Formação Continuada em MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 2º Ano – 3º Bimestre/2014

Plano de Trabalho

PIRÂMIDES E CONES

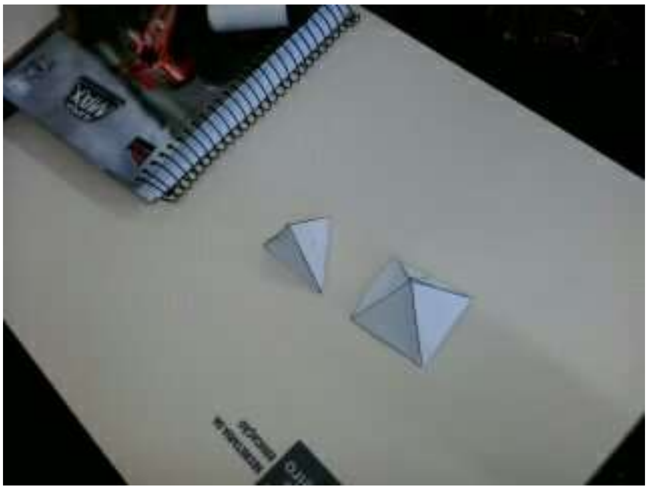
Foto produzida pelo autor do trabalho

Tarefa 1

Cursista: Claudio Carvalho Viveiros

Tutor: Edeson dos Anjos Silva

S u m á r i o



INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos percebam a aplicabilidade no nosso cotidiano do conteúdo “Pirâmides e Cones” através de resolução de problemas. Foi elaborado de forma que a transmissão do conhecimento possa ser adquirida pelos alunos através de resoluções de situações-problema e suas generalizações para a formação de cidadãos que busquem conhecimento de forma autônoma, por meio de diversos recursos bibliográficos e tecnológicos.

Notadamente nossos alunos apresentam dificuldades em interpretação de enunciados e a utilização de raciocínio lógico, havendo também um pouco de falta de interesse. Por isso é de suma importância que utilizemos situações atraentes em relação ao tema proposto.

Como o tema a ser abordado exige uma atenção redobrada, tendo em vista abranger vários tipos de aplicabilidade e envolver operações com figuras abstratas, é de vital importância que se apresente exemplos práticos. Para a execução total deste plano, serão necessários **oito tempos** de cinqüenta minutos para desenvolvimento de todo conteúdo mais **quatro tempos** para avaliação do conteúdo dado.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

HABILIDADE RELACIONADA: Identificar entre um conjunto de figuras tridimensionais qual representa um poliedro ou corpo redondo. H04 – Reconhecer primas, pirâmides e cones por meio de suas principais característica. H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações

PRÉ-REQUISITOS: Conceito de geometria plana e planificações de sólidos geométricos (triângulos).

TEMPODE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Vídeos sobre planificações e montagem de pirâmides e cones (You Tube) e Links de Universidades.

ORGANIZAÇÃO DATURMA: Individual.

OBJETIVOS: Desenvolver as habilidades relacionadas ao conjunto de figuras tridimensionais e o nome de cada sólido geométrico. Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicabilidade em assuntos do cotidiano.

METODOLOGIAADOTADA:

Apresentar o vídeo para os alunos com o objetivo de informar todos os aspectos do tema que será tratado, no caso, Pirâmides e Cones. Após isso, abordar os tópicos descritos abaixo.

