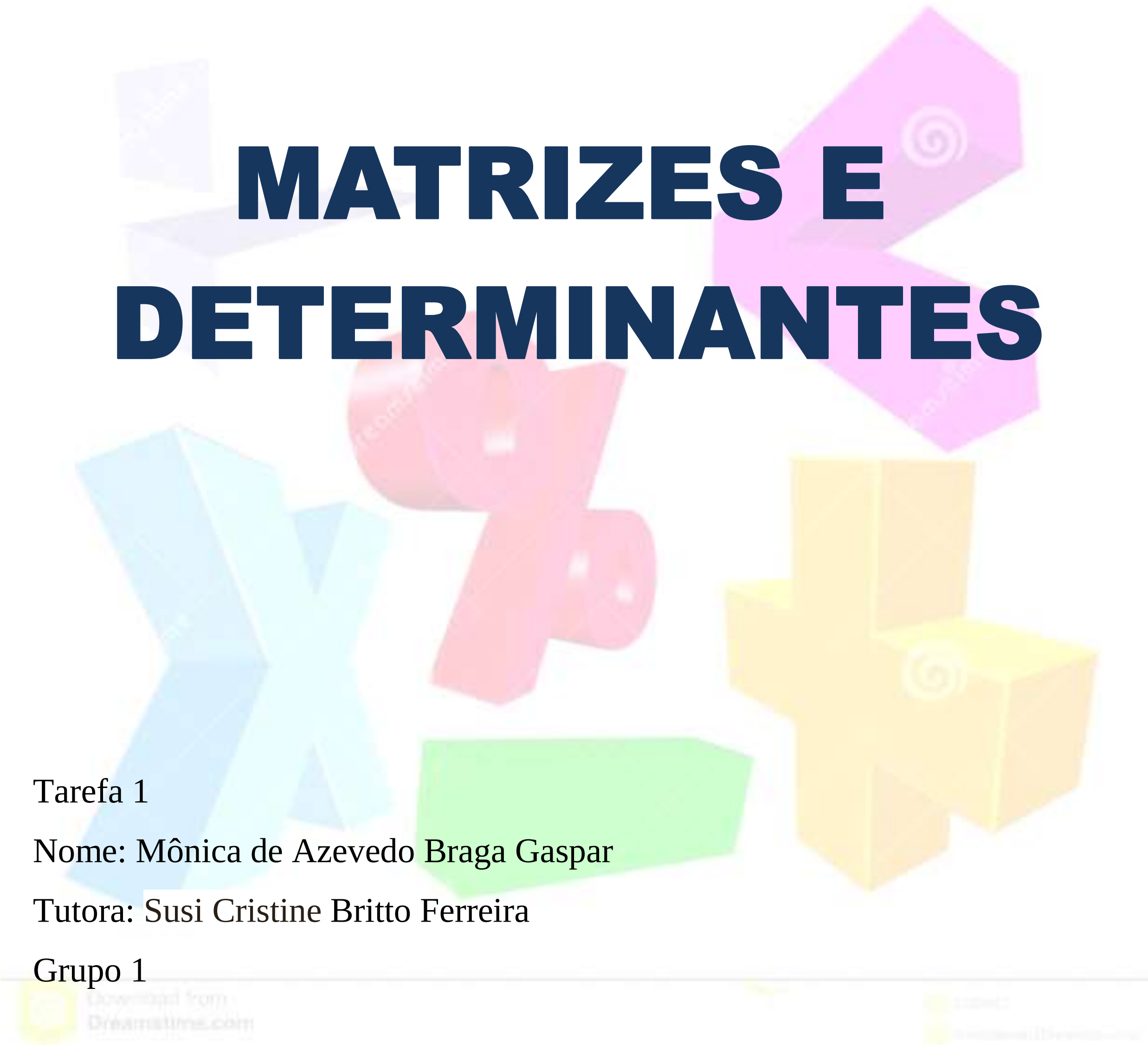
CECIERJ

CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA



MATRIZES E DETERMINANTES

Tarefa 1

Nome: Mônica de Azevedo Braga Gaspar

Tutora: Susi Cristine Britto Ferreira

Grupo 1

MACAÉ

2014

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo facilitar o entendimento dos alunos relacionado ao conceito de matrizes e determinantes, facilitando assim o seu aprendizado, principalmente quando se envolvem questões contextualizadas, de acordo com o dia a dia dos alunos. Os alunos ainda apresentam muitas dificuldades em criar e interpretar matrizes e determinantes. Com este plano de trabalho o entendimento do aluno será modificado, diferenciando sua visão a respeito deste assunto, o qual apresentam muitas deficiências desde as séries anteriores.

