FORMAÇÃO CONTINUADA

MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / CONSÓRCIO CEDERJ

Matemática – 1º ano – 3º Bimestre /2014

Plano de Trabalho-2

TRIGONOMETRI
A
NA
CIRCUNFERÊNC
IA

Cursista – Isa Louro Delbons

Grupo – 02

Tutor – Yania Molina Souto

> "Um matemático é uma máquina
> para transformar café em teoremas."
> Paul Erdos

Sumário

INTRODUÇÃO

Existem funções periódicas particulares que modelam matematicamente fenômenos periódicos. Entre essas, as funções periódicas mais importantes são as trigonométricas. Uma das formas elementares de introduzir as funções trigonométricas é utilizar o Círculo Trigonométrico

Na temática abordada será explorado com os alunos oralmente, os conhecimentos matemáticos não formais através das aplicações ao mundo real relacionando com a matemática escolar para assim ensiná-los um conteúdo que lhe seja significativo.

Provocar nos alunos a incorporação do hábito de uso de ***software*** de manipulação de ferramentas como Geogebra, para que assim estejam sempre preparados a recorrer a estratégias diferentes de aprendizagem.

Explorar a interação entre os alunos através do trabalho em equipes para que assim os alunos se envolvam mais e também possam esclarecer duvidas entre si e para que aperfeiçoe a socialização de todos os alunos.

DESENVOLVIMENTO

Antes de se iniciar o estudo sobre o Círculo Trigonométrico e os fenômenos periódicos, será recordado com os alunos o círculo e a circunferência

Circunferência e Círculo

Aulas do telecurso 2000 aula 44 parte 1 e 2 e Trigonometria no triângulo retângulo através das aulas do telecurso 2000 aulas 40 e 41.

Trigonometria no triângulo Retângulo

Aulas do Telecurso

A MATEMÁTICA É POESIA.....

- **Duração prevista:** 100 minutos.
- **Área de conhecimento:** Trigonometria.
- **Objetivos:** Apresentar ao aluno uma poesia cujo teor nos remete a exemplos de padrões periódicos de comportamento. Reconhecer padrões periódicos de comportamento que sirvam para exemplificar, e justificar o estudo de funções periódicas. Identificar nas situações do cotidiano padrões periódicos de comportamento.
- **Pré-requisitos:** Noções de periodicidade; conceito de função.
- **Material necessário:** Folha de atividades, apresentada em arquivo anexo.
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

POR DO SOL TRIGONOMÉTRICO

Por do Sol

”Oscila a onda
Baixa a maré
Vem o pôr do sol
A noite cai
O pêndulo marca a hora
Chega a onda sonora
Os fenômenos sucedem-se em ritmos amenos
Os ciclos repetem-se com simetria
O cientista estudou
E tudo são senos e co-senos
Da trigonometria “

Maria Augusta Ferreira Neves

1. O texto acima faz alusão a diversos fenômenos naturais que se manifestam, segundo a autora, em ritmos amenos. Em sua opinião, todos os fenômenos descritos no verso acima são de fato periódicos? Justifique.

2. A natureza de um fenômeno dito periódico reside no fato de que conhecendo um ciclo completo de sua manifestação podemos prever todo o comportamento

deste fenômeno, em qualquer momento. Cite dois fenômenos do texto acima que são periódicos.

3. Você seria capaz de fornecer três exemplos de outros fenômenos físicos que possuem essa propriedade?

A poesia fala sobre diversas situações do dia a dia e também cita a trigonometria. A maré, o pôr do sol, o balanço do pêndulo, etc. Note que todos são fenômenos que se repetem periodicamente, mas o que são fenômenos periódicos?

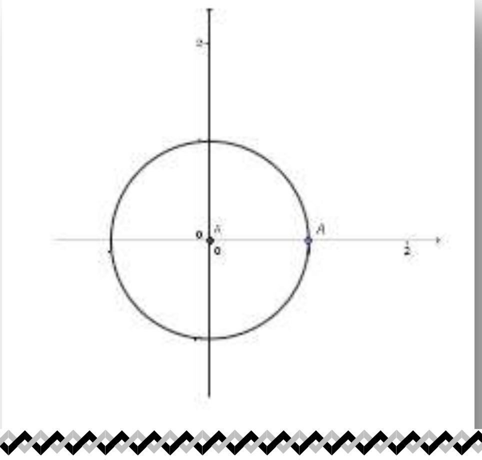
Podemos reconhecer um fenômeno periódico a partir do conhecimento de um ciclo completo desse movimento, estabelecendo então uma previsão do seu comportamento. O Pêndulo de um relógio é um exemplo, conforme cita a poesia.