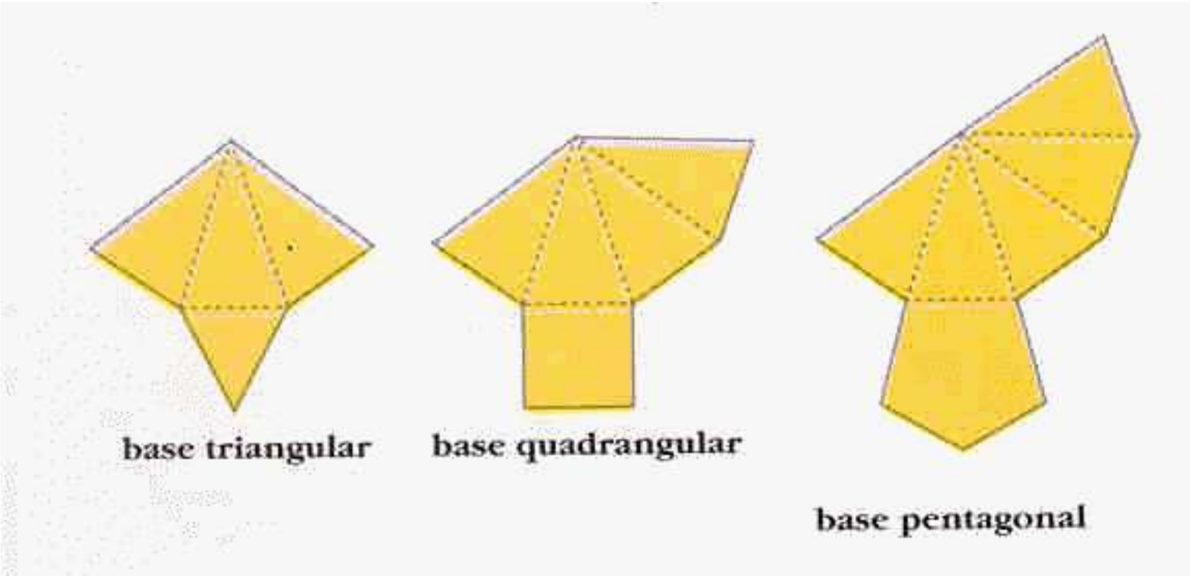
Acesso 06.09.2014

Definição de Pirâmide

As pirâmides constituem um importante tipo de poliedro. Exercendo fascínio sobre o ser humano desde a Antiguidade, a forma piramidal tem ressurgido na Arquitetura Moderna em edifícios de grande imponência. As pirâmides do Egito, a pirâmide de vidro do Museu do Louvre ou mesmo as pirâmides decorativas, são exemplos desse sólido. Chama-se pirâmide o poliedro convexo formado por todos os segmentos de reta cujas extremidades são o ponto V, ligando a pontos no plano que chamamos de base. Abaixo temos os elementos de uma pirâmide.

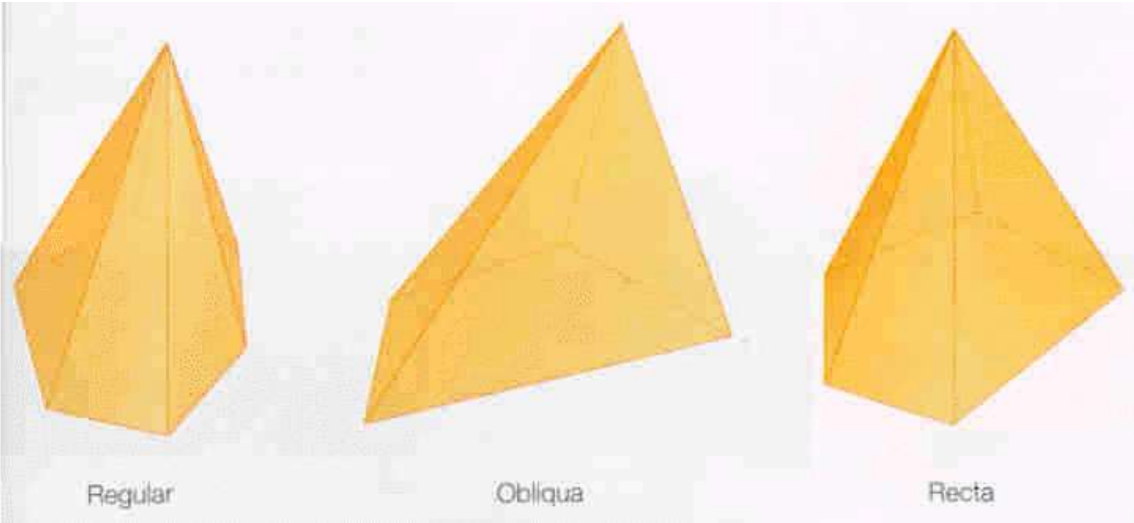
PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DE UMA PIRÂMIDE:

Como os demais poliedros, uma pirâmide pode ser representada também por planificações de sua superfície: é possível, num plano, justapor as faces de uma pirâmide de modos diferentes, desde que cada uma delas tenha pelo menos uma aresta em comum com outra.



Acesso em 06.09.2014. http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm21/piramides.htm

PIRÂMIDES REGULARES:



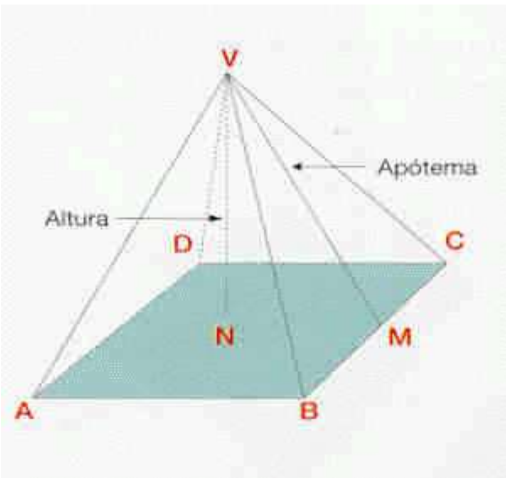
Acesso em 06.09.2014. http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm21/piramides.htm

