Formação continuada em MATEMÁTICA.

Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ.

Matemática 1º Ano – 3º Bimestre/2014

Plano de Trabalho

Circunferência trigonométrica.

Tarefa 2

Cursista: Luciana Alvina Silva do Carmo

Sumário

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho foi cuidadosamente montado com o objetivo primordial de mostrar aos alunos a aplicabilidade dos assuntos aqui discutidos em situações relevantes e com a construção dos conhecimentos feitas pelos alunos e mediados pelo professor.

Além da falta de interesse, existem as dificuldades quanto ao raciocínio lógico e má interpretação dos enunciados o que nos faz ter um maior cuidado quanto ao enunciado e contexto das situações problemas abordadas, estas devem ser o mais próximo possível a realidade a qual o aluno está inserido.

Como o assunto requer a utilização gráfica, deve-se antes de abordar o assunto relembrar conceitos básicos e valorosos quanto a construção gráfica, ou seja, faz-se necessária uma revisão para abordarmos o conteúdo de forma mais segura.Por ser tratar de um assunto complexo,o conteúdo deve ser abordado de forma clara,objetiva e lenta para que os conceitos sejam formados pelos discentes de forma mais concreta possível.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

- **Duração prevista:** 100 minutos.
- **Área de conhecimento:** Trigonometria
- **Objetivos:** Apresentar ao aluno uma poesia cujo teor nos remete a exemplos de padrões periódicos de comportamento. Reconhecer padrões periódicos de comportamento que sirvam para exemplificar, e justificar o estudo de funções periódicas. Identificar nas situações do cotidiano padrões periódicos de comportamento. Apresentar ao aluno o círculo trigonométrico e sua construção.
- **Pré-requisitos:** Noções de periodicidade; conceito de função.
- **Material necessário:** Folha de atividades, apresentada em arquivo anexo.
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Você já parou para ver o pôr do sol? E a lua? Já parou para olhar o céu e ver a lua em suas diferentes fases? É interessante como dia, após dia o sol se nasce e se põe sempre no mesmo horário. Alguns fenômenos, por exemplo, os movimentos da terra seguem um padrão. São os chamados **fenômenos periódicos**.

A seguir apresentamos uma interessante poesia escrita por Maria Augusta Ferreira Neves a respeito deste assunto:

“Oscila a onda

Baixa a maré

Vem o pôr do sol

A noite cai

O pêndulo marca a hora

Chega a onda sonora

Os fenômenos sucedem-se em ritmos amenos

Os ciclos repetem-se com simetria

O cientista estudou

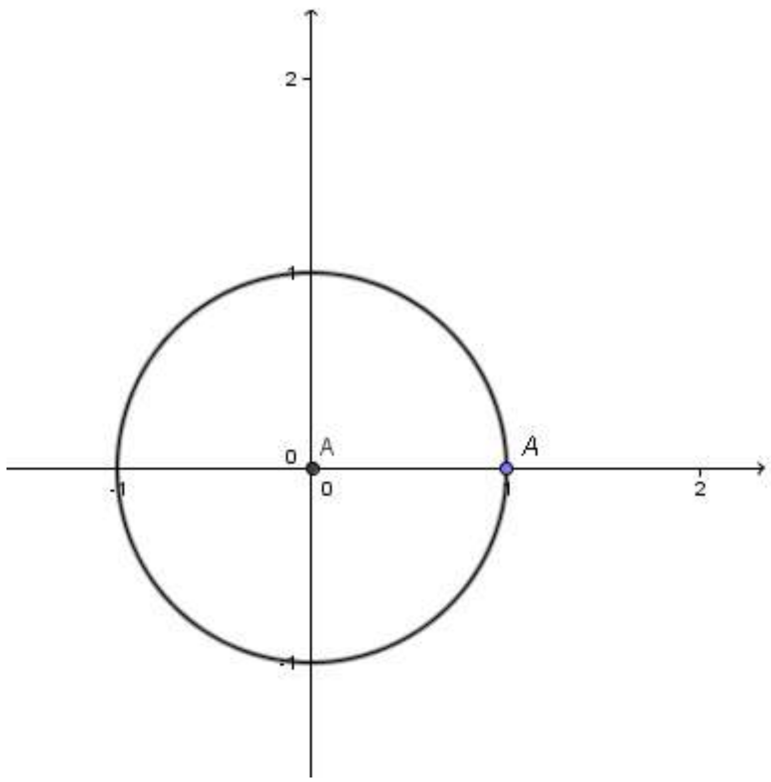
E tudo são senos e co-senos

Da trigonometria.”

