

Magali Catarina Bastos, 2ª série, grupo 1, tutora Susi Cristine Britto Ferreira

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO: ANTÔNIO PINTO DE MORAES

PROFESSOR: MAGALI CATARINA BASTOS

MATRÍCULA: 912610-3 / 916315-5

SÉRIE: 2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

TUTOR: SUSI CRISTINE BRITTO FERREIRA

PLANO DE TRABALHO SOBRE GEOMETRIA ESPACIAL – PRISMAS E CILÍNDROS

1. Introdução:

Este plano foi elaborado com base nos Roteiros de Ação, nas discussões e troca de materiais do fórum, em exercícios de livros didáticos e pesquisas na Internet. Os questionamentos e propostas de atividades têm por finalidade, construir um significado para o aprendizado do conteúdo, de forma mais atraente e diferente da prática pedagógica tradicional.

Newton, no século XVII, realizou uma experiência necessitando apenas de luz solar e de um prisma de vidro. Como ilustra a figura ao lado, ao passar por um prisma, a luz solar, que é branca, decompõe-se nas cores do arco-íris.

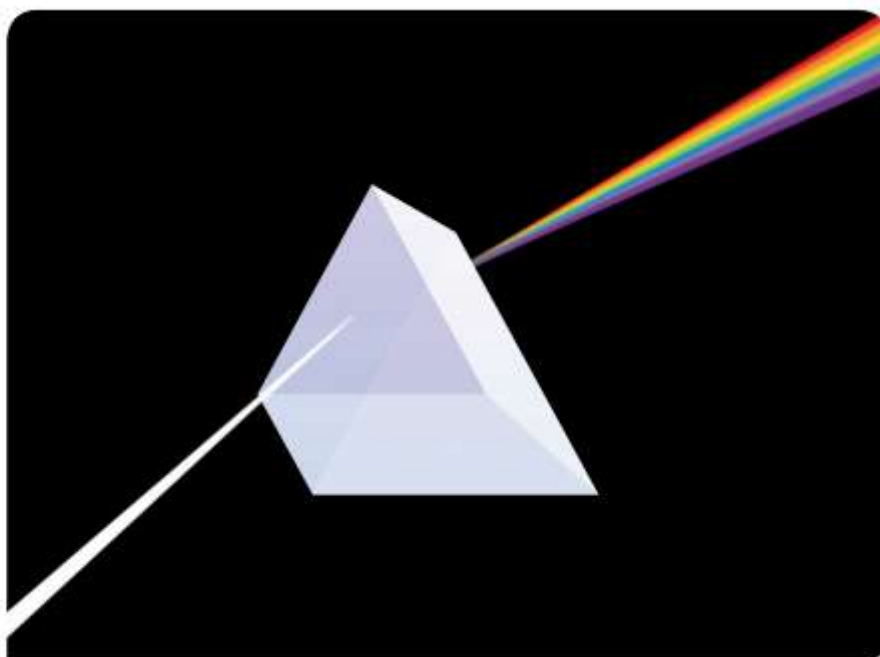


Figura 2: Decomposição da luz branca por um prisma de vidro.

Magali Catarina Bastos, 2ª série, grupo 1, tutora Susi Cristine Britto Ferreira

A parte referente a História da Matemática e a aplicabilidade da geometria espacial, em particular os prismas e cilindros, para reconhecimento e a identificação desses sólidos no cotidiano serão apresentados através de vídeos, fotos e slides usando o Data Show e o laptop.

Com o uso de material concreto, o aluno percebe determinados conceitos e entende a importância dos cálculos que os envolvem. Pretende-se com isto solidificar o aprendizado.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

A abordagem de Geometria Espacial é feita com recursos pedagógicos variados, uma apresentação em slides será usada para mostrar os matemáticos que tiveram seus trabalhos ligados ao conteúdo estudado, será feita a associação do conteúdo com o cotidiano, ressaltando a importância de uma boa interpretação dos problemas e observações de sólidos e suas respectivas planificações.

As atividades apresentarão exercícios que terão a finalidade de criar habilidades nos alunos, de construções de sólidos e observação dos polígonos que os formam. Associando essas figuras ao cotidiano, de acordo a realidade no nosso aluno.

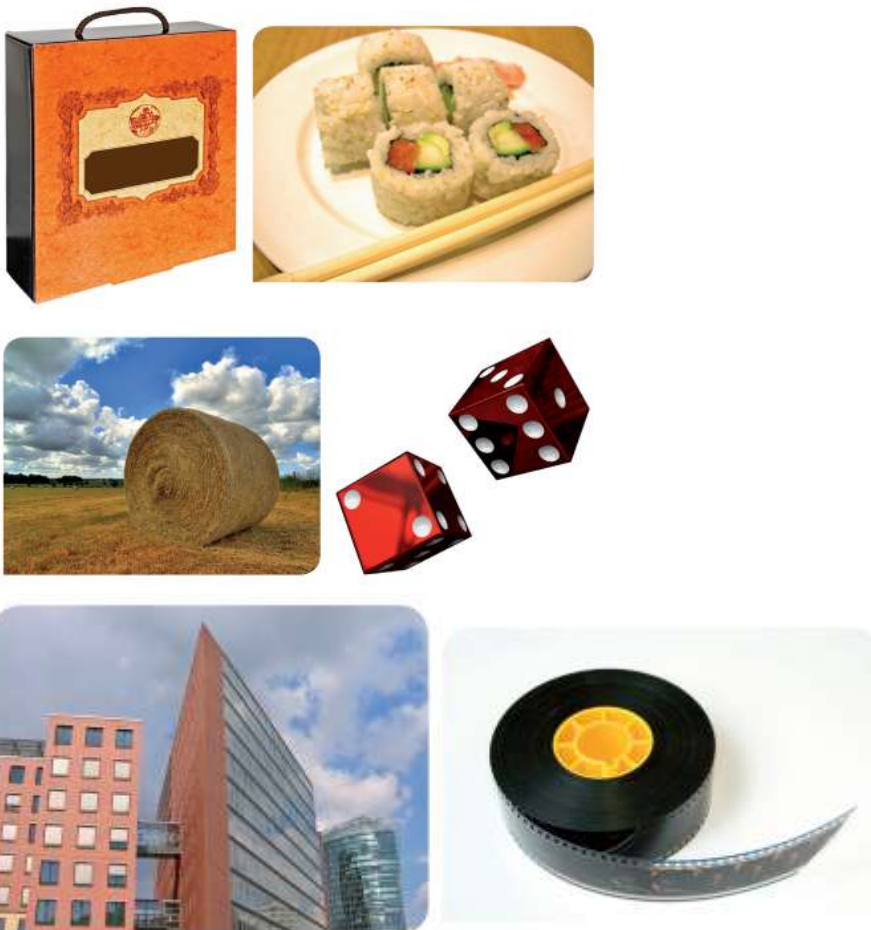


Figura 1: De cima para baixo e da esquerda para a direita: caixa de presente, comida japonesa, rolo de feno, dados, prédio triangular em Berlim, Alemanha e um rolo de filme.

