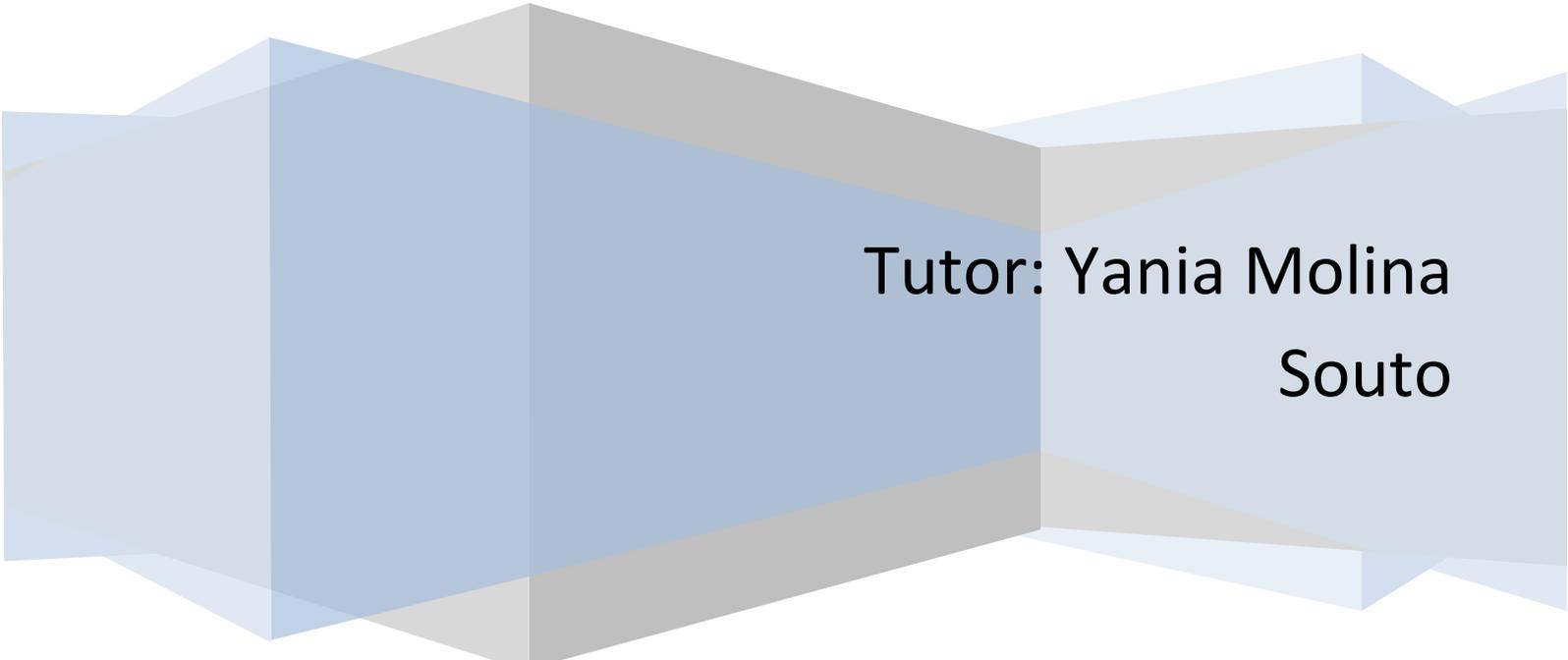


Plano de Trabalho 2

Matemática 1º ano – 3º Bimestre/2014 –
Trigonometria na Circunferência

Natalia Cristina Braga Arruda Alves da Silva



Tutor: Yania Molina
Souto

Sumário

Introdução.....	3
Desenvolvimento	4
Atividade 1.....	4
Atividade 2.....	6
Atividade 3.....	8
Atividade 4.....	9
Atividade 5	10
Avaliação.....	11
Referências Bibliográficas.....	12

Introdução

A Trigonometria na Circunferência é um tópico extremamente importante da Matemática. Com os avanços no estudo da Astronomia, fez-se necessário descrever os movimentos de corpos celestes, o que levou ao desenvolvimento cada vez maior dos conhecimentos nessa direção. Hoje em dia a Trigonometria na Circunferência é amplamente utilizada em diversas áreas do conhecimento, na Física, para descrição e simulação de fenômenos periódicos; na Engenharia, especialmente no ramo de telecomunicações, e em muitas outras aplicações.

