Se $\Delta > 0$, a equação tem duas raízes reais e diferentes;
- Se $\Delta = 0$, a equação tem duas raízes reais e iguais;
- Se $\Delta < 0$, a equação não tem raízes reais.

A partir desse momento os alunos receberam uma lista de exercícios, Anexo II, com exercícios para a aula e para casa.

2.1.3 - Função polinomial do 2º grau

Introduzir o assunto com um vídeo.

Após assistir o vídeo, fazer algumas considerações sobre o mesmo, enfatizar os exemplos de parábolas citados no vídeo como: a antena parabólica e a trajetória de um projétil (em um canhão). Em seguida, perguntar aos alunos se os mesmos seriam capazes de relatar outros exemplos que não estão no vídeo, espera-se que eles consigam dar outros exemplos. Após o debate, os alunos farão as seguintes anotações:

2.1.3.1 - Função polinomial do 2º grau

Chama-se função polinomial do 2º grau a função definida por:

$$\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c = 0}$$

onde, a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

Exemplos:

1) y = x^2 - 7x +10;

2) y = x^2 - 4.

2.1.3.2 - Relação entre os coeficientes e a parábola

A variação dos valores dos coeficientes implica diretamente no gráfico. Cada coeficiente faz com que o gráfico da função assuma um comportamento diferente. Vamos analisar cada um dos casos:

- **Coeficiente de x^2 ou valor de** "a".

O gráfico de uma função é sempre uma parábola, e essa parábola terá concavidade voltada pra cima quando $a > 0$ e terá concavidade voltada para baixo quando $a < 0$. Mostramos a Figura abaixo (BARRETO FILHO, BENIGNO, 2003).

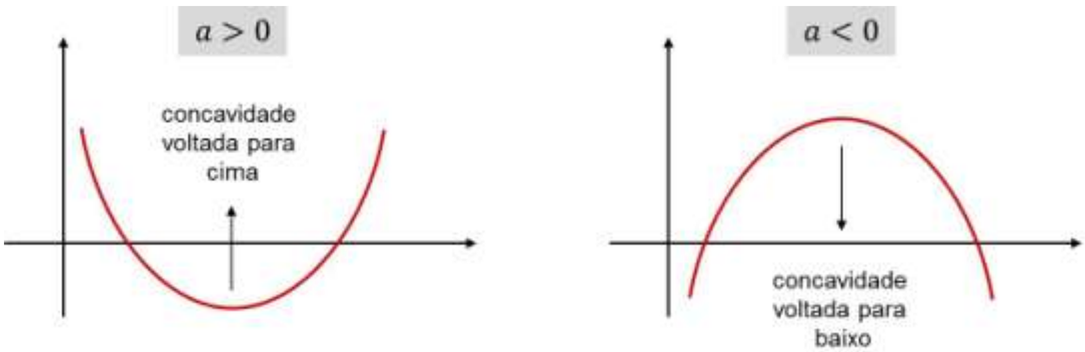


Figura 02: *relação entre a concavidade de uma parábola e o coeficiente "a"*

- **Coeficiente de** "x" **ou valor de** "b"

O coeficiente "b" também é a soma das raízes. O resultado da soma das raízes pode ser: zero; um número positivo ou um número negativo.

Vamos analisar cada uma das situações:

- Se $b > 0$, a parábola corta o eixo y no ramo crescente;

