FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO: Colégio Estadual Alberto Torres
PROFESSOR: Viviane Barcelos Barreto
MATRÍCULA: 0914.580-6
SÉRIE: 2ª
TUTOR (A): Edeson dos Anjos Silva

PLANO DE TRABALHO SOBRE REGULARIDADES NUMÉRICAS: SEQUÊNCIAS E MATEMÁTICA FINANCEIRA

Viviane Barcelos Barreto
vivi.b.barreto@hotmail.com

1. Introdução:

As sequências numéricas são muito comuns em nosso dia a dia. Elas estão presentes na organização dos dias do ano em um calendário, por exemplo. Também são de fundamental importância em situações que envolvem dinheiro, objeto de estudo da Matemática Financeira.

Sequências numéricas, ou seja, uma quantidade qualquer de números escritos um após o outro, resultam geralmente da observação de um determinado fenômeno ou fato.

Este Plano de Trabalho tem duração prevista de 8 horas/aulas, nas turmas do diurno. Será feito o uso do Projetor Multimídia (data show) e do Notebook do Professor como recurso pedagógico, na intenção de dar mais significado à matemática e com o intuito de despertar o interesse, a atenção, a concentração e um melhor desempenho na construção do seu conhecimento.

2. Desenvolvimento:

O PT terá início com a brincadeira da Charada, na atividade 1, esta competição será desenvolvida em 2 aulas, baseada no texto Revisitando e no RA1.

Na atividade 2, teremos questões contextualizadas envolvendo PA, baseada no texto Repensando-Parte 1, no site Info Escola e RA 3 _ neste momento a turma será avaliada através da resolução de problemas (PA).

Na atividade 3, teremos questões contextualizadas envolvendo PG, baseada no texto Repensando-Parte 1, no site Matemática Didática e RA 4 _ neste momento a turma será avaliada através da resolução de problemas (PG).

Na atividade 4, teremos, questões contextualizadas de matemática financeira, baseadas no RA 5_ neste momento a turma será avaliada através da resolução de problemas.

Vamos às atividades:

Atividade 1:

- **Habilidade relacionada:**
  H41 – Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números (padrões).
- **Pré-requisitos:**
  Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão.
- **Tempo de Duração:**
  O tempo previsto para aplicação nas turmas do <u>diurno</u> é de aproximadamente 2 horas/aulas.
- **Recursos Educacionais Utilizados:**
  Para a execução desta atividade serão utilizados: notebook do professor, o data show, Folha de atividades, lápis e borracha.
- **Organização da turma:**
  A turma estará disposta em grupos, propiciando um trabalho organizado e cooperativo.
- **Objetivos:**
  Identificar as regularidades em sequências numéricas.

- **Metodologia adotada:**

A turma será organizada em grupos e será mostrada através do datashow e notebook do professor a diferença entre os fenômenos reais/vivos imprevisíveis (parangolés) e outros previsíveis (números triangulares, quadrados).

O que dizer dos Parangolés (obra que só existe quando vestida pelo público, literalmente) do artista plástico Hélio Oiticica? Este é um exemplo típico da entrada do caos nos museus. Neste tipo de obra, temos que o espectador participa da própria obra. Aqui, sabemos o produto inicial, mas não temos como prever, após a prova de *n* espectadores, de que forma o parangolé estará.

O PARANGOLÉ

Hélio Oiticica chamava o Parangolé de "antiarte por excelência". Trata--se de uma espécie de capa (lembra ainda bandeira, estandarte, tenda) que não desfralda plenamente seus tons, cores, formas, texturas, grafismos ou as impregnações dos seus suportes materiais (pano, borracha, tinta, papel, vidro, cola, plástico, corda, esteira) senão a partir dos movimentos -- da dança -- de alguém que a vista. O Parangolé foi *descoberto* (é a palavra que Hélio emprega) em 1964.

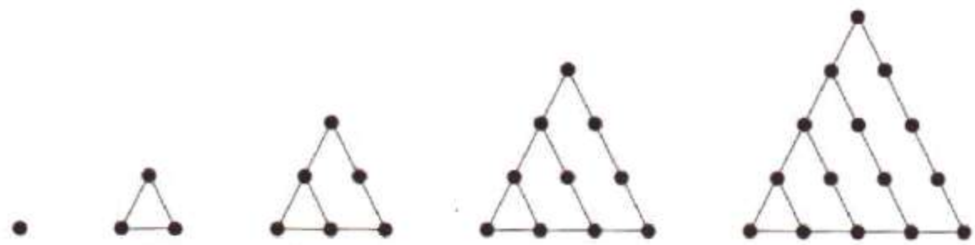
Fonte: http://www2.uol.com.br/antoniocicero/parangole.html

Figura: O parangolé é para ser vestido ou carregado. Podem ser capas, estandartes ou bandeiras com cores que vão se revelando com os movimentos realizados pelo usuário. Ou seja, o resultado visual dependerá da ação da pessoa. O que é totalmente imprevisível.

Fonte: http://www.flickr.com/photos/pedrogaldino/5991225367/ - Pedro Galdino

Com isto, observamos que existem fenômenos previsíveis e outros que são caóticos. Aqui, nós iremos discutir sequências de números totalmente previsíveis. Para determinar todos os seus elementos, basta conhecermos algum (não necessariamente o primeiro) de seus elementos e a regra de formação da sequência. Ou seja, temos total controle do que ocorrerá no momento seguinte.

Vamos a um exemplo:

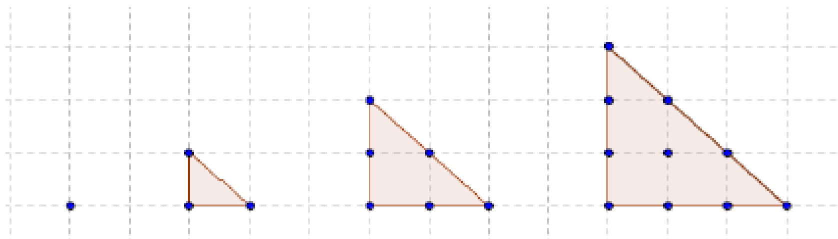


Acima vemos uma ilustração do que os gregos denominavam números triangulares. Se você entende a lógica de como as figuras estão sendo formadas, o próximo desenho da sequência é totalmente previsível, não?

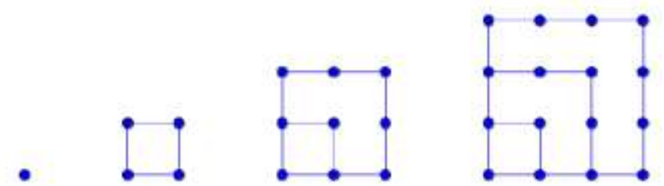
Observe que o primeiro elemento da sequência é o 1, o segundo é o 3 = 1 + 2, depois temos 6 = 3 + 3, em seguida 10 = 6 + 4, depois 15 = 10 + 5. O próximo, então, será o 21, certo? Para formar o 21, pegamos o elemento anterior 15 e acrescentamos uma fileira com 6 pontos, ou seja, 21 = 15 + 6, sendo este o sexto número triangular. Utilizando esta ideia de recorrência (para encontrar um termo qualquer é necessário saber o anterior), temos total controle sobre quais são todos os termos da sequência, ou seja, podemos determinar todos os números triangulares. Assim:

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Geometricamente, é fácil perceber que o enésimo número triangular é dado pela soma dos n primeiros números naturais (sem o zero). Olhe as diagonais coloridas na figura abaixo!