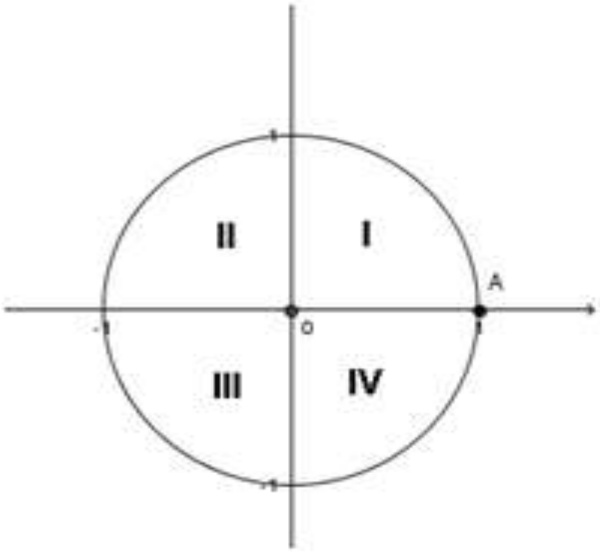
A poesia fala sobre diversas situações do dia a dia e também cita a trigonometria. A maré, o pôr do sol, o balanço do pêndulo, etc. Note que todos são fenômenos que se repetem periodicamente, mas o que são fenômenos periódicos?

Podemos reconhecer um fenômeno periódico a partir do conhecimento de um ciclo completo desse movimento, estabelecendo então uma previsão do seu comportamento. O Pêndulo de um relógio é um exemplo, conforme cita a poesia.

No estudo da trigonometria vamos utilizar um círculo trigonométrico. O que é um círculo trigonométrico? Vamos construir sobre o plano cartesiano uma circunferência de raio unitário e centro na origem.



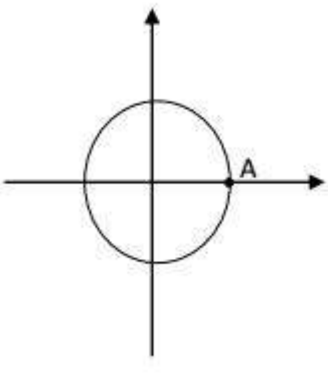
O círculo tem origem no ponto A e cresce em sentido anti-horário. Como um círculo tem 360°, se movimentarmos o ponto A pela extensão da circunferência, após dar uma volta completa, retornará ao ponto de partida. Podemos seguir este mesmo trajeto quantas vezes quisermos. Note que este movimento também pode ser definido como um **Fenômeno periódico**.
Como você pode perceber os eixos x e y dividem o círculo em quatro partes. A cada uma destas partes chamaremos de **quadrante**, e contaremos estes quadrantes no **sentido anti-horário.**



Atividades:

01. Cite situações onde se evidencia a realização de um fenômeno periódico:
Resposta pessoal. Algumas sugestões de resposta são: O ciclo lunar; as marés; o batimento cardíaco, etc.

02. Construa um círculo com centro na origem do sistema cartesiano e divida em 4 quadrantes. Sobre o eixo x, marque um ponto positivo da circunferência e chame de ponto A.

