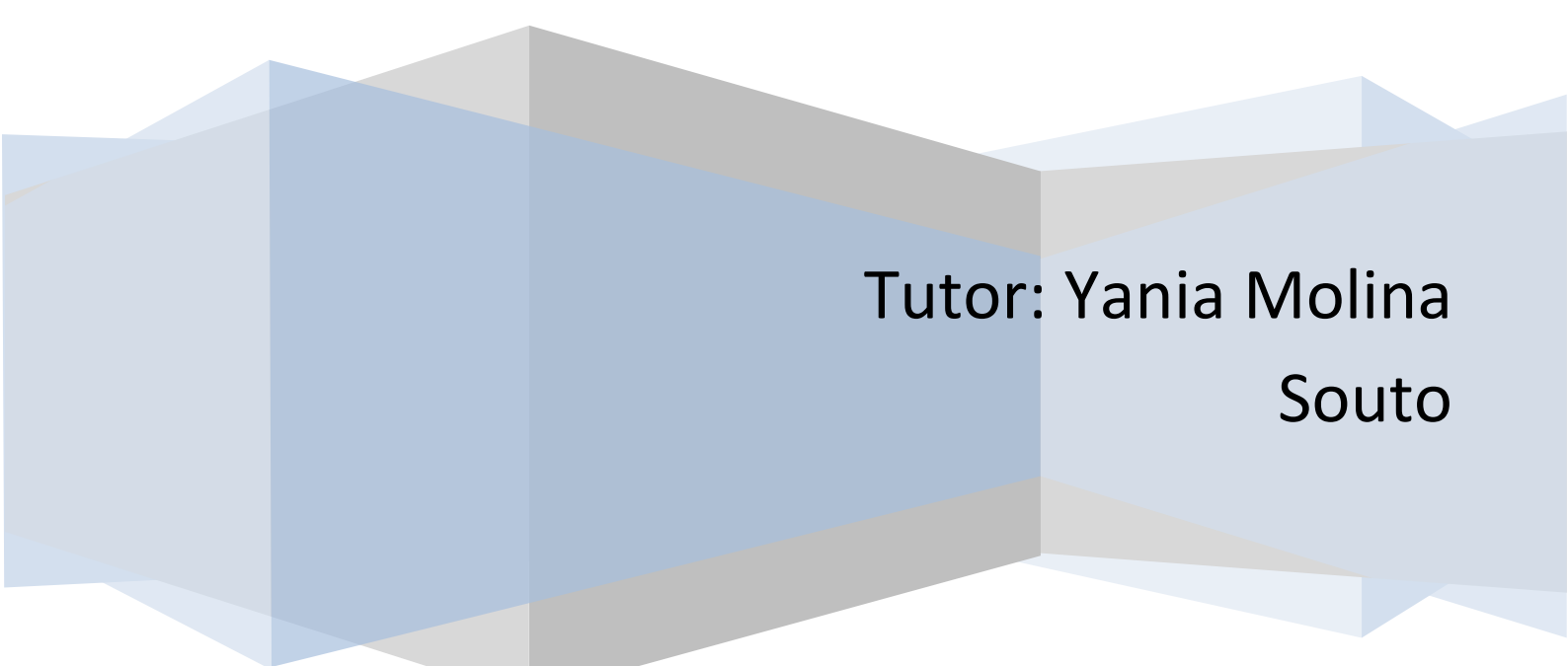


Plano de Trabalho 2

Matemática 1º ano – 3º Bimestre/2014 –
Trigonometria na Circunferência

Natalia Cristina Braga Arruda Alves da Silva



Tutor: Yania Molina
Souto

Sumário

Introdução.....	3
Desenvolvimento	4
Atividade 1.....	4
Atividade 2.....	6
Atividade 3.....	8
Atividade 4.....	9
Atividade 5	10
Avaliação.....	11
Referências Bibliográficas.....	12

Introdução

A Trigonometria na Circunferência é um tópico extremamente importante da Matemática. Com os avanços no estudo da Astronomia, fez-se necessário descrever os movimentos de corpos celestes, o que levou ao desenvolvimento cada vez maior dos conhecimentos nessa direção. Hoje em dia a Trigonometria na Circunferência é amplamente utilizada em diversas áreas do conhecimento, na Física, para descrição e simulação de fenômenos periódicos; na Engenharia, especialmente no ramo de telecomunicações, e em muitas outras aplicações.

