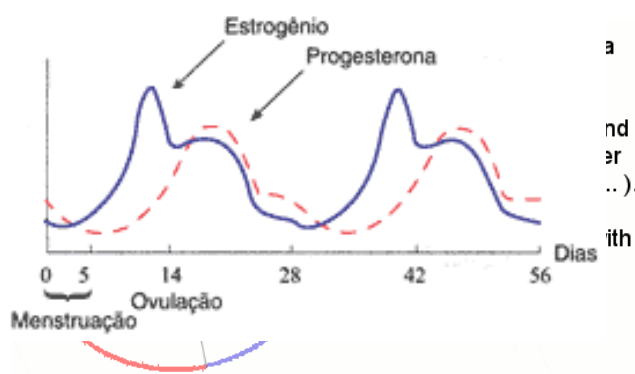
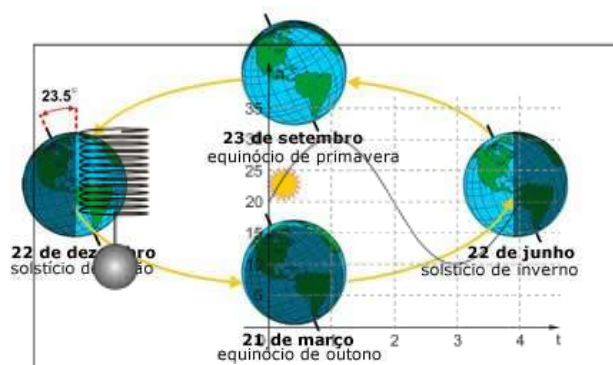


# Formação Continuada em MATEMÁTICA

Matemática 1º ano – 3º bimestre — 2014

## PLANO DE TRABALHO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO



### TAREFA 2

CURSISTA: GLAUCIO FERREIRA BRASIL LIMA

TUTOR: YANIA MOLINA SOUTO

# **S u m á r i o**

**INTRODUÇÃO . . . . .03**

**DESENVOLVIMENTO . . . . . 04**

**AVALIAÇÃO . . . . .24**

**FONTES DE PESQUISA . . . . . 25**

# **INTRODUÇÃO**

**Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos percebam a aplicabilidade do conteúdo denominado “função trigonométrica” para resolução de problemas. Foi elaborado visando a transmissão do conhecimento através da construção feita pelos alunos com resoluções de situações-problema e generalizações.**

**Geralmente os alunos apresentam dificuldades concernentes a interpretação de enunciados e utilização de raciocínio lógico, além da falta de interesse. Por isso, é extremamente importante utilizar assuntos atraentes.**

**O assunto exige conhecimentos sobre termos como ângulo central, arco, raio, etc. Por isso, faz-se necessário revisar algumas características da circunferência. Para isso, serão utilizados exemplos práticos, pois esse tema já foi abordado no bimestre anterior Trigonometria no triângulo retângulo e Funções.**

**Para a totalização do plano de trabalho, serão necessários 8 tempos de cinquenta minutos para desenvolvimento dos conteúdos mais 2 tempos para avaliação da aprendizagem.**

# **DESENVOLVIMENTO**

## **Atividade 1**

**ÁREA: TRIGONOMETRIA**

**HABILIDADE RELACIONADA:**

**Analisar situações-problema envolvendo fenômenos periódicos.  
Reconhecer padrões periódicos de comportamento.**

**PRÉ-REQUISITOS: Noções de periodicidade; conceito de função.**

**TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.**

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades, apresentada em arquivo anexo.**

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Pequenos grupos, 2 ou 3 alunos.**

**OBJETIVOS: Apresentar aos alunos exemplos de padrões periódicos de comportamento na natureza. Reconhecer padrões periódicos de comportamento que sirvam para exemplificar, e justificar o estudo de funções periódicas. Identificar nas situações do cotidiano padrões periódicos de comportamento.**

**METODOLOGIA ADOTADA: Apresentar situação-problema para os alunos com o objetivo de informar a característica da função periódica, o que a diferencia das outras funções já estudadas anteriormente.**

## **HORÁRIO DE VERÃO 2015**

**O Horário de Verão 2015 deverá começar em outubro, inclusive a Bahia que agora faz parte do horário de verão.**

**O horário de verão deverá começar em zero hora de 19 de outubro de 2014 e deverá acontecer até a zero hora de 22 de fevereiro de 2015. Saiba a seguir sobre o horário de verão e como ele funciona.**