Este plano de trabalho foi elaborado a fim de ajudar os alunos conhecer, construir e utilizar os conceitos de Trigonometria na Circunferência, bem como suas aplicações, principalmente as relacionadas com fenômenos periódicos que aparecem no dia-a-dia.

Para atingir estes objetivos, é importante que os alunos sejam capazes de reconhecer os fenômenos que ocorrem de forma periódica, identificar o radiano como unidade de medida de arco e transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa.

A abordagem utilizada inicialmente busca observar fenômenos e situações do dia-a-dia, procurando determinar se são ou não periódicos, destacando que muitos destes fenômenos estão relacionados à Trigonometria na Circunferência. A partir daí, passa-se a construir o ciclo trigonométrico e diferentes arcos no ciclo, observando suas propriedades. Define-se então o radiano, de forma construtiva, estabelecendo então a relação entre grau e radiano.

Será necessário o conhecimento prévio de conceitos como raio, diâmetro e ângulo. Além disso, serão utilizados ao todo 10 tempos de aula para o desenvolvimento e avaliação.

Desenvolvimento

Atividade 1

Duração: 100 minutos (2 tempos de aula).

Objetivos: Observar fenômenos do dia-a-dia e tentar determinar se são ou não periódicos.

Material necessário: Folha de Atividades e Laboratório de Informática com internet.

Organização da classe: grupos de 2 ou 3 alunos.

Metodologia: Distribuir folha de atividades contendo o poema e perguntas do roteiro 1.

Ler o poema com a turma, depois pedir que respondam às primeiras 3 questões relacionadas ao poema, na parte 1 da folha de atividades.

A seguir, comentar as respostas, e pesquisar na internet a questão 4.

Folha de Atividades: Baseada no Roteiro 1, na próxima página.

Pôr do Sol Trigonométrico¹



Pôr do sol.

“

Oscila a onda
Baixa a maré
Vem o pôr do sol
A noite cai
O pêndulo marca a hora
Chega a onda sonora
Os fenômenos sucedem-se em ritmos amenos
Os ciclos repetem-se com simetria
O cientista estudou
E tudo são senos e co-senos
Da trigonometria

“

Maria Augusta Ferreira Neves

¹Disponível em <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm22/indecccccx.htm>

1. O texto acima faz alusão a diversos fenômenos naturais que se manifestam, segundo a autora, em ritmos amenos. Em sua opinião, todos os fenômenos descritos no verso acima são de fato periódicos? Justifique. _____

2. A natureza de um fenômeno dito periódico reside no fato de que conhecendo um ciclo completo de sua manifestação podemos prever todo o comportamento deste fenômeno, em qualquer momento. Cite dois fenômenos do texto acima que são periódicos.

3. Você seria capaz de fornecer três exemplos de outros fenômenos físicos que possuem essa propriedade?

4. Pesquise sobre algum fenômeno que possa servir de exemplo para ilustrar fenômenos periódicos. _____

Atividade 2

Duração: 100 minutos (2 tempos de aula)

Objetivos: Familiarizar-se com o círculo, definir arco, construir o conceito de radiano.

Pré-requisitos: Conhecer os conceitos de raio e ângulo.

Material necessário: Laboratório de informática com Geogebra, projetor e Notebook do professor e Folha de atividades.

Organização da classe: Grupos de 2 ou 3 alunos.

Descritores associados: H21 – Transformar grau em radiano e vice-versa.

Metodologia: Seguir a folha de atividades baseada no roteiro 3.

Folha de Atividades:

Siga os passos abaixo, preencha os campos abaixo e responda às questões a seguir.

1. Abra uma tela do *GeoGebra*.

2. Trace uma circunferência clicando no botão  (6º menu de botões). Dessa forma, você construirá uma circunferência de centro A e que passa pelo ponto B. Logo, podemos considerar o segmento AB como sendo o raio dessa circunferência.

3. Marque o segmento AB :

- Clique no botão  (3º menu de botões)
- Clique nos pontos A e B.

Pronto! O segmento AB está marcado.

4. Vamos medir o segmento AB?

- Clique no botão  (8º menu de botões)
- Clique sobre o segmento AB .
- Surgirá a expressão $a = \underline{\hspace{2cm}}$ no canto esquerdo da tela (Janela da Álgebra).
- Clique em  (1º menu de botões). Modifique a posição do ponto B.
- Observe o que acontece para os valores de a . O que aconteceu? _____

Note que esse valor indica exatamente o tamanho do **raio** da circunferência.

5. Marque agora um ponto C sobre a circunferência: clique em  (2º menu de botões); em seguida, clique em um ponto sobre a circunferência distinto de B.