A sequência de figuras abaixo representa o que podemos chamar de sequência dos números quadrados. Por que você acha que esses números eram chamados por esse nome? Escreva abaixo de cada figura o número correspondente.



_____ _____ _____ _____ _____

Nesta figura, vemos números quadrados. Estes também formam padrões facilmente observáveis. Você deve ter observado que a sequência dos números quadrados utilizada na Grécia Antiga, pode ser representada, nos dias de hoje, por uma sequência numérica, nesse caso, 1, 4, 9, 16, 25,...

Dessa forma, vimos que o primeiro número da sequência dos números quadrados é 1, o segundo número é o 4.

Você saberia dizer quais são os números das outras posições? Qual seria o sexto termo? E o sétimo termo? ________________________

Como poderia ser representado o número que estivesse na posição ***n***? Tente escrever uma fórmula que o represente.

____

Podemos pensar que para encontrar o enésimo número quadrado Q_n, basta calcular n^2. Temos aqui uma maneira interessante de somar todos os números ímpares até $2n-1$. Olhando para a sequência dos números quadrados, vamos somar os pontos de cores distintas:

1) $Q_1 = 1 = 1^2$

2) $Q_2 = 4 = 2^2 = 1 + 3$

3) $Q_3 = 9 = 3^2 = 1 + 3 + 5$

4) $Q_4 = 16 = 4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$

Abaixo apresentamos uma tabela com diversos padrões.

Temos regularidades tanto na horizontal quanto na vertical!

Veja!

Números triangulares	1	3	6	10	15	21	28	36	45	...
Números quadrados	1	4	9	16	25	36	49	64	81	...
Números pentagonais	1	5	12	22	35	51	70	92	117	...
Números hexagonais	1	6	15	28	45	66	91	120	153	...
Números heptagonais	1	7	18	34	55	81	112	148	189	...
Números octogonais	1	8	21	40	65	96	133	176	225	...
Números eneagonais	1	9	24	46	75	111	154	204	261	...
Números decagonais	1	10	27	52	85	126	175	232	297	...
Números undecagonais	1	11	30	58	95	141	196	260	333	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Descreva as sequências definidas abaixo pelos seus respectivos termos gerais, explicitando os seus quatro primeiros termos.

a) $a_n = n^3$____

b) $a_n = 2n$____

c) $a_n = 4n - 1$____

Em seguida, cada grupo receberá uma folha com sequências para que sejam descobertos quais são os três próximos números ou elementos de cada uma. O grupo que realizar a tarefa, corretamente, primeiro, será campeão e receberá uma caixa de bombons.

Modelo da **Folha de atividades avaliativa** que cada grupo receberá:

CEAT MATEMÁTICA 2° ano do Ensino Médio
Grupo: ________________________________ Professora: Viviane Barcelos

CHARADAS

1) Considere as seguintes sequências de números:

I. 3, 7, 11, ... II. 2, 6, 18, ... III. 2, 5, 10, 17, ...

O número que continua cada uma das sequências na ordem dada deve ser respectivamente:

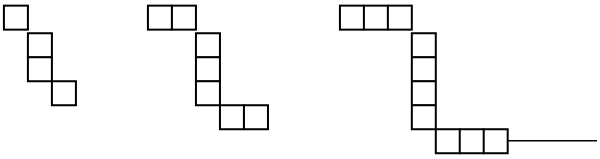
a) 15, 36 e 24
b)15, 54 e 24
c) 15,54 e 26
d) 17, 54 e 26
e) 17, 72 e 26

2) Descubra o próximo elemento das sequências abaixo:

a) ○ □ ○ □ ○ □ ________

b) ✯○□◇✯○□◇✯ ________

c) ○ ○○ ○○○ ○○○○ __________

d)


e) (3, 4, 5, 6, 7, ___)

f) (10, 8, 6, 4, ___)

g) (5, 5, 5, 5, ___)

h) (2, 5, 8, 11, 14, ___)

i) (12, 7, 2, -3, -8, -13, ___)

j) (4, 8, 16, 32, 64, ___)

k) (8, 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, ____)

l) (-2, 6, -18, 54, ___)

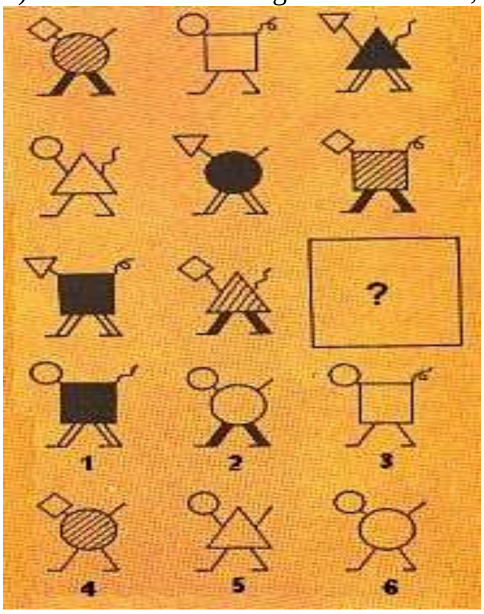
3) Escreva o número seguinte nessa sequência 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8,

a. ( ) 9   b. ( ) 10
c. ( ) 11 d. ( ) 12
e. ( ) 13

4) Continuando a seqüência de letras F, N, G, M, H . . ..., ..., temos, respectivamente:

(A) O, P.   **(B)** I, O.
(C) E, P.   **(D)** L, I.   **(E)** D, L.

5) Selecione entre as figuras numeradas, a que completa a sequência.



6) Alguns meses tem 30 dias, outros tem 31. Quantos tem 28 ?

7) Quantas vezes se pode subtrair 5 de 25?

a) 5   **b)** 1   **c)** 4

8) Se seis homens levam seis dias para cavar seis buracos, quanto tempo leva um homen para cavar meio buraco?

Resposta

Atividade 2:

- **Habilidade relacionada:**

  H54 - Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral.

- **Pré-requisitos:**

  Sequências numéricas

- **Tempo de Duração:**

  O tempo previsto para aplicação desta atividade nas turmas do <u>diurno</u> é de aproximadamente 2 horas/aulas.
- **Recursos Educacionais Utilizados:**

  Para a execução desta atividade serão utilizados: a Folha de atividades, lápis, borracha, notebook do professor e o data show.
- **Organização da turma:**

  A turma estará disposta em duplas, propiciando um trabalho organizado e cooperativo.
- **Objetivos:**

  Entender propriedades e conceitos relacionados às Progressões Aritméticas.
- **Metodologia adotada:**

Se nós pararmos para pensar, existem muitas situações cotidianas que envolvem sequências. Para que o estudo seja mais prazeroso e a aprendizagem mais eficaz, vamos pensar em algumas situações onde a diferença entre seus termos seja constante?