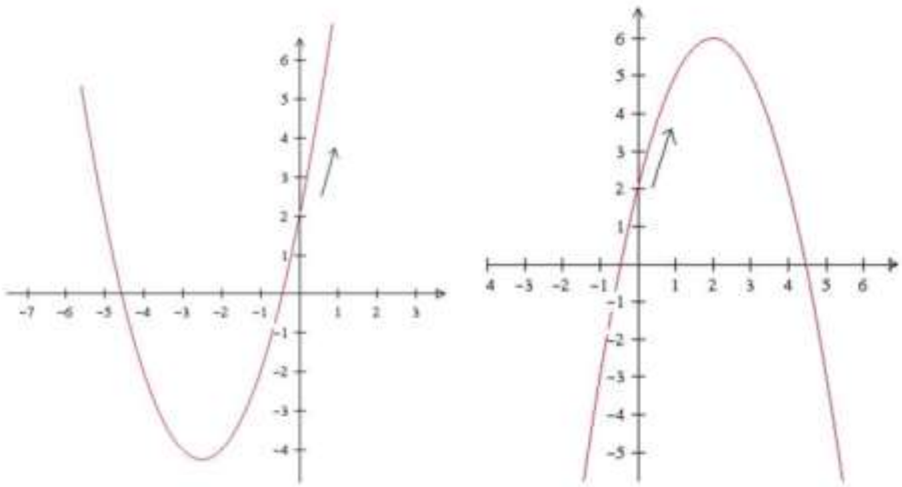


Figura 03: *relação entre o coeficiente "b" e a parábola*

Se $b < 0$, a parábola corta o eixo y no ramo decrescente;

Figura 04: *relação entre o coeficiente “b” e a parábola*

Se $b = 0$, a parábola corta o eixo y no vértice;

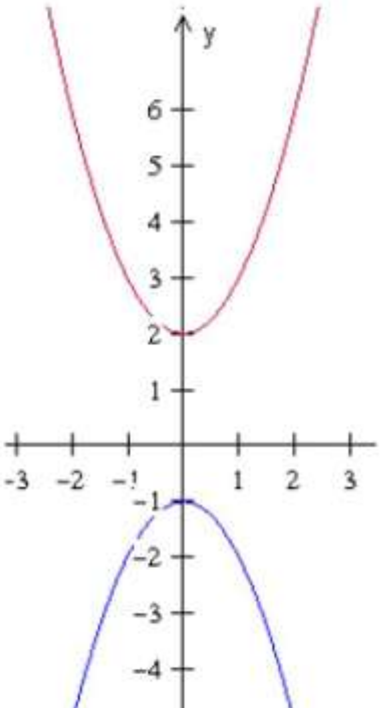


Figura 05: *relação entre o coeficiente “b” e a parábola*

Os alunos receberão cópias dos gráficos das figuras 03, 04 e 05 que foram retirados do (CADERNOS DE ATIVIDADES PEDAGÓGICAS SEEDUC-RJ).

- **Termo independente ou valor de** c

Dada a função polinomial do 2º grau, $f(x) = ax^2 + bx + c$, se considerarmos $x = 0$ teremos: $f(0) = a.0^2 + b.0 + c$, ou seja, $f(0) = c$.

Então, podemos concluir que a parábola irá interceptar o eixo y no ponto (0,c):

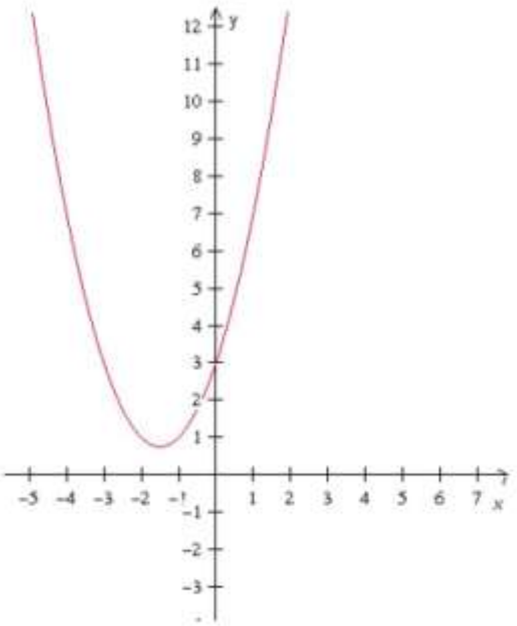


Figura 05: *relação entre o coeficiente "c" e a parábola*

2.2 - 2ª Semana de aula

Conteúdos

- Gráfico da função do 2º grau;
- Vértice da parábola (ponto mínimo ou máximo).