6. Marque o segmento \overline{AC} . Caso tenha dúvidas consulte o item 3 acima.

Qual a medida de \overline{AC} ? Ela é a mesma de \overline{AB} ? Por quê?

Com os três pontos A, B e C é possível traçar ângulos. Estamos interessados no ângulo cujo vértice é o ponto A, ou seja, o centro da circunferência. Vamos construir esse **arco**.

Clique no botão  (6º menu de botões), e, sequencialmente, em A, B e C.

Surgirá o arco \widehat{BC} indicado por d. Observe no canto esquerdo da tela, na “Janela de Álgebra”, que aparece associada ao objeto “d” uma medida, que indica o **comprimento do arco \widehat{BC}** , ou seja, a medida linear desse arco. Em sua tela, $d = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. Vamos agora usar a relação que define o radiano, calculando a razão r entre o comprimento do arco e o do raio da circunferência.

Digite na caixa Entrada (parte inferior da tela) $r=d/a$ seguido de ENTER.

Na Janela de Álgebra (parte esquerda da tela) você verá o resultado $r = \dots$, que indicará o valor da razão $r = \frac{d}{a}$. Repare que, conforme a definição, r é a medida em radianos do ângulo BAC e do arco \widehat{BC} .

8. Experimente agora fazer C variar.

O que acontece com os valores de r?

9. Tente colocar o ponto C numa posição tal que o comprimento do arco \widehat{BC} seja exatamente o valor do raio da circunferência, inçados na janela da álgebra por a e b. O que acontece com o valor de r?

É isso mesmo, vale 1! E sabe o que isso significa? Que o arco \widehat{BC} tem medida 1 rad, assim como o ângulo central \widehat{BAC} também tem medida 1 rad.

10. O *GeoGebra* também tem uma ferramenta para medir ângulos em graus ou em radianos. Vamos usá-la para medir o ângulo \widehat{BAC} ?

Clique no botão  (8º menu de botões) e a seguir, sequencialmente, nos pontos B, A e C – você passará a ver a medida do ângulo \widehat{BAC} em graus. Vamos mudar a unidade para radianos? No menu *Opções/Unidade de medida de ângulos* selecione *radianos* e observe a medida do ângulo \widehat{BAC} .

Atividade 3

Duração: 100 minutos (2 tempos de aula)

Objetivos: Calcular o comprimento da circunferência.

Pré-requisitos: Conhecer o conceito de diâmetro e raio.

Material necessário: Discos circulares de tamanhos diversos, fita métrica, calculadora, notebook, projetor.

Organização da classe: Grupos de 4 alunos.

Metodologia: Distribuir aos alunos um kit contendo: fita métrica, 3 ou mais discos circulares de diâmetros diferentes. Pedir aos alunos que, para cada disco, anotem as medidas do comprimento e do diâmetro, preenchendo a tabela a seguir.

	Comprimento (C)	Diâmetro (d)	C/d
Disco 1			
Disco 2			
Disco 3			
Disco 4			

Após os alunos terem feito todas as medidas, discutimos no quadro os valores obtidos para C/d. Ao calcular C/d para todos os discos, os alunos chegarão a aproximadamente 3,14, ou seja o valor de π .

Assim, deduz-se que:

$$\frac{C}{d} = \pi,$$

Portanto,

$$C = d \cdot \pi,$$

onde d é o diâmetro. Como o diâmetro é o dobro do raio, tem-se

$$d = 2r.$$

Substituindo, tem-se

$$C = 2r\pi.$$

Como o radiano é o comprimento de um arco dividido pelo raio, ao tomar um arco de 360° , tem-se

$$360^\circ = \frac{C}{r} = \frac{2r\pi}{r} \text{ rad}$$

Podemos cancelar r no numerador e no denominador, obtendo $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$.
Dividindo ambos os lados por 2, tem-se

$$\boxed{180^\circ = \pi \text{ rad}}.$$

Projetar no quadro a animação em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Radiano> (compartilhada por mim no fórum temático 2)

Atividade 4

Duração: 100 minutos (2 tempos de aula)

Objetivos: Converter arcos de grau para radiano e vice-versa.

Pré-requisitos: Conhecer a relação $180^\circ = \pi \text{ rad}$.

Material necessário: Caderno e livro didático.

Organização da classe: Individual ou em dupla.

Descritores associados: H21 – Transformar grau em radiano e vice-versa.

