FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ
SEEDUC/RJ

MATEMÁTICA 2º ANO/ 3° BIMESTRE 2014

PLANO DE TRABALHO

ASSUNTO: MATRIZES

TAREFA 1

Cursista: CLÁUDIA GOMES DE SOUZA
Tutor: EDELSON DOS ANJOS SILVA
Grupo: 2

Santo Antônio de Pádua - RJ

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

> A Matemática é uma ciência poderosa e bela;
> problemiza ao mesmo tempo a harmonia divina do
> universo e a grandeza do espírito humano.
> (F. Gomes Teixeira).

Neste plano, o conteúdo matriz será abordado com uma situação problema que envolve o assunto controle de tráfego, buscando fomentar no aluno uma opinião quanto à utilização do assunto dando um parecer sobre suas vantagens e desvantagens para a sociedade atual. Serão considerados outros dados dispostos em tabelas, atividades contextualizadas. Para motivar a aplicação do roteiro de atividades 2 e posteriormente do roteiro de atividade 5, com as devidas adaptações seja pelo tempo disponível seja pelo objetivo deste plano, um vídeo aula sobre Matrizes e Criptografia será mostrada. É importante que o aluno construa seus conceitos matemáticos estabelecendo relações com situações que o rodeiam. A Matemática é uma ferramenta importante para que o aluno exerça sua cidadania e tenha uma postura crítica quanto às informações recebidas dos vários meios de comunicação. Esta é uma proposta pedagógica que apresenta ao aluno problemas com diferentes assuntos para estimular a aprendizagem ampliando seus conhecimentos além do saber escolar.

Com o uso de recursos tecnológicos: computador e multimídias, as calculadoras comum e científica, Planilha do Excel, TV e dvd os alunos serão estimulados a conhecer as tecnologias desenvolvidas para dinamizar o ensino da Matemática. Elas auxiliam a aprendizagem e ajudam na visualização de propriedades da Matemática essenciais para a construção do saber e do pensar matemático.

Algumas situações-problema que introduzem os conceitos abordados serão retiradas do livro texto adotado, e as demais atividades de compreensão e aplicação dos conceitos dados também. Serão usados textos complementares que acrescentarão a discussão sobre a situação apresentada nas situações-problema. Os alunos precisarão ser incentivados e motivados durante as atividades propostas, alguns somente as realizam se houver interferência do professor, e outros mesmo com atendimento individual e até com a monitoria de outros colegas as realizam parcialmente.

Este plano de trabalho terá a duração de 8 aulas num total de 400 minutos distribuídas em módulos de 50 minutos. Serão reservadas 2 aulas para avaliação individual.

DESENVOLVIMENTO

MATRIZES

- Habilidades: - H33 – Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes. Estabelecer correspondência entre as informações dadas no roteiro e no vídeo. Reconhecer / Identificar diferentes representações de matrizes no texto e no vídeo.
- Pré-Requisitos: operações com matrizes.
- Duração: 4 AULAS : 200 min
- Recursos educacionais utilizados: folha de atividade, computador, data show.
- Organização da turma: em grupos com três alunos.
- Cuidados especiais: agendar o uso do computador com projetor de multimídia integrado para ser levado à sala de aula para exibição do vídeo.
- Objetivos: Mostrar com que frequência na vida cotidiana, lidamos com elementos dispostos em linhas e em colunas, formando tabela retangular que em linguagem matemática são chamadas de matriz. Operar com matrizes. Determinar a matriz inversa. Selecionar e utilizar as informações no vídeo e do roteiro para elaborar respostas e comentários sobre as questões levantadas em situações problema.
- Avaliando: Ler e interpretar diferentes linguagens e representações de matrizes, a interpretação correta dos questionamentos envolvidos no roteiro apresentado, se interage no grupo expondo suas opiniões e respeitando as demais propondo questionamentos caso ache necessário.

  O comportamento durante a exibição do vídeo, o interesse e a participação na discussão e atividades, as contribuições dadas, a avaliação do vídeo e auto–avaliação com coerência e seriedade.
- Metodologia adotada: A apresentação de dados com diferentes aplicações no cotidiano mostra como as matrizes nos rodeiam e estimula uma reflexão sobre a organização destes dados em nossa vida e na sociedade em que vivemos. Após assistirem o vídeo “O gabarito secreto”, espera-se que os alunos estejam motivados para interpretarem e resolverem o roteiro bem como as demais atividades proposta no livro texto. Estas foram preparadas com intuito de avaliação e auto-avaliação sobre o assunto abordado na

vídeo–aula e no roteiro, intuindo quantificar o envolvimento da classe, bem como de avaliar se os conceitos envolvidos foram entendidos. Pretende-se que os grupos observem que a sociedade da qual fazemos parte utilizam as matrizes para se organizarem e desenvolverem tecnologias que buscam facilitar a vida dos indivíduos.

ATIVIDADE 1

C.E. PEDRO BAPTISTA DE SOUZA

ROTEIRO DE ATIVIDADES ENVOLVENDO OPERAÇÕES COM MATRIZES

Aplicações de matrizes

PROF. CLÁUDIA GOMES – TURMAS: 2001 E 2002

Nome: ________________________________ **Grupo:**___________

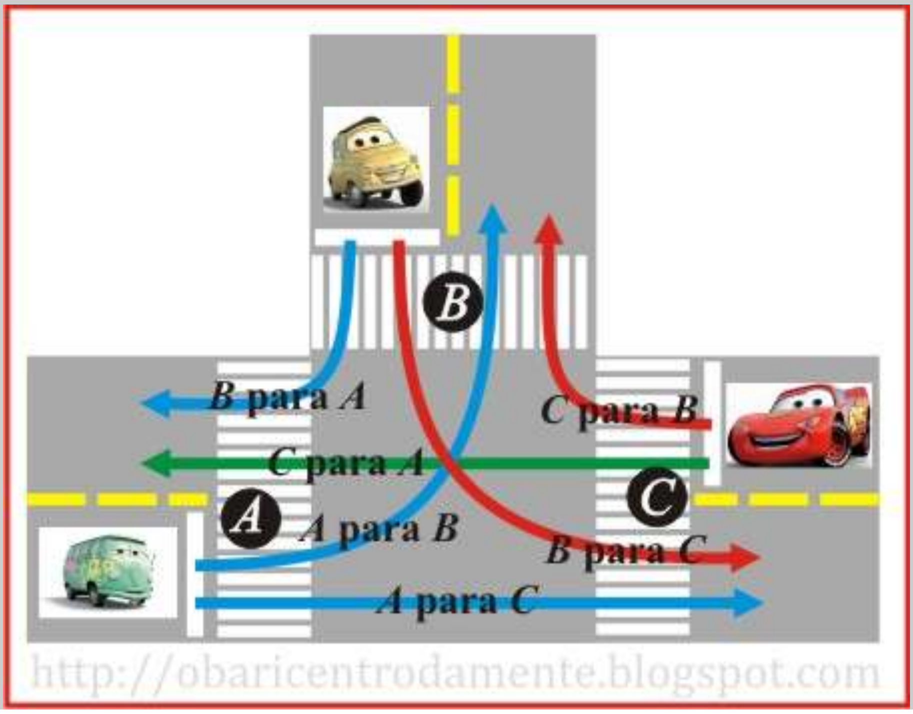
FLASH MATEMÁTICO

10/06/2011

Matrizes e o Controle de Tráfego

Neste post, vamos observar um exemplo de como as matrizes podem servir de modelos para descrever situações de nosso dia a dia.

A figura abaixo representa um cruzamento de duas ruas de mão dupla, cujo fluxo de automóveis nos pontos *A*, *B* e *C* é definido por três conjuntos de semáforos.