Magali Catarina Bastos, 2ª série, grupo 1, tutora Susi Cristine Britto Ferreira

Os roteiros das atividades foram elaborados de forma a incentivar os alunos a estudar o conteúdo, pela sua aplicabilidade nos mais variados ramos de nossa sociedade. No final do roteiro os alunos recebem uma sugestão de reforçarem seus estudos de forma autônoma. Os alunos serão incentivados a produzirem um vídeo e tirar fotos para apresentar o conteúdo aprendido, depois de realizarem a atividade proposta.

❖ Habilidade relacionada:

- Reconhecer e nomear prismas e cilindros.
- Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas lateral e total de prismas e cilindros.
- Resolver problemas envolvendo cálculo do volume de prismas e cilindros

❖ Pré-requisitos:

- Ter uma boa interpretação de textos.
- Ter domínio das operações básicas.
- Conhecimento de geometria plana, cálculo de áreas.

❖ Tempo de Duração:

- Duração prevista para 300 minutos.

❖ Recursos Educacionais Utilizados:

- Papel cartão.
- Tesoura.
- Cola.
- Projetor e laptop, para apresentação de vídeo e slides.
- Folha com roteiros de atividade.
- Garrafas pet.
- Travesseiro ou almofada.
- Rolo de fita adesiva.
- estilete.

❖ Organização da turma:

- A classe disposta em grupos de três a quatro alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo. Porém cada aluno deverá fazer o seu próprio trabalho.

❖ Objetivos:

- Identificar um prisma e seus elementos,
- Identificar um cilindro e seus elementos,
- Conhecer o princípio de Cavalieri,
- Calcular a área lateral, total e o volume de um prisma,
- Calcular a área lateral, total e o volume de um cilindro.
- Resolver problemas com cálculos de áreas e volumes de prismas e cilindros.
- Intensificar a leitura de textos para uma melhor interpretação de problemas.
- Incentivar o aluno a participar de atividades em grupo e de forma interativa para um aprendizado mais prazeroso.

❖ Metodologia adotada:

Atividade 1: Revisão de conteúdos da Geometria Plana

1. Resolva a cruzadinha.

HORIZONTAL

1) Nome do polígono com cinco ângulos.

2) Nome do polígono com oito lados.

3) Nome do polígono com o menor número de lados.

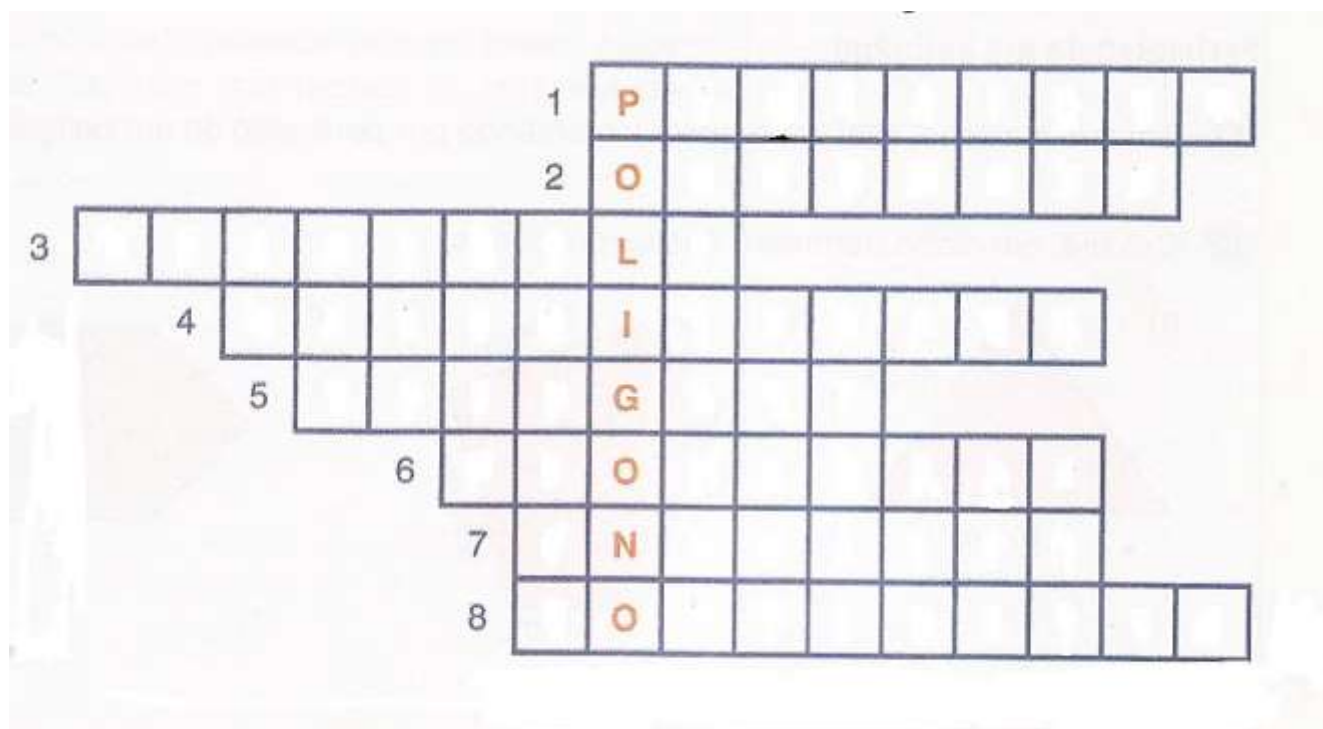
4) Nome do polígono que tem a soma dos ângulos internos igual a 360° .