Vejamos algumas situações cotidianas:

Exemplo 1___ Imagine que uma companhia que administra rodovias quer colocar radares eletrônicos ao longo dos 500 km de sua estrada. Para tanto, a concessionária faz o seguinte plano: o primeiro radar será colocado no quilômetro 10 da estrada, o segundo no quilômetro 50, o terceiro no quilômetro 90, e assim por diante. Quantos radares a empresa necessitará adquirir?

Junte-se a seu colega e resolva este problema descrito no exemplo 1.

Ao propor um problema assim aos estudantes, sabemos que muitos irão escrever a sequência das localizações e depois contar os radares. Ainda bem que são só treze!

(10, 50, 90, 130, 170, 210, 250, 290, 330, 370, 410, 450, 490)

Geralmente, quando queremos determinar certos elementos de um conjunto, ordenamos esses elementos seguindo um determinado padrão. Dizemos que, esse conjunto corresponde a uma sequência ou sucessão. Elementos de uma **sequência** podem ser de vários tipos. Veremos alguns exemplos propostos a seguir:

a) A escalação de um time de futebol escritos em ordem alfabética:

(Deola, Marcio, Marcos, Kleber, Valdívia,...,Victor).

b) Anos em que aconteceram os jogos pan-americanos no período de 1991 a 20011: (1991, 1995, 1999, 2003, 2007, 2011).

c) Sequência dos números primos: (2, 3, 5, 7, 11, 13,...)

Cada um desses elementos dos conjuntos que chamamos de sequência ou sucessões é denominado **termo**. Na sequência que anteriormente dizemos ser uma escalação de um time de futebol, Deola é o primeiro termo, Marcio o segundo termo, e assim por diante. De um modo geral, a representação dos termos de uma sequência é dada por uma letra e um índice que indica a posição do termo na sequência.

O primeiro termo da sequência, por exemplo, pode aparecer indicado como a_1, O segundo termo por a_2, o terceiro termo por a_3 e assim sucessivamente. Além dessas definições de sequências indicamos também o enésimo termo conhecido também pela notação definida a_n. O elemento a_n (termo geral) pode representar qualquer termo da sequência assim quando formos nos referir, por exemplo, ao 15° termo da sequência, basta indicarmos por $a_n = a_{15}$.

Indicamos também por a_n qualquer elemento que queremos tomar, pois a_n é conhecido principalmente por ser um termo de ordem n. A representação de uma sequência dada por definição é: $(a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n)$.

No exemplo 1 encontramos a seguinte sequência: (10, 50, 90, 130, 170, 210, 250, 290, 330, 370, 410, 450, 490), onde: $a_1 = 10$, $a_2 = 50, \dots$, $a_{11} = 410, \dots$, $a_{13} = 490$

Se uma sequência qualquer possui o último termo dizemos que ela é uma sequência **finita**. Se essa sequência não possui o último termo, dizemos que é **infinita**. Veja os exemplos a seguir:

→Sequências finitas:

Números primos entre 2 e 29 → (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29);

Números pares menores que 10 → (0, 2, 4, 6, 8)

→Sequências infinitas

<u>Números naturais</u> (0, 1, 2, 3, 4, 5,...);

<u>Números primos</u> (2, 3, 5, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37,...);

<u>Números pares</u> (0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16,...).

No universo escolar do Ensino Médio são estudadas, principalmente, dois tipos de sequências numéricas: as progressões aritméticas e as progressões geométricas, conhecidas usualmente como PA e PG. Essas progressões modelam fenômenos que sofrem variações iguais em intervalos de tempo iguais.

Para definirmos o que é uma sequência dizemos que é todo conjunto de elementos numéricos ou não que são colocados em certa ordem.

Desta forma, chamamos de <u>progressão aritmética</u> a toda sequência numérica onde cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do termo anterior com uma constante r. Essa constante é chamada de razão.
É importante que o estudante note que a diferença entre um termo e o seu anterior é constante e que, conhecido um termo da PA, para avançar um termo basta somar a razão r, para avançar dois termos bastar somar 2r e, assim por diante. Veja:

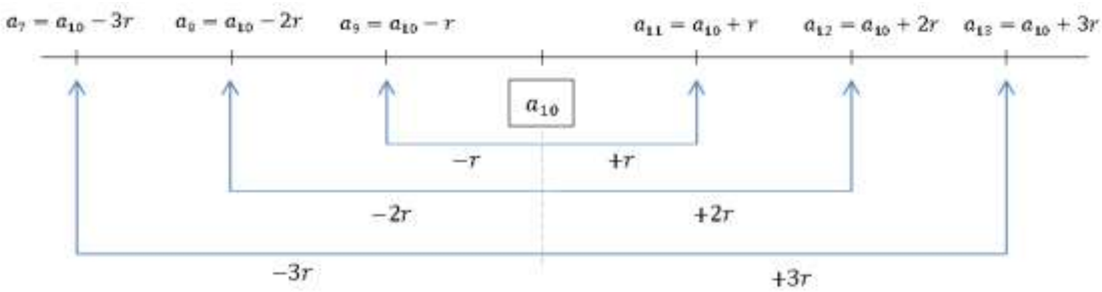


Figura: Esquema de uma P.A. a partir do seu décimo termo.

Na sequência numérica do exemplo 1, temos:

(10, 50, 90, 130, 170, 210, 250, 290, 330, 370, 410, 450, 490)

- 40 + 40

- 80 + 80

No esquema da figura acima, a ideia é que a lei de formação de uma PA vale independentemente se começamos a trabalhar com o primeiro ou o décimo termo.

A partir daí, é bem simples fazer com que o aluno perceba que o enésimo termo $\mathbf{a_n}$ pode ser visto como: $\mathbf{a_n = a_1 + (n - 1).\ r}, \forall\ \mathbf{n} \in \mathbf{N},\ \mathbf{n} \geq \mathbf{2}$, pois, o aluno percebe a regularidade ao escrevermos:

$\mathbf{a_2 = a_1 + r}$;

$\mathbf{a_3 = a_1 + 2r}$;

$\mathbf{a_4 = a_1 + 3r}$;

$\mathbf{a_5 = a_1 + 4r}$ ... $\longrightarrow$ $\boxed{\mathbf{a_n = a_1 + (n - 1).r}}$

Agora, junto com seu colega, aplique a fórmula acima para conferir o valor do 13º termo do problema do exemplo 1.

Exemplo 2___ Uma pessoa fez uma compra para pagar em 4 prestações da seguinte forma: a primeira prestação foi de R$ 600,00 e depois disso, cada prestação sofreu um acréscimo de R$ 50,00 em relação à prestação anterior. Qual foi o valor total pago por esta compra?

Junte-se a seu colega e resolva este problema descrito no exemplo 2.

(600, 650, 700, 750)

Valor total pago = 600 + 650 +700 + 750 = 2700

Vocês conhecem a velha história de Gauss e seu castigo matemático?

Conta a lenda, que Gauss (1777-1855) aos sete anos de idade teve que somar os números naturais de 1 a 100. Esta foi a forma que seu professor viu de acalmar sua turma. Porém o garoto Gauss era um prodígio e, em poucos minutos, entregou o resultado correto.

Em geral, se pedirmos para os alunos calcularem a soma 1 + 2 + 3 + ... + 98 + 99 + 100, eles o fazem de forma linear, não se aproveitando das propriedades que a adição de números naturais possui. Gauss se aproveitou da comutatividade e da associatividade da soma de números naturais para matar o problema.