Objetivos

- Representar graficamente uma função do 2º grau;
- Resolver problemas envolvendo o cálculo de máximos e mínimos.

Recursos didáticos

- Papel milimetrado e régua.
- Cópia das atividades

Nesta segunda semana de aula vamos estudar as construções dos gráficos partindo dos conceitos já adquiridos anteriormente. Na primeira semana focamos nas resoluções das equações do 2º grau, determinando suas raízes e estudando cada coeficiente, e agora temos condições de seguir nas construções gráficas.

2.2.1 - Gráfico de uma função polinomial do 2º grau

Em um sistema cartesiano ortogonal, o gráfico de uma função do 2º grau é representado por uma curva, à qual damos o nome de parábola. Em algumas situações, é possível perceber o que é uma parábola. Observe a figura abaixo: (LONGEN, 2003).

Figura 06: *a) uma bola chutada por um jogador em uma partida de futebol; b) a trajetória de um projétil (em um canhão) é uma parábola*

A construção do gráfico é efetuada, atribuindo-se valores para x e obtendo-se valores para y, organizando-os com o auxílio de uma tabela.

Exemplo 1: Vamos esboçar o gráfico da função: $y = x^2 - 2x - 3$

x	y
- 2	5
- 1	0
0	- 3
1	- 4
2	- 3
3	0
4	5

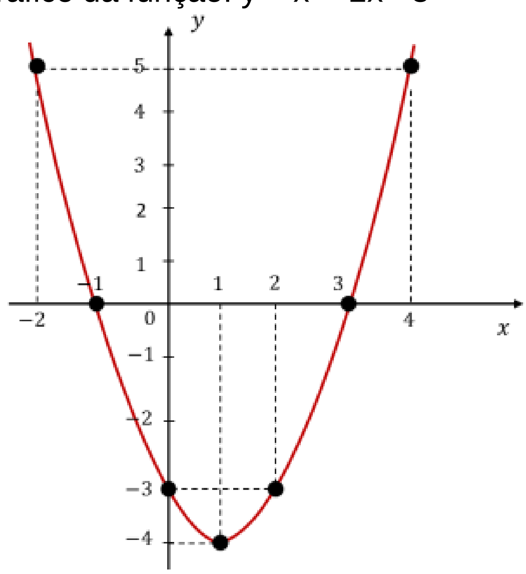


Figura 07: *gráfico da função do exemplo 1*

Exemplo 2: Vamos esboçar o gráfico da função: $y = - x^2 + 2x + 3$

x	y
- 2	- 5
- 1	0
0	3

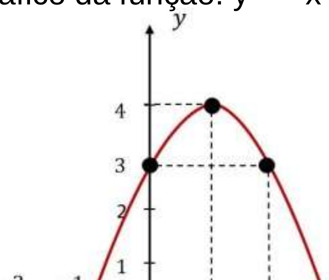


Figura 08: *gráfico da função do exemplo 2*

Após a explicação, os alunos farão alguns exercícios de fixação, Anexo III, utilizando papel milimetrado para construir os gráficos.

2.2.2 - Vértice da parábola

O vértice de uma parábola é o ponto extremo da função correspondente. Ao observarmos com um pouco mais de atenção uma parábola, é possível perceber que ela admite um eixo vertical de simetria que passa pela parábola exatamente no ponto denominado vértice.

O vértice pode representar um ponto mínimo (se a concavidade estiver voltada para cima, ou seja, a > 0) ou ponto máximo (se a concavidade estiver voltada para baixo, ou seja a < 0) da parábola.