5) Nome do polígono que tem o dobro do número de ângulos internos de um pentágono.

6) Nome do polígono com 20 lados.

7) Nome do polígono com o triplo do número de lados de um triângulo.

8) Nome do polígono com doze ângulos internos.



É importante relembrar que os prismas são poliedros convexos que têm duas faces paralelas e congruentes (chamadas bases) e as outras faces em forma de paralelogramos (chamadas de faces laterais). Dele, podemos destacar alguns elementos tais como arestas e alturas. Veja a figura a seguir.

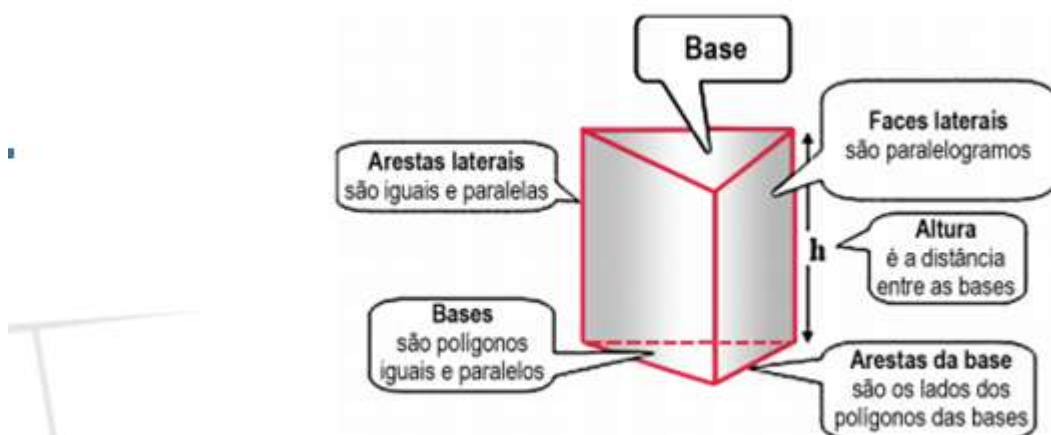


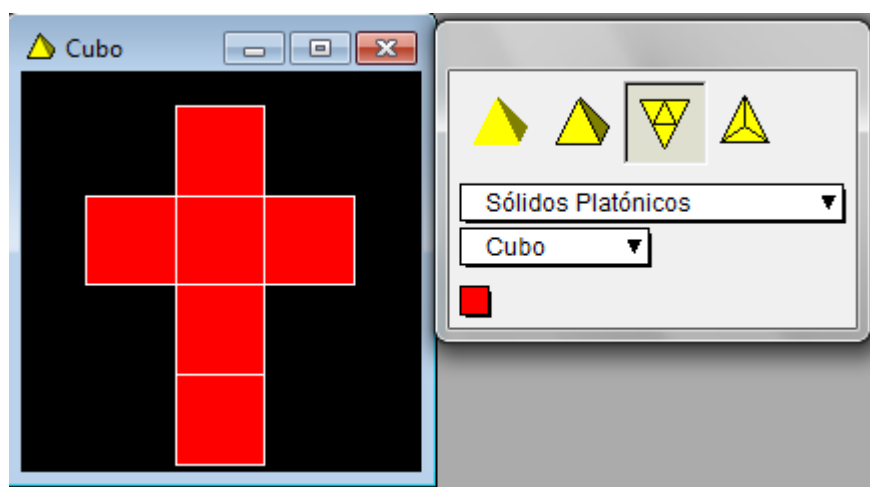
Figura 3: Prisma de base triangular com principais elementos destacados.



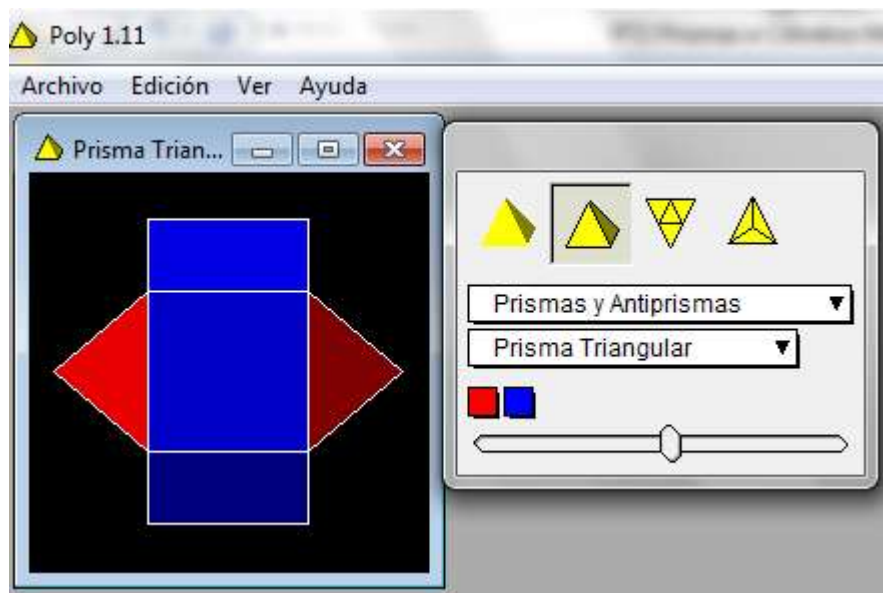
Figura 4: Paralelepípedo (à esquerda) e cubo (à direita)

Outra ideia interessante: como o quadrado é um caso especial de retângulo, podemos dizer que o cubo é um caso particular de paralelepípedo. Muito bem? Então está, vamos em frente!