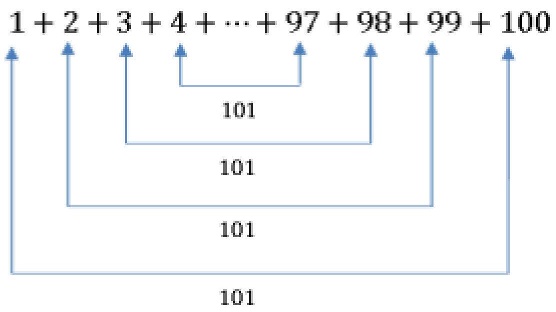


Figura: Soma dos termos de 1 a 100 pensada por Gauss.

Gauss então observou que ele tinha 50 somas (metade da quantidade de termos, pois somou de 2 em 2 números) de valor 101, chegando ao resultado de 5050, que ele prontamente entregou ao seu professor que ficou surpreso. Basicamente essa é a ideia mais simples para somar os n primeiros termos de uma PA (ir somando pelos extremos, pois todas as somas serão iguais).

Logo a soma de todos os termos pode ser calculada assim:

$$\boxed{S_n = \frac{(a1+an).\ n}{2}}$$

Agora, com base no que foi explicado, junte-se a seu colega e resolva este problema usando a fórmula da soma dos termos de uma P.A. no problema do exemplo 2.

$S_4 = \frac{(600+750).\ 4}{2} = 1\ 350.\ 2 = 2\ 700$

Modelo da **Folha de atividades avaliativa** que cada dupla receberá:

CEAT MATEMÁTICA 2° ano do Ensino Médio
Grupo: ______________________________________Professora: Viviane Barcelos Barreto

Resolva as questões abaixo:

1__ Um ciclista percorre 20 km na primeira hora, 17 km na segunda hora, e assim por diante, em P.A. Quantos quilômetros percorrerá na quinta hora?

2__ Um agricultor colhe laranjas durante doze dias da seguinte maneira: no 1º dia, são colhidas dez dúzias; no 2º dia, 16 dúzias; no 3º, 22 dúzias, e assim por diante. Quantas laranjas ele colherá no 12º dia?

3__Um preparador físico sugeriu a um nadador que adotasse, durante dez dias, o seguinte programa de condicionamento:

DIA	ESTILO LIVRE	ESTILO COSTAS
1º	600m	200m
2º	800m	350m
3º	1000m	500m
...	...	...

Quantos metros serão totalizados pelo nadador ao final dos dez dias?

4__ Um cinema possui 20 poltronas na primeira fila, 24 na segunda e 28 na terceira fila; as demais filas se compõem na mesma sequência. Se esse cinema tem 10 filas, quantas poltronas há no cinema?

5__ "A Copa de Futebol é um evento que ocorre de quatro em quatro anos". A 1ª Copa foi realizada em 1930, no Uruguai. De lá para cá, apenas nos anos de 1942 e 1946 a Copa não foi realizada, devido à 2ª Guerra Mundial.

a) A Copa de 2014 será realizada no Brasil. Qual será a ordem desse evento?

b) Haverá Copa em 2100? E, em 2150?"

Atividade 3:

- **Habilidade relacionada:**

  H54 - Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral.
- **Pré-requisitos:**

  Sequências numéricas
- **Tempo de Duração:**

  O tempo previsto para aplicação desta atividade nas turmas do diurno é de aproximadamente 2 horas/aulas.
- **Recursos Educacionais Utilizados:**

  Para a execução desta atividade serão utilizados: a Folha de atividades, lápis, borracha, notebook do professor e o data show.
- **Organização da turma:**

  A turma estará disposta em duplas, propiciando um trabalho organizado e cooperativo.
- **Objetivos:**

  Entender propriedades e conceitos relacionados às Progressões Geométricas.
- **Metodologia adotada:**

Será usado o data show e notebook do professor para projeção do seguinte texto:

Aprenderemos, a partir de situações-problema, outra sequência, extremamente importante na matemática, e que pode ser aplicada a diversas situações.

Vejamos algumas situações cotidianas:

Situação-problema 1:

Um grupo de estudantes fez um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Eles observaram que ao final de um minuto havia 1 elemento na população; ao final de dois minutos, haviam 3, ao final de três minutos haviam 9 e assim por diante. Quantos elementos haviam na população, ao final de 7 minutos?

(1, **3**, **9**, **27**, 8**1**, 243, **729**)

A exploração da primeira situação nos permitirá definir uma PG, deduzir seu termo geral e explorar algumas propriedades.

Ela nos traz um problema populacional contextualizado bastante comum. Pode-se visualizar o número de elementos obtido a cada mês como um termo de uma sequência numérica.

Tente responder:

1) Dentro desse raciocínio qual seria o primeiro termo da sequência?

____

2) Encontre os três primeiros termos da sequência.

____

3) Descreva, em breves palavras, como você procederia para encontrar cada termo da sequência.

____

____

4) Você consegue observar alguma característica especial nessa sequência? Qual?

____

____

5) O que acontece quando dividimos um termo da sequência pelo seu termo anterior?

____

____

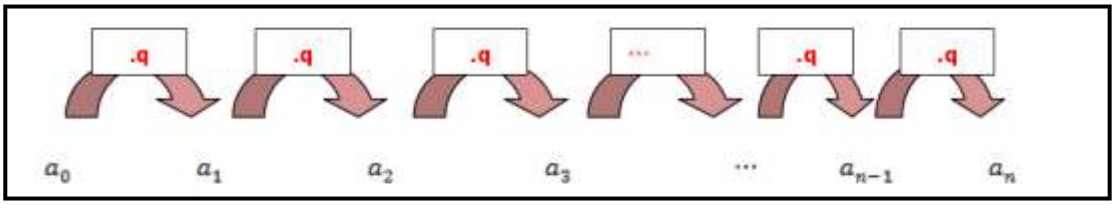
6) Quantos elementos haviam na população, ao final de 7 minutos?_______________

Você deve ter notado que a sequência, que nos levará a resolver o problema colocado na Situação 1, possui uma propriedade muito especial, cada termo é obtido pelo produto (multiplicação) do termo anterior por uma constante fixa, chamada razão e representada pela letra q.

Assim, toda sequência numérica que possui tal propriedade recebe um nome especial. Elas são chamadas de Progressões Geométricas ou, simplesmente, PG.

Uma sequência numérica é chamada de Progressão Geométrica (PG), quando cada termo, a partir do segundo, é o produto do termo anterior com uma constante. Essa constante, que indicaremos por q, é denominada razão da Progressão Geométrica.

