

Formação Continuada em Matemática

SEEDUC – CECIERJ

Matemática 1º Ano – 3º Bimestre / 2014

Plano de Trabalho

TRIGONOMETRIA

NA

CIRCUNFERÊNCIA

Tarefa 2

Cursista : Ana Cristina França Pontes Vieira

Tutor : Rodolfo Gregorio de Moraes

ÍNDICE

Introdução	3
Desenvolvimento	4
Avaliação	15
Bibliografia	16

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem como objetivo tornar o estudo introdutório da trigonometria na circunferência mais significativo para os alunos. Também, com este plano, pretendemos corrigir um erro muito comum que é atribuir ao ângulo a medida de radianos, deixando de mencionar que estas medidas se referem ao arco construído a partir de um ângulo. Por isso, o conhecimento será construído segundo a indicação das Orientações Curriculares para o ensino médio:

“ É preciso atenção à transição do seno e do co-seno no triângulo retângulo (em que a medida do ângulo é dada em graus), para o seno e o co-seno, definidos como as coordenadas de um ponto que percorre um arco do círculo de raio unitário com medida em radianos. As funções trigonométricas devem ser entendidas como extensões das razões trigonométricas então definidas para ângulos com medida entre 0° e 180° As funções trigonométricas seno e co-seno também devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico..”.

Orientações Curriculares : ciência da natureza, matemática e suas tecnologias, página 75

Nesse sentido, todas as atividades foram elaboradas utilizando a tecnologia como aliada no processo ensino aprendizagem, respeitando a estrutura da escola que este plano de trabalho será desenvolvido.

Para totalização do plano, serão necessários oito tempos de cinquenta minutos para o desenvolvimento dos conteúdos mais quatro tempos de cinquenta minutos para a avaliação do trabalho realizado.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1

- ✓ **Habilidade relacionada** : Reconhecer a existência de fenômenos que se repetem de forma periódica.
- ✓ **Pré – requisitos** : Plano cartesiano e reconhecer ângulos de 90° , 180° , 270° e 360° .
- ✓ **Tempo de duração** : 100 minutos
- ✓ **Recursos educacionais utilizados** : Roda Gigante construída pelo professor e régua.
- ✓ **Organização da turma** : Grupos com 4 e 5 alunos
- ✓ **Objetivos**: Introduzir o conceito de movimento periódico através de fenômenos do cotidiano.
- ✓ **Metodologia adotada**:

A atividade foi adaptada da proposta apresentada no site do MEC. Utilizamos a medida em graus porque o objetivo é que o aluno compreenda o conceito de movimentos periódicos e o conceito de radianos ainda não foi apresentado.

Escolha uma tampinha e alinhe com a origem do minitransferidor que está na frente da roda gigante. Meça a altura que a tampinha está da base (mesa) e registre. Depois, movimente a tampinha 90° no sentido anti-horário e meça novamente a altura. Continue executando o mesmo procedimento até que a tabela abaixo esteja toda preenchida.

	1ª volta					2ª volta				3ª volta			
Graus Percorridos	0°	90°	180°	270°	360°	450°	540°	630°	720°	810°	900°	990°	1080°
Graus no Transferidor													
Altura (cm)													

Vamos agora construir o gráfico utilizando a altura e a quantidade de graus percorridos.



Observe a tabela e o gráfico e responda:

- a) Quais características que este gráfico possui que o difere dos outros tipos de gráficos que você conhece?
- b) Você saberia dizer qual será a altura quando o ângulo percorrido for de 1440° ($4 \times 360^\circ$) ?
- c) Qual a altura máxima que a tampinha terá? E a mínima?

É esperado que os alunos percebam o movimento periódico que existe na situação apresentada.

A atividade deverá ser explorada até que seja possível definir:

Um **movimento é periódico** quando seus valores se repetem em intervalos regulares.

Agora que você já sabe o que é movimento periódico, descubra outras situações que são periódicas.

Cada grupo apresentará as situações discutidas em seus grupos identificando o período de cada uma.