Nas primeiras aulas relacionadas a matrizes mostra-se o conceito geral, as definições de como reconhecer seus elementos, formulá-los e reconhecer as diferentes nomeações o qual as matrizes recebem. Os exemplos devem ser sempre voltados para o dia a dia e a realidade do aluno. Será realizada também uma atividade participativa relacionada a tipos de celulares, facilitando o aprendizado do aluno.

Na aula seguinte os alunos realizarão determinada atividade envolvendo uma situação problema, fixando o conceito de matrizes. Na segunda parte da aula, assistirão a um vídeo sobre o conceito de multiplicação de matrizes.

Em seguida será apresentado o conceito de determinantes, através da explicação no quadro; além da realização do jogo Determinó, confeccionado e utilizado pelos próprios alunos. Acontecerá também na aula seguinte, a utilização da calculadora Oficalc, realizando a verificação dos resultados das determinantes.

Na última aula sobre este assunto será realizado um trabalho em grupo com diversas questões contextualizadas, onde os alunos resolverão as questões que serão corrigidas pelo professor e os alunos serão avaliados através de uma nota específica.

DESENVOLVIMENTO

Primeira aula:

- **HABILIDADE RELACIONADA**: **H33 -** Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes
- **PRÉ-REQUISITOS**: Operações envolvendo números reais.
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS**: Lápis, caneta, borracha, régua, caderno para anotações, folha de resumo.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: Individual.
- **OBJETIVOS:** Nesta aula será apresentada a introdução do estudo de matrizes e em seguida a explicação detalhada de cada nomeação que as matrizes recebem. Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado.
- **METODOLOGIA ADOTADA**: Os alunos receberão uma folha com a introdução de matrizes de forma resumida. O professor fará a explicação detalhada de cada tipo de matriz. Após o momento de retirada de dúvidas, só existirá fixação através da realização dos exercícios, onde o professor passará alguns exercícios e depois de alguns minutos realizará a correção de todos, avaliando a participação de todos os alunos com uma pontuação específica.

Conceito de Matrizes

Em jornais, revistas, e na internet frequentemente encontramos informações numéricas organizadas em forma de tabelas, com linhas e colunas. Vejamos alguns casos:

Variação do índice de venda de imóveis (maio/2012)

Venda	No mês	No ano	12 meses	36 meses
Brasil	0,9	6,3	19,9	n/d
São Paulo	1,2	6,4	21,5	88,7
Brasília	0,5	5,2	9,7	n/d
Fortaleza	2,4	4,3	15,8	n/d
Recife	1,9	12,5	31,8	n/d
Salvador	-1,3	1,2	4,5	n/d

Multiplicação de Carros

No. de veículos por 1000 habitantes	1990	2010
Estados Unidos	752	814
Itália	507	688
Japão	456	592
Alemanha	512	545
Brasil	87	153

Algumas matrizes, por suas características, recebem denominações especiais.

Matriz linha: matriz representada por uma única linha.

Matriz coluna: matriz representada por uma única coluna.

Matriz nula: matriz em que todos os elementos são nulos; é representada por $0_{m \times n}$.

Por exemplo, $0_{2x3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Matriz quadrada: matriz do tipo n x n, ou seja, com o mesmo número de linhas e colunas; dizemos que a matriz é de ordem **n**. Por exemplo, a matriz $C = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ é do tipo 2 x 2, isto é, quadrada de ordem 2.