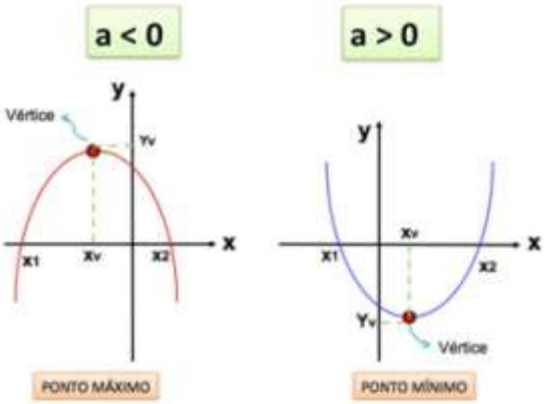


Figura 09: *ponto mínimo e máximo de uma parábola*

Os gráficos da figura 09 foram retirados do (CADERNOS DE ATIVIDADES PEDAGÓGICAS SEEDUC-RJ).

Para calcular os vértices da parábola, basta usar a seguinte fórmula:

$$x_V = \frac{-b}{2a}, \quad y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

Através dessa fórmula, podemos descobrir o par ordenado que representa o vértice da parábola, independente do valor de "a". O vértice é da por $V = (x_V, y_V)$.

3. Avaliação

A avaliação do processo de ensino e aprendizagem é contínua. Durante todo o ano letivo observo o aluno e constato quais objetivos foram alcançados por ele, verificando a cada bimestre se há necessidade de recuperar algum conteúdo que não foi aprendido.

Vários instrumentos de avaliação são utilizados: trabalhos individuais e em grupo, exercícios resolvidos em sala de aula, resolução de exercícios de provas do “SAERJINHO” e SAERJ, testes e provas, conceito para alunos que frequentam o Reforço Escolar, conceito por assiduidade e participação nas aulas, notas no “SAERJINHO”.

Neste Plano de Trabalho, a avaliação foi feita levando-se em conta a participação do aluno na aula, na execução das atividades propostas e no cumprimento das tarefas da lista de exercícios.

Algumas atividades deste Plano foram realizadas em grupo de 2 ou 3 alunos, pois acho importante a troca de ideias entre eles, a fim de aprimorarem seus conhecimentos. Enquanto os alunos discutem a resolução de exercícios, eu vou visitando os grupos e fazendo as intervenções que julgo necessárias.

4. Referências Bibliográficas

GIOVANNI JR, J. R. e CASTRUCCI, B. A Conquista da Matemática. São Paulo: Ed. FTD, 2009.

FILHO, B. B. e DA SILVA, C. X. Matemática Aula Por Aula. São Paulo: Ed.: FTD, 2003.

RIO DE JANEIRO. SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO. Cadernos de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada - 03. Rio de Janeiro: SEEDUC-RJ, 2012.

LONGEN, A. Matemática: Uma Atividade Humana. Paraná: Ed.: Base, 2003.