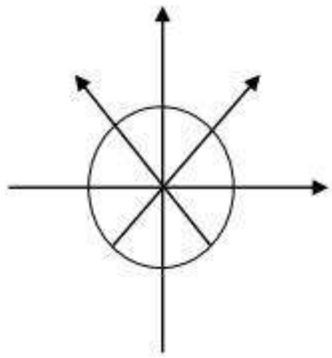


03. Utilizando o círculo trigonométrico da questão anterior, vamos movimentar o ponto A sobre a circunferência. Responda sobre qual eixo o ponto A ficará após percorrer:
a) 1 volta.
Ficará sobre o eixo x. No mesmo lugar.

b) 1 volta e meia.
Sobre o eixo x

c) Duas voltas mais um quarto de volta.
Sobre o eixo y

04. Construa um círculo trigonométrico e faça a divisão em 8 partes.



DESENVOLVIMENTO

Atividade 2

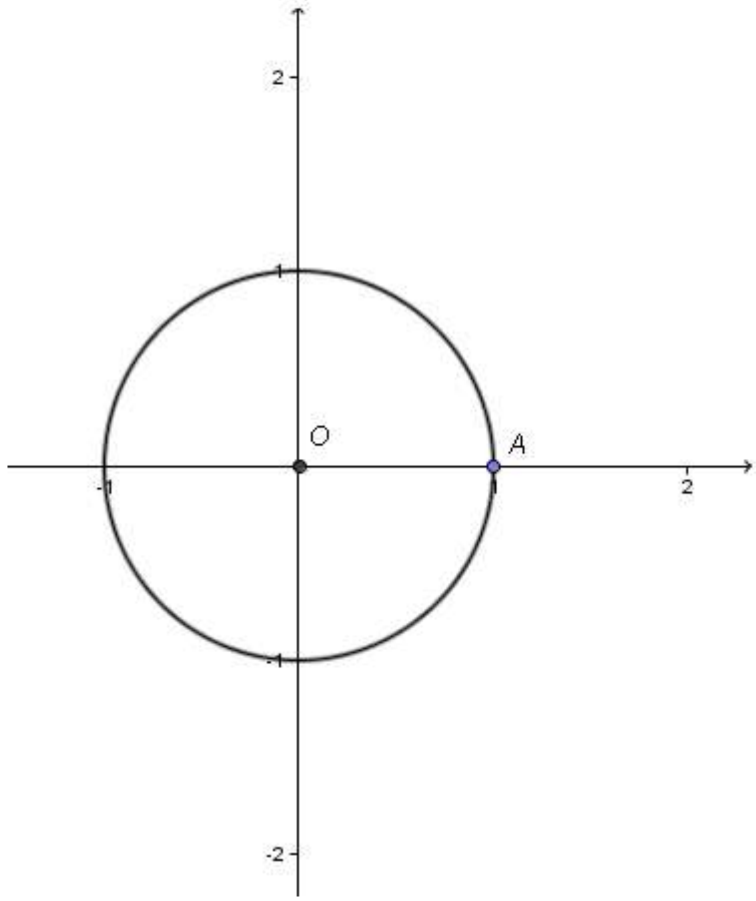
- **Duração prevista:** 150 minutos.
- **Área de conhecimento:** Trigonometria
- **Objetivos:** Apresentar os ângulos (e suas construções) no círculo trigonométrico e os quadrantes.
- **Pré-requisitos:** Noções de ângulos.
- **Material necessário:** Folha de atividades; Laboratório de Informática / Projetor Multimídia e Notebook do Professor.
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

- **METODOLOGIA ADOTADA:**

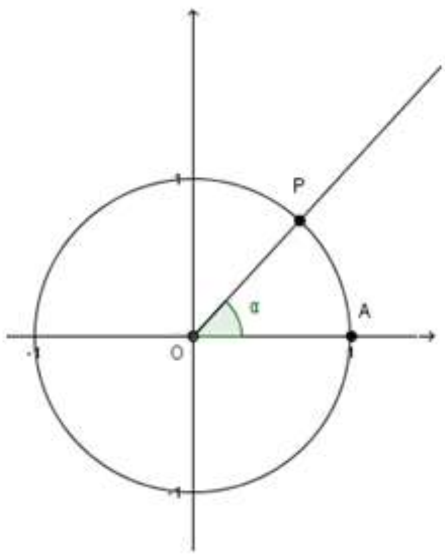
Nesta aula, iremos dar continuidade ao estudo inicial da trigonometria na circunferência. Já tivemos oportunidade de estudar as razões trigonométricas no triângulo retângulo. Agora, vamos continuar avançando o estudo da trigonometria, a fim de conhecer algumas das funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente.