**O funcionamento do Horário de Verão 2015, acontece durante os períodos de primavera e verão em grande parte do Brasil, os dias são bem mais longos do que as noites, ou seja, o sol deverá surgir mais cedo e se pôe mais tarde. Para que possa aproveitar melhor a sua luz natural é instituído um adiantamento do relógio em, pelo menos, uma hora com relação aos horários legais.**

## **ELEIÇÕES NO BRASIL**

**As eleições no Brasil são realizadas através do voto direto, secreto e obrigatório. Atualmente no Brasil ocorrem eleições a cada dois anos, sempre nos anos pares. À exceção do cargo de Senador, que tem mandatos com duração de oito anos.**

**Como as eleições ocorrem a cada dois anos, os cargos eletivos são disputados em dois grupos, da seguinte forma:**

- **Eleições federais e estaduais - para os cargos de: Presidente da República (e vice), Senador, Deputado Federal, Governador (e vice) e Deputado Estadual.**

- **Eleições municipais – para os cargos de Prefeito (e vice) e Vereadores.**

**As eleições ocorrem no primeiro domingo de outubro. Os cargos correspondentes ao Poder Legislativo (Senadores, Deputados Federais, Deputados Estaduais e Vereadores) são disputados em turno único. Para os cargos do Poder Executivo (Presidente, Governadores e Prefeitos), pode haver segundo turno, a ser realizado no último domingo de outubro.**

**Os candidatos a qualquer cargo são filiados a algum dos mais de 30 partidos políticos legalizados existentes no país, cada um com uma ideologia política. Todos os partidos recebem recursos do fundo partidário, acesso aos meios de comunicação (rádio e TV), e direito ao horário eleitoral durante as campanhas.**

**1- Com base nos textos acima, e na charge abaixo responda:**



- a) **Qual relação entre o horário de verão e o horário político?**
- b) **Qual a diferença entre esses dois horários?**
- c) **Por que os políticos falam sempre as mesmas coisas?**
- d) **Qual a vantagem de se adotar o horário de verão?**

## Fenômenos periódicos

Muitas situações ou fenômenos à nossa volta são periódicos, isto é, de tempos em tempos se repetem. Por exemplo, todos os dias acontece o nascer do sol e o pôr do sol.

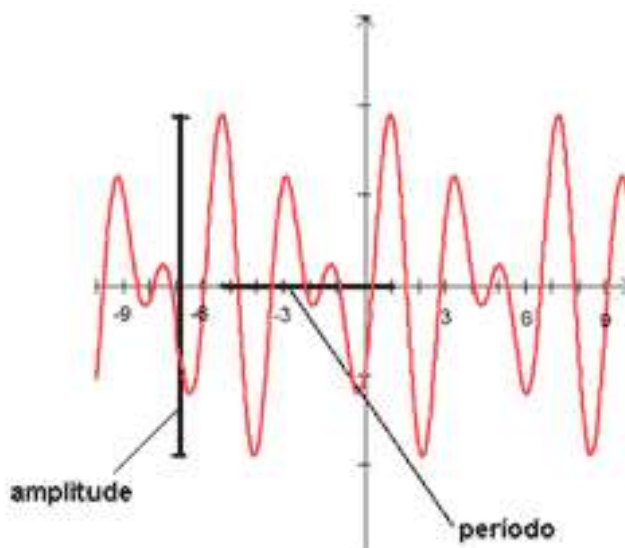
A cada 28 dias a Lua estará da mesma forma, total de 4 semanas.



Se um fenômeno é sabidamente periódico, podemos prever com relativa facilidade o que ocorre em momentos não observados.

As funções cujos valores se repetem em intervalos regulares são chamadas periódicas. Sua amplitude é a metade da diferença entre os valores máximo e mínimo.

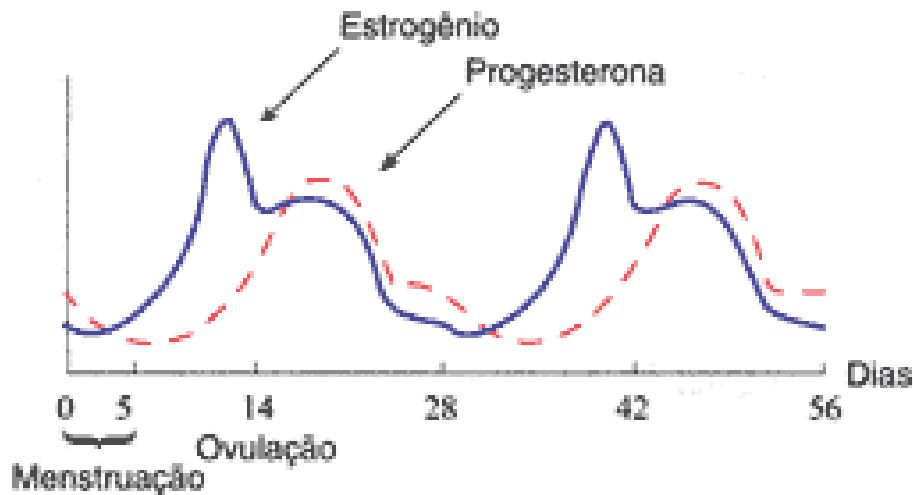
O período de uma função periódica  $f$  é o menor valor positivo  $P$  para o qual  $f(t+P)=f(t)$ , para todo  $t$  para qual a equação faz sentido. a variável independente  $t$  o tempo, o período é o tempo necessário para que função execute um ciclo completo.