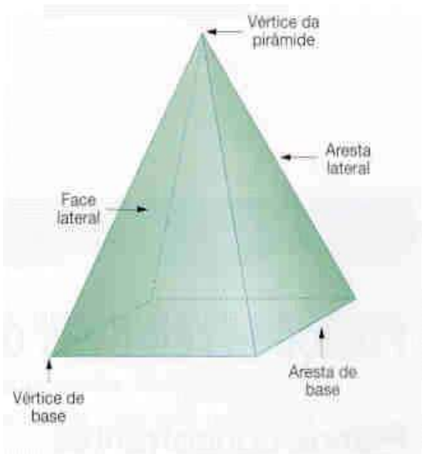
Uma pirâmide cuja base é uma superfície poligonal regular e cuja projeção ortogonal P do vértice sobre o plano coincide com o centro O do polígono da base é chamada de **pirâmide regular.** Nas pirâmides regulares, as faces laterais são triângulos isósceles. Quando a projeção do vértice não coincide com o centro do polígono da base, diz-se que a pirâmide é oblíqua.

CLASSIFICAÇÃO DAS PIRÂMIDES:

As pirâmides podem ser classificadas segundo o número de arestas da base. Se a base tiver 3 arestas, a pirâmide é denominada **pirâmide triangular** (ou tetraedro); se tiver 4 arestas, **pirâmide quadrangular**; se tiver 5 arestas, **pirâmide pentagonal**, e assim por diante.

ELEMENTOS DAS PIRÂMIDES REGULARES:





Acesso em 06.09.2014. http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm21/piramides.htm

Numa pirâmide podemos encontrar os seguintes ***elementos***:

- **base** – região poligonal (ABCD);
- **faces laterais**: as superfícies triangulares;
- **arestas da base**: os segmentos AB, BC, CD e DA ;
- **arestas laterais**: os segmentos AV, BV, CV e DV ;
- **vértices da b**ase: vértices A, B, C e D;
- **vértice da pirâmide**: o ponto V .

Altura de uma pirâmide é a distância do vértice da pirâmide ao plano da base. À altura de cada uma das faces laterais chama-se ***apótema da pirâmide***. É evidente que, sendo a base um polígono regular, este também tem um apótema que se chama ***apótema da base***.

Apótema da pirâmide: altura relativa ao lado da base de qualquer face lateral – segmento MV (comprimento identificado por g).

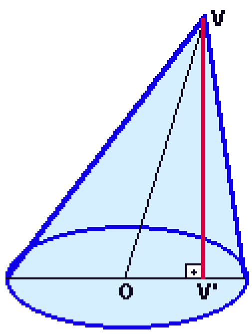
Apótema da base: segmento que determina o raio da circunferência inscrita no polígono da base - segmento NM.

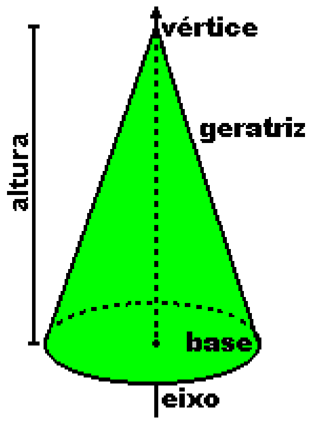
Definição de Cone:

A forma cônica aparece em muitos objetos do dia a dia, como a casquinha de sorvete, o chapéu de bruxa, o cone de sinalização de trânsito, dentre outros exemplos.

Consideremos um círculo C, de centro O e raio r, em um plano α, e um ponto V não pertencente ao plano α.

A reunião de todos os segmentos de reta com uma extremidade em V e outra em um ponto C é denominada **cone circular** ou simplesmente **cone.**





Acesso em 06.09.2014 http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/geometria/cone/cone.htm

Elementos do Cone:

Considerando os cones desenhados acima, temos:

Base: o circulo C de raio r e centro O;