Matriz diagonal: matriz quadrada em que todos os elementos que não estão na diagonal principal são nulos. Por exemplo:

$a)\ A_{2x2} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $b)\ B_{3x3} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$

Matriz identidade: matriz quadrada em que todos os elementos da diagonal principal são iguais a 1 e os demais são nulos; é representada por $\mathbf{I_n}$, sendo **n** a ordem da matriz. Por exemplo:

$a)\ I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $b)\ I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matriz transposta: matriz A^t obtida a partir da matriz A trocando-se ordenadamente as linhas por colunas ou as colunas por linhas. Por exemplo:

$$Se\ A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix},\ então\ A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Desse modo, se a matriz **A** é do tipo m x n, $\mathbf{A^t}$ é do tipo n x m.
Note que a 1ª linha de **A** corresponde à 1ª coluna de $\mathbf{A^t}$ e a 2ª linha de A corresponde à 2ª coluna de $\mathbf{A^t}$.

Matriz simétrica: matriz quadrada de ordem n tal que $\mathbf{A = A^t}$ **.** Por exemplo,

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 \\ 6 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

é simétrica, pois $a_{12} = a_{21} = 5$, $a_{13} = a_{31} = 6$, $a_{23} = a_{32} = 4$, ou seja, temos sempre $a_{ij} = a_{ij}$.

Matriz oposta: matriz **-A** obtida a partir de **A** trocando-se o sinal de todos os elementos de **A**. Por exemplo,

$$Se\ A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, então\ -A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$$

Atividade de Fixação

Num torneio de futsal, verificou-se o seguinte resultado de quatro jogadores principais no time de Bola Cheia: Angelo fez 5 gols e deu 10 assistências, cometendo 2 faltas.
Herivelto fez 12 gols e deu 8 assistências, cometendo 5 faltas. Vandré fez 10 gols e deu 18 assistências, não cometendo nenhuma falta e; Jonas fez 6 gols e deu 20 assistências, cometendo 7 faltas. Construa a matriz Atleta x Resultados.

Segunda aula:

- **HABILIDADE RELACIONADA**: **H33 -** Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes
- **PRÉ-REQUISITOS**: Definição de matriz, operações envolvendo números reais.
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS**: Lápis, caneta, borracha, régua, caderno para anotações, folha de atividades.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: Turma organizada em duplas, propiciando um trabalho colaborativo.
- **OBJETIVOS:** Nesta aula será trabalhado o estudo de operações de matrizes, utilizando uma situação problema.
- **METODOLOGIA ADOTADA**: Os alunos receberão uma folha com uma situação problema. O trabalho será realizado com uma questão contextualizada. O professor fará a explicação e os alunos participarão de maneira coletiva, junto com o professor.

Atividade

A loja de celulares "Mundo do Celular" possui duas filiais de sua loja e comercializa três modelos diferentes de celulares. A tabela abaixo se refere à quantidade de celulares vendidas no mês de novembro/2013 em cada loja.

Loja	Modelo		
	Samsung	**Nokia**	**Motorola**
A	20	15	6
B	15	5	2

Observemos que foram vendidos 6 celulares Samsung na Loja A nesse período.

a) Quantos celulares do modelo Samsung foram vendidos na Loja B? _________________

b) Quantos celulares do modelo Nokia foram vendidos na Loja B? ___________________

c) Quantos celulares Motorola foram vendidos em novembro? ______________________

Você já deve ter visto que podemos representar uma tabela como um objeto matemático. Chamamos de matriz esse objeto matemático ao qual estamos nos referindo.

Dessa maneira podemos representar a tabela acima por meio da seguinte matriz A,

$$A=\begin{pmatrix} 20 & 15 & 6 \\ 15 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

d) Qual é o número que está na primeira linha e segunda coluna? Você saberia dizer qual é o seu significado nessa situação em que estamos estudando?

e) Qual é o significado do número que está na segunda linha e terceira coluna?

A tabela abaixo representa a quantidade de celulares vendidos pela loja “Mundo do Celular”, em dezembro/2013, nas suas duas lojas.

Loja	**Modelo**		
	Samsung	**Nokia**	**Motorola**
A	23	16	8
B	13	3	1

f) Escreva a matriz B que pode ser representada pelos elementos dessa tabela.

B=

O dono da loja “Mundo do Celular” solicitou a um de seus funcionários para elaborar uma tabela e uma matriz que representasse o total de celulares vendidos nos meses de novembro e dezembro, em suas duas Lojas.

g) Complete a tabela e a Matriz abaixo de maneira a atender ao pedido de dono da loja.