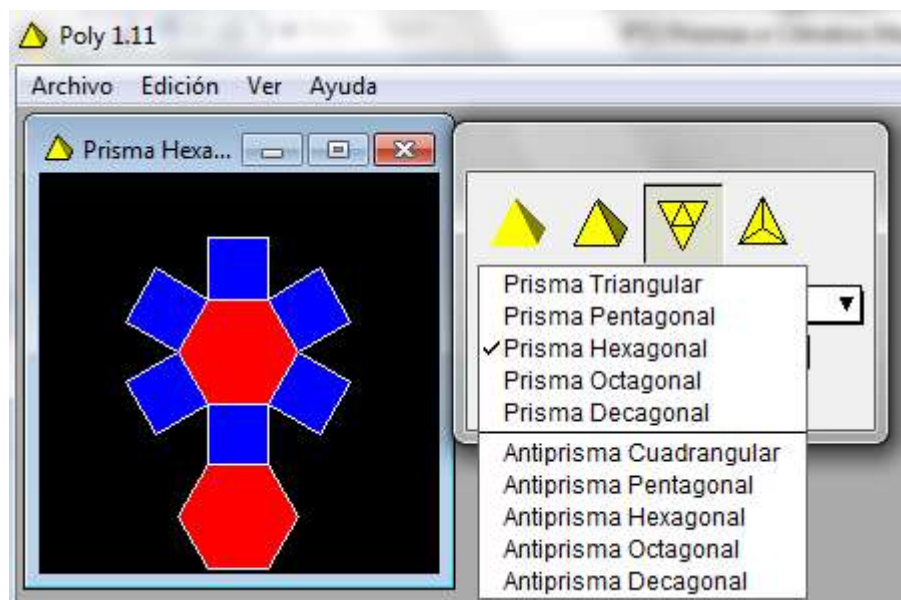
Podemos usar o aplicativo Poly para verificar as várias planificações de prismas:
http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwares/soft_geometria.php



Também podemos movimentar abrindo e fechando o prisma.



Além dos prismas, existem outros sólidos que acabam por despertar o interesse do aluno.



As diferenças e semelhanças entre prismas e cilindros – hora de falarmos mais formalmente dos cilindros. O cilindro é o sólido obtido por meio da união de todos os segmentos de retas paralelos a uma reta s que unem um ponto do círculo C (pertencente a α) a um ponto de β

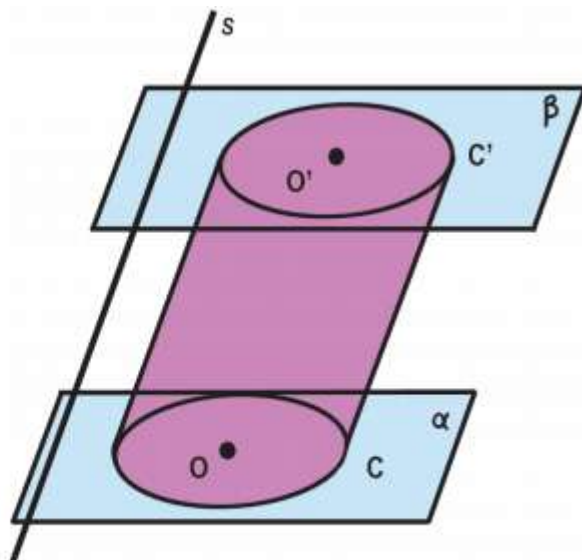


Figura 5: Cilindro

A altura h do cilindro é dada por meio da distância entre os planos das bases.

A reta r que passa pelo centro das bases (pontos O e O') é chamada eixo do cilindro. As geratrizes são segmentos paralelos ao eixo cujas extremidades são pontos da circunferência.

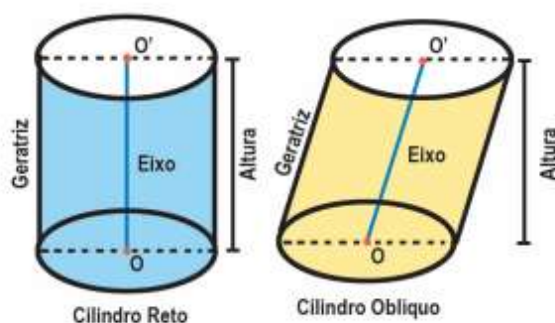


Figura 6: Cilindro cujo eixo é perpendicular ao plano da base (à esquerda) e cilindro cujo eixo não é perpendicular ao plano da base (à direita)

Como podemos observar nos exemplos, no cilindro em que o eixo é perpendicular ao plano da base, a geratriz tem o mesmo tamanho da altura. Já nos cilindros em que o eixo não faz noventa graus com o plano da base, o tamanho da geratriz é maior do que o tamanho da altura.

No que diz respeito à superfície de prismas e cilindros, novos pontos em comum e divergências. A parte em comum é que a superfície de ambos é a soma da área das bases com a da superfície lateral. Como as bases são congruentes, a superfície total é duas vezes a área da base mais a área da superfície lateral. No prisma a base é um polígono, no cilindro a base é um círculo. A diferença está justamente na área lateral: enquanto no prisma a área lateral é formada pelas várias faces (veja a planificação da Atividade 1, por exemplo), no cilindro a área lateral é contínua e tem a forma de um retângulo. Veja na planificação a seguir.

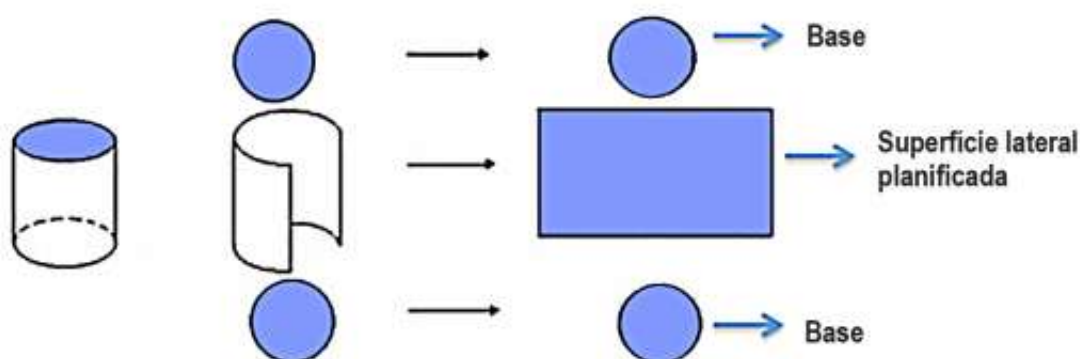
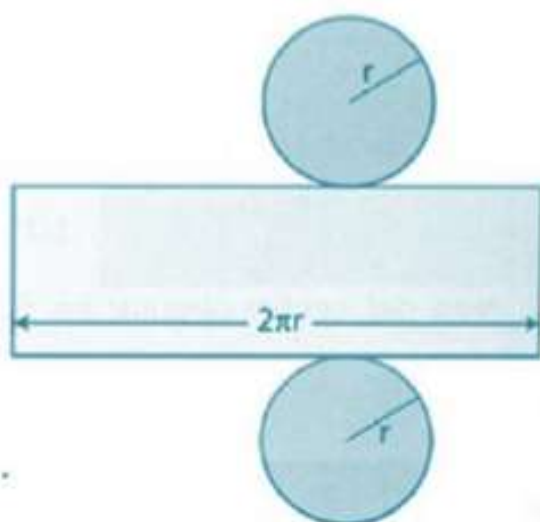