No estudo da trigonometria vamos utilizar um círculo trigonométrico. O que é um círculo trigonométrico?

Após a apresentação da poesia a ideia neste momento é a utilização dos **roteiros de ação 3 e 4** , onde o aluno utiliza o software Geogebra ou com o notebook do professor em sala de aula onde ele iria construindo junto com a turma o círculo trigonométrico. Caso, as ideias acima não possam ser concretizadas por falta da tecnologia, os alunos irão construir o círculo trigonométrico em uma folha de papel. Vamos construir sobre o plano cartesiano uma circunferência de raio unitário e centro na origem.

Para isso, será utilizado as atividades autorreguladoras..

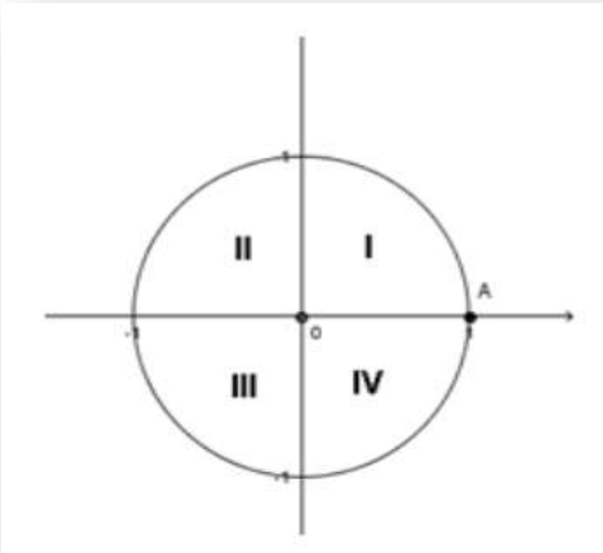
Vamos construir sobre o plano cartesiano uma circunferência de raio unitário e centro na origem.



O círculo tem origem no ponto A e cresce em sentido anti-horário. Como um círculo tem 360°, se movimentarmos o ponto A pela extensão da circunferência, após dar uma volta completa,retornará ao ponto de partida. Podemos seguir este mesmo trajeto quantas vezes quisermos. Note que este movimento também pode ser definido como um Fenômeno Periódico

.

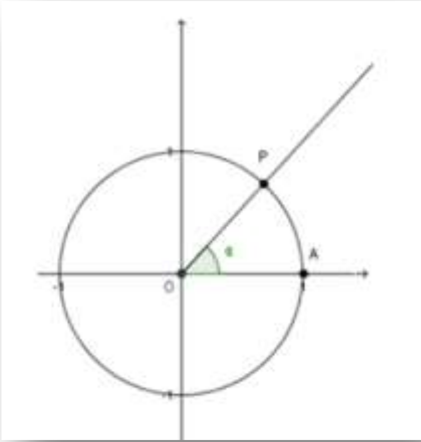
Como você pode perceber os eixos x e y dividem o círculo em quatro partes. A cada uma destas partes chamaremos de quadrante, e contaremos estes quadrantes no sentido anti-horário.



Medida de ângulos em graus

ÂNGULOS NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO

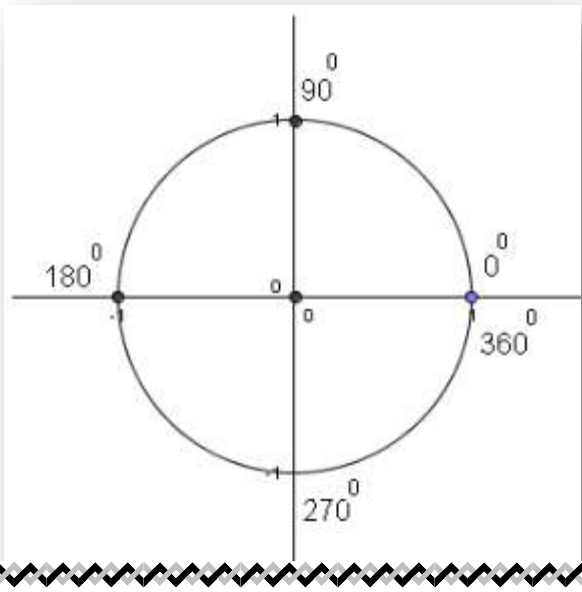
Faça um novo círculo trigonométrico (igual ao primeiro) e nele trace uma semirreta passando por um ponto P qualquer da circunferência.