1 – ÂNGULOS NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO:

Na aula anterior aprendemos a construir um círculo trigonométrico. Como vimos, é um círculo de raio unitário e sentido anti-horário. Vamos representar este círculo mais uma vez:



Tomando o ponto O como origem, vamos traçar uma semirreta passando por um ponto P qualquer da circunferência.



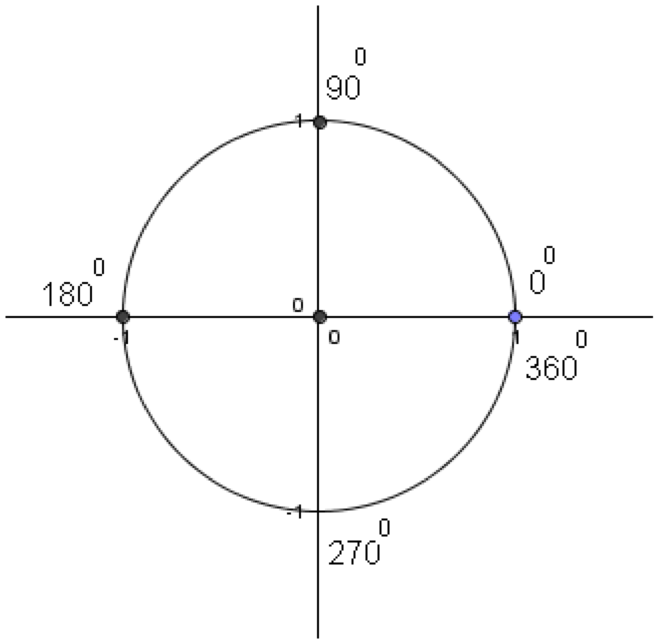
Note que a semirreta faz com o eixo x um ângulo α, tendo vértice em O. Este ponto P pode mover-se sobre a circunferência, formando assim diferentes ângulos. Para medir estes ângulos, utilizaremos o grau.

2 – MEDIDA DE ÂNGULO NA CIRCUNFERÊNCIA:

A unidade de medida de Ângulo que utilizaremos para nosso estudo é o grau.
Mas quanto vale um grau? Se dividirmos uma circunferência em 360 partes, cada uma dessas partes é chamada de grau. Assim, dada uma circunferência de raio 1, o grau é igual ao comprimento dessa circunferência dividido por 360.

Não podemos esquecer que o sentido positivo é anti- horário.

Sendo assim, como a circunferência é dividida em 4 quadrantes, quantos graus têm em cada quadrante? Simples. Basta dividir 360° por 4, ou seja,360°/4 . Então, podemos afirmar que cada quadrante tem 90°.

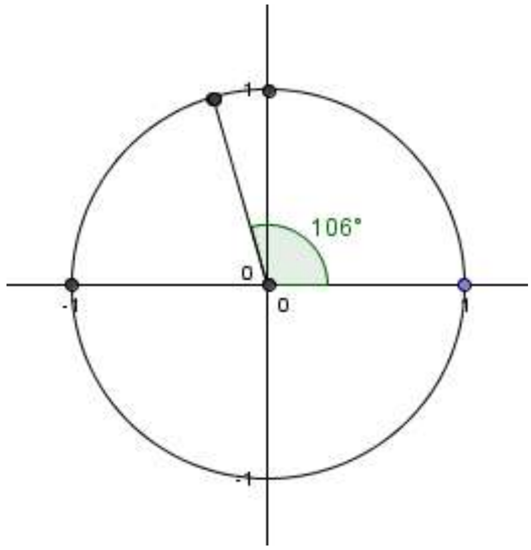


Desse modo, podemos definir os quadrantes da seguinte forma:

- Primeiro quadrante: 0° até 90º
- Segundo quadrante: 90º até 180º
- Terceiro quadrante: 180º até 270º
- Quarto quadrante: 270º até 360º