Figura 7: Planificação de um cilindro

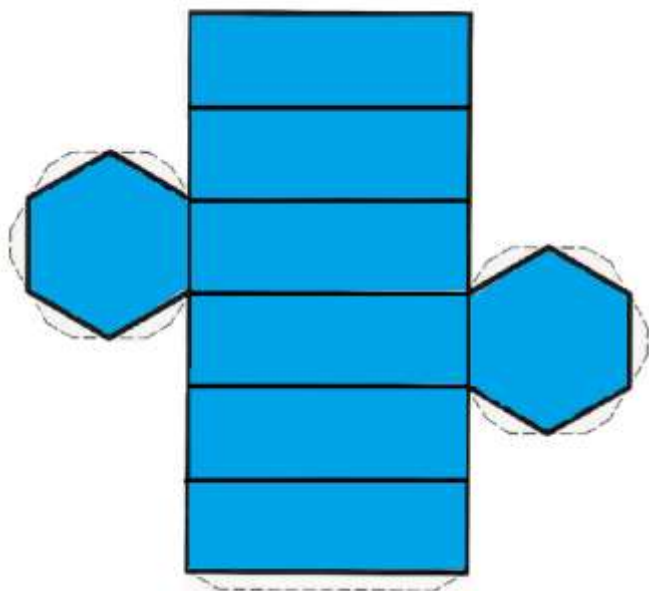
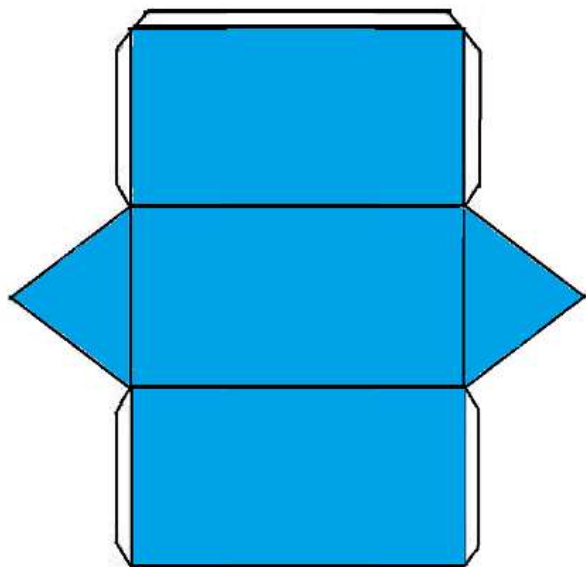
Note que o comprimento da circunferência da base é igual ao comprimento do lado do retângulo que lhe formou. Por outro lado, sabemos que o comprimento da circunferência de raio r é: $C = 2\pi r$.

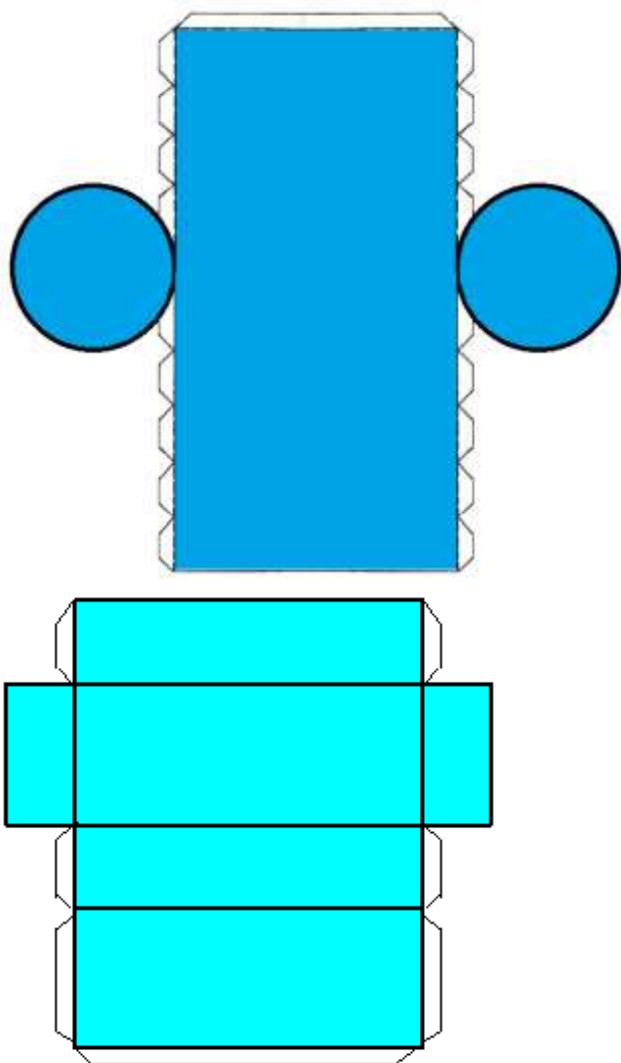


Lembre-se que a área do círculo é: πr^2 .