Loja	**Modelo**		
	Samsung	**Nokia**	**Motorola**
A			
B			

Você já deve ter percebido que a soma entre duas matrizes dá-se por meio da soma dos respectivos elementos de cada uma das duas matrizes. E, portanto, só podemos somar matrizes que tenham o mesmo número de linhas e de colunas. O tamanho que uma matriz tem, ou seja, a quantidade de linhas e colunas é chamada de ordem da matriz. No exemplo da loja “Mundo do Celular”, as matrizes apresentadas são todas de ordem 2x3 (2 linhas e 3 colunas).

i) De forma análoga, obtenha uma matriz que faça a subtração entre os elementos das matrizes A e B.

j) Qual é o significado do número que se encontra na primeira linha e segunda coluna dessa matriz?

Terceira aula:

- **HABILIDADE RELACIONADA**: **H33 -** Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes
- **PRÉ-REQUISITOS**: Definição de matriz, operações envolvendo números reais.
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS**: Lápis, caneta, borracha, régua, caderno para anotações, folha de atividades, notebooks.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: Turma organizada em duplas, propiciando um trabalho colaborativo.
- **OBJETIVOS:** Nesta aula será trabalhado o estudo de operações de matrizes, utilizando uma situação problema e um vídeo sobre o estudo de multiplicação de matrizes.
- **METODOLOGIA ADOTADA**: Esta aula será dividida em duas partes, primeiramente os alunos realizarão a atividade envolvendo uma situação problema, fixando o conceito de matrizes. Em seguida, assistirão um vídeo sobre o conceito de multiplicação de matrizes, de maneira contextualizada. Teremos três notebboks, dividiremos a turma em três grupos, onde cada grupo assistirá ao vídeo.

Parte I:

Exemplo de situação problema para o estudo de matrizes:

Na matriz seguinte, estão representadas as quantidades de sorvetes de 1 bola e de 2 bolas comercializadas no primeiro bimestre de um ano em uma sorveteria:

$$A = \begin{pmatrix} 1320 & 1850 \\ 1485 & 2040 \end{pmatrix}$$

Cada elemento a*ij* dessa matriz representa o número de unidades do sorvete do tipo *i* (i = 1 representa uma bola e i = 2, duas bolas) vendidas no mês *j* (j = 1 representa janeiro e j = 2, fevereiro).

a) Quantos sorvetes de duas bolas foram vendidos em janeiro?

   $a_{21} =$ 1485

b) Em fevereiro, quantos sorvetes de duas bolas foram vendidos a mais que o de uma bola?

   2040 – 1850 = 190

c) Se o sorvete de uma bola custa R$3,00 e o de duas bolas custa R$5,00, qual foi a arrecadação bruta da sorveteria no bimestre com a venda desses dois tipos de sorvete?

   1 bola: 1320 + 1850 = 3170
   3170 . 3 = 9510
   2 bolas: 1485 + 2040 = 3525
   3525 . 5 = 17625
   A arrecadação no bimestre foi: 9510 + 17625 = 27135

Parte II:

Vídeo: Bombons a granel http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1055

Sinopse
Dona Ioná vende bombons em caixinhas, mas tem dificuldade em colocar o preço em cada uma delas. Para resolver seu problema, ela conta com a ajuda de Jorge, que através do uso de matrizes, ajuda Dona Ioná a calcular o preço de cada caixa.

Conteúdo

Multiplicação de matrizes

Objetivo
Introduzir e mostrar aplicações do produto de matrizes.

Quarta Aula:

- **HABILIDADE RELACIONADA**: **H33 -** Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes
- **PRÉ-REQUISITOS**: Definição de matriz, operações envolvendo números reais.
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS**: Lápis, caneta, borracha, régua, caderno para anotações, folha de resumo.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: Divididos em grupos de quatro alunos.
- **OBJETIVOS:** Nesta aula será apresentada a introdução do estudo de determinantes e em seguida a explicação da resolução. Identificar a ordem dos determinantes e sua classificação. Compreender as diversas formas de resolver um determinante de ordem 1, 2, 3 e n. Promover a interação entre os alunos do grupo e entre os grupos, e favorecer a construção do conhecimento;
- **METODOLOGIA ADOTADA**: Esta aula será dividida em duas partes, primeiramente os alunos receberão uma folha com a introdução de determinantes de forma resumida. O professor fará a explicação detalhada da resolução. Em seguida, confeccionarão e utilizarão o jogo DETERMINÓ, onde cada grupo deverá montar o seu próprio DETERMINÓ de acordo com o conteúdo dado em sala de aula pelo professor (Determinante) usando a criatividade**.**