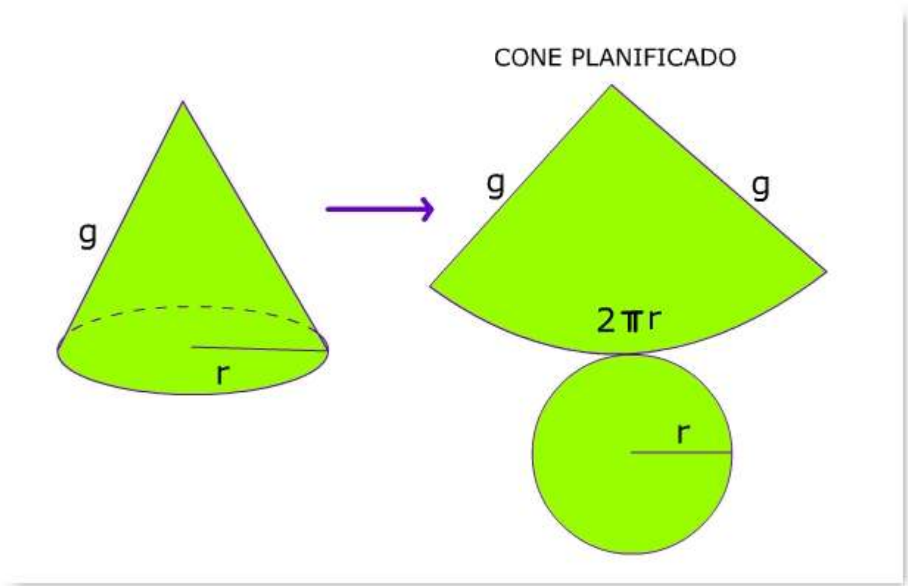
Vértice: o ponto V;

Eixo: o segmento VO

Geratriz: os segmentos com extremidades em V e em um ponto da circunferência da base do cone. No cone reto indicamos o comprimento da geratriz por g.

Altura do Cone: a distância h do vértice V ao plano que contém a base.

PLANIFICAÇÃO DO CONE:

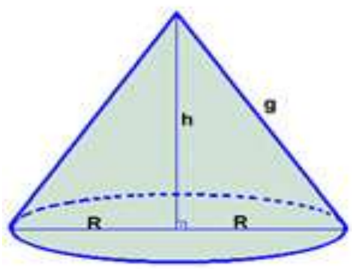


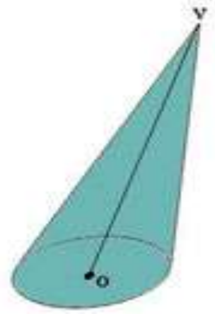
Acesso em 07.09.2014.http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/discovirtual/aulas/946/imagens/coneplano.jpg

A planificação da superfície de um cone reto é formada por um círculo de raio r e por um setor circular de raio g e arco de comprimento $2\pi r$.

CLASSIFICAÇÃO DOS CONES:

Podemos classificar um cone de acordo com a inclinação do eixo VO em relação ao plano que contém a base.





Cone Reto Cone Oblíquo

Acesso em 08.09.2014 http://www.brasilescola.com/matematica/cone.htm

- Se o eixo VO é perpendicular ao plano que contém a base, então o cone é reto. Nesse caso, a altura é igual a VO.
- Se o eixo VO não é perpendicular ao plano que contém a base, então o cone é oblíquo. Nesse caso a altura é menor que VO.

Um cone circular reto é denominado cone de revolução por ser obtido pela rotação (revolução) de um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos.

EXERCICIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar planificações de pirâmides de várias classificações e de cones, para uma melhor visualização e aprendizado dos alunos.

Indicação de sites para estudo e pesquisa:

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm21/piramides.htm

http://www.brasilescola.com/matematica/geometria-metrica-espacial.htm

http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/geometria/cone/cone.htm

Atividade 2

HABILIDADE RELACIONADA: Resolver problemas que envolvam operações com áreas de pirâmides e cones. H24 – Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (pirâmide e cone).

PRÉ-REQUISITOS: Áreas das figuras planas.

TEMPODE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro Didático e exemplos adicionais através de vídeos-aulas e links para pesquisa.

ORGANIZAÇÃO DATURMA: Grupos de 3 a 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

OBJETIVOS: Apresentar todos os assuntos que serão tratados dentro do tema principal, incluindo planificações de pirâmides e cones. Estimular o raciocínio através de interpretação de enunciados e generalização de situações para resolver problemas.

METODOLOGIA ADOTADA: Apresentar situações-problemas bem como suas resoluções.

PIRÂMIDES - ÁREA:

Área da superfície de uma pirâmide:

Do mesmo modo que para os prismas, podemos definir

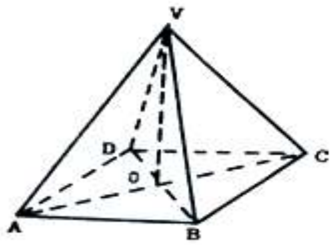
Área da base (A_{base}): área da superfície poligonal que forma a base.

Área Lateral ($A_{lateral}$): soma das áreas das faces laterais (superfícies triangulares).

Área total (A_{total}): soma da área lateral com a área da base.

$$A_{total} = A_{lateral} + A_{base}$$

Observe que a pirâmide abaixo possui quatro faces triangulares e uma face (base) quadrangular. Em toda pirâmide temos a área lateral e a área total. Para efetuar o cálculo da área das faces teremos que lembrar alguns conceitos de geometria plana. Nesse caso, vamos precisar calcular as seguintes áreas: **área do triângulo e área do quadrado.**
Vamos relembrar?