Atividade 2: Introdução à Geometria Espacial

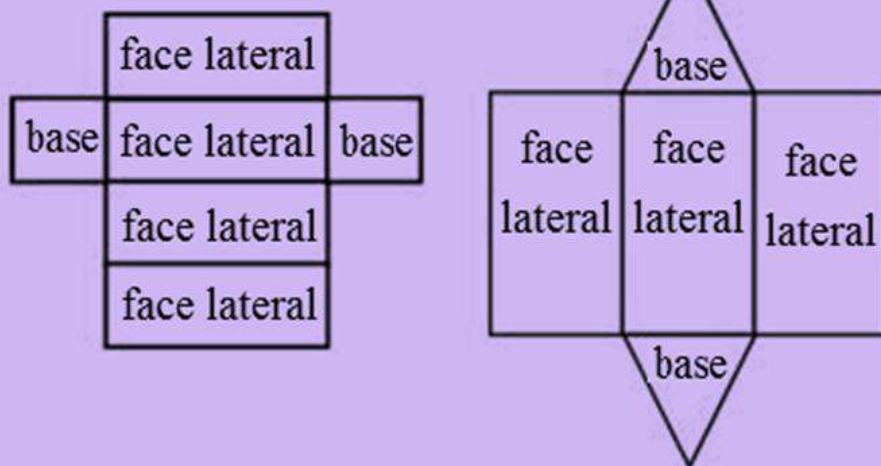
- 1) Cada grupo deve escolher duas planificações iguais, uma planificação será montada, a outra será estudada. Observe que todos os sólidos possuem a mesma altura.





- 2) Como já sabemos, todo prisma possui duas bases. Identifique as bases do seu prisma planificado e escreva a palavra “base” com a caneta vermelha.
- 3) Cada uma das outras faces é chamada face lateral. Nomeie-as também.

Exemplos:



4) Quantas faces laterais o seu prisma possui?

5) Quantos lados o polígono da base possui?

6) Você consegue notar o motivo da igualdade desses dois números? Discuta com seu colega.

7) A área lateral de um prisma é dada pela soma das áreas de todas as faces laterais. Dessa forma, utilizando uma régua e a planificação obtida, calcule a área lateral do prisma que você escolheu. (lembrando que a área de um retângulo de lados “a” e “b” é dada por $A = a.b$, no caso do prisma reto).

8) Agora, precisamos calcular a área da base do prisma. Mas antes, diga: qual é a forma do polígono que constitui a base?

9) Com o auxílio da régua, calcule a área de cada base. Que valor você obteve?

10) A área total de um prisma é dada pela soma da área lateral com a área das duas bases. Dessa forma, calcule a área total do prisma escolhido.

11) Cada sólido tem uma capacidade de armazenar um determinado volume, como vamos verificar curiosamente, o homem não é o único a usar a Matemática de forma intuitiva. Preste atenção ao vídeo e faça suas considerações!!!!



GEOMETRIA DAS ABELHAS

<https://www.youtube.com/watch?v=9rMjUZKLgy4>

Uma unidade de medida muito utilizada para medir volume é o metro cúbico, que corresponde ao volume de um cubo de um metro de lado. Veja na figura a seguir

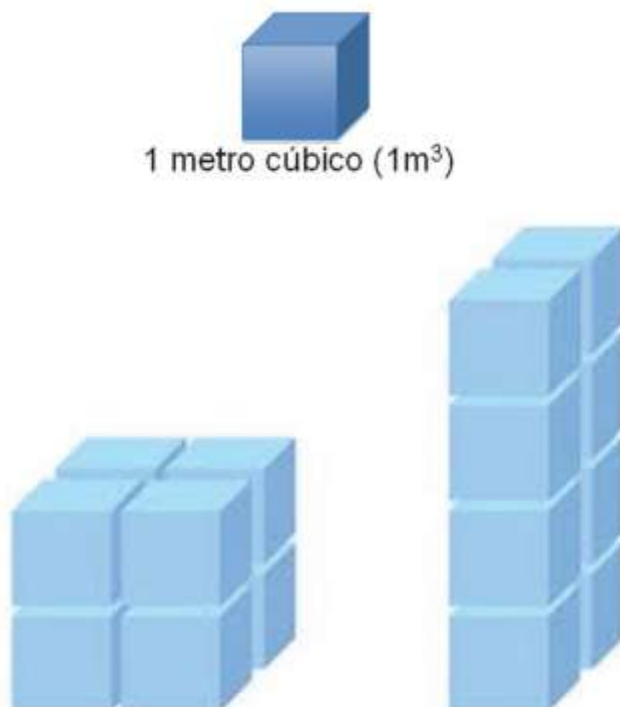
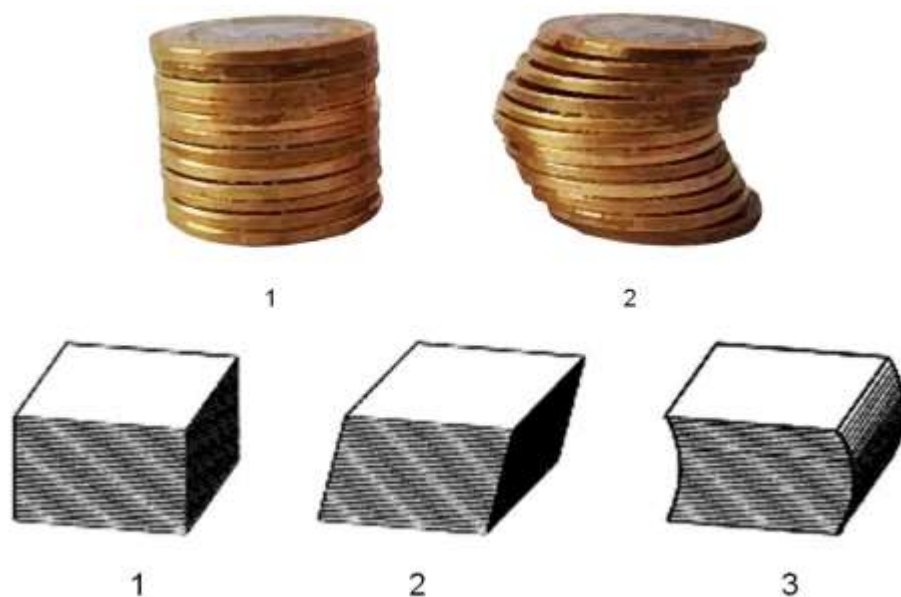


Figura 12: À direita, cubo com um metro de lado. Ao centro, um cubo formado por oito cubos de um metro de lado. À esquerda, um paralelepípedo formado por oito cubos de um metro de lado.