Note que a semirreta faz com o eixo x um ângulo α,tendo vértice em O. Este ponto P pode mover-se sobre a circunferência, formando assim diferentes ângulos. Para medir estes ângulos, utilizaremos o grau.

MEDIDA DE ÂNGULO NA CIRCUNFERÊNCIA

A unidade de medida de Ângulo que utilizaremos para nosso estudo é o grau. Mas quanto vale um grau? Se dividirmos uma circunferência em 360 partes, cada uma dessas partes é chamada de grau. Assim, dada uma circunferência de raio 1, o grau é igual ao comprimento dessa circunferência dividido por 360.



Sendo assim, como a circunferência é dividida em 4 quadrantes, quantos graus têm em cada quadrante? Simples. Basta dividir 360° por 4 . Então, podemos afirmar que cada quadrante tem 90°.

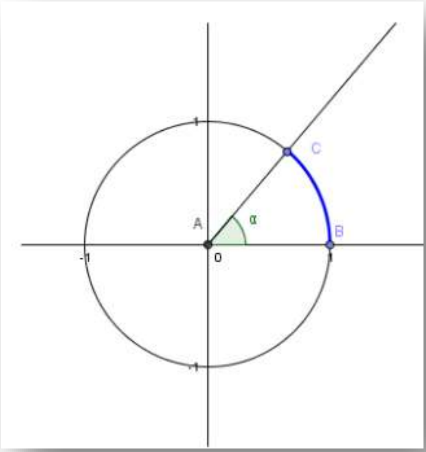
Desse modo, podemos definir os quadrantes da seguinte forma:

- Primeiro quadrante: 0° até 90º
- Segundo quadrante: 90º até 180º
- Terceiro quadrante: 180º até 270º
- Quarto quadrante: 270º até 360º

Medida de arcos em radianos

ARCOS NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO

Arco é um segmento da circunferência definida por dois pontos. Observe a figura abaixo:



A semirreta que parte da origem e passa pelo ponto C da circunferência, define o arco $\widehat{BC}$. Este arco é definido pelo ângulo α, e em graus, tem a mesma medida.

Porém, para nosso estudo, vamos considerar a medida dos arcos em Radianos.

MEDIDA DE ARCOS NA CIRCUNFERÊNCIA

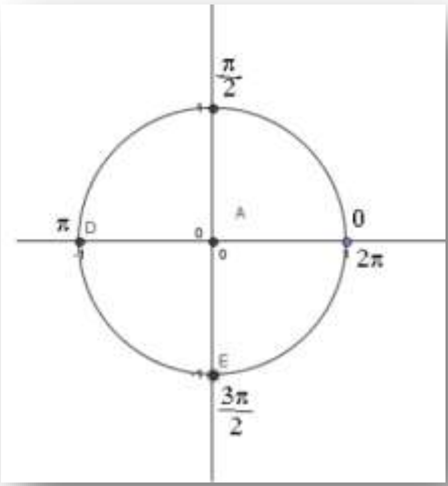
Mas o que são radianos? Quanto vale um radiano?

Radiano é uma medida do arco que tem o mesmo comprimento do raio da circunferência que o contém. No caso do círculo trigonométrico, o radiano é o arco unitário que corresponde a $\frac{1}{2\pi}$.

.

Nesse sentido, podemos então dizer que uma circunferência tem 2π radianos.

Vamos abreviar escrevendo, radianos com rad.



Assim, podemos definir:

- Primeiro quadrante: 0°rad. até π/2 rad.
- Segundo quadrante: π/2 rad. até π rad.
- Terceiro quadrante: π rad. até 3π/2 rad.
- Quarto quadrante: 3π/2 rad. até 2π rad.

Transformação de graus em radianos e vice-versa

Como foi possível observar a semirreta que define um Ângulo, define também o arco correspondente a este Ângulo, isto é, o ângulo de 90º corresponde ao arco π/2. NA verdade estamos medindo em duas unidades diferentes. O grau e o radiano, mas como efetuar a conversão destas medidas?

CONVERTENDO GRAUS PARA RADIANOS

Para converter uma medida em graus, para radianos vamos adotar a seguinte comparação:

2π..................... 360°

Isto significa que, em ambas as medidas,estamos representando uma volta completa.

Metade de uma volta,pode ser definida pelo mesmo raciocínio.