As matrizes M_1, M_2 e M_3 indicam o tempo, em minutos, durante o qual os semáforos se mantêm simultaneamente abertos segundo a sequência dada:

$$M_1 = \begin{array}{c c} \text{De} & \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Para} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \end{array}$$

Inicialmente, durante 1 minuto, ficam verdes os semáforos de *A* para *B*, de *A*para *C* e de *B* para *A*.

$$M_2 = \begin{array}{c c} \text{De} & \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Para} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \end{array}$$

Em seguida, durante meio minuto, ficam verdes os semáforos de *B* para *A*, de*B* para *C* e de *C* para *B*.

$$M_3 = \begin{array}{c c} \text{De} & \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Para} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \end{array}$$

E, finalmente, durante meio minuto, ficam verdes os semáforos de *C* para *A*, de *C* para *B* e de *A* para *C*.

A matriz *M* é obtida somando-se M_1, M_2 e M_3 termo a termo e mostra o tempo que cada semáforo fica aberto em cada sentido no período de 2 minutos.

$$M = \begin{array}{c c} \text{De} & \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1\frac{1}{2} \\ 1\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Para} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \end{array}$$

Podemos observar, por exemplo, que o semáforo de *B* para *A* fica aberto durante 1 minuto e meio a cada período de 2 minutos.

Se multiplicarmos todos os termos da matriz *M* por 30, já que o período é de 2 minutos, obteremos o tempo, em minutos, que cada semáforo fica aberto durante 1 hora.

$$N = 30 \cdot M$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 30 & 45 \\ 45 & 0 & 15 \\ 15 & 30 & 0 \end{bmatrix}$$

Neste exemplo hipotético, sabe-se que nestas ruas é possível passar até 20 carros por minuto cada vez que os semáforos abrem. Assim, se multiplicarmos por 20 todos os termos da matriz N, teremos a quantidade máxima de carros que podem passar por este cruzamento no período de 1 hora.

$$20 \cdot N = \begin{bmatrix} 0 & 600 & 900 \\ 45 & 0 & 300 \\ 300 & 600 & 0 \end{bmatrix}$$

Se o número de carros em alguma das direções for maior que a quantidade máxima possível, teremos um engarrafamento, que poderá ou não ser resolvido alterando-se os tempos de abertura dos semáforos, isto é, modificando-se os valores das matrizes M_1, M_2 e M_3.

Referências

[1] Matemática Ensino Médio V1 – Stocco Smole e Diniz

Fonte: Disponível em http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2011/06/matrizes-e-o-controle-de-trafego.html acesso em 27 de jul de 2014

Veja mais ...

“Em nosso cotidiano, com frequência lidamos com elementos dispostos em linhas (filas horizontais) e em colunas (filas verticais), formando uma tabela retangular. Em linguagem matemática, uma tabela retangular de números é denominada ***matriz.”*** ***(Fonte: Livro Matemática Ensino Médio – Smole e Diniz, p.143)***

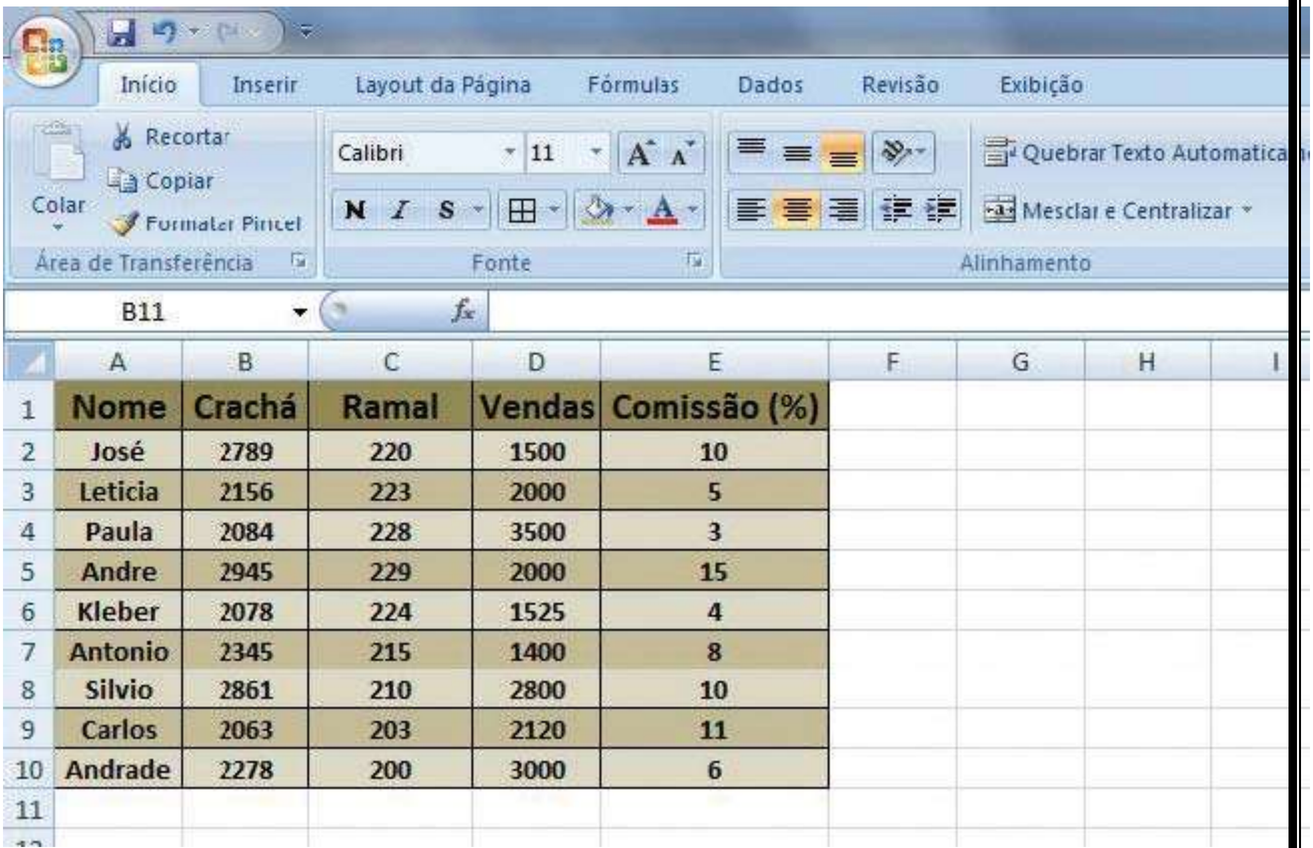
Consideremos os dados:

a) Gasto com carro Okm por ano, por mês e por dia.

Gastos com carro 0km no primeiro ano	Por ano	Por mês	Por dia
Seguro (5%)	R$ 1.286,40	R$ 107,20	R$ 3,57
IPVA (4%)	R$ 1.029,12	R$ 85,76	R$ 2,86
Seguro obrigatório (DPVAT)	R$ 93,87	R$ 7,82	R$ 0,26
Lacração (DETRAN-SP)	R$ 61,02	R$ 5,09	R$ 0,17
Registro (DETRAN-SP)	R$ 175,94	R$ 14,66	R$ 0,49
Combustível	R$ 2.040,00	R$ 170,00	R$ 5,67
Estacionamento	R$ 1.800,00	R$ 150,00	R$ 5,00
Primeira revisão e manutenção	R$ 250,00	R$ 20,83	R$ 0,69
Depreciação (10%)	R$ 2.572,80	R$ 214,40	R$ 7,15
*Custo de oportunidade (6%)	R$ 1.543,68	R$ 128,64	R$ 4,29
TOTAL	R$ 10.852,83	R$ 904,40	R$ 30,15

Fonte: Disponível em
http://www.investpedia.com.br/Util/ArquivosRadEditor/imgs/mn_financas_pessoais/carro/tabela_custo_carro_0km.png acesso em 26 de jul de 2012.

b) Dados de tabela inseridos num programa de computador usado para fazer planilhas e cálculos financeiros, o exemplo.