12) Qual dos sólidos construídos tem maior volume? Lembre-se que todos têm a mesma altura.

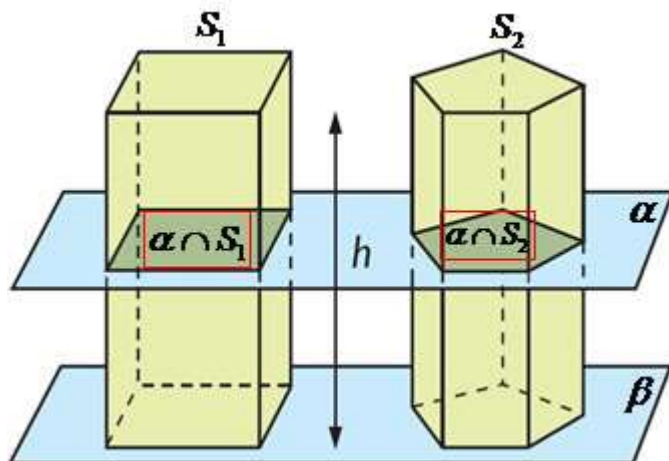
Magali Catarina Bastos, 2ª série, grupo 1, tutora Susi Cristine Britto Ferreira

Curiosidade: Princípio de Cavalieri e volume dos sólidos em geral. Vamos agora entender melhor o cálculo do volume dos sólidos em geral? Muito bem! Nosso ponto de partida são aqueles “montinhos” com moedas e com papéis, que a gente está tão acostumado a fazer.



Montes com moedas (na parte superior da imagem) e montes com papéis (na parte inferior da imagem)

Bonaventura Cavalieri foi um matemático italiano, discípulo de Galileu, que criou um método capaz de determinar áreas e volumes de sólidos com muita facilidade, denominado princípio de Cavalieri. Este princípio consiste em estabelecer que dois sólidos com a mesma altura têm volumes iguais se as secções planas de iguais altura possuírem a mesma área.



Se para qualquer plano horizontal α , ocorrer $\alpha \cap S_1 = \alpha \cap S_2$, isto é, possuírem a mesma área, os volumes dos sólidos S_1 e S_2 serão iguais, constituindo o princípio de Cavalieri. A geometria proposta por Cavalieri foi o primeiro passo rumo ao cálculo infinitesimal, pois essa nova geometria ponderava que toda figura plana seria formada por retângulos de largura infinitesimal, chamados por Galileu de indivisíveis. Dessa forma, pode-se concluir que se duas figuras planas comprimidas entre retas paralelas formam uma relação constante, as áreas das figuras também possuem a mesma relação. Essa ideia de indivisível proposta por Galileu e trabalhada por Cavalieri provocou muita

Magali Catarina Bastos, 2ª série, grupo 1, tutora Susi Cristine Britto Ferreira

discussão e críticas por parte de algumas pessoas ligadas ao assunto. A consistência do método dos indivisíveis foi aceita e usada por importantes cientistas, como, Torricelli, Fermat, Pascal entre outros.

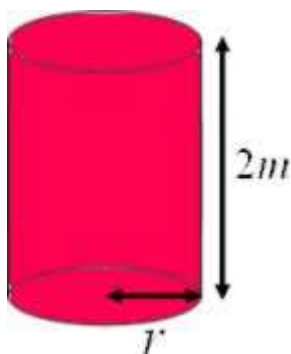
Por Marcos Noé, Graduado em Matemática, Equipe Brasil Escola

Atividade3: Simulado de provas externas e aplicação prática dos cálculos.

Antes de começar o simulado, apresento um vídeo do Telecurso Cubo, prismas, cilindro. como revisão do conteúdo apresentado:

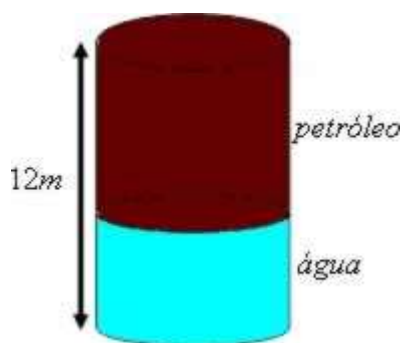
1ª Parte: Problemas

- 1) (Cefet – SP) A figura indica o tambor cilíndrico de um aquecedor solar com capacidade de 1 570 litros.



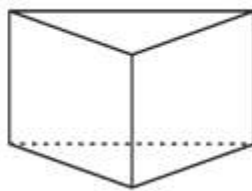
Sabendo que 1 000 litros de água ocupam um volume de 1 m^3 e adotado $\pi = 3,14$, determine a medida do raio r do cilindro.

- 2) (UFG) Um produtor de suco armazena seu produto em caixas, em forma de paralelepípedo, com altura de 20 cm, tendo capacidade de 1 litro. Ele deseja trocar a caixa por uma embalagem em forma de cilindro, de mesma altura e mesma capacidade. Para que isso ocorra, qual deve ser o raio da base dessa embalagem cilíndrica?
- 3) (Vunesp – SP) Um tanque subterrâneo, que tem o formato de um cilindro circular reto na posição vertical, está completamente cheio com 30 m^3 de água e 42 m^3 de petróleo. Considerando que a altura do tanque é de 12 metros, calcule a altura da camada de petróleo.



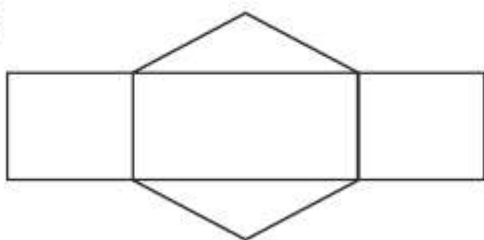
- 4) (FGV–SP) Em uma piscina retangular com 10 m de comprimento e 5 m de largura, para elevar o nível de água em 10 cm são necessários:
- a) 500 l de água
 - b) 5 000 l de água
 - c) 10 000 l de água
 - d) 1 000 l de água
 - e) 50 000 l de água
- 5) Uma caixa de papelão será fabricada por uma indústria com as seguintes medidas: 40 cm de comprimento, 20 cm de largura e 15 cm de altura. Essa caixa irá armazenar doces na forma de um prisma com as dimensões medindo 8 cm de comprimento, 4 cm de largura e 3 cm de altura. Qual o número de doces necessários para o preenchimento total da caixa fabricada?