Metodologia: No quadro, mostrar os dois exemplos a seguir: (1) conversão de grau para radiano, e (2) conversão de radiano para grau, ambos sendo resolvidos através de regras de três simples, utilizando a relação $180^\circ = \pi \text{ rad}$.

Exemplo 1: Expressar o arco de 80° em radianos.

Vamos preencher a tabela: na primeira linha a regra $180^\circ = \pi \text{ rad}$. Na segunda linha, na coluna dos graus, colocamos o arco de 80° , e na outra coluna coloca-se x, pois é o valor desconhecido.

Graus	Radianos
180	π
80	x

Resolvendo a regra de três, tem-se $180 \cdot x = 80 \cdot \pi$
 $x = \frac{80\pi}{180} = \frac{4\pi}{9} \text{ rad}$

Exemplo 2: Expressar o arco de $\frac{5\pi}{12} \text{ rad}$ em graus.

Vamos preencher a tabela: na primeira linha a regra $180^\circ = \pi \text{ rad}$. Na segunda linha, na coluna dos radianos, colocamos o arco de $\frac{5\pi}{12} \text{ rad}$, e na outra coluna coloca-se x, pois é o valor desconhecido.

Graus	Radianos
180	π
x	$\frac{5\pi}{12}$

Resolvendo a regra de três, tem-se $\pi \cdot x = 180 \cdot \frac{5\pi}{12}$
 $x = \frac{900\pi}{12\pi} = 75^\circ$

A seguir, resolver os exercícios de fixação do livro didático, parecidos com os dois exemplos acima.

Atividade 5

Duração: 100 minutos (2 tempos de aula)

Objetivos: Conhecer o ciclo trigonométrico e a localização dos diferentes arcos, tanto em graus como em radianos.

Pré-requisito: domínio da conversão grau \leftrightarrow radiano.

Material necessário: Compasso, transferidor, tesoura, folhas de papel A4.

Organização da classe: grupos de 2 ou 3 alunos.

Descritores associados: H21 – Transformar grau em radiano e vice-versa.

Metodologia: Pedir aos alunos que, utilizando o compasso recortem um círculo de tamanho razoável.

Neste círculo, desenha-se primeiramente os eixos coordenados, marcando os arcos que posicionam-se na interseção dos eixos com o ciclo, em ambos os lados, ou seja, frente e verso do papel. Na frente em graus, no verso em radianos. Destaca-se o raio igual a 1.

A seguir, define-se os quatro quadrantes.

No primeiro quadrante, marca-se os arcos de 30° , 45° e 60° , usando o transferidor.

A seguir, marca-se os arcos simétricos em relação a estes três arcos em todos os quadrantes, em graus (frente) e em radianos (verso).

Marcados todos estes arcos, pede-se aos alunos que, usando o transferidor, marquem o arco de 20° e os simétricos a ele nos outros quadrantes.

Este ciclo trigonométrico servirá como referência para a continuação do conteúdo de trigonometria na circunferência.

Avaliação

A avaliação visa constatar, de acordo com o currículo mínimo, se os alunos são capazes de reconhecer os fenômenos que ocorrem de forma periódica, identificar o radiano como unidade de medida de arco e transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa. A avaliação é feita em cada atividade:

Avaliação da Atividade 1: entrega da folha de atividades, com as questões respondidas. Será verificado se o aluno consegue perceber a periodicidade de certos fenômenos e citar alguns fenômenos periódicos.

Descritor associado: reconhecer os fenômenos que ocorrem de forma periódica.

Avaliação da Atividade 2: entrega da folha de atividades, preenchida com suas observações. Será verificado se o aluno está familiarizado com a circunferência, se entende o que é um arco, e entendeu o conceito de radiano. Descritor associado: identificar o radiano como unidade de medida de arco.

Avaliação da Atividade 3: Observação da tabela preenchida pelos alunos. Será verificado se o aluno compreende a relação $180^\circ = \pi \text{ rad}$. Descritor associado: identificar o radiano como unidade de medida de arco.

Avaliação da Atividade 4: Observação da resolução dos exercícios de fixação. Será verificado se o aluno consegue fazer a conversão grau \leftrightarrow radiano. Descritor associado: transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa.

Avaliação da Atividade 5: Observação da resolução construção do ciclo trigonométrico. Será verificado se o aluno consegue localizar corretamente os arcos no ciclo, tanto em graus, como em radianos. Descritor associado: transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa.

Referências Bibliográficas

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a Matemática**, 1º ano - Ed. Moderna.

Roteiros de Atividade – CECIERJ/CEDERJ.

<http://pt.wikipedia.org/wiki/Radiano>