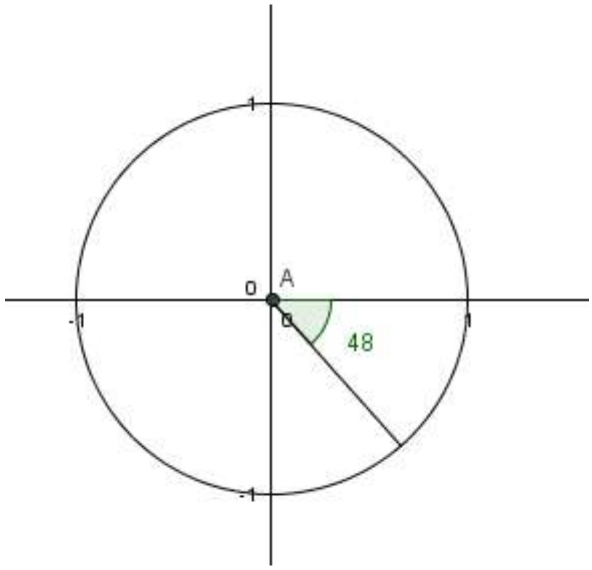
EXEMPLO 01:

Em qual quadrante fica localizado um ângulo de 106 graus?
Resolução:
Como o primeiro quadrante tem 90º, temos que 106° é igual a 90° + 16°. Desta forma, o ângulo 106° está no segundo quadrante. Conforme desenho abaixo:



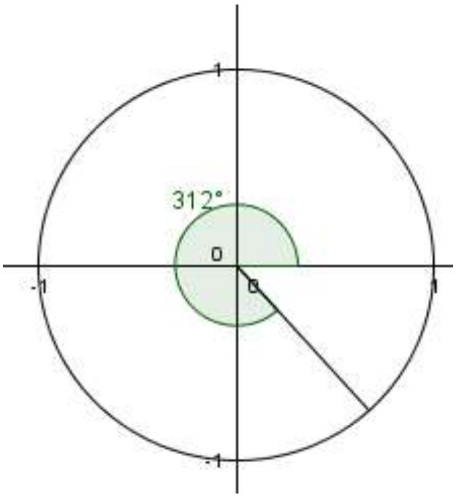
EXEMPLO 02:

Em qual quadrante se localiza a extremidade do ângulo de – 48° ?
Resolução:
Sabemos que o sentido positivo do círculo trigonométrico é anti-horário, assim para determinar um ângulo negativo, devemos medir em sentido contrário, ou seja, sentido horário. Observe a figura:



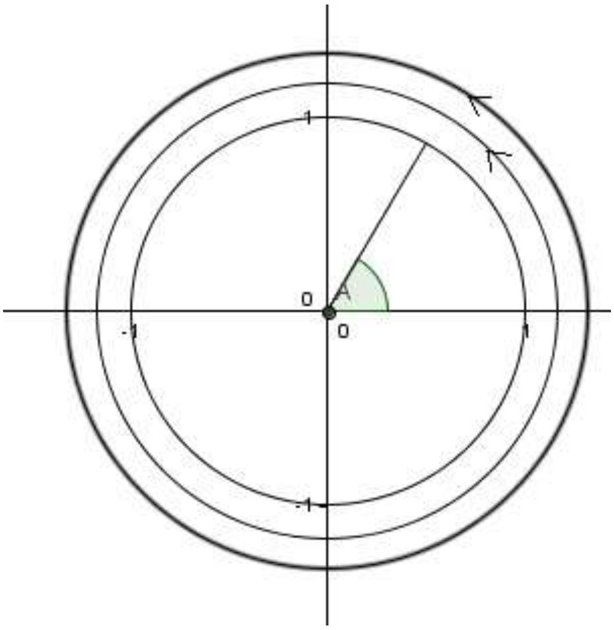
Está claro que –48° se localiza no quarto quadrante.

É interessante lembrar que o ângulo de 310° terá a mesma extremidade do ângulo de 48°. Observe que 48° e 312° têm sentidos diferentes.



EXEMPLO 03:

Determine em qual quadrante se localiza a extremidade do ângulo 780°:
Resolução:
Sabemos que uma volta completa na circunferência equivale a 360°. Assim, vamos calcular quantas voltas existem em 780°. Dividindo 780° por 360°, encontraremos resultado 2, com resto 60°. Isto significa que com 780°, é possível dar duas voltas e seguir mais 60°.