Este plano de trabalho foi elaborado a fim de ajudar os alunos conhecer, construir e utilizar os conceitos de Trigonometria na Circunferência, bem como suas aplicações, principalmente as relacionadas com fenômenos periódicos que aparecem no dia-a-dia.

Para atingir estes objetivos, é importante que os alunos sejam capazes de reconhecer os fenômenos que ocorrem de forma periódica, identificar o radiano como unidade de medida de arco e transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa.

A abordagem utilizada inicialmente busca observar fenômenos e situações do dia-a-dia, procurando determinar se são ou não periódicos, destacando que muitos destes fenômenos estão relacionados à Trigonometria na Circunferência. A partir daí, passa-se a construir o ciclo trigonométrico e diferentes arcos no ciclo, observando suas propriedades. Define-se então o radiano, de forma construtiva, estabelecendo então a relação entre grau e radiano.

Será necessário o conhecimento prévio de conceitos como raio, diâmetro e ângulo. Além disso, serão utilizados ao todo 10 tempos de aula para o desenvolvimento e avaliação.

Desenvolvimento

Atividade 1

Duração: 100 minutos (2 tempos de aula).

Objetivos: Observar fenômenos do dia-a-dia e tentar determinar se são ou não periódicos.

Material necessário: Folha de Atividades e Laboratório de Informática com internet.

Organização da classe: grupos de 2 ou 3 alunos.

Metodologia: Distribuir folha de atividades contendo o poema e perguntas do roteiro 1.

Ler o poema com a turma, depois pedir que respondam às primeiras 3 questões relacionadas ao poema, na parte 1 da folha de atividades.

A seguir, comentar as respostas, e pesquisar na internet a questão 4.

Folha de Atividades: Baseada no Roteiro 1, na próxima página.

Pôr do Sol Trigonométrico¹



Pôr do sol.

“

Oscila a onda
Baixa a maré
Vem o pôr do sol
A noite cai
O pêndulo marca a hora
Chega a onda sonora
Os fenômenos sucedem-se em ritmos amenos
Os ciclos repetem-se com simetria
O cientista estudou
E tudo são senos e co-senos
Da trigonometria

“

Maria Augusta Ferreira Neves

¹Disponível em <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm22/indecccccx.htm>

1. O texto acima faz alusão a diversos fenômenos naturais que se manifestam, segundo a autora, em ritmos amenos. Em sua opinião, todos os fenômenos descritos no verso acima são de fato periódicos? Justifique. _____

2. A natureza de um fenômeno dito periódico reside no fato de que conhecendo um ciclo completo de sua manifestação podemos prever todo o comportamento deste fenômeno, em qualquer momento. Cite dois fenômenos do texto acima que são periódicos. _____

3. Você seria capaz de fornecer três exemplos de outros fenômenos físicos que possuem essa propriedade? _____

4. Pesquise sobre algum fenômeno que possa servir de exemplo para ilustrar fenômenos periódicos. _____

Atividade 2

Duração: 100 minutos (2 tempos de aula)

Objetivos: Familiarizar-se com o círculo, definir arco, construir o conceito de radiano.

Pré-requisitos: Conhecer os conceitos de raio e ângulo.

Material necessário: Laboratório de informática com Geogebra, projetor e Notebook do professor e Folha de atividades.

Organização da classe: Grupos de 2 ou 3 alunos.


Descritores associados: H21 – Transformar grau em radiano e vice-versa.

Metodologia: Seguir a folha de atividades baseada no roteiro 3.


Folha de Atividades:

Siga os passos abaixo, preencha os campos abaixo e responda às questões a seguir.

1. Abra uma tela do *GeoGebra*.



2. Trace uma circunferência clicando no botão  (6º menu de botões). Dessa forma, você construirá uma circunferência de centro A e que passa pelo ponto B. Logo, podemos considerar o segmento AB como sendo o raio dessa circunferência.

3. Marque o segmento AB :


- Clique no botão  (3º menu de botões)
- Clique nos pontos A e B.

Pronto! O segmento AB está marcado.

4. Vamos medir o segmento AB?

- Clique no botão  (8º menu de botões)
- Clique sobre o segmento AB .
- Surgirá a expressão $a = \underline{\hspace{2cm}}$ no canto esquerdo da tela (Janela da Álgebra).
- Clique em  (1º menu de botões). Modifique a posição do ponto B.
- Observe o que acontece para os valores de a . O que aconteceu? _____


Note que esse valor indica exatamente o tamanho do **raio** da circunferência.

5. Marque agora um ponto C sobre a circunferência: clique em  (2º menu de botões); em seguida, clique em um ponto sobre a circunferência distinto de B.