Parte I:

Determinantes

Como já vimos, matriz quadrada é a que tem o mesmo número de linhas e de colunas (ou seja, é do tipo nxn).

A toda matriz quadrada está associado um número ao qual damos o nome de *determinante*.

Dentre as várias aplicações dos determinantes na Matemática, temos:

- resolução de alguns tipos de sistemas de equações lineares;
- cálculo da área de um triângulo situado no plano cartesiano, quando são conhecidas as coordenadas dos seus vértices;

Dada uma matriz quadrada de 1ª ordem M = [a_{11}], seu determinante será o número a_{11}. Ou seja: det M = a_{11}

Determinante de uma matriz de 2ª ordem.

Dada uma matriz quadrada de 2ª ordem, seu determinante será obtido fazendo a diferença entre o produto dos elementos da diagonal principal e o produto dos elementos da diagonal secundária. Ou seja:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \rightarrow \det A = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Determinante de uma matriz de 3ª ordem.

Para calcular o determinante de uma matriz quadrada de ordem 3 utilizamos o método de Sarrus. Observe como se dá esse processo:

Considerando a matriz quadrada de 3ª ordem a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

O método de **Sarrus** consiste em:

1º: Repetir as duas primeiras colunas da matriz ao lado da última coluna.

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

2º: Somar o produto dos elementos da diagonal principal com o produto dos elementos das duas diagonais paralelas à principal.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

$(a_{11}\cdot a_{22}\cdot a_{33}+a_{12}\cdot a_{23}\cdot a_{31}+a_{13}\cdot a_{21}\cdot a_{32})$

3º: Somar o produto dos elementos da diagonal secundária com o produto dos elementos das duas diagonais paralelas à secundária:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

$(a_{12}\cdot a_{21}\cdot a_{33} + a_{11}\cdot a_{23}\cdot a_{32} + a_{13}\cdot a_{22}\cdot a_{31})$

4º: O determinante será a diferença entre os resultados obtidos nos passos 2 e 3, ou seja:

$\det A = (a_{11}\cdot a_{22}\cdot a_{33} + a_{12}\cdot a_{23}\cdot a_{31} + a_{13}\cdot a_{21}\cdot a_{32}) - (a_{12}\cdot a_{21}\cdot a_{33} + a_{11}\cdot a_{23}\cdot a_{32} + a_{13}\cdot a_{22}\cdot a_{31})$

Vejamos alguns exemplos de aplicação.

Exemplo 1. Calcule o determinante da matriz abaixo:

$$M = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

Solução: A matriz M é quadrada de ordem 2 x 2. Assim, seu determinante será dado por:

$$\det A = \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} = 5\cdot 8 - 6\cdot 7 = 40 - 42 = -2$$

Exemplo 2. Calcule o determinante da matriz

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Solução:

$$\det A = \begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = -4\cdot 8 - (-4)\cdot 2 = -32 + 8 = -24$$

Exemplo 3. Dada a matriz M3 x 3 abaixo, calcule seu determinante.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Solução:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 1 & 0 \end{matrix} = (1 \cdot 5 \cdot 2 + 2 \cdot 6 \cdot 1 + 3 \cdot 4 \cdot 0) - (2 \cdot 4 \cdot 2 + 1 \cdot 6 \cdot 0 + 3 \cdot 5 \cdot 1)$$

det A = (10+12+0) - (16+0+15)=22-31 = -9

Exemplo 4. Calcule o determinante da matriz 3 x 3 abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Solução:

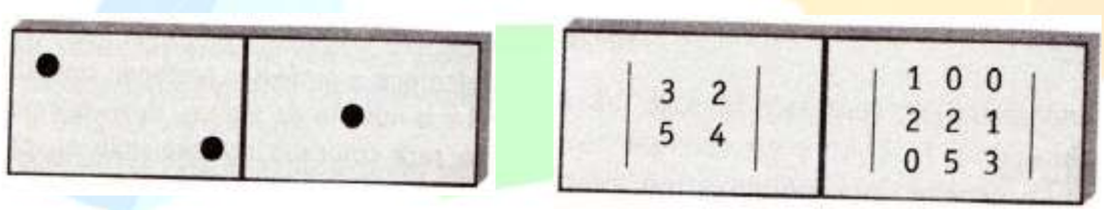
$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix} = [3 \cdot 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 \cdot (-1) + 4 \cdot 0 \cdot 0] - [2 \cdot 0 \cdot (-1) + 3 \cdot 0 \cdot 0 + 4 \cdot 1 \cdot (-1)]$$

$$\det A = (-3 + 0 + 0) - (0 + 0 - 4) = -3 + 4 = 1$$

Parte II:

JOGO DETERMINÓ

O nome já diz tudo. Um jogo de dominó em que no lugar dos números são colocados determinantes. As pedras não precisam ter os valores de 0 a 6. Basta que sejam sete valores diferentes. É só montar as pedras de forma correta. Exemplo:



Regras do jogo:

Como no dominó, pode ter de e 2 a 4 jogadores.

Cada um terá que resolver o problema e achar a peça que corresponde a resposta certa.

Ficará sem jogar ou passará a vez ao próximo o aluno que não tiver o número de nenhuma das extremidades do jogo ou jogar pedra errada. Neste caso, o aluno continua com a pedra.

Ganha o jogo aquele que conseguir terminar sem peça.

Quinta aula:

- ✓ **HABILIDADE RELACIONADA**: **H33 -** Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes
- ✓ **PRÉ-REQUISITOS**: Definição de matriz, operações envolvendo números reais.
- ✓ **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos
- ✓ **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS**: Lápis, caneta, borracha, régua, caderno para anotações, notebooks.
- ✓ **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: A turma será dividida em três grupos.
- ✓ **OBJETIVOS:** Nesta aula será fixado o conceito de determinantes de uma forma didática. Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado.
- ✓ **METODOLOGIA ADOTADA**: Será realizada uma didática com os alunos para facilitar o aprendizado.

Esta será uma aula diferenciada.

Os alunos irão verificar os resultados das determinantes realizadas no caderno através de uma calculadora que calcula determinantes.: Oficalc.

A calculadora encontra-se disponível em: http://www.baixaki.com.br/site/dwnld46266.htm

Clique em "Equações – Polinômios" e a calculadora abrirá uma nova tela. Lá em cima, clique na aba "Determinantes" e pronto, você poderá saber o valor de determinantes até ordem 4, apenas colocando os valores dos elementos.

Os alunos irão inserir os elementos e encontrarão os resultados, verificando com as respostas do caderno.

Sexta aula:

- ✓ **HABILIDADE RELACIONADA**: **H33 -** Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes
- ✓ **PRÉ-REQUISITOS**: Definição de matriz, operações envolvendo números reais.
- ✓ **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos
- ✓ **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS**: Folha de atividades para fixação da matéria, caderno, lápis, régua, livro didático para pesquisa na realização das atividades.
- ✓ **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: Organizados em grupos de três.
- ✓ **OBJETIVOS:** Nesta aula o objetivo é verificar se realmente o conteúdo apresentado foi absorvido pelo aluno.
- ✓ **METODOLOGIA ADOTADA**: Será entregue uma folha de atividade para cada aluno onde resolverão em grupo de três. Cada aluno realizará os exercícios com seu grupo. Todos exercícios deverão ser realizados no caderno e uma cópia com a resolução dos exercícios deverá ser entregue ao professor. O professor recolherá a folha com as respostas e futuramente avaliará o aprendizado do aluno com uma pontuação. Em seguida faremos a correção da folha de atividades em sala de aula, tirando as dúvidas que surgirem.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1. As tabelas a seguir indicam o número de faltas de três alunos (A, B e C) em cinco disciplinas (Português, Matemática, Biologia, História e Física), representadas por suas iniciais) nos meses de março e abril.