Atividades:

01. Escreva o quadrante onde se localiza a extremidade de cada ângulo:
a) *59º Primeiro quadrante;*

b) *- 258º Terceiro quadrante;*

c) *312º Quarto quadrante;*

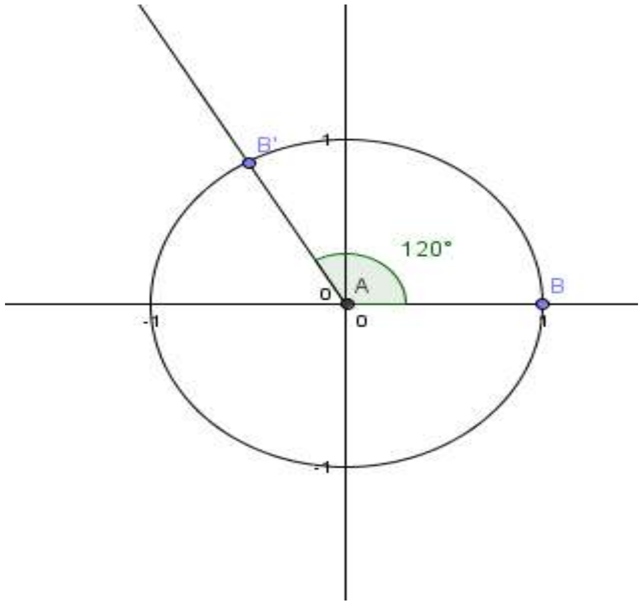
d) *170º Segundo quadrante.*

02. Escreva o quadrante onde se localiza a extremidade de cada ângulo:
a) 1240º
1240: 360 = 3 com resto 160º. Segundo quadrante

b) 2400º
2400:360 = 6 com resto 240º. Terceiro Quadrante

c) – 950º
-950:360 = 2 com resto - 230. Segundo quadrante.

03. Construa um círculo trigonométrico e represente o ângulo de 120º:



04. Em cada caso, escreva um ângulo com sentido oposto que tenha a mesma extremidade do ângulo dado na circunferência:

a) 2400
-1200

b) 1200
-2400

c) 60º
-3000

DESENVOLVIMENTO

Atividade 3

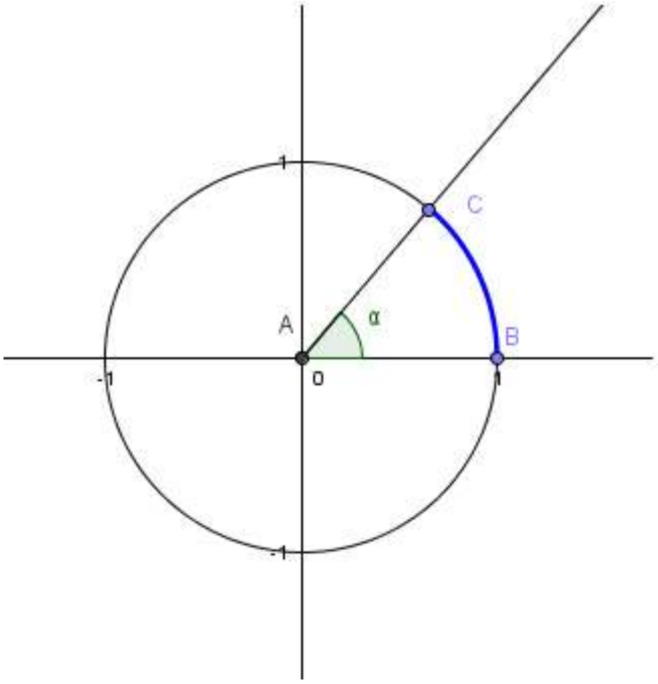
- **Duração prevista:** 100 minutos.
- **Área de conhecimento:** Trigonometria
- **Objetivos:** Conhecer a unidade de medida radiano para arcos e ângulos.
- **Pré-requisitos:** Arcos e ângulos na Circunferência.
- **Material necessário:** Folha de atividades; Laboratório de Informática / Projetor Multimídia e Notebook do Professor.
- **Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Medida de arcos em radianos.