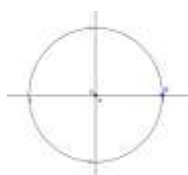
ATIVIDADE 2

- ✓ **Habilidade relacionada** : Identificar os ângulos em graus no círculo trigonométrico
- ✓ **Pré – requisitos** : Plano cartesiano.
- ✓ **Tempo de duração** : 100 minutos
- ✓ **Recursos educacionais utilizados** : Folha de atividades, software Geogebra, Datashow e notebook do professor.
- ✓ **Organização da turma** : Grupos de 2 e 3 alunos
- ✓ **Objetivo**: Localizar a extremidade de um ângulo em graus no círculo trigonométrico
- ✓ **Metodologia adotada**:

Na atividade anterior conhecemos alguns fenômenos periódicos. Nessa atividade, vamos começar estudar a trigonometria no círculo trigonométrico.

O que é círculo trigonométrico ?

É um círculo com centro na origem de um plano cartesiano e com raio unitário, ou seja, raio = 1.



Esse círculo tem origem no ponto B e cresce no sentido anti-horário. Se movimentarmos o ponto B pela extensão da circunferência, após dar uma volta completa, ele retornará ao ponto de partida. Podemos seguir este trajeto quantas vezes quisermos. Podemos dizer, então, que este movimento pode ser definido como um movimento periódico.

Agora é com você !

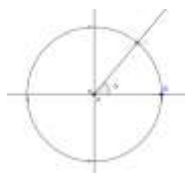
Utilizando o círculo trigonométrico, vamos movimentar o ponto B sobre a circunferência. Qual eixo o ponto B ficará após percorrer:

- a) Uma volta ?
- b) Uma volta e meia ?
- c) Três voltas mais um quarto de volta ?

Como você pode perceber os eixos dividem o círculo em quatro partes. Cada uma dessas partes é chamada de quadrante e esses quadrantes são numerados no sentido anti-horário.



Vamos agora traçar uma semirreta com origem no ponto O passando por um ponto C qualquer da circunferência.



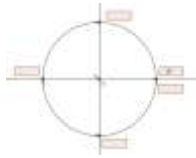
Essa semirreta faz com o eixo x um ângulo α . Este ponto C pode mover-se sobre a circunferência formando diferentes ângulos. Para medir estes ângulos, vamos utilizar o grau.

Observe esta situação com o auxílio do software Geogebra.

Neste momento é importante utilizar o Geogebra para que os alunos percebam o crescimento dos ângulos na circunferência de forma dinâmica.

Se dividirmos uma circunferência em 360 partes, cada uma dessas partes é chamada de grau. Assim, dada uma circunferência de raio 1, o grau é igual ao comprimento dessa circunferência dividido por 360. Como a circunferência tem 4 quadrantes, cada quadrante tem $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$.

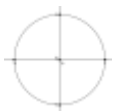
Vamos completar a medida em graus na circunferência !



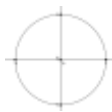
Nessa atividade queremos que os alunos identifiquem os ângulos de 90° , 180° , 270° e 360° .

Podemos localizar a extremidade de qualquer ângulo na circunferência.

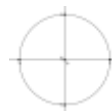
Nas circunferências abaixo, identifique o quadrante onde se localiza a extremidade de cada ângulo.



120°



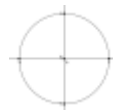
300°



220°

E se a medida do ângulo for maior que 360° ?

Qual ângulo menor que 360° tem extremidade na mesma posição ?

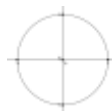


420°

E se a medida do ângulo for negativa ?

Qual ângulo positivo menor que 360° tem extremidade na mesma posição ?

Existem outras medidas de ângulos cuja extremidade está na mesma posição?



-40°

As atividades serão conduzidas de forma que os alunos consigam localizar a extremidade de qualquer ângulo na circunferência.

Ao final da atividade o aluno também deve ser capaz de identificar a menor representação positiva de um ângulo e perceber que existem infinitos ângulos com a mesma extremidade.

Utilizar exercícios do livro didático para fixação do conteúdo trabalhado durante a aula.