Nome	Crachá	Ramal	Vendas	Comissão (%)
José	2789	220	1500	10
Leticia	2156	223	2000	5
Paula	2084	228	3500	3
Andre	2945	229	2000	15
Kleber	2078	224	1525	4
Antonio	2345	215	1400	8
Silvio	2861	210	2800	10
Carlos	2063	203	2120	11
Andrade	2278	200	3000	6

Fonte: Disponível em
http://www.netdownloads.com.br/upload/imagens_upload/buscas_planilhas01.jpg acesso em 26 de jul de 2014.

c) O campeonato Brasileiro já começou e com essa tabela você poderá acompanhar todos os resultados do seu time. Além da classificação, ela tem várias informações como agenda de jogos e estatísticas detalhadas.

Fonte: Disponível em http://info.abril.com.br/noticias/blogs/download-da-hora/files/2011/06/tabela_1.jpg acesso em 02 ago de 2014.

c) Dados percentuais de leitores quanto ao sexo e categoria literária

Categoria literária	Masculino%	Feminino%
Religiosos como Bíblia, espíritas, etc.	35	50
Romance nacional ou estrangeiro	15	24
Aventura	19	16
Ficção	13	13
Poesia	**19**	**26**
Culinária ou receitas	10	33
História de amor	14	21
Psicologia e filosofia	15	15
Quadrinhos	34	31
Biografias/história de uma pessoa famosa	16	17
Livros infantis ou para crianças	16	27
Livros e manuais de informática	20	15
Terror	6	6
Dicionários e enciclopédias	27	30
Administração e negócios	15	15
Livros juvenis ou para jovens	15	19
Escolares	30	36
Artes em geral	13	13
Auto-ajuda	17	18
Sociologia	9	9
Jardinagem	5	5
Fotografia	10	10

Retratos da Leitura no Brasil I (ano 2000) – Consultou, folheou ou leu nos últimos doze meses

Fonte: Disponível em http://www.cronopios.com.br/site/images/iex/Julho2008/grafico4.gif acesso em 26 de jul de 2014.

Para resolver

01)Considere a produção de carros de modelos I e II, nas cores azul, verde e branco, de uma indústria automobilística nos meses de janeiro e fevereiro de um mesmo ano:

Produção de janeiro

Cor/ Modelo	I	II
Azul	200	190
Verde	180	150
Branco	120	100

Produção de fevereiro

Cor/ Modelo	I	II
Azul	220	205
Verde	210	170
Branco	130	110

Determine:

a)a produção do bimestre janeiro-fevereiro. Complete a tabela abaixo indicando a operação realizada.

Produção de janeiro - fevereiro

Cor/ Modelo	I	II
Azul		
Verde		
Branco		

b)a diferença na produção de janeiro para fevereiro dos modelos I e II e suas respectivas cores. Complete a tabela abaixo indicando a operação realizada, discuta no seu grupo o aumento ou diminuição da produção de acordo com os resultados apurados na tabela.

Diferença na Produção de janeiro para fevereiro

Cor/ Modelo	I	II
Azul		
Verde		
Branco		

02)Uma dona de casa precisa comprar alguns produtos e resolve pesquisar preços em dois supermercados. Veja a tabela com os preços pesquisados.

Produto	Farinha (R$/kg)	Açúcar(R$/kg)	Leite (R$/kg)	Ovos (R$/kg)
Supermercado A	1,72	1,90	1,55	3,00
Supermercado B	1,76	1,24	1,72	3,94

Essa consumidora precisa de:

- 4 kg de farinha
- 3kg de açúcar
- 3 litros de leite
- 1 dúzia de ovos

Disponha estes dados na tabela abaixo:

Produto	Quantidade

a)Escreva os dados das tabelas na forma de matriz, dê os tipos das matrizes P (preço), Q (quantidade) e C=P.Q(custo da compra em cada supermercado).
b)Calcule o produto P.Q.
c)Qual o custo da compra no supermercado A? E no supermercado B? Se a dona de casa optar por fazer as compras em um único supermercado qual deles é mais vantajoso?

03) Na confecção de três modelos de camisas (A, B e C) são usados botões grandes (G) e pequenos (p). O número de botões por modelos é dado pela tabela:

	Camisa A	Camisa B	Camisa C
Botões p	3	1	3
Botões G	6	5	5

O número de camisas fabricadas, de cada modelo, nos meses de maio e junho, é dado pela tabela:

	Maio	Junho
Camisa A	100	50
Camisa B	50	100
Camisa C	50	50

Nestas condições, obter a tabela que dá o total de botões usados em maio e junho.

Para casa

C.E. PEDRO BAPTISTA DE SOUZA
ATIVIDADES DE AVALIAÇÃO
PROF. CLÁUDIA GOMES TURMA:________ NOME:________________________________

1)(Q.E.P.P.E) Com intuito de aumentar o número de gols de um torneio , foi instituída a seguinte regra :
“O número de pontos que cada time ganha por partida é igual ao quadrado do número de gols marcados pelo time nessas partidas.”
Nesse torneio, composto por apenas três times, cada um joga apenas uma vez contra os outros dois. Ao final , será declarada campeã a equipe obtiver o maior número de pontos. Caso duas ou mais equipes cheguem ao final com o mesmo número de pontos, serão considerados os seguintes critérios de desempate: Saldo de gols, maior número de gols pró e sorteio.

Os times foram numerados da seguinte maneira: Vasco(1), Flamengo(2) e Botafogo(3).

Os resultados dos jogos foram tabulados na matriz quadrada A, de ordem 3, a seguir indicada, onde a_{ij} é igual ao número de gols que a equipe i marcou na equipe j. Se houver gol contra, este será creditado para a outra equipe.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Observando a matriz, complete os quadros a seguir:

a)

Jogo	Resultado
Vasco X Flamengo	
Vasco X Botafogo	
Flamengo X Botafogo	

b)

Time	Nº de pontos ao fim do torneio	Colocação
Botafogo		
Flamengo		
Vasco		

2)(UFRJ) Antônio, Bernardo e Cláudio saíram para tomar chope, de bar em bar, tanto no sábado quanto no domingo.

As matrizes a seguir resumem quantos chopes cada um consumiu e como a despesa foi dividida:

$$S = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

S refere-se às despesas de sábado e D às de domingo.

Cada elemento a_{ij} nos dá o número de chopes que i pagou para j, sendo Antônio o número 1, Bernardo o número 2 e Cláudio o número 3 (a_{ij} representa o elemento da linha i, coluna j de cada matriz).

Assim, no sábado Antônio pagou 4 chopes que ele próprio bebeu, 1 chope de Bernardo e 4 de Cláudio (primeira linha da matriz S).

Responda justificando:

a) Quem bebeu mais chope no fim de semana?

b) Quantos chopes, Cláudio ficou devendo para Antônio?

3)(UENF) A temperatura corporal de um paciente foi medida, em graus Celsius, três vezes ao dia, durante cinco dias. Cada elemento a_{ij} da matriz abaixo corresponde à temperatura observada no instante i do dia j.

$$\begin{bmatrix} 35{,}6 & 36{,}4 & 38{,}6 & 38{,}0 & 36{,}0 \\ 36{,}1 & 37{,}0 & 37{,}2 & 40{,}5 & 40{,}4 \\ 35{,}5 & 35{,}7 & 36{,}1 & 37{,}0 & 39{,}2 \end{bmatrix}$$

Determine:

a) o instante e o dia em que o paciente apresentou a maior temperatura;

b) a temperatura média do paciente no terceiro dia de observação.