- **Área do triângulo eqüilátero: A =** $\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$
- **Área do quadrado: A = l.l = l^2**
- **Área do triângulo: A =** $\frac{Base\ x\ altura}{2}$

A – ÁREA LATERAL DA PIRAMIDE:

Para calcular a área lateral basta somar a área dos polígonos da faces laterais. No caso da figura, a área lateral será dada por:

- Área do triângulo: A = $\frac{b\ x\ h}{2}$

Como a pirâmide possui uma base quadrangular, a pirâmide terá quatro faces laterais. Então, a área lateral será dada por quatro vezes a área do triângulo:

- $A_l = 4.\frac{b\ x\ h}{2}$

B — ÁREA TOTAL DE UMA PIRÂMIDE:

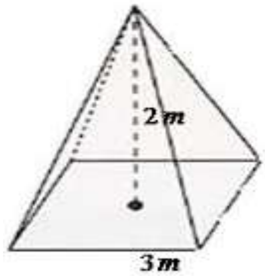
Para calcular a área total, basta somar a área lateral com a área total! Como a base é quadrada ficaria dessa forma a área total da pirâmide:

- $A_t = 4.\frac{b\ x\ h}{2} + l^2$

Onde: l = lado; b = base; h = altura

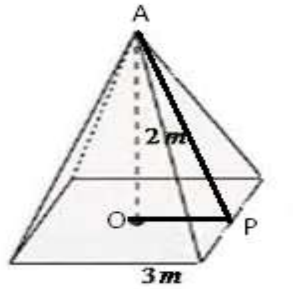
EXEMPLO 01:

Determine a área lateral e a área total de uma pirâmide regular de base quadrada sabendo que a altura da pirâmide e aresta da base são, respectivamente, 3m e 2m.



Resolução :

Inicialmente, vamos calcular a área lateral. Para isso é necessário calcular o apótema da pirâmide! Mas, o que é apótema da pirâmide? É simplesmente a altura do triângulo da face da pirâmide, neste caso, representada pelo segmento AP.



Nesse sentido, utilizaremos o teorema de Pitágoras para calcular a apótema da pirâmide. Assim, temos:

$$(AP)^2 = (AO)^2 + (OP)^2$$
$$(AP)^2 = 2^2 + (3/2)^2 \rightarrow (AP)^2 = 4 + 9/4$$
$$(AP)^2 = 25/4 \rightarrow AP = 5/2 \rightarrow AP = 2{,}5 \text{ m.}$$

Agora que conhecemos a apótema da pirâmide, podemos calcular a área do triângulo da face. Então temos:

$$\text{Área do triângulo} = \frac{b \ x \ h}{2} \rightarrow \text{Área do triângulo} = \frac{3 \ x \ 2{,}5}{2} = 3{,}75 \text{ m.}$$

Como são 4 faces triangulares, a área lateral será dado por:
A_L = 4 x área do triângulo = 4 x 3,75 = 15 m^2

Para o cálculo da área total devemos levar em consideração o valor obtido para a área lateral e o valor da área da base. Como o polígono que constitui a base do triângulo é um quadrado, temos:

$$A_B = l^2 \rightarrow A_B = 3^2 = 9 \text{ m}^2$$

Logo, a área total será dada por:

$$A_T = A_L + A_B \rightarrow A_T = 15 + 9 \rightarrow A_T = 24 \text{ m}^2$$

EXEMPLO 02:

Calcular a área lateral de uma pirâmide hexagonal que possui as seguintes dimensões: apótema da pirâmide igual a 8 cm e aresta da base 3 cm.

Resolução :

Para resolver o problema proposto, inicialmente, devemos calcular a área de uma face do triângulo. Conforme visto no exemplo anterior, a área da face será calculada por:

$$\text{Área do triângulo} = \frac{apótema \ da \ pirâmide \ x \ aresta \ da \ base}{2}$$

Sendo assim, temos que:

Área do triângulo = $\frac{8 \times 3}{2}$ → Área do triângulo = 12 cm²

Como a pirâmide possui a base hexagonal, para obter a área lateral, basta multiplicar área do triângulo por 6, que é o número de lados do hexágono regular.
Logo:

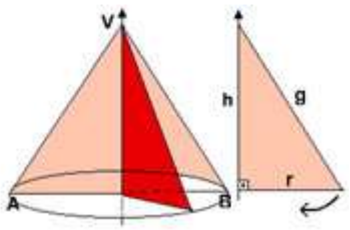
$$A_L = 6.\text{ Área do Triângulo } = 6 \times 12 = 72 \text{ cm}^2$$

CONE - ÁREAS

Para calcular a área lateral de um cone observe a planificação de um cone regular. Note que em sua planificação temos um círculo e um setor de circunferência.