ATIVIDADE 3

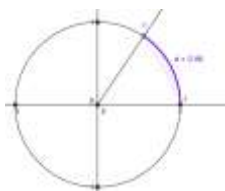
- ✓ **Habilidade relacionada** : Identificar o radiano como unidade de medida do arco.
- ✓ **Pré – requisitos** : comprimento da circunferência e círculo trigonométrico.
- ✓ **Tempo de duração** : 100 minutos
- ✓ **Recursos educacionais utilizados** : Folha de atividade, vídeo Aulas Enem – Trigonometria – Medidas em Radiano (<https://www.youtube.com/watch?v=Nw2NzkFDTkg>) ,Geogebra, Datashow e notebook do professor.
- ✓ **Organização da turma** : Grupos de 2 e 3 alunos
- ✓ **Objetivos**: calcular a medida de um arco e diferenciar o grau do radiano
- ✓ **Metodologia adotada**:

Na atividade anterior utilizamos o grau para medir um ângulo formado no círculo trigonométrico por uma semirreta com origem no centro do plano cartesiano passando por um ponto na circunferência.

Nesta atividade vamos estudar os arcos.

O que é um arco ?

Arco é um “pedaço” da circunferência definido por dois pontos. Vamos observar no Geogebra o arco \widehat{JK} .

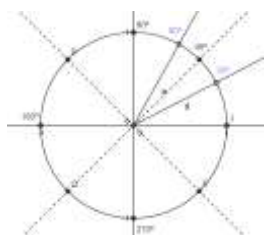


Mas o que são radianos ? Quanto vale um radiano ?

Radiano é uma medida do arco que tem o mesmo comprimento do raio da circunferência que o contém. No caso do círculo trigonométrico, o radiano é o arco unitário que corresponde a $\frac{1}{2\pi}$.

Vamos assistir ao vídeo Trigonometria – Medidas em Radiano.

Agora é com vocês ! Vamos escrever em radianos as medidas dos arcos !



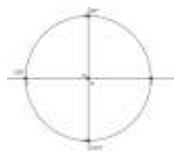
A atividade deve ser conduzida para que os alunos sejam capazes de representar em radiano os arcos apresentados no círculo.

Você assistiu no filme que podemos calcular o comprimento de um arco através $C = R \cdot \alpha$ sendo α a medida do arco em radianos.

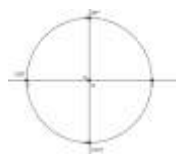
Então, considere como referência um círculo trigonométrico de raio igual a 1 cm. Calcule o comprimento de um arco de $\frac{3\pi}{5}$

E qual é o comprimento de um arco de 60° em uma circunferência de raio 2 cm ?

Divida a circunferência abaixo em 8 partes iguais e expresse a medida dos arcos formados nessa divisão em graus e em radiano.



Vamos agora fazer o mesmo com a circunferência dividida em 12 partes iguais !



As atividades anteriores têm como objetivo criar uma melhor familiaridade com a unidade radiano. Todas as atividades devem ser acompanhadas pelo professor para esclarecer qualquer dúvida de entendimento do conceito.

No final da atividade cabe voltar ao círculo construído no Geogebra para explorar os números reais no círculo trigonométrico.

Utilizar exercícios do livro didático para fixação do conteúdo trabalhado durante a aula.

ATIVIDADE 4

- ✓ **Habilidade relacionada** : Transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa.
- ✓ **Pré – requisitos** : proporcionalidade e regra de três.
- ✓ **Tempo de duração** : 100 minutos
- ✓ **Recursos educacionais utilizados** : Folha de atividades.
- ✓ **Organização da turma** : Grupos de 2 e 3 alunos
- ✓ **Objetivos**: Fixar a conversão de medidas dos arcos nas unidades de grau e radiano.
- ✓ **Metodologia adotada**:

Nas atividades anteriores podemos observar que a semirreta que define um ângulo, também define o arco correspondente a este ângulo. Por exemplo, um ângulo de 60° corresponde a um arco $\frac{\pi}{3}$. Estamos usando duas unidades diferentes, mas podemos efetuar conversões de uma medida para outra.

a) Convertendo de radianos para graus

Converter um arco em graus é muito simples. Vejamos alguns exemplos.

a.1) Dado o arco definido por $\frac{3\pi}{10}$, calcule em graus, a medida do ângulo equivalente ao arco formado.

$$\text{Como } \pi = 180^\circ, \text{ teremos } \frac{3\pi}{10} = \frac{3 \cdot 180}{10} = 54^\circ$$

a.2) Em qual quadrante se encontra o arco correspondente a $\frac{3\pi}{4}$?