4) (UFRJ) Há 5 senadores designados para uma Comissão Parlamentar de Inquérito(CPI). Eles devem escolher entre si um presidente para comissão, sendo que cada senador pode votar em até 3 nomes. Realizada a votação onde cada um deles recebeu um número de 1 a 5 os votos foram tabulados na matriz
$A=(a_{ij})_{5X5}$ a seguir indicada. Na matriz A, cada elemento a_{ij} é igual a 1(um) se i votou em j, e é igual a 0(zero), caso contrário.

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Responda justificando:
a)Qual o candidato mais votado?
b)Quantos candidatos votaram em si mesmos?

5) (UFRJ) Em uma cidade há três revistas de noticiário semanal: 1;2 e 3. Na matriz $A=(a_{ij})_{3X3}$ a seguir, o elemento a_{ij} representa a probabilidade de um assinante trocar a assinatura da revista i para a revista j, na época da renovação.

$$A=\begin{bmatrix} 0{,}6 & 0{,}1 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}7 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}4 \end{bmatrix}$$

Responda justificando:
a) Qual a probabilidade de os assinantes da revista 2 trocarem de revista quando forem renovar a assinatura?
b) Quais os leitores menos satisfeitos com a revista que estão assinando?

6)(UFRJ) Uma confecção vai fabricar 3 tipos de roupa utilizando materiais diferentes. Considere a matriz $A=(a_{ij})_{3X3}$ a seguir, onde a_{ij} representa quantas unidades do material j serão empregadas para fabricar roupas do tipo i.

$$A=\begin{bmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Responda justificando:
A) Quantas unidades do material 3 serão empregados para fabricar roupas do tipo 2?
B) Calcule o total de unidades do material 1 que serão empregados para fabricar 5 roupas do tipo 1, 4 roupas do tipo 2 e duas roupas do tipo 3?

7) (CESGRANRIO)
Cláudio anotou suas médias bimestrais de matemática, português, ciências e estudos sociais em uma tabela com quatro linhas e quatro colunas, formando uma matriz, como mostra a figura.
Sabe-se que as notas de todos os bimestres têm o mesmo peso, isto é, para calcular a média anual do aluno em cada matéria basta fazer a média aritmética de suas médias bimestrais.
Para gerar uma nova matriz cujos elementos representem as médias anuais de Cláudio, na mesma ordem da matriz apresentada, bastará multiplicar essa matriz por:

$$\begin{array}{l} \\ \text{matemática} \\ \text{português} \\ \text{ciências} \\ \text{est. sociais} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1^{o}b & 2^{o}b & 3^{o}b & 4^{o}b \end{array} \\ \begin{bmatrix} 5{,}0 & 4{,}5 & 6{,}2 & 5{,}9 \\ 8{,}4 & 6{,}5 & 7{,}1 & 6{,}6 \\ 9{,}0 & 7{,}8 & 6{,}8 & 8{,}6 \\ 7{,}7 & 5{,}9 & 5{,}6 & 6{,}2 \end{bmatrix} \end{array}$$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

8) (UFRS) A matriz C fornece, em reais, o custo das porções de arroz, carne e salada usados num restaurante:
A matriz P fornece o número de porções de arroz, carne e salada usados na composição dos pratos tipo P • , P,, Pƒ desse restaurante:
A matriz que fornece o custo de produção, em reais, dos pratos P • , P, e Pƒ, está indicada na alternativa

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{arroz} \\ \text{carne} \\ \text{salada} \end{array} \qquad P = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{arroz} & \text{carne} & \text{salada} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \text{prato } P_1 \\ \text{prato } P_2 \\ \text{prato } P_3 \end{array}$$

a) $\begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 9 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

9) (PUCCAMP) Em um laboratório, as substâncias A, B e C são a matéria-prima utilizada na fabricação de dois medicamentos. O Mariax é fabricado com 5g de A, 8g de B e 10g de C e o Luciax é fabricado com 9g de A, 6g de B e 4g de C. Os preços dessas substâncias estão em constante alteração e, por isso, um funcionário criou um programa de computador para enfrentar essa dificuldade. Fornecendo-se ao programa os preços X, Y e Z de um grama das substâncias A, B e C, respectivamente, o programa apresenta uma matriz C, cujos elementos correspondem aos preços de custo da matéria-prima do Mariax e do Luciax. Essa matriz pode ser obtida de

a) $\begin{bmatrix} 5 & 8 & 10 \\ X & Y & Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 & 6 & 4 \\ X & Y & Z \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 5 & 8 & 10 \\ 9 & 6 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 5 & 8 & 10 \\ X & Y & Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X & Y & Z \\ 9 & 6 & 4 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 5 & 8 & 10 \\ X & Y & Z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 6 & 8 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}$

GABARITO

1) a) Vasco 5 X 1 Flamengo
Vasco 4 X 2 Botafogo
Flamengo 0 X 6 Botafogo
b) 1º VASCO ; 2º Botafogo; 3º Flamengo
2) a) Cláudio
b) 2 chopes
3) a) Na segunda medição do 4º dia.
b) 37,3°C.
4) a) Candidato 5
b) 2 candidatos(1 e 5)
5) a) 0,3 ou 30%
b)Leitores da revista 3
6) a) 3 unidades
b) 33 unidades
7) [E]
8) [A]
9) [B]

Atividade 2

Vídeo aula: "O gabarito secreto"

Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=Jr83wILbRaM

Sinopse

Uma jovem, estudando para uma prova de Matemática, se depara com algumas matrizes que parecem ser uma mensagem criptografada contendo as respostas da tal prova. Com a ajuda do irmão, ela tenta decodificar a mensagem e acaba aprendendo um pouco sobre matrizes.

Conteúdos

- MATRIZES
- CRIPTOGRAFIA.

Objetivos

1. Mostrar uma aplicação simples de matrizes envolvendo multiplicação e cálculo da matriz inversa.

EM AULA

FICHA DE AVALIAÇÃO DA VÍDEO AULA

ASSUNTO:______________________________

DATA:____________ DURAÇÃO:___________

Critérios	Sim	Às vezes	Não
1- A linguagem usada no vídeo foi de fácil entendimento			
2- Houve necessidade de intervenção da professora durante a exibição			

3- O assunto tratado pode ser aplicado na resolução das atividades propostas			
4- O vídeo relaciona os temas tratados na disciplina com situações enriquecedoras e interessantes			

Gostaria de dizer que: ____.

F I C H A D E A U T O - A V A LI A Ç Ã O (VÍDEO AULA

NOME: ______________________________________ Nº:__________

2. DATA:__________ TURMA:_________

VALORES, ATITUDES E CAPACIDADES.	Raramente	Às vezes	Quase sempre
1- Estive atento			
2-Fui organizado: caderno diário, registro, material para as aulas.			
3- Demonstrei interesse pelos assuntos tratados			
4- Fui capaz de colocar as questões em diferentes situações			
5-Participei corretamente das atividades desenvolvidas			
6- Fui capaz de me organizar e realizar meu trabalho sozinho			
7- Fui correto no meu relacionamento com os colegas e a professora			
8- Adquiri conhecimentos			
9- Sou capaz de aplicar esses conhecimentos nos exercícios, testes e provas.			
10- Respeitei às regras de funcionamento da turma/escola durante a vídeo aula			
11- Colaborei positivamente nos trabalhos da turma e do grupo			

Acho que meu trabalho/participação pode ser traduzido pelo seguinte nível(Valor de 0 a 2) :_____

Gostaria ainda de dizer que:____.

ROTEIRO DE ATIVIDADE 2 – ADAPTADO

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Matrizes e Determinantes

Objetivos: Trabalhar com as operações e propriedades das matrizes por meio da codificação e decodificação de mensagens

Pré-requisitos: Operações com matrizes.