		Março			
	P	**M**	**B**	**H**	**F**
Aluno A	2	1	0	4	2
Aluno B	1	0	2	1	1
Aluno C	5	4	2	2	2

		Abril			
	P	M	B	H	F
Aluno A	1	2	0	1	3
Aluno B	0	1	1	3	1
Aluno C	3	1	3	2	3

a) Qual matriz representa o número de faltas desses alunos no primeiro bimestre?

b) No primeiro bimestre, qual aluno teve o maior número de faltas em Português? E em Matemática? E em História?

2. A tabela abaixo mostra as notas obtidas pelos alunos A, B e C nas provas de Português, Matemática e Conhecimentos Gerais em um exame vestibular.

	Português	Matemática	Conhecimentos Gerais
A	4	6	7
B	9	3	2
C	7	8	10

Se os pesos das provas são 7(em Português), 6 (em Matemática) e 5 (em Conhecimentos Gerais), qual a multiplicação de matrizes que permite determinar a pontuação final de cada um.

3.

	Pão doce	Pão francês	Pão integral
Calorias	274	269	286
Proteínas(g)	7,5	9,3	9,4
Fibra(g)	0,3	0.5	1,0
Cálcio(mg)	12	22	49
Fósforo(mg)	70	107	209
Ferro(mg)	1,2	1,2	3,6

Fonte: Tabela de composição de alimentos. Rio de Janeiro: IBGE, 1999.

Na tabela acima, estão representadas as quantidades de calorias, proteína, fibra, cálcio, fósforo e ferro, encontradas em 100g de alguns tipos de pão.

a) Calcule a razão entre a quantidade de fibra encontrada em 100g de pão integral e em 100g de pão doce.

b) Qual é o tipo de pão mais rico em minerais? E o mais pobre em proteínas?

c) Considere que um pão francês ou integral, vendido em uma padaria, tenha massa aproximada de 50g. Diariamente, um casal, compra dois pãezinhos: um integral, para ela, e um francês, para ele. Em uma semana, quantos mg de ferro ela terá ingerido a mais que ele? E de fósforo?

4.

(MODELO ENEM) Um professor dividiu os alunos de uma sala de aula em dois grupos...?

(MODELO ENEM) Um professor dividiu os alunos de uma sala de aula em dois grupos. Ao primeiro grupo solicitou o valor do determinante da matriz

.....|...2...4...6...3...8...|
.....|...0...3...1...4...2...|
A= |...0...0...0...3...0...|
.....|...0...1...2...1...3...|
.....|...0...2...1...5...1...|

Já ao segundo grupo, pediu o valor do determinante da matriz

.....|...2...0...0...0...0...|
.....|...4...3...0...1...2...|
B= |...6...1...0...2...1...|
.....|...3...4...3...1...5...|
.....|...8...2...0...3...1...|

Após alguns minutos, os dois grupos apresentaram os resultados obtidos e observaram que os determinantes eram iguais. O professor então comentou que oque eles haviam observado eram apenas uma propriedade matemática relacionada a de matrizes e determinantes. Segundo ela, quando trocamos ordenadamente as linhas de uma matriz quadrada A, pelas colunas obtemos uma nova matriz chamada de transposta de A, representada por A^t cujo o determinante é igual ao determinante da matriz original. Sendo A uma matriz quadrada de ordem n, podemos considerar que essa propriedade pode ser expressa matematicamente pela sentença:

a)det(A)= -det(A)
b)det(A)= 1/det(A)
c)det(A)= 1/det(A^t)
d)det(A^t)= det(A)
e)det(A^t)= -det(A)
RESP:D

5.

ENEM 2012 • QUESTÃO 169

Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4x4, e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas
possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir.

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Matemática	5,9	6,2	4,5	5,5
Português	6,6	7,1	6,5	8,4
Geografia	8,6	6,8	7,8	9,0
História	6,2	5,6	5,9	7,7

Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por

A $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

B $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

C $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

D $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

E $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

AVALIAÇÃO

As avaliações podem ser realizadas de diferentes maneiras, pois é o método utilizado pelo professor para avaliar o conhecimento que foi adquirido pelo aluno durante a exposição da matéria apresentada.