o  
Se  
for  
a

## Ciclo menstrual

**Outro exemplo de fenômeno periódico é o ciclo menstrual das mulheres. As diversas fases são determinadas pela quantidade de vários hormônios no corpo. A figura ao lado mostra os níveis dos hormônios estrógeno e progesterona durante os ciclos.**



**Note que o nível dos hormônios em função do tempo é periódico.**

**2-Com os dados do gráfico acima responda:**

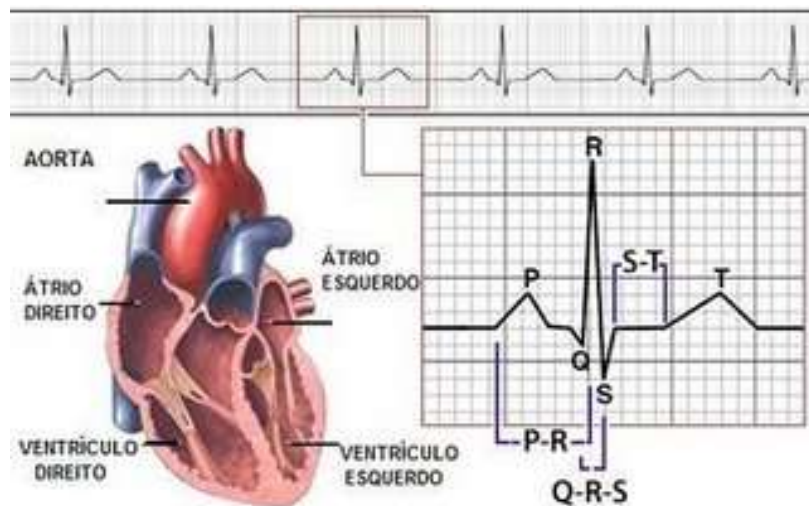
**a) Devido as variações dos hormônios femininos a menstruação da mulher deve ocorrer de quanto em quanto tempo? (qual o período da função?)**

**b) Qual o intervalo de tempo que o nível de estrógeno é maior que o de progesterona? (período mais fértil)**

**c) Qual o intervalo de tempo que o nível de progesterona é maior que o de estrógeno? (período menos fértil)**

## **Eletrocardiograma**





**ECG normal**



**ECG de fibrilação atrial**



### **3) Qual a diferença entre o ECG Normal e o de Fibrilação Arterial?**

**A fibrilação atrial é uma das arritmias mais comuns, sendo caracterizada por uma sequência de batimentos cardíacos irregulares e com frequência variada. Uma anormalidade no sistema elétrico do coração é a causadora da fibrilação atrial e de outros tipos de arritmia.**