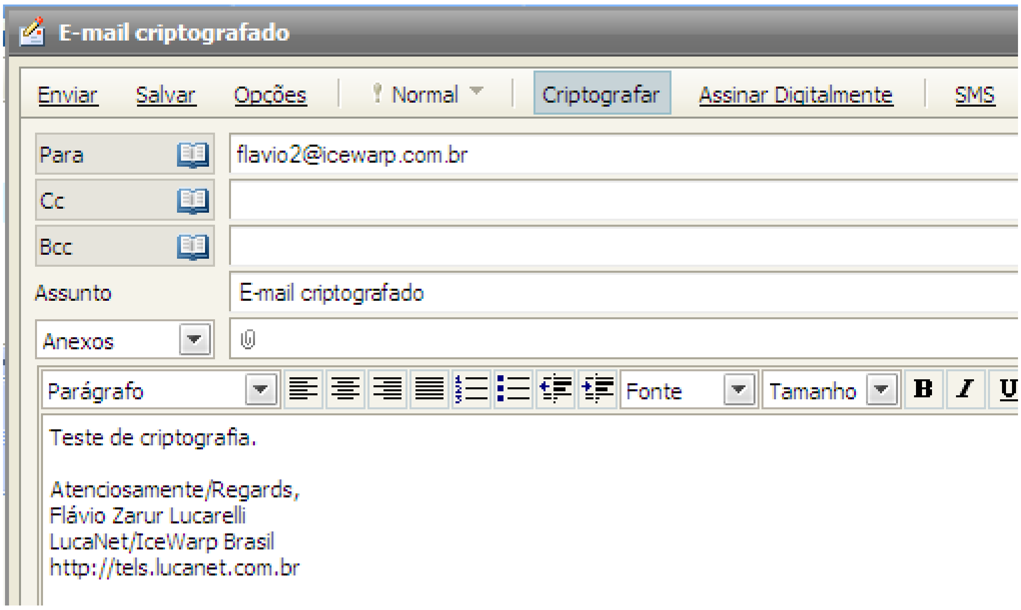
Material necessário: Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica

Organização da classe: Turma disposta em duplas de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

Descritores associados:

..H33 – Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.

Matrizes Inversas e Decodificação de Mensagens



Fonte: https://suporte.icewarp.com.br/faqimages/cert5.png

A arte de decodificar mensagens é bastante antiga, existem indícios de seu uso desde o Egito Antigo. Nos dias de hoje, ela está fortemente presente em nossas atividades mais simples como, por exemplo, quando digitamos uma senha em um site de Internet ou quando usamos um cartão de crédito.

Você sabia que podemos usar as matrizes e suas propriedades para decodificar uma mensagem?

Para nossa incursão nas mensagens criptografadas usando matrizes, precisamos inicialmente fazer uma associação entre números e as letras do alfabeto da seguinte forma:

-	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Quadro do valor numérico de cada letra

Os espaços entre as palavras serão representados por um traço e para esse símbolo será atribuído o número zero.

01)

Dois amigos, Carlos e João, combinaram de enviar mensagens codificadas entre si, utilizando a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ como chave.

a) Carlos quer enviar a mensagem "VAMOS BRINCAR" para João. Preencha a tabela abaixo com os números que estão associados a cada uma das letras.

-	V	A	M	O	S	-	B	R	I	N	C	A	R

b) Organize esses dados em uma matriz M_{2X7}, da seguinte forma:

$M = [\ ]$

c) Encontre a matriz A^{-1} inversa de *A*.

d) Obtenha a matriz codificada que Carlos deverá enviar para João, ou seja, obtenha a matriz *C =AM*.

e) Faça como João e finalmente decodifique a mensagem, fazendo A^{-1} . c.

f) Carlos e João combinaram de enviar outras mensagens, utilizando como chave a matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$. Porém, não conseguiram utilizar essa matriz para a codificação das mensagens. O que você acha que aconteceu?

___

___

___

02) Vamos usar nosso conhecimento para resolver o problema abaixo que relaciona matriz inversa e criptografia!

A matemática pode ser divertida e capaz de nos desafiar de forma agradável.

(PUC) *Um batalhão do exército, resolveu codificar suas mensagens através da multiplicação de matrizes. Primeiramente, associa as letras do alfabeto aos números, segundo a correspondência abaixo considerada:*

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Desta forma, supondo que o batalhão, em questão, deseja enviar a mensagem **"PAZ",** pode-se tomar uma matriz 2x2, da forma:

$$\begin{bmatrix} P & A \\ Z & — \end{bmatrix}$$, a qual, usando-se da tabela acima, será dado por:

$$M = \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ 25 & 0 \end{bmatrix}$$.

Tomando-se a matriz-chave C para o código, isto é:

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$, transmite-se a mensagem "PAZ" através da multiplicação das matrizes M e C, ou seja:

$$M \cdot C = \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ 25 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 & 47 \\ 50 & 75 \end{bmatrix}$$.

Ou através da cadeia de números 31 47 50 75. Desta forma, utilizando-se a mesma matriz-chave C, a decodificação da mensagem 51 81 9 14 será compreendida pelo batalhão como a transmissão da palavra:
(A) LUTE (B) FOGO (C) AMOR (D) VIDA (E) FUGA

Solução: Esta é uma das inúmeras aplicações das matrizes: escrever mensagens em códigos, de modo que somente pessoas autorizadas possam decifrá-las (Criptografia básica). Como a matriz C codifica a mensagem, para decodificar temos que multiplicar por uma matriz D que desfaz o que matriz C faz, ou seja, temos que multiplicar pela matriz D inversa de C. Para construir a Matriz D vamos usar o fato de que D é a matriz inversa de C se , e somente se, C×D = D×C = I, onde I é matriz identidade. Depois resolvemos os dois sistemas de equações resultantes.

$$D = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} , \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad D = C^{-1} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+3c & 2b+3d \\ a+2c & b+2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+3c=1 \\ a+2c=0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} 2b+3d=0 \\ b+2d=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a=2 \,;\, b=-3 \,;\, c=-1 \,;\, d=2$$

Observe que a matriz C codificou a mensagem multiplicando a matriz M pela direita, então, temos que decifrar a mensagem multiplicando por $D=C^{-1}$ também pela direita, pois a propriedade comutativa no produto de matrizes não é válida. Decodificando a mensagem 51 81 9 14, encontramos:

$$\begin{bmatrix} 51 & 81 \\ 9 & 14 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 102-81 & -153+162 \\ 18-14 & -27+28 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 21 & 9 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Logo, a mensagem 51 81 9 14 será compreendida como 21 9 4 1 , correspondendo a palavra VIDA.
A alternativa (D) é a opção correta.