6. Marque o segmento \overline{AC} . Caso tenha dúvidas consulte o item 3 acima.

Qual a medida de \overline{AC} ? Ela é a mesma de \overline{AB} ? Por quê?

Com os três pontos A, B e C é possível traçar ângulos. Estamos interessados no ângulo cujo vértice é o ponto A, ou seja, o centro da circunferência. Vamos construir esse **arco**.

Clique no botão  (6º menu de botões), e, sequencialmente, em A, B e C. Surgirá o arco \widehat{BC} indicado por d. Observe no canto esquerdo da tela, na “Janela da Álgebra”, que aparece associada ao objeto “d” uma medida, que indica o **comprimento do arco \widehat{BC}** , ou seja, a medida linear desse arco. Em sua tela, $d = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. Vamos agora usar a relação que define o radiano, calculando a razão r entre o comprimento do arco e o do raio da circunferência.

Digite na caixa Entrada (parte inferior da tela) $r=d/a$ seguido de ENTER.

Na Janela de Álgebra (parte esquerda da tela) você verá o resultado $r = \dots$, que indicará o valor da razão $r = \frac{d}{a}$. Repare que, conforme a definição, r é a medida em radianos do ângulo BAC e do arco \widehat{BC} .


8. Experimente agora fazer C variar.

O que acontece com os valores de r?

9. Tente colocar o ponto C numa posição tal que o comprimento do arco \widehat{BC} seja exatamente o valor do raio da circunferência, inçados na janela da álgebra por a e b. O que acontece com o valor de r?

É isso mesmo, vale 1! E sabe o que isso significa? Que o arco \widehat{BC} tem medida 1 rad, assim como o ângulo central \widehat{BAC} também tem medida 1 rad.

10. O *GeoGebra* também tem uma ferramenta para medir ângulos em graus ou em radianos. Vamos usá-la para medir o ângulo \widehat{BAC} ?

Clique no botão  (8º menu de botões) e a seguir, sequencialmente, nos pontos B, A e C – você passará a ver a medida do ângulo \widehat{BAC} em graus. Vamos mudar a unidade para radianos? No menu *Opções/Unidade de medida de ângulos* selecione *radianos* e observe a medida do ângulo \widehat{BAC} .

Atividade 3

Duração: 100 minutos (2 tempos de aula)

Objetivos: Calcular o comprimento da circunferência.

Pré-requisitos: Conhecer o conceito de diâmetro e raio.

Material necessário: Discos circulares de tamanhos diversos, fita métrica, calculadora, notebook, projetor.

Organização da classe: Grupos de 4 alunos.

Metodologia: Distribuir aos alunos um kit contendo: fita métrica, 3 ou mais discos circulares de diâmetros diferentes. Pedir aos alunos que, para cada disco, anotem as medidas do comprimento e do diâmetro, preenchendo a tabela a seguir.

	Comprimento (C)	Diâmetro (d)	C/d
Disco 1			
Disco 2			
Disco 3			
Disco 4			

Após os alunos terem feito todas as medidas, discutimos no quadro os valores obtidos para C/d. Ao calcular C/d para todos os discos, os alunos chegarão a aproximadamente 3,14, ou seja o valor de π .

Assim, deduz-se que:

$$\frac{C}{d} = \pi,$$

Portanto,

$$C = d \cdot \pi,$$

onde d é o diâmetro. Como o diâmetro é o dobro do raio, tem-se

$$d = 2r.$$

Substituindo, tem-se

$$C = 2r\pi.$$

Como o radiano é o comprimento de um arco dividido pelo raio, ao tomar um arco de 360° , tem-se

$$360^\circ = \frac{C}{r} = \frac{2r\pi}{r} \text{ rad}$$

Podemos cancelar r no numerador e no denominador, obtendo $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$.
Dividindo ambos os lados por 2, tem-se

$$\boxed{180^\circ = \pi \text{ rad}}.$$

Projetar no quadro a animação em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Radiano> (compartilhada por mim no fórum temático 2)

Atividade 4

Duração: 100 minutos (2 tempos de aula)

Objetivos: Converter arcos de grau para radiano e vice-versa.

Pré-requisitos: Conhecer a relação $180^\circ = \pi \text{ rad}$.

Material necessário: Caderno e livro didático.

Organização da classe: Individual ou em dupla.

Descritores associados: H21 – Transformar grau em radiano e vice-versa.

Metodologia: No quadro, mostrar os dois exemplos a seguir: (1) conversão de grau para radiano, e (2) conversão de radiano para grau, ambos sendo resolvidos através de regras de três simples, utilizando a relação $180^\circ = \pi \text{ rad}$.