No cone reto podemos aplicar a relação de Pitágoras para o cálculo da geratriz (g), do raio da base (r) e da altura (h), pois vimos que o cone pode ser formado através da revolução do triângulo retângulo. Comparando os elementos do cone aos do triângulo retângulo temos:
Geratriz no cone, hipotenusa no triângulo.
Altura no cone, cateto no triângulo.
Raio da base no cone, cateto no triângulo.

Uma importante relação no cone é dada por: $r^2 + h^2 = g^2$, observe a figura:



Área da base
Por ser uma circunferência, a área da base de um cone é dada pela seguinte expressão:
$A_B = \pi . r^2$

Área lateral
A área lateral do cone é dada pela seguinte expressão:
$A_L = \pi . r . g$

Área total
É dada somando-se a área lateral e a área da base.
$A_T = A_L + A_B$

Logo,

$$A_T = \pi . r . (g + r)$$

EXEMPLO 01:

Para um cone reto que tem geratriz g com 5 cm e raio r com base 3 cm, determine a área lateral e a área total.

Resolução:

Vamos calcular inicialmente a área lateral. Como o problema em questão já disponibiliza o valor da geratriz (g = 5 cm) e do raio (r = 3 cm), basta substituir esses valores na fórmula.

Logo: $A_L = \pi.r.g \rightarrow AL = \pi.3.5 \rightarrow AL = 15\,\pi\ cm^2$.

Para o cálculo da Área Total, é necessário determinar a área da base, utilizando a expressão $A_B = \pi r^2$.
Assim, temos: $A_B = \pi 3^2 \rightarrow A_B = 9\,\pi \mathrm{cm}^2$

Agora, basta somar os valores da área lateral e da área da base para obter o valor da área total do cone.

Logo: $A_T = A_L + A_B \rightarrow A_T = 15\,\pi\ cm^2 + 9\,\pi \mathrm{cm}^2 \rightarrow A_T = 24\,\pi\ cm^2$

EXEMPLO 02:

Sabendo que em um cone eqüilátero, o raio da base mede $\sqrt{3}$, calcule a área total desse cone.

Resolução:
É importante saber que em um cone eqüilátero, a geratriz tem duas vezes a medida do raio, isto é, g = r^2. Então, teremos:

$A_T = A_L + A_B \rightarrow A_T = \prod . r . g + \prod . r^2 \rightarrow A_T = \prod . r . (g + r)$

Considerando r = $\sqrt{3}$, temos:

$A_T = \prod . r . (g + r) \rightarrow A_T = \prod\sqrt{3}.(\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) \rightarrow A_T = \prod\sqrt{3}.(3\sqrt{3}) \rightarrow A_T = 3\prod\sqrt{3}^2$

Logo: $A_T = 9 \prod cm^2$

EXERCICIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação de aprendizagem e desenvolvimento da capacidade de interpretação de enunciados e do raciocínio lógico.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: alunos em duplas deverão elaborar através de pesquisas questões envolvendo montagem e áreas de pirâmides e cones.

Atividade 3

HABILIDADE RELACIONADA: Resolver problemas que envolvam operações com pirâmides e cones. H25 – Resolver problemas envolvendo noções de cálculo de volumes de pirâmides e cones.

PRÉ-REQUISITOS: Volumes de Pirâmides, conhecimento e aplicação dos teoremas de razão entre volumes de figuras geométricas espaciais.

TEMPODE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro Didático e exemplos adicionais através de vídeos-aulas.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de 3 a 4 alunos para propiciar um trabalho organizado e colaborativo.

OBJETIVOS: Trabalhar o conceito de volume da pirâmide e do cone a partir da comparação com o volume de outros sólidos. Estimular o raciocínio através de interpretação de enunciados e generalização de situações para resolver problemas.

METODOLOGIA ADOTADA: Apresentar situações-problemas bem como suas resoluções.

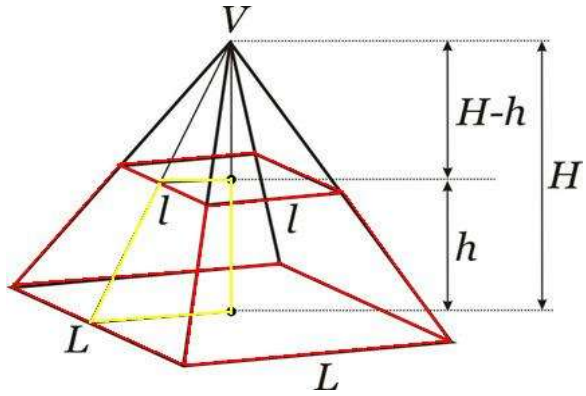
PIRÂMIDES – VOLUME

Antes de tratar do volume de uma pirâmide qualquer, vamos estudar duas propriedades das pirâmides:

Propriedade 1: A razão entre a área S' de uma secção transversal de uma pirâmide feita a uma altura h' em relação ao vértice, e a área S da base dessa pirâmide de altura h é: $\frac{S'}{S} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2$.