Cada tópico relacionado a matrizes e determinantes serão mostrados em algumas aulas. Porém, em determinadas aulas, serão realizadas atividades contextualizadas. Todas as atividades terão uma pontuação específica de acordo com a participação de cada aluno. O descritor H33 - Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes serão abordados nos exercícios realizados pelos alunos e avaliados pelo professor.

A última aula será específica com trabalho avaliativo Será entregue uma folha de atividade para cada aluno onde resolverão em grupo de três. Cada aluno realizará os exercícios com seus colegas. Todos os exercícios deverão ser realizados no caderno e uma cópia com a resolução dos exercícios deverá ser entregue ao professor. O professor recolherá a folha com as respostas e futuramente avaliará o aprendizado do aluno com uma pontuação. Em seguida faremos a correção da folha de atividades em sala de aula, tirando as dúvidas que surgirem.

As atividades diversificadas que foram realizadas com os alunos (o qual foi explicada no desenvolvimento) foram muito satisfatórias. Os alunos participaram ativamente, mostraram interesses nas suas participações e retirada de dúvidas. Foram avaliados como um trabalho, tendo assim, uma pontuação específica.

Referências bibliográficas

Fundação CECIERJ. Faculdade de Educação. Curso e aperfeiçoamento 2º. Ano do Ensino Médio. Rio de Janeiro (RJ). Secretaria de Educação.

Giovanni, José Ruy. Bonjorno, José Roberto. Giovanni Jr., José Ruy. – Matemática Fundamental, 2º. Grau: Volume Único. São Paulo: Editora FTS S.A, 1994.

Iezzi, Gelson. Dolce, Osvaldo. Degenszajn, David. Périgo, Roberto. Almeida, Nilze de – Matemática: Ciência e aplicações, Volume 2: Ensino Médio – São Paulo: Saraiva S. A, 2013.

Virtuous, Grupo. Home Page SóMatemática.Disponível em < www..somatematica.com.br> Acesso em 20 Ago. 2014.

Unicamp. Bombons a granel. Disponível em<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1055> Acesso em 21 Ago. 2014.

Calculadora Oficalc. Disponível em <http://www.baixaki.com.br/site/dwnld46266.htm> Acesso em 26 Ago. 2014.

.

Avaliação da Implementação do Plano de Trabalho 1

Pontos Positivos

Na elaboração do plano de trabalho sobre matrizes e determinantes, percebi o quanto posso fazer com que minhas aulas fiquem mais atrativas aos alunos. Descobri que com questões contextualizadas os alunos se interessam mais pelas aulas, ampliando assim os seus conhecimentos. Através de pesquisas que realizei, através das leituras dos roteiros de ação alcancei novos conhecimentos, melhorando cada vez mais as minhas aulas, que até então poderiam até ser consideradas cansativas.

Pontos negativos

Para total fixação do assunto acredito que seriam necessárias mais algumas aulas, pois o 3º.bimestre é muito corrido, principalmente com o tempo dedicado as avaliações externas que devem ser aplicadas.

Além da utilizamos de alguns recursos tecnológicos, não foi possível a utilização do laboratório de informática, pois o laboratório da escola encontra-se com diversos computadores com defeito, tornando um pouco difícil esta utilização. Mesmo com estas dificuldades, solicitei a dois alunos que levassem seus notebooks e também levei o meu, dividindo a turma em 3 grupos, pois possuíamos apenas 3 notebooks, para que pudéssemos realizar as atividades.

Impressões dos alunos

Para os alunos, percebi que alguns demonstraram bastante interesse com os métodos trabalhados, principalmente relacionados à folha de atividades com questões contextualizadas.

Alguns demonstraram maior interesse, fizeram alguns questionamentos envolvendo questões do cotidiano. E percebi que alguns confessaram que seus interesses foram modificados.

Alterações – Melhoras a serem implementadas

Acredito que melhoras devem ser realizadas sempre. Acho que posso tentar conversar com a direção a respeito do laboratório de informática, para que possamos fazer alguma coisa o qual venha fazer com que os alunos o utilizem com mais frequência.

Acho também que posso ampliar questões relacionadas ao dia a dia dos alunos, pois percebi que desperta o interesse deles.