Convertendo para graus temos: $\frac{3\pi}{4} = \frac{3 \cdot 180}{4} = 135^\circ$. Logo a extremidade se localiza no II quadrante.

b) Convertendo de graus para radianos

Para converter de graus para radianos devemos adotar a seguinte comparação:

$$\pi \dots\dots\dots 180^\circ$$

Como as unidades são proporcionais, basta aplicar a regra de três para efetuar a conversão.

b.1) Determine o arco correspondente a um ângulo de 50° .

Montando a proporcionalidade temos:

$$\pi \dots\dots\dots 180^\circ$$

$$x \dots\dots\dots 50^\circ$$

Efetuando os cálculos, teremos:

$$180 x = 50 \pi$$

$$x = \frac{50\pi}{180} = \frac{5\pi}{18} \text{ rd}$$

b.2) Determine, em centímetros, o comprimento de um arco definido pelo ângulo de 80° em uma circunferência de raio 2cm.

Primeiro devemos transformar em radianos a medida do ângulo:

$$\pi \dots\dots\dots 180^\circ$$

$$x \dots\dots\dots 80^\circ$$

Calculando, teremos:

$$180 x = 80 \pi$$

$$x = \frac{80\pi}{180} = \frac{8\pi}{18} = \frac{4\pi}{9} \text{ rd}$$

Calculando o comprimento $C = R \cdot \alpha$, teremos:

$$C = 2 \cdot \frac{4\pi}{9} = \frac{8\pi}{9} \cong \frac{8 \cdot 3,14}{9} \cong 2,79 \text{ cm}$$

Vamos tentar !

1) Transforme de radianos para graus:

a) 5π

b) $\frac{7\pi}{5}$

2) Transforme para radiano:

a) 340°

b) -800°

c) 900°

3) Determine, em centímetros, o comprimento de um arco definido pelo ângulo de 120° no círculo trigonométrico.

Utilizar exercícios do livro didático para fixação do conteúdo trabalhado durante a aula.

AVALIAÇÃO

Como na tarefa anterior, a avaliação não deve ser reduzida a um único instrumento ou a um só momento. A avaliação também serve como instrumento de autoavaliação do professor com intuito de inserir, em sua prática pedagógica, novos instrumentos que possam sanar as dificuldades apresentadas pelos alunos.

Será proposto uma atividade avaliativa com questões encontradas nos Saerjinhos e no Enem dos anos anteriores. Essa atividade será feita em dupla e com consulta.

O Saerjinho também será um instrumento avaliativo. Ele permitirá verificar a capacidade do aluno em resolver questões que envolvem conteúdos trabalhados neste plano de trabalho e nos bimestres anteriores.

Será aplicada uma avaliação individual, em conjunto com a avaliação do conceito da função do 2º grau, com duração de 100 minutos, no final do bimestre completando a nota do aluno. Essa avaliação deverá priorizar a capacidade de raciocínio lógico do aluno para resolver problemas do cotidiano.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006.

IEZZI, Gelson e outros. Matemática ciência e aplicações. Editora Saraiva. Volume 2. 7ª edição.

Roteiros de Ação – Curso de aperfeiçoamento oferecido pelo CECIERJ referente ao 1º ano - 3º bimestre/2014

<HTTP://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>

Soares, Maria Zoraide M.C. O experimento : “A Roda Gigante”. Matemática Multimídia. Unicamp.

Site <portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica.html?id=32867>, acessado em 30/08/2014.

Diogo. Tenho prova amanhã . Aulas Enem – Trigonometria – Medidas em Radiano

(<https://www.youtube.com/watch?v=Nw2NzkFDTkg>), acessado em 05/09/2014.

Torres, Ângelo e outros. Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada -03. 1ª série – 3º Bimestre. Secretaria de Educação do Governo de Estado do Rio de Janeiro (SEEDUC).