Propriedade 2: Se duas pirâmides têm a mesma altura e mesma área de base, então elas tem o mesmo volume.

O tronco de pirâmide é obtido ao se realizar uma secção transversal numa pirâmide, como mostra a figura:



Acesso em 08.09.2014. http://www.brasilescola.com/matematica/tronco-piramide.htm

O tronco da pirâmide é a parte da figura que apresenta as arestas destacadas em vermelho. É interessante observar que no tronco de pirâmide as arestas laterais são congruentes entre si; as bases são polígonos regulares semelhantes; as faces laterais são trapézios isósceles, congruentes entre si; e a altura de qualquer face lateral denomina-se apótema do tronco.

CÁLCULO DAS ÁREAS DO TRONCO DE PIRÂMIDE:

Num tronco de pirâmide temos duas bases, base maior e base menor, e a área da superfície lateral. De acordo com a base da pirâmide, teremos variações nessas áreas. Mas observe que na superfície lateral sempre teremos trapézios isósceles, independente do formato da base da pirâmide. Por exemplo, se a base da pirâmide for um hexágono regular, teremos seis trapézios isósceles na superfície lateral.

A área total do tronco de pirâmide é dada por:

St = Sl + SB + Sb

Onde:
St → é a área total
Sl → é a área da superfície lateral
SB → é a área da base maior
Sb → é a área da base menor

CÁLCULO DO VOLUME DO TRONCO DE PIRÂMIDE:

A fórmula para o cálculo do volume do tronco de pirâmide é obtida fazendo a diferença entre o volume de pirâmide maior e o volume da pirâmide obtida após a seção transversal que produziu o tronco. Colocando em função de sua altura e das áreas de suas bases. O modelo matemático para o volume do tronco é:

$$V = \frac{h}{3} \cdot \left(S_B + \sqrt{S_B \cdot S_b} + S_b\right)$$

Onde:
V → é o volume do tronco
h → é a altura do tronco
SB → é a área da base maior
Sb → é a área da base menor

VOLUME DE UMA PIRÂMIDE QUALQUER

O volume de uma pirâmide é dado em função da área de sua base e da altura h, de acordo com a fórmula abaixo:

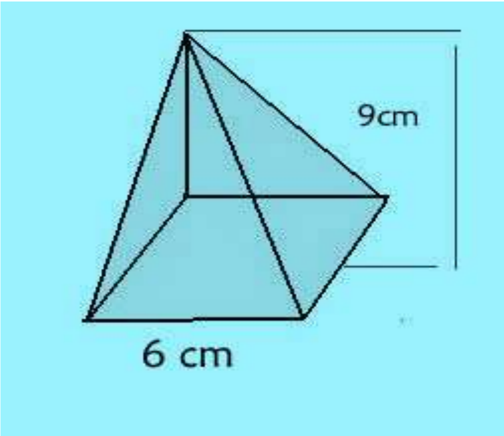
$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

Onde:

V → é o volume
A_b → é a área da base da pirâmide
h → é a altura da pirâmide

EXEMPLO 01:

Calcule o volume da pirâmide de base quadrada a seguir:



Acesso em 08.09.2014. http://www.brasilescola.com/matematica/volume-piramide.htm

Resolução:

Pela análise da figura, temos que:

h = 9 cm
$A_B = 6^2 = 36\ cm^2$

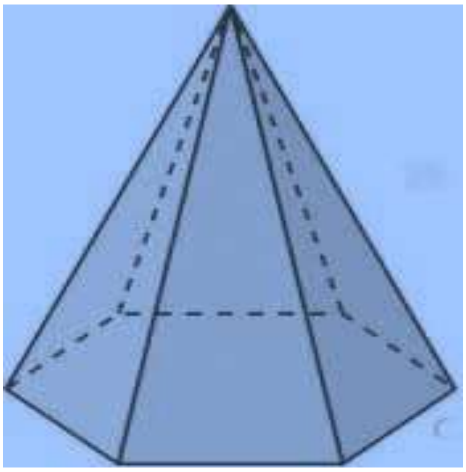
Assim, o volume da pirâmide será dado por:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 9$$
$$V = \frac{324}{3}$$
$$V = 108\ cm^3$$

EXEMPLO 02:

Calcule o volume de uma pirâmide regular de base hexagonal sabendo que sua altura é de 12 cm e que cada aresta da base mede 8 cm.