Observe que:



É útil que você perceba que dado um termo qualquer da PG e sua razão, podemos encontrar qualquer outro termo, seja dividindo por potências de q, se o termo que queremos for anterior na sequência, ou multiplicando por potências de q, se o termo for posterior. Veja o esquema a seguir para $\boldsymbol{a_7}$:

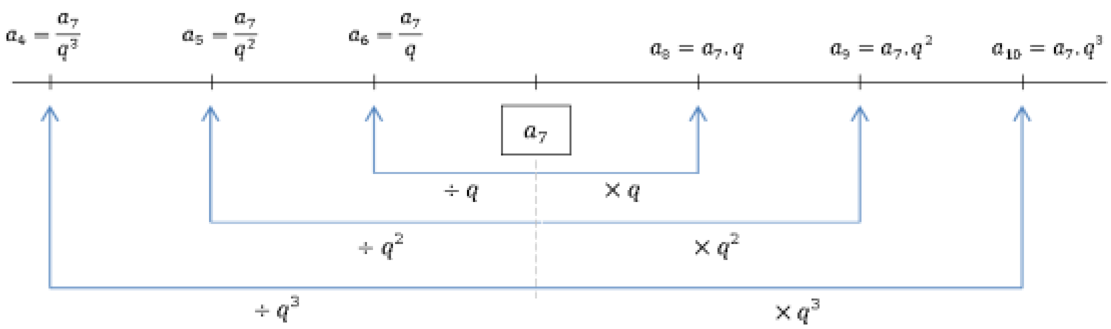


Figura: Esquema de uma PG a partir de seu sétimo termo.

Observe esta sequência: P.G. (**3**, **12**, **48**, **192**, **768**)

Acima temos a representação de uma progressão geométrica finita.

Um termo qualquer é identificado por $\mathbf{a_n}$, onde **n** indica a posição deste termo.

Por exemplo:

O termo $\mathbf{a_3}$ se refere ao terceiro termo desta P.G., que no caso é igual a **48**,

O primeiro termo, $\mathbf{a_1}$, nesta P.G. é igual a **3**.

O quociente entre dois termos consecutivos de uma P.G. é constante. Neste exemplo, este valor é igual a **4**.

Veja, a divisão do segundo pelo primeiro termo é igual a **4**.

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{12}{3} = 4$ ou $\frac{a_4}{a_3} = \frac{192}{48} = 4$

Este valor constante que é o quociente entre um termo e seu anterior é denominado **razão da progressão geométrica** e é representado pela letra **q**.

$\mathbf{q} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{12}{3} = 4$

$\mathbf{q} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{48}{12} = 4$

<u>Progressão Geométrica Constante</u>

Uma progressão geométrica é constante quando a sua razão é igual a 1, ou quando o primeiro termo é igual a zero. Neste caso todos os termos da P.G. têm o mesmo valor.

Exemplos:

P.G. (**0**, **0**, **0**, **0**, **...**)

P.G. (**5**, **5**, **...**, **5**)

P.G. (**9**, **9**, **9**)

No primeiro exemplo temos que $\mathbf{a_1 = 0}$ e nos outros dois $\mathbf{q = 1}$.

<u>Progressão Geométrica Crescente</u>

Uma progressão geométrica é crescente quando o consequente de um termo qualquer é maior que este termo.

Isto ocorre quando $\mathbf{q > 1}$ e $\mathbf{a_1 > 0}$, ou quando $\mathbf{0 < q < 1}$ e $\mathbf{a_1 < 0}$.

Exemplos:

P.G. (**1**, **2**, **4**, **...**)

P.G. (**-480**, **-120**, **-30**, **...**)

Note que a razão das progressões acima é respectivamente **2** e **0,25**. No primeiro caso, $\mathbf{q > 1}$ e $\mathbf{a_1 > 0}$ e no segundo caso temos que $\mathbf{0 < q < 1}$ e $\mathbf{a_1 < 0}$.

Progressão Geométrica Decrescente

Uma progressão geométrica é decrescente quando o consequente de um termo qualquer é menor que este termo.

Isto ocorre quando $\mathbf{q > 1}$ e $\mathbf{a_1 < 0}$, ou quando $\mathbf{0 < q < 1}$ e $\mathbf{a_1 > 0}$.

Exemplos:

P.G. (**-35**, **-105**, **-315**, **...**)

P.G. (**1400**, **560**, **224**, **...**)

Veja que a razão das progressões acima é respectivamente **3** e **0,4**. No primeiro exemplo, $\mathbf{q > 1}$ e $\mathbf{a_1 < 0}$ e no segundo temos que $\mathbf{0 < q < 1}$ e $\mathbf{a_1 > 0}$.

Progressão Geométrica Alternante ou Oscilante

Uma progressão geométrica cujos termos alternem ou oscilem de positivo para negativo e vice-versa, é denominada P.G. oscilante ou P.G. alternante. Isto ocorre quando $\mathbf{q < 0}$ e $\mathbf{a_1 \neq 0}$.

Exemplos:

P.G. (**-3**, **6**, **-12**, **...**)

P.G. (**729**, **-2187**, **6561**, **-19683**, **...**)

Em ambos os casos $\mathbf{a_1 \neq 0}$. No primeiro caso a razão é igual a **-2**, logo $\mathbf{q < 0}$ e no segundo temos que a razão é igual a **-3**, portanto também temos $\mathbf{q < 0}$.

Fórmula do Termo Geral de uma P.G.

Sabemos que o termo seguinte a um termo de uma P.G. é igual ao referido termo multiplicado pela razão **q**. Para uma P.G. genérica podemos dizer que o segundo termo é igual ao primeiro termo, $\mathbf{a_1}$, vezes a razão **q**:

$$a_2 = a_1 . q$$

O terceiro termo é resultado da multiplicação do segundo termo pela razão:

$$a_3 = a_2 . q$$

$$\text{Como } a_2 = a_1 . q$$

$$\text{Então: } a_3 = a_1 . q . q = a_1 . q^2$$

O quarto termo é resultado do produto do terceiro termo com a razão e como sabemos que $\mathbf{a_3} = \mathbf{a_1 . q^2}$, temos:

$$a_4 = a_3 . q = a_1 . q^2 . q = a_1 . q^3$$

Pelo mesmo raciocínio, o quinto termo será:

$$a_5 = a_4 . q = a_1 . q^3 . q = a_1 . q^4$$

O sexto termo será: $a_6 = a_5 . q = a_1 . q^4 . q = a_1 . q^5$

De forma resumida, temos:

$$\left\{\begin{array}{c} a_2 = a_1 . q \\ a_3 = a_1 . q^2 \\ a_4 = a_1 . q^3 \\ a_5 = a_1 . q^4 \\ a_6 = a_1 . q^5 \\ . \\ . \\ . \\ \boxed{a_n = a_1 . q^{n-1}} \end{array}\right.$$

Agora, se você não conseguiu resolver a Situação-problema 1 acima, com o seu colega, já será possível resolvê-lo através da fórmula.

$$\mathbf{a_7 = 1\,.\,3^{7-1} = 3^6 = 729}$$

Situação-problema 2:

Um vazamento em um tanque de gasolina provocou a perda de 2 litros no primeiro dia. Como o orifício responsável pela perda foi aumentando, no dia seguinte o vazamento foi o dobro do dia anterior. Se essa perda foi dobrando a cada dia, quantos litros de gasolina foram desperdiçados no total, após o décimo dia ?

(**2, 4, 8, 16**, **32**, 64, **128, 256, 512, 1024**)   Soma = 2046

Agora, leia com atenção o problema exposto na Situação 2.

A quantidade de gasolina que vaza dia após dia do tanque pode ser vista como uma sequência numérica com primeiro termo 2. Visto que, o orifício responsável pela perda foi aumentando e no dia seguinte o vazamento foi o dobro do dia anterior, logo no segundo dia vazaram 4 litros (2 .2 = 4). O segundo termo seria 4.