## **Atividade 2**

## **ÁREA: TRIGONOMETRIA**

### **HABILIDADE RELACIONADA:**

**Medir arcos e seus comprimentos.**

**Relacionar com correção as unidades de medida de arcos e ângulos.**

**PRÉ-REQUISITOS: Noção de região angular em graus.**

**TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.**

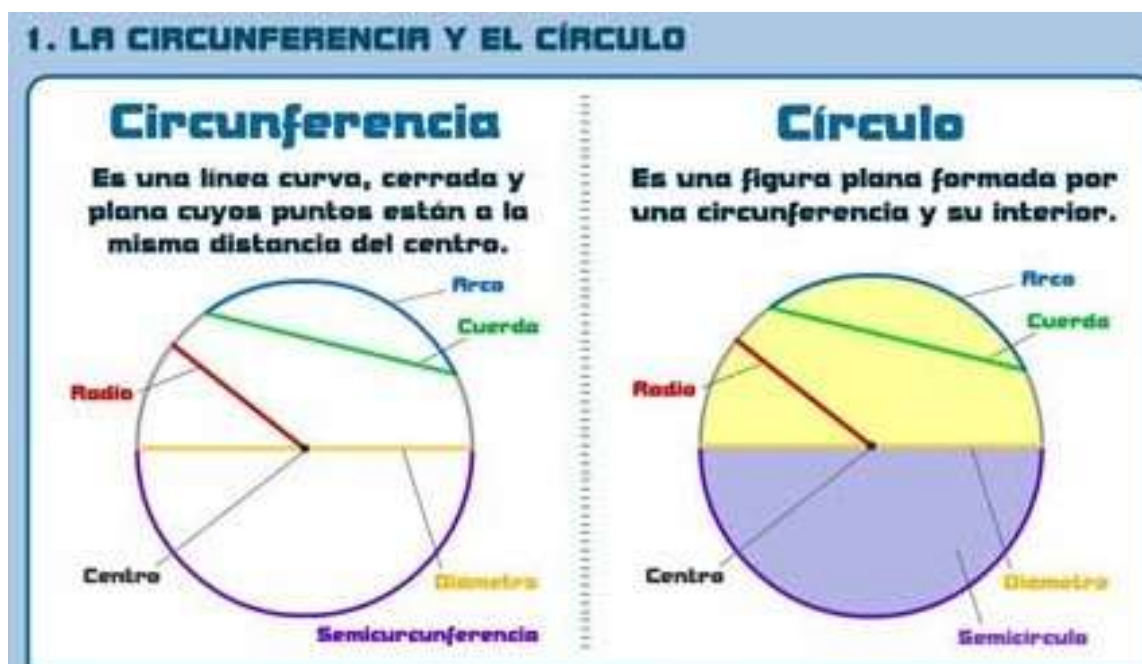
**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades, compasso e par de esquadros e transferidor.**

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Pequenos grupos, 2 ou 3 alunos.**

**OBJETIVOS: Revisar e aprofundar alguns conceitos, como o de arco e sua medida angular e linear, comprimento de uma circunferência, bem como construir novos conceitos, como o de radiano.**

**METODOLOGIA ADOTADA: Apresentar situação-problema para os alunos com o objetivo de informar a característica circunferência, e uma nova forma de medir ângulo sem usar o grau, usando o radiano como medida angular.**

# CÍRCULO OU CIRCUNFERÊNCIA



1) Fazer abaixo a mesma figura, usando a régua e o compasso e traduzindo o texto para o português.

2) Debata com seu colega e conclua: qual a diferença entre círculo e circunferência?

## Propriedade da circunferência

Dados três pontos A , B e C distintos e não alinhados, existe e é única a circunferência que passa por eles. Observe que o centro dessa circunferência é o circuncentro do triângulo ABC. O circuncentro de um triângulo é o ponto de intersecção das mediatrizes dos lados do triângulo.

Dados os pontos A, B e C.

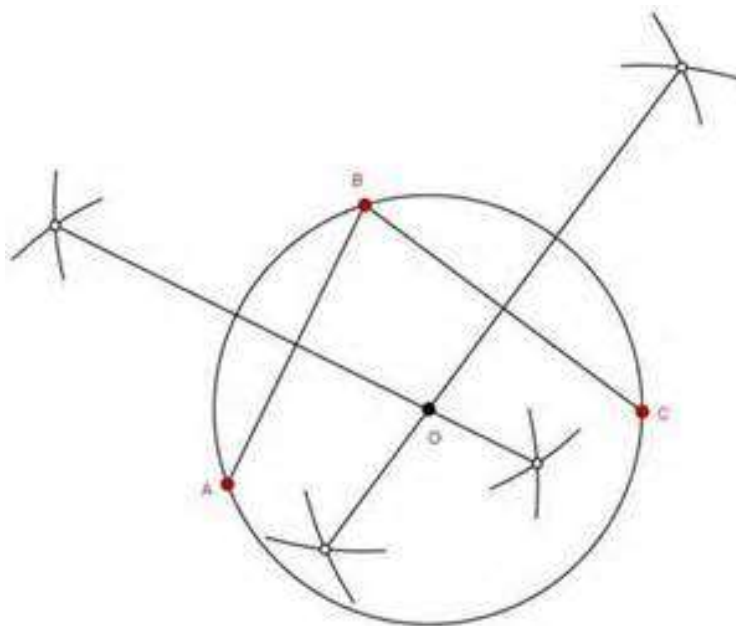
Ligar os Pontos A com B.

Ligar os Pontos B com C.

Traçar as mediatrizes de AB e BC.