Atividades do livro texto sobre matriz inversa pág. 251

ATIVIDADE 03

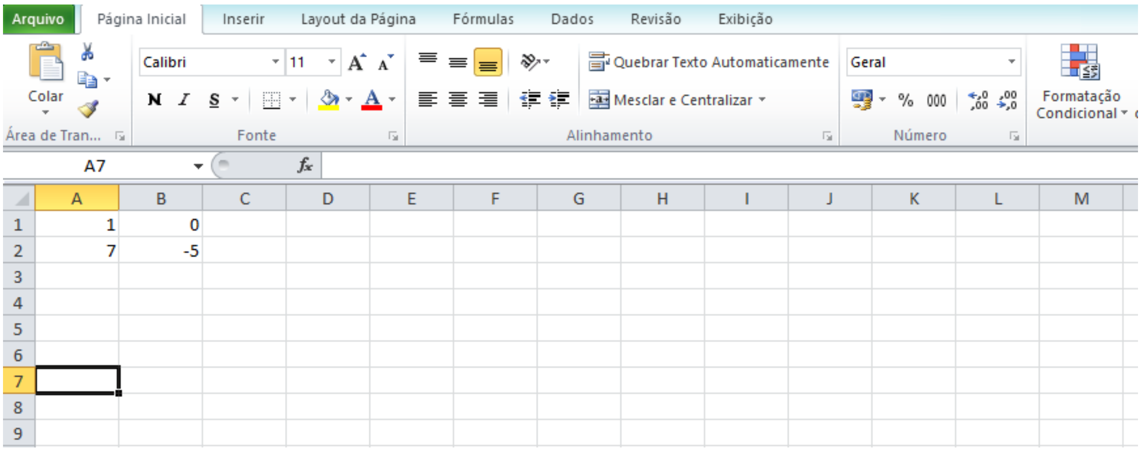
Determinante, Matriz Inversa e Planilhas Eletrônicas

- Duração prevista: 100 minutos
- Área de conhecimento: Matemática
- Assunto: Matrizes e Determinantes
- Objetivos: Usar planilhas eletrônicas para o cálculo de determinantes e a obtenção de matriz inversa.
- Pré-requisitos: Conhecimentos mínimos em manipulação de softwares
- Material necessário: Planilha Eletrônica, Folha de atividades, laboratório de informática, cada dupla deverá providenciar seu pen drive para salvar seu trabalho.
- Cuidados especiais: agendar o uso do laboratório de informática.
- Organização da classe: Turma disposta em duplas em laboratório de informática de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- Descritores associados:H32 – Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 ou 3. H33 – Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.

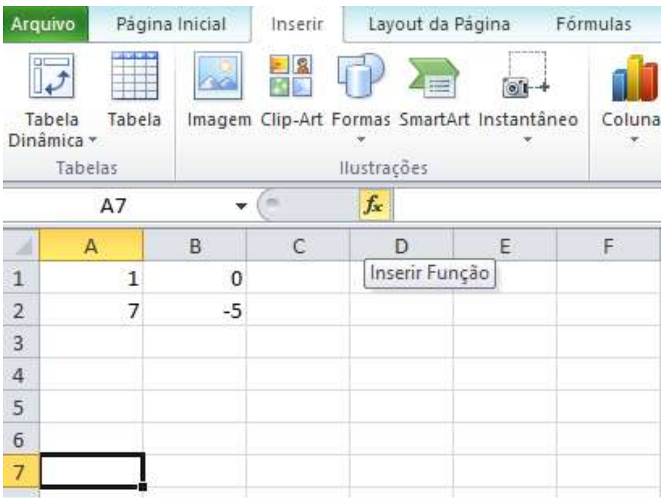
ROTEIRO DE AÇÃO 5 – ADAPTADO

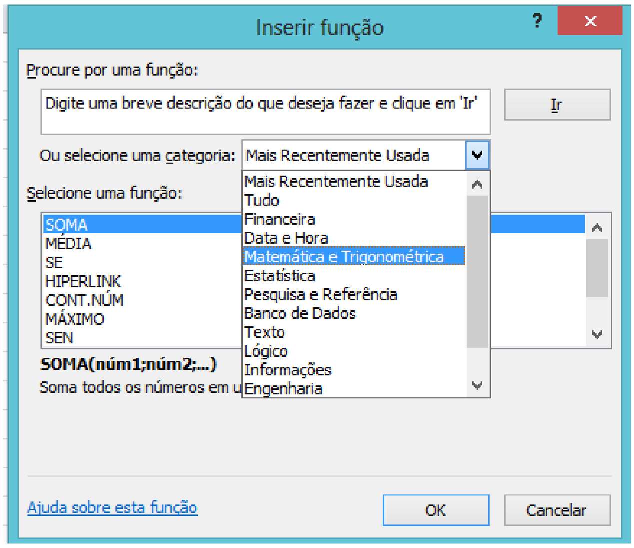
01) Nesse roteiro aprenderemos a utilizar uma planilha eletrônica para calcular determinantes e matrizes inversas, dada uma matriz quadrada.

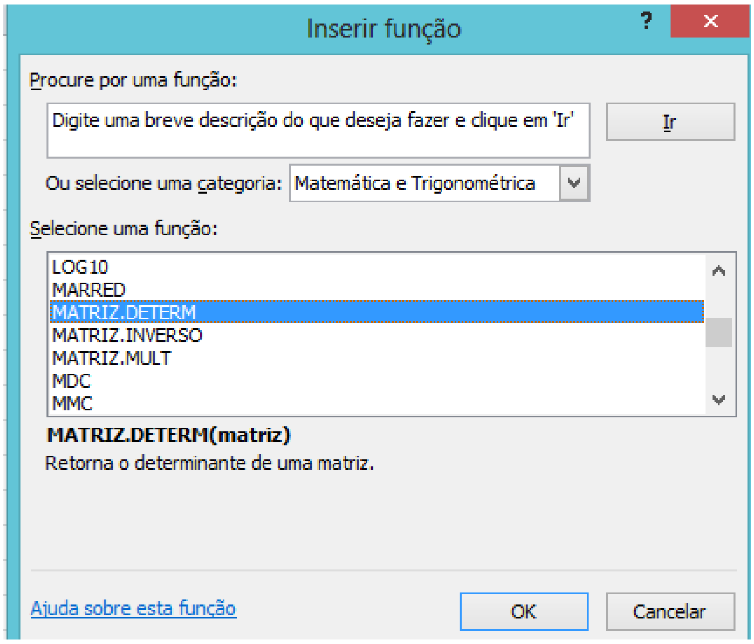
a) Utilizando qualquer planilha eletrônica digite os valores de uma matriz quadrada em cada uma das células. E escolha uma célula pela qual será visualizado o valor do determinante.



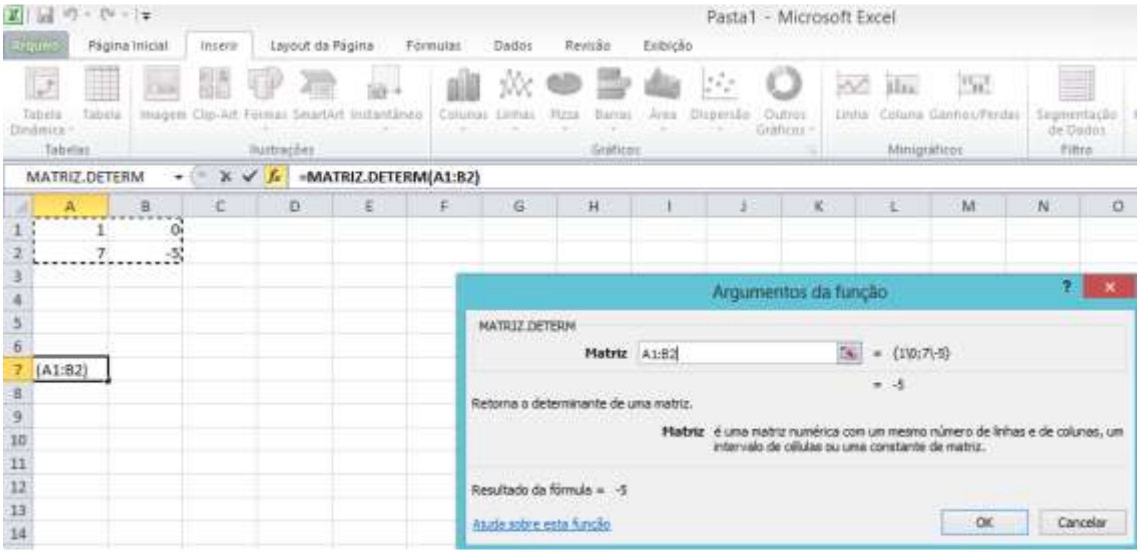
b) Clique no botão f_x – inserir função – procure na janela que aparecerá a função, selecione a categoria "Matemática e Trigonométrica" e selecione a função "MATRIZ.DETERM" e clique em ok.