Na aula anterior aprendemos que a semirreta que parte do centro (origem) do sistema cartesiano e passa por um ponto da circunferência, define um ângulo. Aprendemos que os ângulos são medidos em graus e que o círculo trigonométrico é dividido em 4 quadrantes.
Nesta aula, iremos aprender mais um pouco sobre o círculo trigonométrico, vamos estudar os arcos.

1 – ARCOS NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO:
Arco é um segmento da circunferência definida por dois pontos. Observe a figura abaixo:



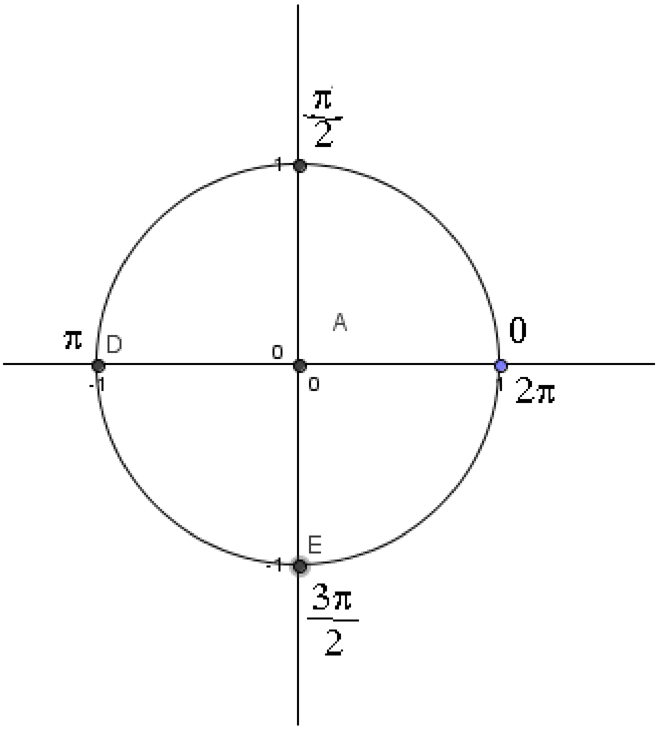
A semirreta que parte da origem e passa pelo ponto C da circunferência, define o arco BC. Este arco é definido pelo ângulo α, e em graus, tem a mesma medida. Porém, para nosso estudo, vamos considerar a medida dos arcos em Radianos.

2 – MEDIDA DE ARCOS NA CIRCUNFERÊNCIA:

Mas o que são radianos? Quanto vale um radiano?

Radiano é uma medida do arco que tem o mesmo comprimento do raio da circunferência que o contém. No caso do círculo trigonométrico, o radiano é o arco unitário que corresponde a ½Π.

Nesse sentido, podemos então dizer que uma circunferência tem 2 Π radianos. Vamos abreviar escrevendo, radianos com rd.



No círculo trigonométrico, o valor de Π é 3,14 aproximadamente.

Assim, podemos definir:

- Primeiro quadrante: 0 rd até Π/2 rd
- Segundo quadrante: Π/2 rd até Π rd
- Terceiro quadrante: Π rd até 3Π/2 rd
- Quarto quadrante: 3Π/2 rd até 2Π rd

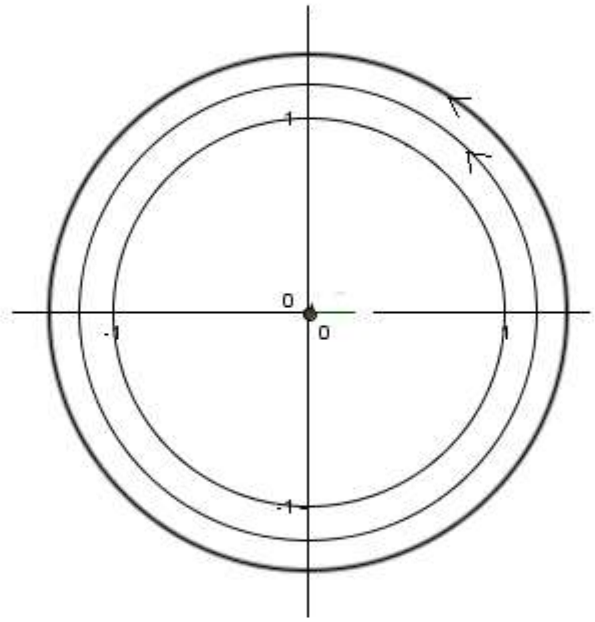
É importante lembrar que o sentido positivo do arco é anti-horário.