π...................180°

Então para realizarmos a conversão de graus em radianos usaremos a mregra de três.

Veja o exemplo:

Determine o arco correspondente a um ângulo de 60°.

Π................................180°

x.................................60°

x = 60π / 180... Simplificando acharemos π/3 rad.

Então 60° = π/3 rad.

CONVERTENDO RADIANOS PARA GRAUS

Vamos aprender através de um exemplo

Dado o arco definido por $\frac{4\pi}{9}$, calcule em graus,a medida do ângulo equivalente ao arco formado.

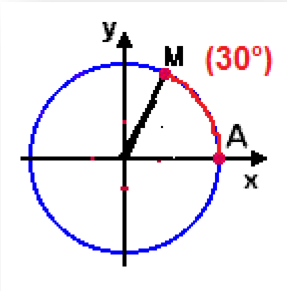
Como π = 180° ...... 4 . 180 / 9 = 80°

Arcos Côngruos

A ideia neste item também é a utilização do **roteiro de ação 5**. Pois usaríamos o Geogebra e a aula se tornaria mais dinâmica.

Mas caso não seja possível usar a tecnologia será feito da seguinte maneira:

Girando 30°, no sentido horário a partir do ponto A da circunferência trigonométrica abaixo, paramos no ponto M; logo 30° é uma medida associada ao ponto M.



Há porem infinitas outras medidas associadas ao ponto M. Por exemplo:

- Girando uma volta completa mais 30°, no sentido anti-horário, a partir do ponto A também paramos no ponto M. Logo 360° + 30° , isto é, 390° também é uma medida associada ao ponto M.
- Girando 330°, no sentido horário, a partir do ponto A, paramos no ponto M, Logo, - 330° também é uma medida associada ao ponto M.

Arcos trigonométricos que têm a mesma extremidade são chamados de **Arcos Côngruos.**

Forma geral dos Arcos Côngruos

Todos os arcos no círculo trigonométrico possuem determinações, isto é, tem origem e extremidade. Dois ou mais arcos podem ter a mesma determinação, mas não podemos garantir que eles possuam o mesmo comprimento, pois ocorre que eles podem possuir um número inteiro de voltas completas diferentes. Nesse caso devemos aplicar uma definição geral para representar arcos e todos os seus côngruos.

Se um arco mede α graus, podemos expressar todos os arcos côngruos a ele da seguinte forma: ***α + 360º*k***, k pertencente a Z. Caso a medida do ângulo do arco seja dada em radianos, representamos por: ***α + 2π*k***, k pertencente Z.

A determinação principal de um arco que mede α (graus ou radianos) é dada de acordo com as definições: ***0º ≤ α < 360º*** ou ***0 ≤ α < 2π***. No caso de um ângulo maior que 360º devemos realizar a divisão por 360º e considerar o resto o valor da determinação principal. O resultado da divisão mostrará quantas voltas o arco realizou.

Exemplo 1

Considerando o arco α = 2100º, qual será a sua determinação principal.

2100º : 360º = quociente 5 e resto igual a 300. Portanto, o arco possui determinação principal no 4º quadrante (300º), com 5 voltas completas.

Exemplo 2

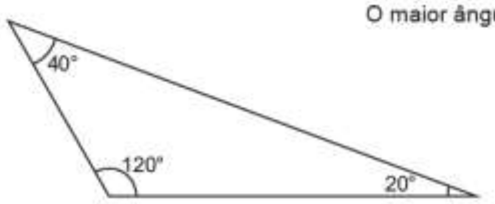
Dado o arco 17π/4 rad, a sua determinação principal será:

17π/4 rad = 16π/4 + π/4 = 4π + π/4, onde:

4π = corresponde a duas voltas completas
π/4 = determinação principal (45º – 1º quadrante)

Os alunos farão atividades de fixação no próprio livro didático e também questões do Saerjinho. Segue alguns exemplos.

Abel desenhou um triângulo e escreveu as medidas dos seus ângulos internos, conforme indicado no desenho abaixo.



O maior ângulo interno desse triângulo pode ser expresso por

A) $\frac{\pi}{3}$rad

B) $\frac{2\pi}{3}$rad

C) $\frac{6\pi}{5}$rad

D) $\frac{4\pi}{3}$rad

E) $\frac{12\pi}{5}$rad

Os arcos de medidas 80º, 240º e 420º, nessa ordem, foram expressos em radianos. A sequência obtida foi

A) $\frac{2\pi}{9}$ rad, $\frac{2\pi}{3}$ rad e $\frac{7\pi}{6}$ rad.