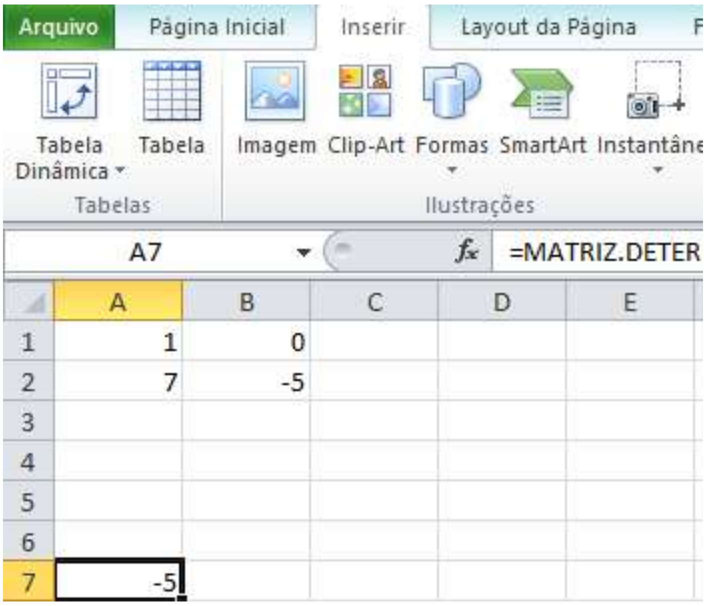






c)Selecione a matriz e tecle enter.



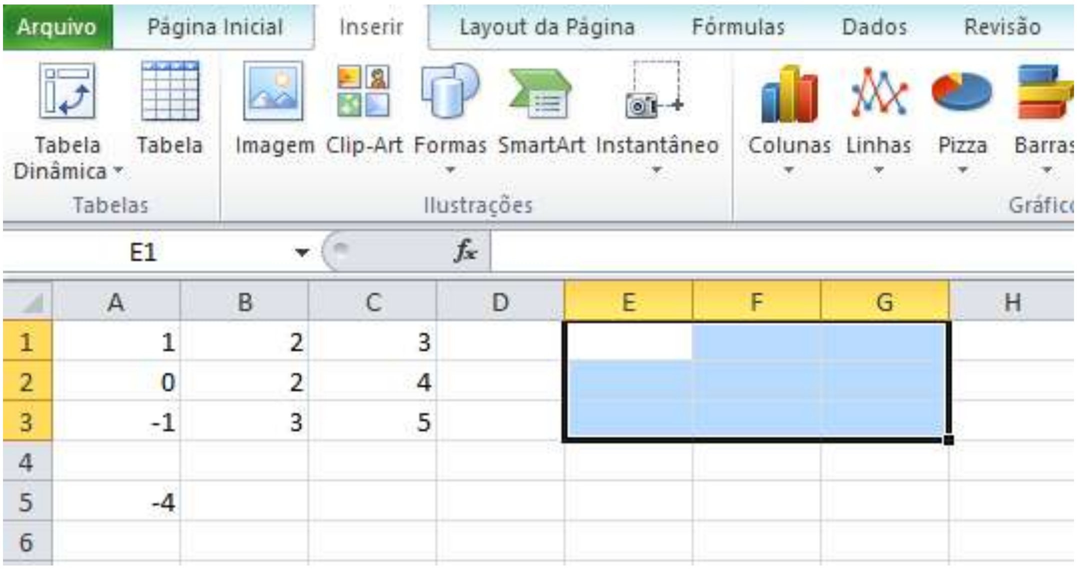


d)Agora repita o procedimento e calcule o determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

Você deverá encontrar detA = -4.

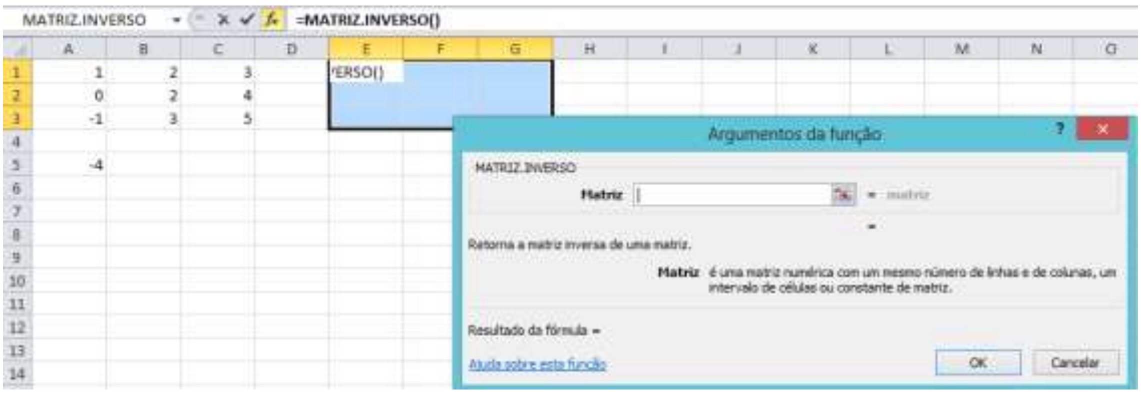
e)Podemos também usar a planilha eletrônica para achar a matriz inversa de uma dada matriz. ***Vamos aproveitar a matriz anterior (Lembrete: se o determinante de uma matriz é diferente de zero (detA ≠0) essa matriz admite uma matriz inversa.***

f)Selecione as células sobre as quais aparecerão os elementos da matriz inversa. Nesse caso selecionaremos três linhas e três colunas.

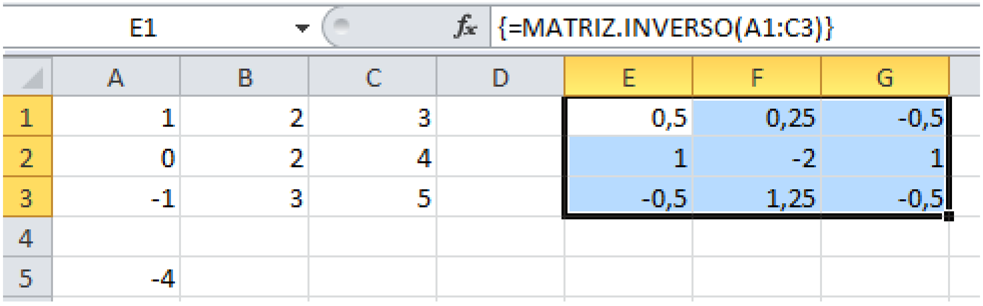


g) Clique em f_x e selecione a função "MATRIZ.INVERSO".

h) Clique em OK e selecione os elementos da matriz que você digitou.



i)Agora preste atenção. Não clique direto em OK. Pressione simultaneamente as teclas Ctrl e Shift e então clique em OK ou pressione enter.



	A	B	C	D	E	F	G
1	1	2	3		0,5	0,25	-0,5
2	0	2	4		1	-2	1
3	-1	3	5		-0,5	1,25	-0,5
4							
5	-4						

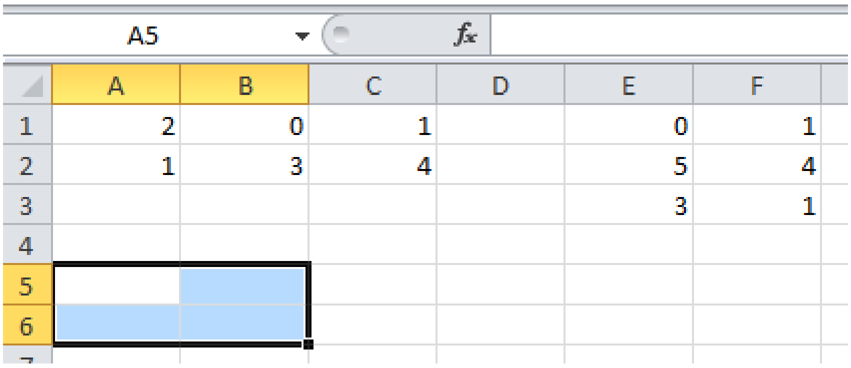
Temos então a matriz e a sua inversa.

j)Vamos multiplicar duas matrizes, usando a planilha eletrônica.