Converse com seu colega e registre a sequência numérica que pode modelar o problema e responda às seguintes questões:

__ A sequência é uma progressão especial? Por quê?

____

Você deve ter percebido que a sequência que modela a Situação 2 é uma PG com primeiro termo 2 e razão 2. Note que, para resolvermos o problema, devemos somar os termos da PG.

Para iniciarmos nossa investigação a respeito da soma dos termos de uma PG, vamos partir da seguinte estória:

Uma antiga lenda conta que numa província indiana havia um poderoso rajá que havia perdido o filho em uma batalha. O rajá estava em constante depressão e passou a descuidar-se de si e do reino.

Certo dia o rajá foi visitado por um jovem brâmane chamado Lahur Sessa, que lhe apresentou um tabuleiro com 64 casas brancas e negras contendo diversas peças que representavam a infantaria, a cavalaria, os carros de combate, os condutores de elefantes, o principal vizir e o próprio rajá. Sessa explicou que a prática do jogo daria conforto espiritual ao rajá e que ele finalmente encontraria a cura para a sua depressão; o que realmente ocorreu.

O rajá, agradecido, insistiu para que Sessa aceitasse uma recompensa por sua invenção e Sessa pediu simplesmente um grão de trigo para a primeira casa do tabuleiro, dois para a segunda, quatro para a terceira, oito para a quarta e assim sucessivamente até a última casa. Espantado com a modéstia do pedido do brâmane, o rajá ordenou que fosse pago imediatamente a quantia em grãos que fora pedida.

Depois que foram feitos os cálculos, os sábios do rajá ficaram atônitos com o resultado que a quantidade de grãos havia atingido, pois, segundo eles, toda a safra do reino durante 2.000 anos não seriam suficientes para cobri-la.

Impressionado com a inteligência de Sessa, o rajá o convidou para ser o principal vizir do reino e Sessa perdoou sua grande dívida com ele.

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Lahur_Sessa

Fonte xadrez: http://www.sxc.hu/photo/1393465 - Corn_CIO's

__ Após a leitura do texto, escreva uma sequência numérica que represente o número de grãos em cada casa do tabuleiro. ____

Esperamos que o aluno descreva a seguinte sequência: (1,2,4,8,16, … , 2^{62} , 2^{63})

__ Façamos agora como os sábios antigos e calculemos o número de grãos que deveriam ser colocados no tabuleiro. Para isso, responda às seguintes perguntas e preencha os espaços em branco:

a) A soma que resolve o problema é dada por $S = 1 + 2 + 4 + \cdots + 2^{\square} + 2^{\square}.$

b) Ao multiplicarmos ambos os lados da igualdade acima pela razão da PG temos:

$$2S = 2 \cdot (1 + 2 + 4 + \cdots + 2^{62} + 2^{63}) = 2^{\square} + 2^{\square} + 2^{\square} + \cdots + 2^{\square} + 2^{\square}$$

c) Assim, temos: $\begin{cases} 2S = 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{63} + 2^{64} \\ S = 1 + 2 + 4 + \cdots + 2^{62} + 2^{63} \end{cases}$

d) Finalmente, efetue a subtração entre a primeira e a segunda equação e resolva o problema.

Agora é com você, junte-se com seu colega e, usando a mesma ideia que você acabou de ver com a lenda, encontre a resposta do problema colocado na Situação 2.

Dada uma PG com primeiro termo e razão podemos obter a soma de seus primeiros termos, utilizando as mesmas ideias aplicadas na situação anterior.

Assim: $\boxed{S_n = \frac{a1\,.(q^n - 1)}{(q-1)}}$

Agora, use a fórmula acima para conferir a resposta do problema colocado na Situação-problema 2.

Veja quantos problemas podemos resolver usando sequências numéricas. Existem muitos outros problemas que podem ser resolvidos utilizando-se dos conceitos que desenvolvemos aqui. Mãos à obra e bons estudos!

Modelo da **Folha de atividades avaliativa** que cada dupla receberá:

CEAT MATEMÁTICA 2° ano do Ensino Médio
Grupo: ___________________________________ Professora: Viviane Barcelos

Resolva as questões abaixo:

1__ Um grupo de estudantes fez um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Eles observaram que ao final de um minuto havia 1 elemento na população; ao final de dois minutos, havia 3, ao final de três minutos havia 9, assim por diante. Nessa sequência, que padrão pode-se observar em relação ao crescimento da população de vírus? Que tipo de progressão esse padrão representa?

2__ Uma população de bactérias é duplicada de hora em hora, sabendo que, inicialmente, a população era de 6 bactérias, qual a população de bactérias ao final de 9 horas?

3__ Para controle de populações de baratas, certo laboratório desenvolveu um veneno em que uma barata contaminada por ele, enquanto viva, contamina todas as que entrarem em contato com ela. Supondo que uma barata contaminada leve um minuto para morrer e que nesse período contamine outras **três** baratas, e estas a outras **três** cada uma, e assim por diante, qual a quantidade total de baratas mortas após cinco minutos?
( ) 81 ( ) 121 ( ) 243 ( ) 364

4__Numa cidade, 20.000 jovens alistaram-se para o serviço militar. A junta militar da cidade convocou, para exame médico, 3 jovens no 1º dia, 15 no 2º dia, 75 no 3º dia e assim por diante conforme uma PG. Quantos jovens ainda restam ser convocados para o exame após o 5º dia de convocação?
( ) 1 875 ( ) 8 282 ( ) 2 343 ( ) 17 657

Atividade 4:

- **Habilidade relacionada:**

  H54 – Resolver problemas envolvendo juros simples ou compostos.

- **Pré-requisitos:**

  Porcentagem

- **Tempo de Duração:**

  O tempo previsto para aplicação desta atividade nas turmas do <u>diurno</u> é de aproximadamente 2 horas/aulas.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

  Para a execução desta atividade serão utilizados: a Folha de atividades, calculadora, lápis, borracha, notebook do professor e o data show.

- **Organização da turma:**

  A turma estará disposta em duplas, propiciando um trabalho organizado e cooperativo.

- **Objetivos:**

  Entender os conceitos de Juros Simples e Compostos.

  Resolver problemas com o uso da Matemática Financeira.

- **Metodologia adotada:**

A turma será organizada em grupos e será mostrado através do data show e notebook do professor vários problemas para serem resolvidos juntos e, assim desenvolveremos, e aprenderemos conceitos importantes em Matemática Financeira.

Por meio da resolução de problemas iremos abordar os conceitos de Juros Simples, Juros Compostos e o Problema da Equivalência de Capitais.

___Problema 1__

Uma pessoa toma um empréstimo no valor de R$ 100,00. E foi combinado que o empréstimo seria quitado ao final de dois meses, com taxa de juros de 10% a.m. .Qual será o valor pago para a quitação do empréstimo?

Como não apresentamos maiores detalhes no Problema 1, esperamos que os alunos apresentem, ao menos, duas soluções diferentes para o problema.