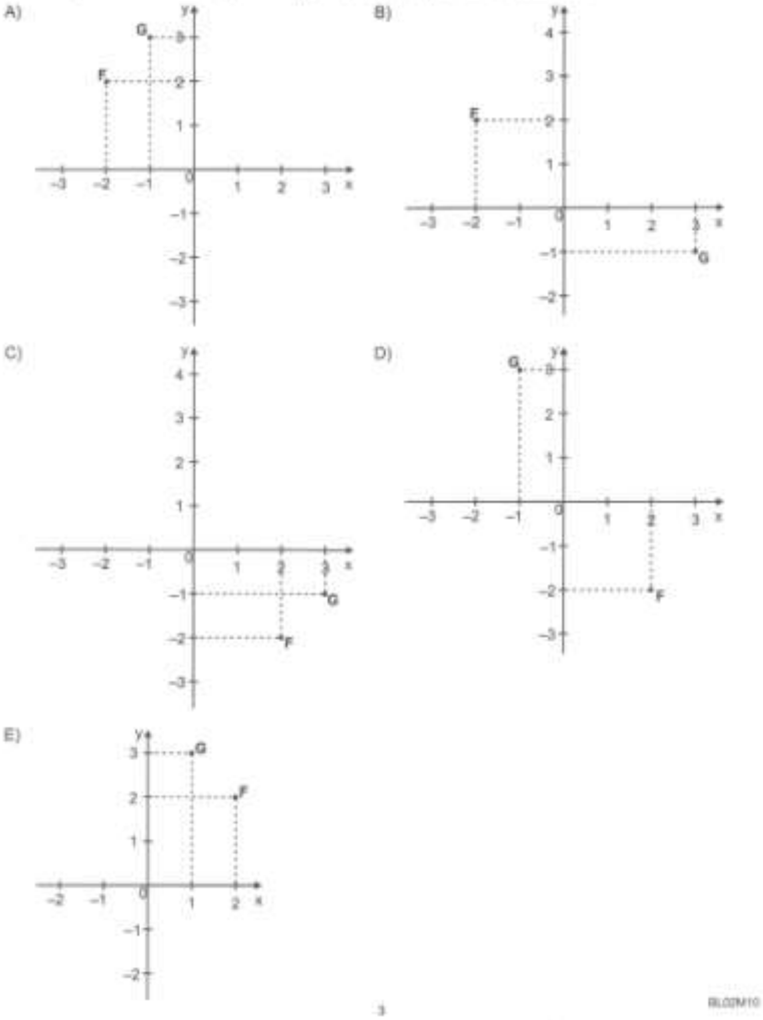
Anexo I

Questões 04, 39, 27, 05 e 02 retiradas da prova SAERJINHO 2013

C1004

Questão 04

Qual é o plano cartesiano cujos pontos F(2, – 2) e G(– 1,3) estão representados?

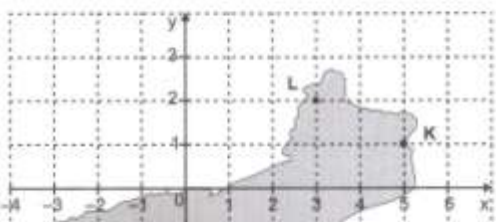


3

C1004

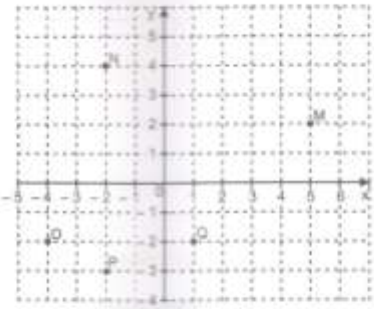
Questão 39

No plano cartesiano abaixo está representado o mapa do estado do Rio de Janeiro. Os pontos sobre esse mapa representam a localização de alguns municípios desse estado.



Questão 27 M100180E4

Observe os pontos M, N, O, P e Q representados no plano cartesiano abaixo.

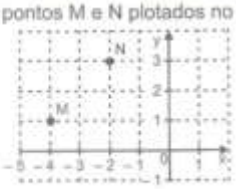


Qual desses pontos foi plotado no 3° quadrante e possui ordenada igual a – 2?

A) M.
B) N.
C) O.
D) P.
E) Q.

Questão 05 M100178E4

Observe os pontos M e N plotados no plano cartesiano abaixo.



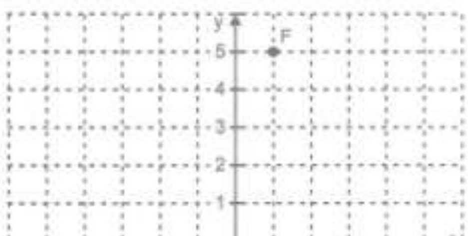
Quais são as coordenadas desses pontos?

A) M(– 4, – 1) e N(– 2, – 3).
B) M(– 4, 1) e N(– 2, 3).
C) M(4, 1) e N(2, 3).
D) M(1, – 4) e N(3, – 2).
E) M(1, 4) e N(3, 2).