Elas cruzam-se no Ponto O.

Ponto O é o centro do Círculo procurado.



3) Utilizando os mesmos passos descritos acima. Encontre o centro do círculo que passa pelos pontos A, B e C abaixo. Meça com a régua o valor do raio.

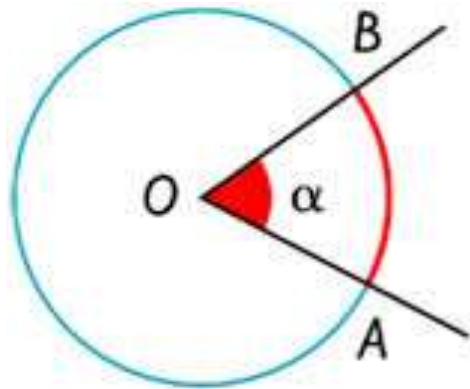
A ■

■ B

■ C

## ARCOS E ÂNGULOS

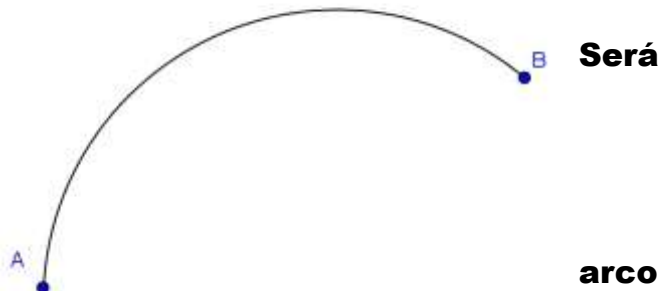
Ângulo central de um círculo **É o ângulo que tem o seu vértice localizado no centro da região circular. Observe na figura que  $A\hat{O}B$  é um ângulo central, sendo o arco  $AB$  correspondente ao ângulo.**



4) Utilizando o transferidor meça o valor do arco  $AB$ .

transferidor meça o

5) Dado o arco  $AB$  abaixo, encontre o centro do círculo. que cada arco tem seu próprio círculo que o contém? Ou existem outros círculos que contém todos os pontos do  $AB$ ? Discuta com seu grupo.



Será

arco

6) Será que algum grupo vai achar um círculo diferente do seu? Meça o valor do raio e compare com os outros grupos.

## **Outra forma de medir arcos é o Radiano (rad)**

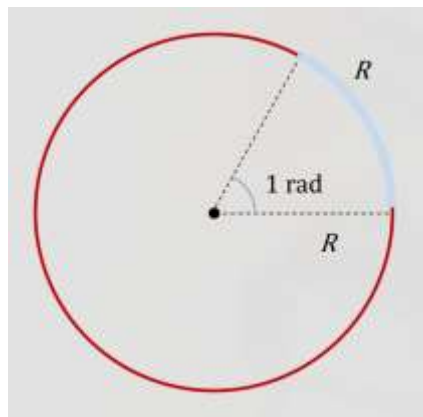
### **Do Dicionário:**

#### **Significado de Radiano**

**s.m. Unidade de ângulo no sistema internacional de unidades (símbolo rad). É o ângulo central que subtende um arco de círculo de comprimento igual ao do respectivo raio.**

**Os engenheiros e os cientistas medem os ângulos em radianos, pois esta unidade simplifica os cálculos, enquanto os navegadores, os agrimensores e a maior parte das pessoas utilizam o grau, unidade também legal.**