EXEMPLO 01:
Considere como referência um círculo trigonométrico de raio igual a 1 centímetro. Calcule o comprimento de um arco de 3Π/5.

Resolução:
Como = 3,14, teremos 3. 3,14/5 = 9,42/5 $\cong$ 1,88 cm.

EXEMPLO 02:
Em qual quadrante se encontra o arco 5Π/2 ?

Resolução:
Dividindo 5Π por 2, teremos como resposta 2Π e resto 1Π , que podemos representar simplesmente por Π . Como 2Π corresponde a uma volta completa, teremos duas voltas mais meia volta.



Dessa forma, a extremidade do arco está sobre o eixo horizontal, ou seja, o eixo X.

Atividades:

01. Tomando como referência uma circunferência de raio igual a 1 centímetro, calcule o comprimento dos arcos representados em radianos:

a) *3Π / 5 = 3. 3,14 / 5 = 9,42 / 5 = 1,884 cm*

b) *3 Π = 3.3,14 = 9,42 cm*

c) 7 Π / 8 = 7. 3, 14 / 8 = 21 ,98 / 8 = 2,75 cm

02. Verifique em qual quadrante está a extremidade de cada arco:

a) 7 Π / 2 = 7. 180° / 2 = 1260 / 2 = 630° → 630:360 = 1 volta + 270°. Está localizado sobre o eixo y, entre o terceiro e o quarto quadrantes.

b)11 Π / 3 = 11. 180 / 3 = 1980 / 3 = 660° → 660: 360 = 1 volta + 300°. Quarto quadrante.

03. Se desenharmos um relógio em um círculo de raio 1 cm, qual a medida do ângulo que mostra a abertura de um arco referente à medida de 5 minutos?

Resolução*:*
Um relógio tem 60 minutos. Podemos dividir em 12 arcos de 5 minutos. Como a circunferência tem 3600, cada arco de 5 minutos vale: 360:12 = 300.

04. Qual o ângulo que define o arco formado pelos ponteiros de um relógio de raio 1 cm, quando marcam 4 horas?

Resolução:
Ao marcar 4 horas, os ponteiros estarão exatamente sobre os números 12 e 4. Como são doze horas no relógio, cada hora equivale a 300. Assim, 4 horas equivale a 4 . 300 = 1200.

Avaliação

A avaliação será contínua, considerando o envolvimento do aluno com a aula (sua participação em expor suas dúvidas, sugestões,...) e com o professor, a participação na formulação das definições, a concretização dos trabalhos e a aplicação dos conteúdos adquiridos na resolução de problemas que façam parte de seu cotidiano. Contudo, devemos sempre respeitar as diferenças individuais dos alunos no processo ensino-aprendizagem. As atividades realizadas em grupo são sempre positivas no sentido de um ajudar o outro que tenha mais dificuldade com determinados assuntos. Enfim devemos pautar sempre nossas avaliações em situações concretas de aprendizagem e não no mero acúmulo de conteúdos, assim os conhecimentos retidos os ajudarão na formulação de conceitos para que dessa forma consigamos alcançar os principais objetivos do ensino da disciplina.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Caderno de atividades pedagógicas de aprendizagem autorreguladas – 03

ROTEIROS DE AÇÃO – Circunferência trigonométrica – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2014 –

http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 07/09/2014

MATEMÁTICA PAIVA, 1º Ano/Manoel PAIVA – 1º Edição – São Paulo: Moderna, 2009.

Matriz do Saerjinho -2012