Primeira solução	Segunda solução
Trabalha com o sistema de Juros Simples.	Trabalha com o sistema de Juros Compostos (juros sobre juros):
No primeiro mês, teremos de juros:	No primeiro mês, teremos de juros:
10% de 100 = $\frac{10}{100}$ x 100 = 10	10% de 100 = $\frac{10}{100}$ x 100 = 10
No segundo mês, teremos de juros:	No segundo mês, teremos de juros:
10% de 100 = $\frac{10}{100}$ x 100 = 10	10% de 110 = $\frac{10}{100}$ x 110 = 11
Total de juros a ser pago:	Total de juros a ser pago:
10 + 10 = 20	10 + 11 = 21
O valor pago para quitação do empréstimo é de R$ 120,00	O valor pago para quitação do empréstimo é de R$ 121,00

Repare que os dois raciocínios estão corretos, visto que o enunciado do problema não especifica o sistema pelo qual deverão ser calculados os juros.
Aqui foram apresentados dois sistemas de cálculo de juros, Juros Simples e Compostos.
É possível que se pergunte então: Em quais situações são usados os Juros Simples?
Em geral, as instituições financeiras e comerciais trabalham com o sistema de Juros Compostos. Mas existem situações em que os cálculos são feitos no sistema de Juros Simples. Ao ser pago um título de R$ 100,00, menos de trinta dias após a data de vencimento, o montante a ser pago será calculado com Juros Simples.

___Problema 2___

Agora, calcule o valor a ser pago por um título de R$ 100,00, seis dias após o vencimento, sabendo-se que a taxa de juros do título é de 12% a.m.

<u>OBS</u>: Espera-se que o aluno aplique o raciocínio envolvendo, de alguma forma, a proporcionalidade.

O mês comercial é considerado com trinta dias. Daí, um atraso de seis dias corresponde a $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ do mês.

Assim, os juros a serem pagos ao final de trinta dias seriam R$ 12,00. Mas como o atraso corresponde a $\frac{1}{5}$ do mês, os juros também seriam de $\frac{1}{5}$ de R$ 12,00, que é R$ 2,40.

Portanto, o valor a ser pago será de R$102,40.

___*Problema 3*___

Complete a tabela a seguir, sabendo-se que Rodrigo tomou um empréstimo de R$ 1.000,00 com uma taxa de juros de 15% a.m.

Mês	Dívida	Razão entre a dívida de um mês e a do mês anterior
0	1000	X X X X
1		
2		
3		
4		

___Ao realizar os cálculos e preencher a tabela, o que você percebeu com relação aos números da terceira coluna da tabela?

___

___No mês 0 a dívida era de R$ 1.000,00, para obter o valor da dívida no mês 1, devo fazer a multiplicação de R$ 1.000,00 por qual número?

___

___No mês 2 a dívida era de R$ 1.322,50, para calcular o valor da dívida no mês anterior, ou seja, no mês 1, devo efetuar a divisão de R$ 1.322,50 por qual número?

____

__Você deve ter percebido que, nesse problema, para calcular o valor da dívida no mês seguinte, basta multiplicar o valor da dívida atual por 1,15. Analogamente, para calcular o valor da dívida no mês anterior, basta dividir o valor da dívida atual por 1,15.

5) Assim, no sistema de Juros Compostos de taxa , um valor transforma-se, após um período de tempo, em ___________.

6) Analogamente, no sistema de Juros Compostos de taxa , um valor futuro deve ser dividido por ________, para que se descubra o valor atual .

Temos então, a Fórmula Fundamental da Equivalência de Capitais:

7) Para obter o valor futuro, depois de um período de tempo, basta multiplicar o valor atual por ______________.

8) Para obter o valor atual, em um período de tempo, basta dividir o valor do valor futuro por ________________.

Assim, nosso objetivo é que o estudante entenda que em um sistema de Juros Compostos com taxa de juros ***i***:

→ Para obter o valor futuro, depois de um período de tempo, basta multiplicar o valor atual por 1 + ***i***.

→ Para obter o valor atual, em um período de tempo, basta dividir o valor do valor futuro por 1 + ***i***.

___Problema 4___

João tomou uma dívida emprestada no mês de junho com taxa de juros de 5% a.m.. No entanto, espantou-se ao perceber que sua dívida no mês de outubro já era de R$ 6.685,28.

Considerando que não foram efetuados pagamentos relativos a essa dívida, preencha a tabela abaixo e calcule qual foi o valor emprestado no mês de junho.

Mês	Dívida
Junho	
Julho	
Agosto	
Setembro	
Outubro	6.685,28
Novembro	
Dezembro	

A resolução desse problema é uma excelente oportunidade para verificar se os estudantes compreenderam os conceitos trabalhados no problema anterior.

Use os conceitos que você acabou de aprender, para examinar a proposta contida no problema 4, a seguir.

___Problema 5___

Uma pessoa ao receber sua fatura de cartão de crédito viu a seguinte proposta de empréstimo:

"***Agora seu cartão Matemacard tem mais uma facilidade! Neste mês, você pode parcelar sua fatura a uma taxa de 4,9% a.m. e Custo Efetivo Total de 87,23% a.a.***"

A partir da problemática apresentada, responda:

1) Uma taxa de juros de 4,9% a.m gera uma taxa anual maior, menor ou igual a 87,23%? Por quê?

____

2) O que, em sua opinião, pode ocasionar o fato de a taxa anual ser diferente do Custo Efetivo Total?

____

OBS: Nesse problema esperamos que, fazendo uso dos conceitos trabalhados, o aluno possa fazer um julgamento coerente de um problema real.

Repare que podemos encontrar a taxa anual fazendo $(1 + 0{,}49)^{12} \cong 1{,}7754$, ou seja, a taxa anual será de aproximadamente 77,54%, bem diferente do Custo Efetivo Total de 87,23%.

Uma explicação plausível para essa diferença é que a Instituição Financeira, ao realizar a operação de empréstimo, embute no valor das parcelas vários encargos e impostos além dos juros.

Perceba como podemos resolver várias situações, presentes em nosso cotidiano, por meio da Matemática. Existem muitos outros problemas que podem ser resolvidos utilizando-se dos conceitos que desenvolvemos aqui. Mãos à obra e bons estudos!

Modelo da **Folha de atividades avaliativa** que cada dupla receberá:

CEAT MATEMÁTICA 2° ano do Ensino Médio

Grupo: ________________________________ Professora: Viviane Barcelos

Resolva as questões abaixo:

1- Aplicando-se R$ 15.000,00 a uma taxa de juro composto de 2% a.m., quanto receberei de volta após um ano de aplicação? Qual o juro obtido neste período?

2- Qual o montante de uma aplicação de $16.000,00, a juros compostos, pelo prazo de 4 meses, à taxa de 2,5% a.m.?

3- Calcule o montante e os juros das aplicações abaixo, considerando o regime de juros compostos:

Capital	Taxa de Juros	Prazo de Antecipação
a) $ 20.000,00	3,0% a.m.	7 meses
b) $ 6.800,00	34,49% a.a.	5 meses

4- Um hipermercado oferece a seus clientes duas formas de pagamento: à vista, com 5% de desconto sobre o preço marcado, ou no cartão de crédito, com um acréscimo de 10% sobre o preço marcado.

a) Qual é o preço marcado de um produto que, à vista custará R$ 30,40.

b) Quanto custará, à vista, um produto que, no cartão sai por R$ 55,00.