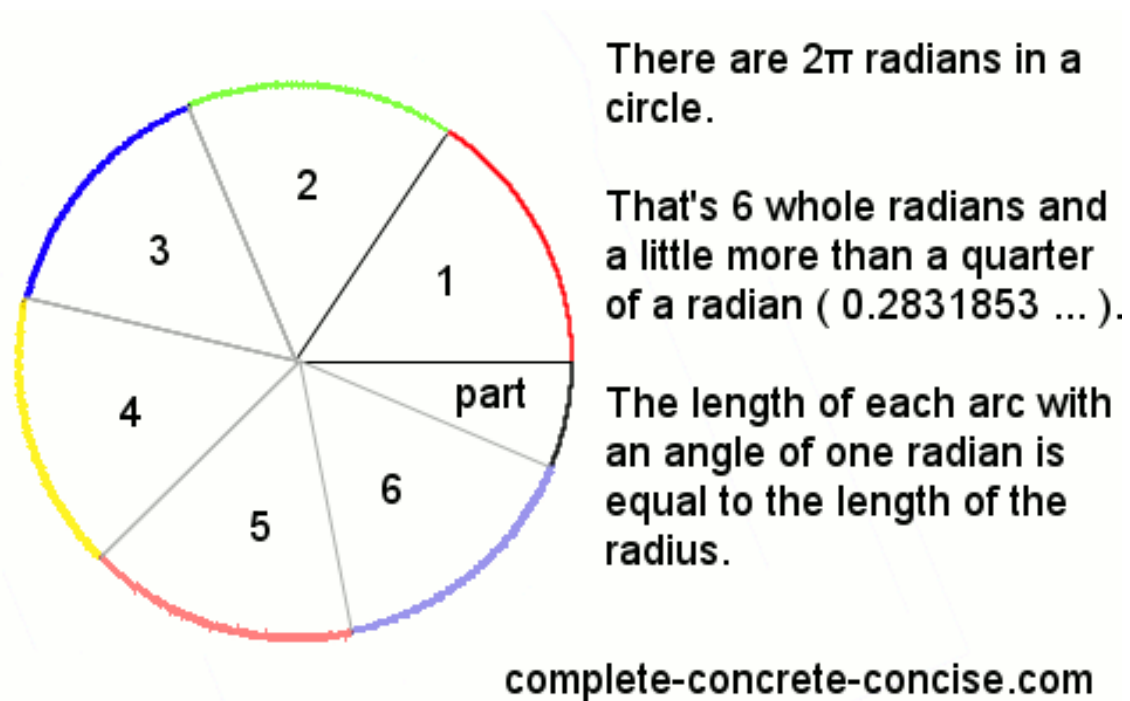
**Um radiano equivale a 57,29578 graus.**



**7) Utilizando o compasso e uma régua flexível, construa a região angular equivalente a um radiano. Verifique com o transferidor se um radiano é aproximadamente 57°.**

**8) Continue o exercício anterior e verifique quantos radianos cabem em um círculo.**

**9)**



**Traduza para o português.**

**10) Qual o valor de  $\pi$ ? Quem é  $\pi$ ? Qual a diferença entre  $2\pi$  radianos e 2 radianos?**

## **Atividade 3**

### **ÁREA: TRIGONOMETRIA**

#### **HABILIDADE RELACIONADA:**

**Relacionar com correção as unidades de medida de arcos e ângulos.  
Medir arcos e seus comprimentos.**

**PRÉ-REQUISITOS: Noção de região angular em graus e radiano.**

**TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.**

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades, compasso e par de esquadros e transferidor.**

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Pequenos grupos, 2 ou 3 alunos.**

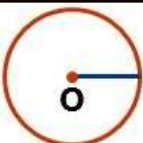
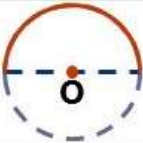

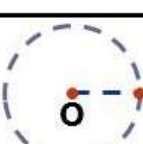
**OBJETIVOS: Exercitar a transformação de grau em radianos e vice-versa**

**METODOLOGIA ADOTADA: Apresentar situação-problema para os alunos com o objetivo de informar a característica circunferência, e uma nova forma de medir ângulo sem usar o grau, usando o radiano como medida angular.**



## GRAU EM RADIANOS E VICE-VERSA

### Arcos especiais

	Representação	Medida em graus	Medida em radianos
Arco completo		$360^\circ$	$2\pi$
Arco de meia-volta		$180^\circ$	$\pi$
Arco de $\frac{1}{4}$ de volta		$90^\circ$	$\pi/2$
Arco nulo		$0^\circ$	$0$

#### 1) Exercícios:

a) Um arco mede  $30^\circ$ . Qual é a medida desse arco em radianos?

b) Em um círculo, o ângulo central mede um quarto de  $\pi$ . Quanto mede esse ângulo em graus?

**c) Quanto mede em graus, um arco de 2 radianos?**

**2) Complete a tabela abaixo:**

<b>GRAU</b>	<b>RADIANO</b>
<b>1°</b>	
	<b>1,5 <math>\pi</math></b>
<b>10°</b>	
	<b>5 rad</b>
<b>36°</b>	
	<b>4,5 rad</b>

**3) Complete as frases abaixo:**

**a) O ângulo de 1 volta é \_\_\_\_\_ radianos.**

**b) O ângulo de 2 voltas é \_\_\_\_\_ graus.**

**c) O ângulo de 3 voltas é \_\_\_\_\_ radianos**

**d) Um quarto da volta equivale \_\_\_\_\_ graus.**

**e) Se o ângulo de giro foi de 900°, então esse é o ângulo de \_\_\_\_\_ voltas.**

**4) Expresse em radianos:**

**a) 15°**

**b) 450°**

**c) 1800°**

**d) 270°**

e)  $540^\circ$

5) **Expresse em graus:**

a)  $\frac{\pi}{5}$  rad

b)  $\frac{4\pi}{9}$  rad

c)  $\frac{7\pi}{4}$  rad

d)  $\frac{7\pi}{6}$  rad

e)  $\frac{2\pi}{3}$  rad

g)  $\frac{5\pi}{9}$  rad

h)  $\frac{89\pi}{100}$  rad

6)