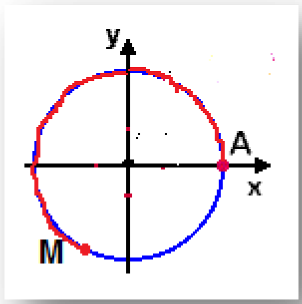
B) $\frac{4\pi}{9}$ rad, $\frac{4\pi}{3}$ rad e $\frac{7\pi}{3}$ rad.

C) $\frac{4\pi}{5}$ rad, $\frac{12\pi}{5}$ rad e $\frac{21\pi}{5}$ rad.

D) $\frac{8\pi}{9}$ rad, $\frac{8\pi}{3}$ rad e $\frac{14\pi}{3}$ rad.

E) $\frac{8\pi}{5}$ rad, $\frac{24\pi}{5}$ rad e $\frac{42\pi}{5}$ rad.

O ponto M, representado abaixo, é extremidade de um arco trigonométrico de 2040°.



Determine a medida x associada ao ponto M.

a)Na primeira volta no sentido positivo, com 0° ≤ x ≤ 360°.

b) Na segunda volta no sentido positivo, com 360° ≤ x ≤ 720°.

c) Na terceira volta no sentido positivo, com 720° ≤ x ≤ 1080°

d) Na primeira volta no sentido negativo, com - 360° ≤ x ≤ 0°

AVALIAÇÃO

A avaliação será feita todos os dias, pois os alunos irão trabalhar em pequenos grupos e os mesmos irão discutir entre si os seus resultados onde vou avaliar o aproveitamento e sanar as dúvidas da seguinte forma:

• Atividades em sala.

• Lista de exercícios do livro didático e Saerjinho, envolvendo aplicações do assunto no cotidiano.

• Durante as aulas observando o interesse e a participação do aluno.

É um processo contínuo e diário. E é desta forma que avalio os meus alunos.
Avalio se ele está desenvolvendo as competências necessárias em relação ao conteúdo ministrado. É feita em cada aula, em cada atividade seja individual ou não. Ao final do ciclo ele é avaliado individualmente, através de uma avaliação escrita onde posso juntar com as avaliações diárias e concluir se o mesmo alcançou os objetivos propostos no período e em relação ao conteúdo ministrado.
Avalio se está desenvolvendo competências e habilidades com questões de múltiplas escolhas e com os objetivos bem definidos.

Este plano foi preparado em função da realidade da minha turma.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Roteiros de Ação: 1 – **A matemática é poesia...**– Curso de Formação Continuada oferecido pelo CEDERJ/CECIERJ, em parceria com a SEEDUC – 3º bimestre.

HTTP:/projeto seeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 01/09/14.

Roteiros de Ação: 3 – **O que é mesmo esse tal radiano?!** – Curso de Formação Continuada oferecido pelo CEDERJ/CECIERJ, em parceria com a SEEDUC – 3º bimestre.

HTTP:/projeto seeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 01/09/14.

Roteiros de Ação: 4 – **Construindo o ciclo trigonométrico** – Curso de Formação Continuada oferecido pelo CEDERJ/CECIERJ, em parceria com a SEEDUC – 3º bimestre.

HTTP:/projeto seeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 01/09/14.

Roteiros de Ação: 5 – **Arcos Côngruos: O que é isso?** – Curso de Formação Continuada oferecido pelo CEDERJ/CECIERJ, em parceria com a SEEDUC – 3º bimestre.

HTTP:/projeto seeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 01/09/14.

PAIVA,M**.Matemática Paiva**.1ed.São Paulo:Moderna,2009

Seeduc **-** Conexão Professor **- Atividades Autorreguladoras -** 1° ano

Endereços eletrônicos acessados de 01/09/2014 a 09/09/2014

<http://www.youtube.com/watch?v=qCITZvT3vFo&playnext=1&list=PL8FA656F344F38DE2&feature=results_video>

<http://www.youtube.com/watch?v=Kt_OH2nFsz0&feature=autoplay&list=PL8FA656F344F38DE2&playnext=2>

< http://www.youtube.com/watch?v=nT2A4Ehf1kU>

< http://www.youtube.com/watch?v=nQgoVXysCGQ>

< http://www.saerjinho.caedufjf.net/diagnostica/>

< http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/cm_materia_periodo.asp?M=10&P=1S>