Exemplo 1: Expressar o arco de 80° em radianos.

Vamos preencher a tabela: na primeira linha a regra $180^\circ = \pi \text{ rad}$. Na segunda linha, na coluna dos graus, colocamos o arco de 80° , e na outra coluna coloca-se x, pois é o valor desconhecido.

Graus	Radianos
180	π
80	x

Resolvendo a regra de três, tem-se

$$180 \cdot x = 80 \cdot \pi$$
$$x = \frac{80\pi}{180} = \frac{4\pi}{9} \text{ rad}$$

Exemplo 2: Expressar o arco de $\frac{5\pi}{12} \text{ rad}$ em graus.

Vamos preencher a tabela: na primeira linha a regra $180^\circ = \pi \text{ rad}$. Na segunda linha, na coluna dos radianos, colocamos o arco de $\frac{5\pi}{12} \text{ rad}$, e na outra coluna coloca-se x, pois é o valor desconhecido.

Graus	Radianos
180	π
x	$\frac{5\pi}{12}$

Resolvendo a regra de três, tem-se

$$\pi \cdot x = 180 \cdot \frac{5\pi}{12}$$
$$x = \frac{900\pi}{12\pi} = 75^\circ$$

A seguir, resolver os exercícios de fixação do livro didático, parecidos com os dois exemplos acima.

Atividade 5

Duração: 100 minutos (2 tempos de aula)

Objetivos: Conhecer o ciclo trigonométrico e a localização dos diferentes arcos, tanto em graus como em radianos.

Pré-requisito: domínio da conversão grau \leftrightarrow radiano.

Material necessário: Compasso, transferidor, tesoura, folhas de papel A4.

Organização da classe: grupos de 2 ou 3 alunos.

Descritores associados: H21 – Transformar grau em radiano e vice-versa.

Metodologia: Pedir aos alunos que, utilizando o compasso recortem um círculo de tamanho razoável.

Neste círculo, desenha-se primeiramente os eixos coordenados, marcando os arcos que posicionam-se na interseção dos eixos com o ciclo, em ambos os lados, ou seja, frente e verso do papel. Na frente em graus, no verso em radianos. Destaca-se o raio igual a 1.

A seguir, define-se os quatro quadrantes.

No primeiro quadrante, marca-se os arcos de 30° , 45° e 60° , usando o transferidor.

A seguir, marca-se os arcos simétricos em relação a estes três arcos em todos os quadrantes, em graus (frente) e em radianos (verso).

Marcados todos estes arcos, pede-se aos alunos que, usando o transferidor, marquem o arco de 20° e os simétricos a ele nos outros quadrantes.

Este ciclo trigonométrico servirá como referência para a continuação do conteúdo de trigonometria na circunferência.

Avaliação

A avaliação visa constatar, de acordo com o currículo mínimo, se os alunos são capazes de reconhecer os fenômenos que ocorrem de forma periódica, identificar o radiano como unidade de medida de arco e transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa. A avaliação é feita em cada atividade:

Avaliação da Atividade 1: entrega da folha de atividades, com as questões respondidas. Será verificado se o aluno consegue perceber a periodicidade de certos fenômenos e citar alguns fenômenos periódicos.

Descritor associado: reconhecer os fenômenos que ocorrem de forma periódica.

Avaliação da Atividade 2: entrega da folha de atividades, preenchida com suas observações. Será verificado se o aluno está familiarizado com a circunferência, se entende o que é um arco, e entendeu o conceito de radiano. Descritor associado: identificar o radiano como unidade de medida de arco.

Avaliação da Atividade 3: Observação da tabela preenchida pelos alunos. Será verificado se o aluno compreende a relação $180^\circ = \pi \text{ rad}$. Descritor associado: identificar o radiano como unidade de medida de arco.

Avaliação da Atividade 4: Observação da resolução dos exercícios de fixação. Será verificado se o aluno consegue fazer a conversão grau \leftrightarrow radiano. Descritor associado: transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa.

Avaliação da Atividade 5: Observação da resolução construção do ciclo trigonométrico. Será verificado se o aluno consegue localizar corretamente os arcos no ciclo, tanto em graus, como em radianos. Descritor associado: transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa.

Referências Bibliográficas

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a Matemática**, 1º ano - Ed. Moderna.

Roteiros de Atividade – CECIERJ/CEDERJ.

<http://pt.wikipedia.org/wiki/Radiano>