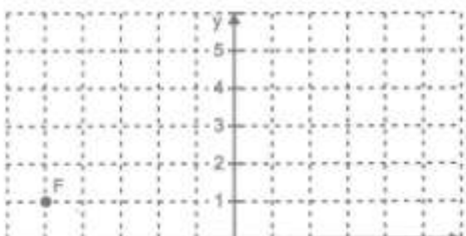
Questão 02 M100179E4

Em qual dos planos cartesianos abaixo o ponto F possui coordenadas (5, – 1)?

A)



B)



Anexo II

1 - Resolva as equações do 2º grau em $\mathbb{R}$:

a) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

b) $x^2 - 6x + 9 = 0$

c) $x^2 + 4x + 10 = 0$

d) $x^2 - 5x + 6 = 0$

e) $2x^2 - 8x + 8 = 0$

Anexo III

1 - Determinar os zeros das funções do 2º grau abaixo:

a) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

b) $f(x) = - x^2 + 2x + 3$

c) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

d) $f(x) = - x^2 + x - 1$

2 - Para que valores reais de **K**, a função $f(x) = \mathbf{k}x^2 - 5x + 4$ admite zeros reais iguais?

3 - Para que valores reais de **m** a função $f(x) = 9x^2 - 6x + \mathbf{m}$ não admite zeros reais?

4 - Identificar a, b e c nas funções do 2º grau abaixo, relacionando a concavidade da parábola com o coeficiente a.

a) $f(x) = x^2 - 9x + 8$

b) $f(x) = - 2x^2 + 7x - 3$

5 - Determine o par ordenado que representa o vértice na função $f(x) = x^2 - 10x +9$.

6 - A trajetória da bola, num chute a gol, descreve uma parábola. Supondo que a sua altura **h**, em metros, **t** segundos após o chute seja dada $h = - t^2 + 6t$, responda:

a) Em que instante a bola atinge a altura máxima?

b) Qual altura máxima atingida pela bola?

7 - Uma pedra é lançada do solo verticalmente para cima. Ao fim de "t" segundos, atinge a altura h, dada por $h = - 2t^2 + 16t$.

a) Em que instante a pedra atinge a altura máxima?

b) Qual é a altura máxima tingida pela pedra?

8 - A função $f(x) = - 2x^2 + 4x - 1$ admite valor máximo ou mínimo? Qual é esse valor?

9 - Determine o valor máximo ou mínimo da função $f(x) = x^2 - 4$:

10 - Dada a função $f(x) = x^2 - 3x + 2$, complete a tabela e construa o gráfico:

x	**$x^2 - 3x + 2$**	**(x,y)**
-3	$(-3)^2 -3. (-3) + 3 = 9 + 9 + 3 = 21$	(-3,21)
-2		

-1		
0		
1		
2		
3		

11 - Com ao auxílio da tabela, construa o gráfico das funções abaixo:

a) $f(x) = - x^2 + 4$

b) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

12 - Esboçar o gráfico da função $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, determinando:

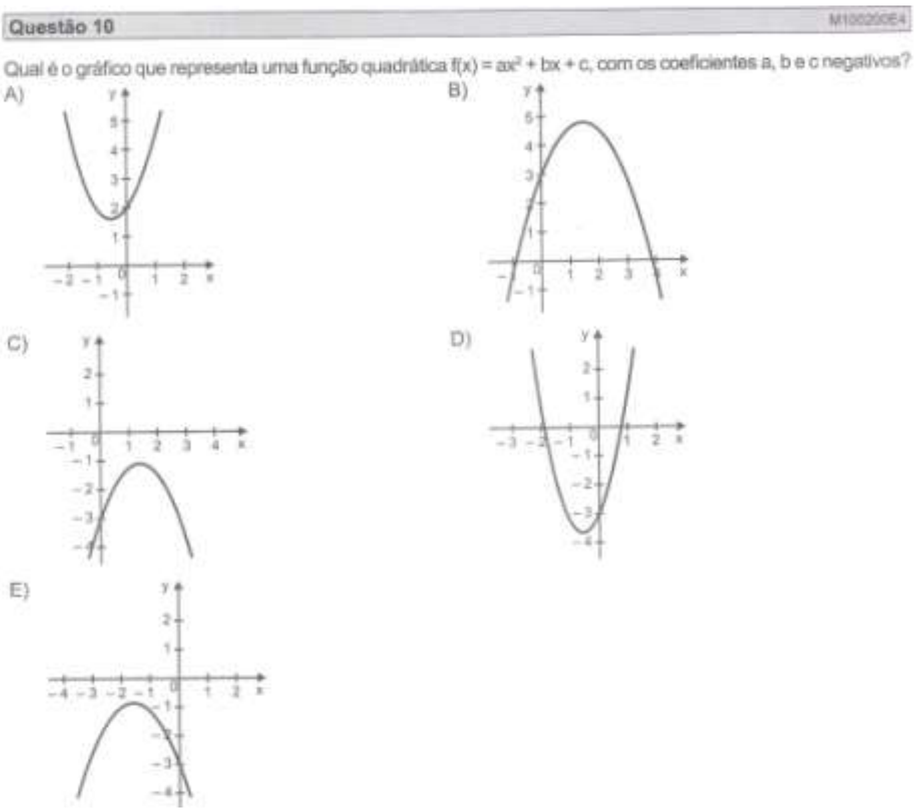
a) os coeficientes da função;

b) as raízes da função;

c) as coordenadas do vértice;

d) a classificação de y_V (valor mínimo ou valor máximo da função) .

Questões 10 e 37 retiradas da prova SAERJINHO 2013

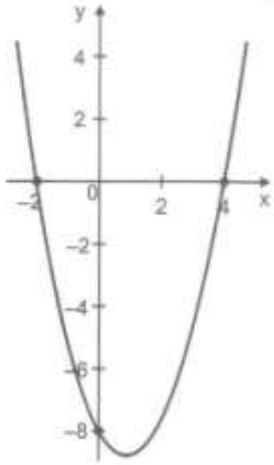


Questão 37

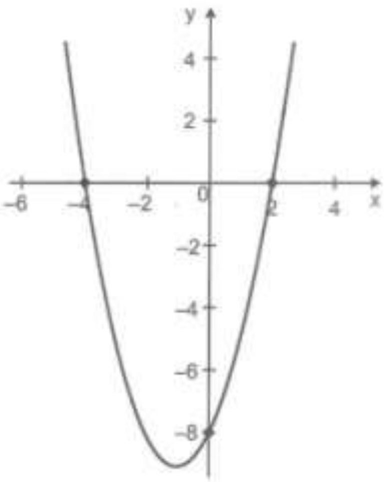
M100202E4

Qual é a representação gráfica da função polinomial do 2° grau $f(x) = x^2 + 2x - 8$?

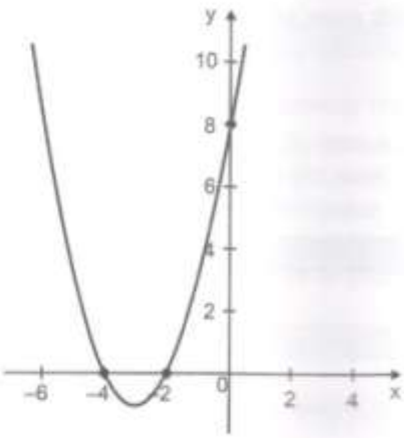
A)



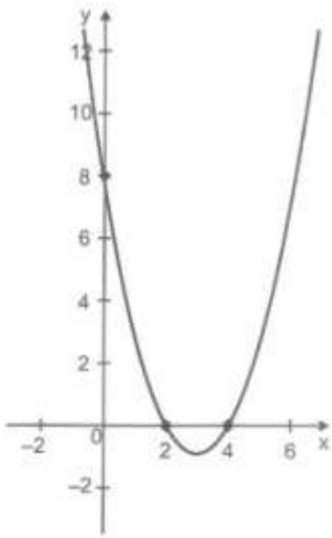
B)



C)



D)



E)