Digite as matrizes A= $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ e B= $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

I)Dê os tipos das matrizes A, B e A.B ______________________________

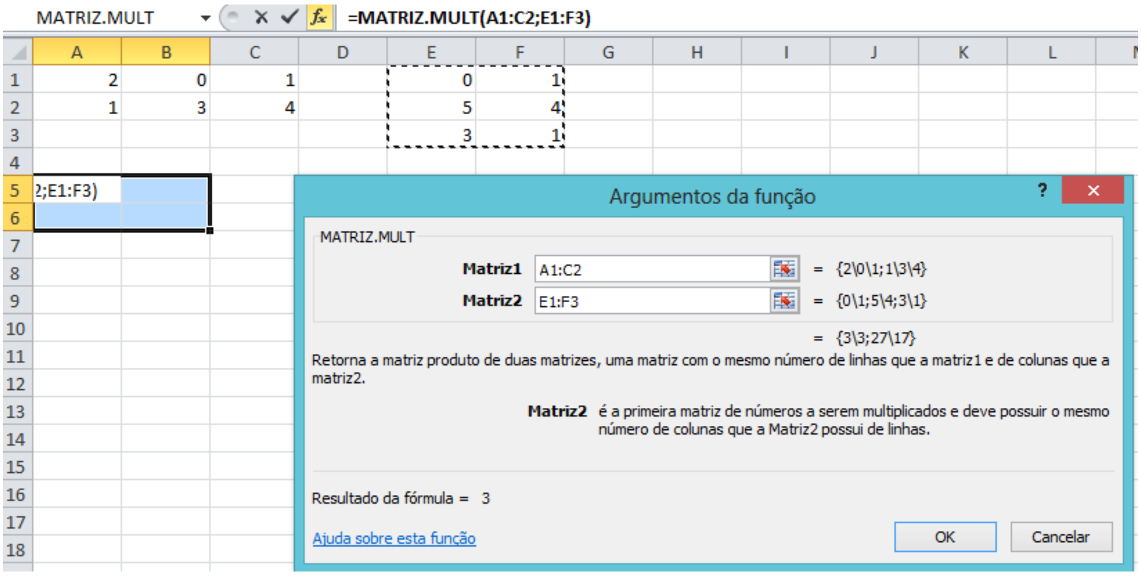
II)Selecione as cédulas de A.B.

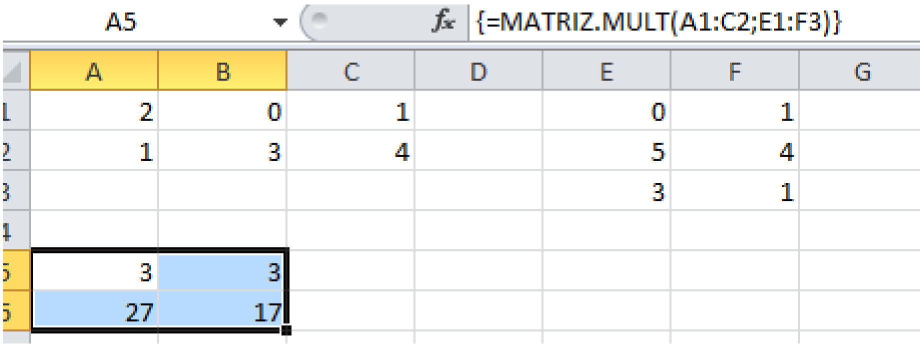


	A	B	C	D	E	F
1	2	0	1		0	1
2	1	3	4		5	4
3					3	1
4						
5						
6						

III)Selecione inserir função. Selecione Matemática e Trigonometria. Selecione Matriz.Mult.>Agora Selecione a matriz A e depois a matriz B.

Não se esqueça aperte simultaneamente as teclas crtl e shift e dê OK.





DESAFIO: VAMOS CRIPTOGRAFAR UMA MENSAGEM DE ORDEM 3

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Essa matriz poderá ser utilizada em nossa criptografia. Desde que ela possua uma inversa. A inversa de **A** somente irá existir se e somente se a determinante de **A** for diferente de zero.

Se esta matriz possuir a inversa ela será a nossa **Chave de Criptografia.**

a)Verifique se a matriz possui A possui inversa utilizando os procedimentos para cálculo do determinante na planilha eletrônica.

B) Criptografando

–	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Vamos imaginar agora uma mensagem a ser criptografada.

"EU TE AMO"

FRASE	VALOR NA TABELA
E	

U	
-	
T	
E	
-	
A	
M	
O	

1)Escreva a matriz B dos códigos que será do tipo 3x3, ordenadamente.

B=$\begin{pmatrix} E & U & - \\ T & E & - \\ A & M & O \end{pmatrix}$ => B =

A matriz B é a nossa mensagem.

2)Encontre a inversa de A que é A^{-1} . (Use os procedimentos para determinar a inversa na planilha eletrônica)

3)Vamos codificar a mensagem. Com a matriz A que é a nossa chave de criptografia e a matriz B que é nosso texto puro, basta fazer a multiplicação das matrizes para termos uma mensagem criptografada: (Continue a usar a planilha eletrônica para realizar essa multiplicação)

M = A . B

4)Para decodificar (ler), o destinatário deverá multiplicar as matrizes: A^{-1}. M

(Continue a usar a planilha eletrônica para realizar essa multiplicação)

Se vocês encontraram a matriz B como resultado desta multiplicação então realizaram todos os procedimentos corretamente.

PARABÉNS!

AVALIAÇÃO NO PLANO DE TRABALHO

Ao longo de todo o Plano de Trabalho foram deixados claros os critérios de avaliação.

Ficam assim quantificados os critérios de avaliação: os exercícios selecionados para a avaliação ao longo do processo somam 1 ponto; o envolvimento e a resolução das atividades mesmo com a resposta errada valerão 0,5 pontos; a avaliação pré-determinada na introdução desse Plano de Trabalho tem por objetivo uma reflexão do conteúdo tratado e prevê criteriosamente se o aluno consegue analisar, elaborar estratégias de resolução, calcular corretamente as questões levantadas que somam 1,5 pontos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- EDITORA MODERNA. Conexões com a Matemática/Editora responsável Juliane Matsubara Barroso, obra coletiva, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 1 ed. . São Paulo: Moderna, 2010. v 2.
- SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. Matemática Ensino Médio. 4 ed. Reformulada. São Paulo: Saraiva, 2004. v. 2.
- DANTE, Luiz Roberto. Matemática, volume único.1 ed. São Paulo: Ática, 2009.
- DANTE, Luiz Roberto. Matemática, volume 2 .1 ed. São Paulo: Ática, 2011.
- GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. Matemática: uma nova abordagem. 1 ed. São Paulo: FTD, 2000. V2: versão: Progressões.
- BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Matemática,1 ed. São Paulo: Ática, 2004.v 2.
- PROJETO SEEDUC. Fundação CECIERJ. Consórcio CEDEJ. Extensão. Roteiros de Ação: 2 e 5. Curso de Aperfeiçoamento 2º ano do Ensino Médio 3º bimestre/2014. Rio de Janeiro, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 1999.