(M090375A9) A figura abaixo mostra um prisma triangular reto.

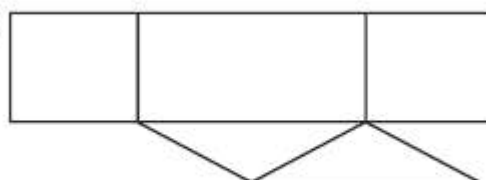


A planificação desse prisma é

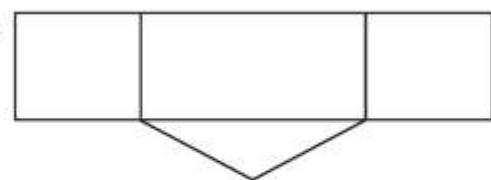
A)



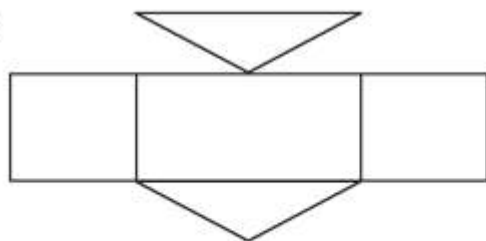
B)



C)



D)



2ª Parte: Aplicação.

Veja que belos puffs!!!



Figura 1 – Veja que um *puff* pode ter formas geométricas diferentes.

Puff circular: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Puff_Redondo_Baixo_2.jpg – Rodrigo Maria da Fé

Puff quadrado: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Puff_Quadrado_Tramado.jpg – Rodrigo Maria da Fé

Puff em olho: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Puff_folha_2.jpg – Rodrigo Maria da Fé

Como será que foi fabricado? Vamos ver!!!

Como o bimestre já está acabando, e a turma é pequena, iremos construir um puff bem simples para conhecer a técnica, mas fica a sugestão para quem se interessar fazer outros em casa.

Material para estrutura do puff:

- 32 garrafas pet de formato igual
- 1 almofada ou travesseiro velho
- 1 rolo de fita adesiva transparente
- 1 estilete
- 1 tesoura

- 1) Corte 16 garrafas na altura em que afunilam. Descarte os bicos e encaixe-as nas 16 garrafas que ficaram inteiras (Figura 2).
- 2) Separe as garrafas de duas em duas, encaixando como na Figura 3 a seguir, alternando um bico para cima, outro para baixo. Prenda com fita.



- 3) Monte uma fileira com quatro garrafas e prenda bem forte com fita adesiva, mantendo os bicos alternados, como na Figura 4 (talvez seja mais fácil prender de duas em duas e depois unir as quatro). Repita o processo mais 3 vezes, formando 4 fileiras.
- 4) Junte as 4 fileiras de garrafas, formando um prisma quadrangular. Reforce cada junção novamente usando a fita adesiva.



- 5) Prenda o travesseiro ou a almofada na parte de cima, usando a mesma fita adesiva (Figura 6). Ele deixará o *puff* macio.



- 6) Agora só falta a capa! Mas antes, vamos propor um desafio. Quanto de tecido, em centímetros, você acha que será necessário para cobrir o *puff*, considerando apenas as faces laterais e a base superior? Você tem algum palpite? Converse com seus colegas.
-

- 7) Note que nosso *puff* é um prisma quadrangular e que o molde possui apenas uma base, pois a outra base está apoiada no chão e não precisará de capa.
-

- 8) Que tal fazermos uma estimativa? Vamos fazer um molde de jornal para evitar desperdícios. Para isso, pegue uma folha de jornal e recorte um quadrado nas medidas do “assento” do seu *puff* (base superior).
-

- 9) Em seguida, repita o processo para as 4 faces laterais - recorte no jornal quatro retângulos nas medidas das faces laterais.

10) Agora, calcule a área da base e das faces laterais. Qual será a área total a ser coberta por tecido? Compare sua resposta com o valor encontrado pelos colegas.



11) Faça um breve comentário da opinião do grupo sobre as atividades feitas. Aspectos positivos e negativos.

5. Avaliação: Os critérios de avaliação adotados serão através de:

- Observação da participação em grupo e atitude diante das dificuldades (20%).
- Organização e capricho na apresentação dos trabalhos (20%).
- Respostas de questionários com coerência (30%).
- Resolução correta das questões (30%).

6. Referências:

BARROSO, Juliane M. Conexões com a Matemática. São Paulo: Moderna, 2010. Name, Miguel Assis. Tempo de Matemática. São Paulo: Editora do Brasil, 1996.

Magali Catarina Bastos, 2ª série, grupo 1, tutora Susi Cristine Britto Ferreira

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MC/SEF, 1998.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; GENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto & ALMEIDA, Nilze. Matemática Ciências e Aplicações. São Paulo: Atual Editora, 2004.

PAIVA, Manoel. Matemática Paiva. São Paulo: Moderna, 2009.

SMOLE, Kátia S. & Diniz, Maria Ignez. Matemática Ensino Médio. São Paulo: Saraiva, 2008.

Endereços eletrônicos acessados de 20/04/2014 a 19/05/2014, citados ao longo do trabalho:

ROTEIROS DE AÇÃO – Geometria Espacial – Prismas e Cilindros – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2014. Em: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>

Aula 63 - Cubo, prismas, cilindro (Matemática - Ensino médio)
https://www.youtube.com/watch?v=BU_Gs967y4

GEOMETRIA DAS ABELHAS
<https://www.youtube.com/watch?v=9rMjUZKLgy4>

PRINCÍPIO DE CAVALIERI
<http://www.brasilecola.com/matematica/principio-cavalieri.htm>

Simulados do Saerjinho: <http://www.saerjinho.caedufjf.net/diagnostica/> ,

Atividades de Geometria plana: DVD Recursos multimídia para sala de aula, material do professor. Matemática Módulo 1, Nova EJA Cecierj.