**Utilize o relógio abaixo, e diga qual o maior e o menor ângulo (em graus e radianos) formado pelos seus ponteiros**  
**as:**

a) 4:00

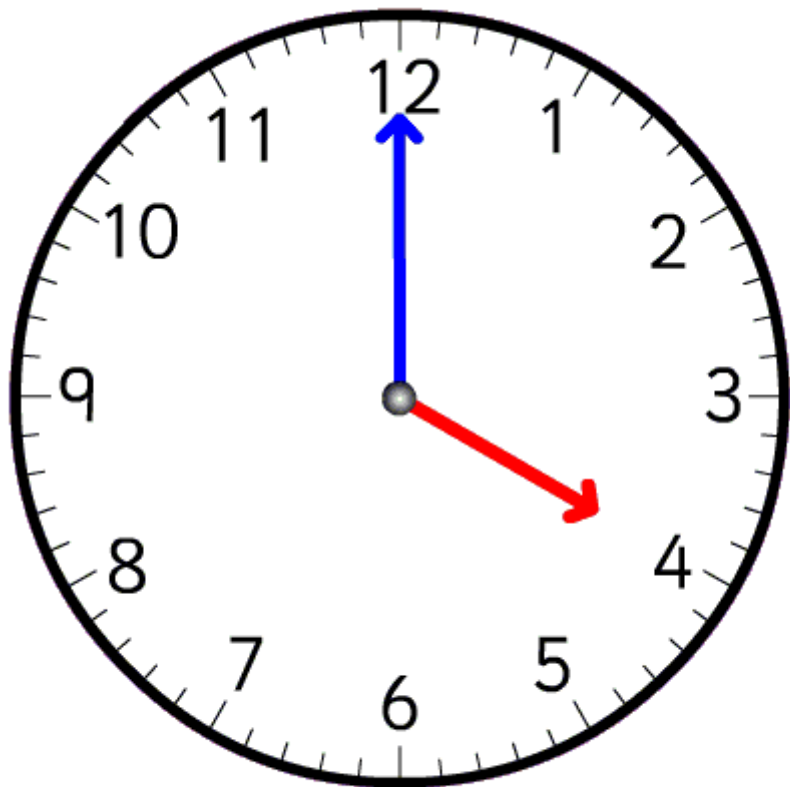
b) 2:00

c) 10:00

d) 4:30

e) 6:00

f) 12:30



## Atividade 4

## **ÁREA: TRIGONOMETRIA**

### **HABILIDADE RELACIONADA:**

**Reconhecer posições, arcos, ângulos, congruências e simetrias no círculo trigonométrico.**

**Reconhecer o radiano como medida angular.**

**PRÉ-REQUISITOS: Noção de região angular em graus e radiano.**

**TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos.**

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folha de atividades, compasso e par de esquadros e transferidor.**

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Pequenos grupos, 2 ou 3 alunos.**

**OBJETIVOS: Reconhecer posições, arcos, ângulos, congruências e simetrias no círculo trigonométrico.**

**METODOLOGIA ADOTADA: Apresentar situação-problema para os alunos com o objetivo de informar as propriedades do círculo trigonométrico, como simetria e congruências.**

## **CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO**

**Considere uma circunferência de raio unitário com centro na origem de um sistema cartesiano ortogonal e o ponto  $A=(1,0)$ . O ponto A será tomado como a origem dos arcos orientados nesta circunferência e o sentido positivo considerado será o anti-horário. A região contendo esta circunferência e todos os seus pontos interiores, é denominada *círculo trigonométrico*.**

**Os eixos OX e OY decompõem o círculo trigonométrico em quatro quadrantes que são enumerados como segue:**

**1) Marque os ângulos de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  e  $360^\circ$  no círculo trigonométrico acima. Em que quadrante cada um pertence?**