3. Avaliação:

Para que o processo de ensino seja executado com melhor adequação, o computador, sites e construções em grupo serão utilizados para permitir uma melhor visualização e dinamização da tarefa, favorecendo ao aluno no desencadeamento de análises e reflexões sobre o processo, além de integrar conhecimentos, generalizar e obter suas conclusões.

O respeito às diferenças dos alunos é de suma importância para nós professores, pois é assim que conseguiremos ajudá-los a progredir. A carência de maior contextualização no ensino da Matemática em sala de aula clama por mudanças nas estratégias e metodologias, modernizando o ensino, aproveitando as novas tecnologias, diminuindo as diferenças e tornando a aprendizagem mais significativa com visualizações e apresentações de problemas de ordem prática.

A avaliação do PT ocorrerá, em dupla, no final das atividades 2, 3 e 4, nas quais se verificará, através das Folhas de Atividades Avaliativas, se os descritores/ objetivos, relacionados abaixo, foram alcançados.

H54 - Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral.
- Utilizar o conceito de sequência numérica para resolver problemas significativos.
- Diferenciar Progressão Aritmética de Progressão Geométrica.

Modelo da Avaliação da Atividade 2:

CEAT MATEMÁTICA 2° ano do Ensino Médio
Grupo: ____________________________________Professora: Viviane Barcelos

Resolva as questões abaixo:

1__ Um ciclista percorre 20 km na primeira hora, 17 km na segunda hora, e assim por diante, em P.A. Quantos quilômetros percorrerá na quinta hora?

2__ Um agricultor colhe laranjas durante doze dias da seguinte maneira: no 1º dia, são colhidas dez dúzias; no 2º dia, 16 dúzias; no 3º, 22 dúzias, e assim por diante. Quantas laranjas ele colherá no 12º dia?

3__Um preparador físico sugeriu a um nadador que adotasse, durante dez dias, o seguinte programa de condicionamento:

DIA	ESTILO LIVRE	ESTILO COSTAS
1º	600m	200m
2º	800m	350m

3º	1000m	500m
...	...	...

Quantos metros será totalizado pelo nadador ao final dos dez dias?

4__ Um cinema possui 20 poltronas na primeira fila, 24 na segunda e 28 na terceira fila; as demais filas se compõem na mesma sequência. Se esse cinema tem 10 filas, quantas poltronas há no cinema?

5__ "A Copa de Futebol é um evento que ocorre de quatro em quatro anos. A 1ª Copa foi realizada em 1930, no Uruguai. De lá para cá, apenas nos anos de 1942 e 1946 a Copa não foi realizada, devido à 2ª Guerra Mundial.

a) A Copa de 2014 será realizada no Brasil. Qual será a ordem desse evento?

b) Haverá Copa em 2100? E, em 2150?"

Modelo da Avaliação da Atividade 3:

CEAT MATEMÁTICA 2° ano do Ensino Médio
Grupo: ___________________________________ Professora: Viviane Barcelos

Resolva as questões abaixo:

1__ Um grupo de estudantes fez um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Eles observaram que ao final de um minuto havia 1 elemento na população; ao final de dois minutos, havia 3, ao final de três minutos havia 9, assim por diante. Nessa sequência, que padrão pode-se observar em relação ao crescimento da população de vírus? Que tipo de progressão esse padrão representa?

2__ Uma população de bactérias é duplicada de hora em hora, sabendo que, inicialmente, a população era de 6 bactérias, qual a população de bactérias ao final de 9 horas?

3__ Para controle de populações de baratas, certo laboratório desenvolveu um veneno em que uma barata contaminada por ele, enquanto viva, contamina todas as que entrarem em contato com ela. Supondo que uma barata contaminada leve um minuto para morrer e que nesse período contamine outras **três** baratas, e estas a outras **três** cada uma , e assim por diante, qual a quantidade total de baratas mortas após cinco minutos?
( ) 81 ( ) 121 ( ) 243 ( ) 364

4__Numa cidade, 20.000 jovens alistaram-se para o serviço militar. A junta militar da cidade convocou, para exame médico, 3 jovens no 1º dia, 15 no 2º dia, 75 no 3º dia e assim por diante conforme uma PG. Quantos jovens ainda restam ser convocados para o exame após o 5º dia de convocação?
( ) 1 875 ( ) 8 282 ( ) 2 343 ( ) 17 657

H54 – Resolver problemas envolvendo juros simples ou compostos.

- Distinguir os juros simples dos compostos, aplicando em situações problemas.
- Utilizar os conceitos de matemática financeira para resolver problemas do dia a dia.

Modelo da Avaliação da Atividade 4:

CEAT MATEMÁTICA 2° ano do Ensino Médio
Grupo: ____________________________________Professora: Viviane Barcelos

Resolva as questões abaixo:

1- Aplicando-se R$ 15.000,00 a uma taxa de juro composto de 2% a.m., quanto receberei de volta após um ano de aplicação? Qual o juro obtido neste período?

2- Qual o montante de uma aplicação de $16.000,00, a juros compostos, pelo prazo de 4 meses, à taxa de 2,5% a.m.?

3- Calcule o montante e os juros das aplicações abaixo, considerando o regime de juros compostos:

Capital	Taxa de Juros	Prazo de Antecipação
a) $ 20.000,00	3,0% a.m.	7 meses
b) $ 6.800,00	34,49% a.a.	5 meses

4- Um hipermercado oferece a seus clientes duas formas de pagamento: à vista, com 5% de desconto sobre o preço marcado, ou no cartão de crédito, com um acréscimo de 10% sobre o preço marcado.

a) Qual é o preço marcado de um produto que, à vista custará R$ 30,40.

b) Quanto custará, à vista, um produto que, no cartão sai por R$ 55,00.

Espera-se que o interesse e o entendimento dos alunos sejam maiores. Pois está sendo dada a oportunidade de participarem da construção de seu conhecimento e de suas conclusões.

4. Referências:

ROTEIRO DE AÇÃO Nº 1– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio –2º bimestre/2014 – Disponível em:

<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>. Acesso em 22/04/2014.

ROTEIRO DE AÇÃO Nº 3 – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio –2º bimestre/2014 – Disponível em: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>. Acesso em 22/04/2014.

ROTEIRO DE AÇÃO Nº 4 – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio –2º bimestre/2014 – Disponível em: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>. Acesso em 22/04/2014.

ROTEIRO DE AÇÃO Nº 5 – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio –2º bimestre/2014 – Disponível em: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>. Acesso em 22/04/2014.

O texto Revisitando – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio –2º bimestre/2014 – Disponível em: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>. Acesso em 22/04/2014.

O texto Repensando Parte 1 – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio –2º bimestre/2014 – Disponível em: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=54>. Acesso em 22/04/2014.

Sites:

1. http://www.infoescola.com/matematica/sequencias/

2. http://www.matematicadidatica.com.br/ProgressaoGeometrica.aspx

1 DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. Coleção Novo Ensino Médio. 2ª Edição. Rio de Janeiro. Ed. Ática, 2004.

2 GOULART, Márcio Cintra. **Matemática no Ensino Médio** 2ª Edição rev. e atual. São Paulo: Scipione, 2004.