**2) Quais ângulos pertencem ao primeiro quadrante?**

**3) Quais ângulos pertencem ao segundo quadrante?**

**4) Quais ângulos pertencem ao terceiro quadrante?**

**5) Quais ângulos pertencem ao quarto quadrante?**

**6) O que é ângulo negativo?**

**7) Dados os ângulos abaixo diga em qual quadrante ele se encontra:**

**a)  $2 \text{ rad}$  \_\_\_\_\_**

**b)  $754^\circ$  \_\_\_\_\_**

**c)  $-30^\circ$  \_\_\_\_\_**

**d)  $2^\circ$  \_\_\_\_\_**

**e)  $12\pi$  \_\_\_\_\_**

**f)  $-\pi/9$  \_\_\_\_\_**

**g)  $32\pi/9$  \_\_\_\_\_**

**h)  $-15\pi/4$  \_\_\_\_\_**

**i)  $-8 \text{ rad}$  \_\_\_\_\_**

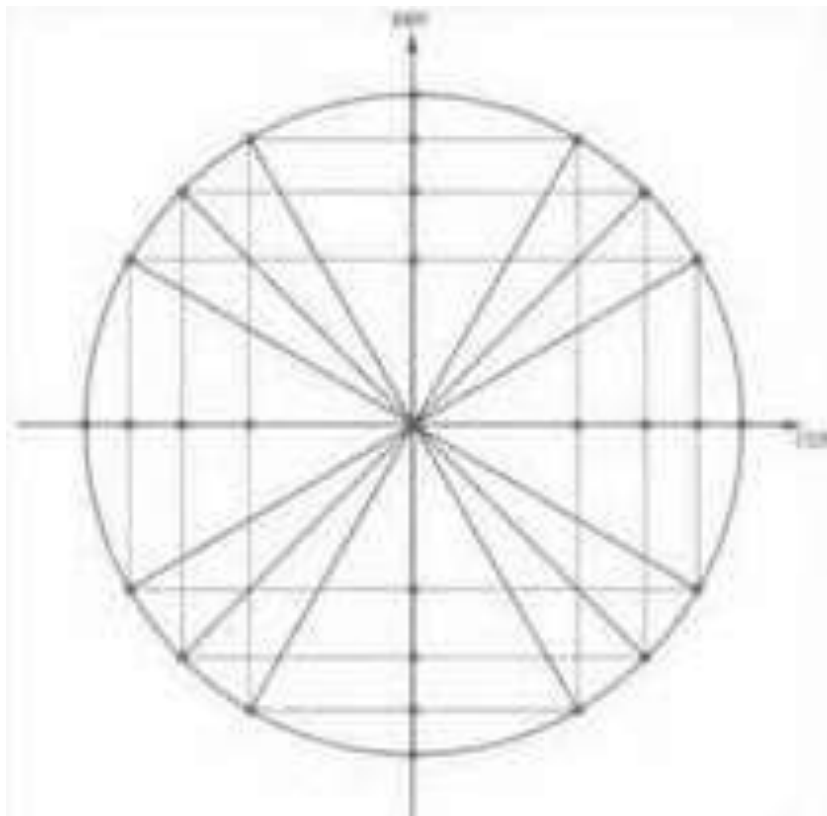
**j)  $-1000^\circ$  \_\_\_\_\_**

**k)  $25\pi$  \_\_\_\_\_**

**l)  $-17\text{rad}$  \_\_\_\_\_**

**m)  $8564^\circ$  \_\_\_\_\_**

**8) Identifique na figura abaixo seus respectivos ângulos em radianos.**



**9) Qual a relação que existe entre os ângulos  $\pi/6$  e  $5\pi/6$ ?**

**10) Existem outros ângulos com a mesma relação ou com outras relações que você possa identificar?**

## **AVALIAÇÃO**

**É apropriado verificar os acertos dos alunos nas questões relacionadas com o tema que constarão no SAERJINHO. Este será outro método de avaliação. Porém, nele o professor poderá verificar a aprendizagem não apenas no assunto que norteou este plano de trabalho, mas também em conteúdos estudados no bimestre anterior.**

**Aplicação de avaliação escrita individual (100 minutos) para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos e raciocínio lógico para resolver problemas do cotidiano envolvendo função periódica, medidas de arcos, noções de medidas em radianos ciclo trigonométrico e outros tópicos estudados.**

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**



**ROTEIROS DE AÇÃO – trigonometria na circunferência – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2014 – <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 02/09/2014.**

**MATEMÁTICA CIÊNCIAS E APLICAÇÕES, 1º Ano/Gelson IEZZI – 7ª Edição – São Paulo: Saraiva, 2013.**

**CONEXÕES COM A MATEMÁTICA, 1º Ano/Fabio MARTINS – 2ª Edição – São Paulo: Moderna, 2013.**