Acesso em 08.09.2014. http://www.brasilescola.com/matematica/volume-piramide.htm

Solução: Primeiro, vamos calcular a área da base dessa pirâmide. Sabemos que a base da pirâmide é um hexágono regular de 8 cm de aresta. A área do hexágono regular é dada por:

$$A_b = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$A_b = \frac{3 \cdot 8^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$A_b = \frac{3 \cdot 64 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$A_b = 96\sqrt{3}\ cm^2$$

Conhecida a medida da área da base da pirâmide, podemos utilizar a fórmula do volume.

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 96\sqrt{3} \cdot 12$$

$$V = 384\sqrt{3}\ cm^3$$

CONE – VOLUME:

Antes de tratar do volume de um cone qualquer, vamos estudar duas propriedades dos cones.
Para isso, considere um plano **α** que secciona um cone a uma distância h' do vértice, paralelamente à base, determinando uma seção de área A'.
Seja h a altura do cone, r o raio da base e A a área da base do cone.

Propriedade 1: A razão entre a distância h' de uma secção transversal ao vértice do cone e a altura h do cone é igual à razão entre o raio r' da secção transversal e o raio da base r, isto é:

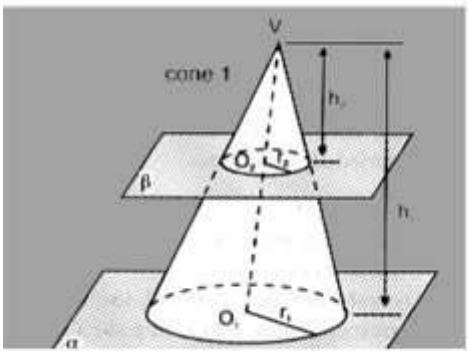
$$\frac{h'}{h} = \frac{r'}{r}$$

Propriedade 2: A razão entre a área A' de uma secção transversal de um cone feita a uma altura h' em relação ao vértice V, e a área A da base desse cone de altura h é igual ao quadrado da razão ente h' e h, isto é:

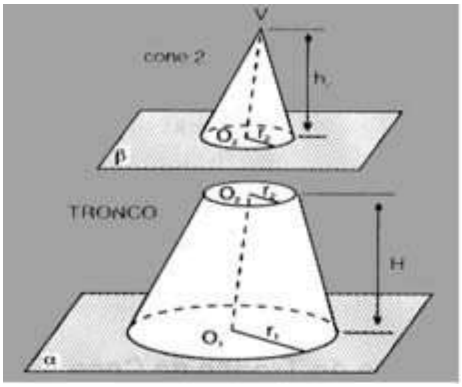
$$\frac{A'}{A} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2$$

TRONCO DE CONE:

Se um cone sofrer a intersecção de um plano paralelo à sua base circular, a uma determinada altura, teremos a constituição de uma nova figura geométrica espacial denominada Tronco de Cone.



Acesso em 08.09.2014. http://www.brasilescola.com/matematica/tronco-cone.htm

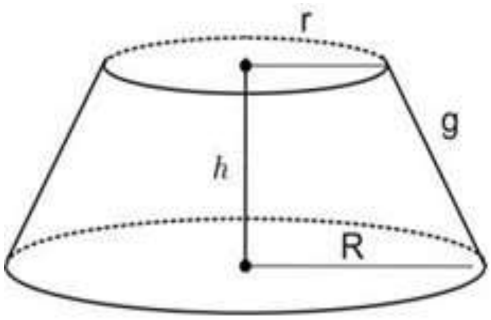


Acesso em 08.09.2014. http://www.brasilescola.com/matematica/tronco-cone.htm

Observe que, diferentemente do cone, o tronco de cone possui duas bases circulares em que uma delas é maior que a outra, dessa forma, os cálculos envolvendo a área superficial e o volume do tronco envolverão a medida dos dois raios. A geratriz, que é a medida da altura lateral do cone, também está presente na composição do tronco de cone.

Não devemos confundir a medida da altura do tronco de cone com a medida da altura de sua lateral (geratriz), pois são elementos distintos. A altura do cone forma com as bases um ângulo de 90º. No caso da geratriz os ângulos formados são um agudo e um obtuso.

h=altura
g = geratriz



Acesso em 08.09.2014. http://www.brasilescola.com/matematica/tronco-cone.htm

As fórmulas referentes ao cálculo da área superficial e do volume são as seguintes:

Área Superficial → $A_S = \pi . g . (R + r)$

Volume → $V = \frac{\pi . h}{3} . (r^2 + r . R + R^2)$

EXEMPLO 01:

Os raios das bases de um tronco de cone são 6 m e 4 m. A altura referente a esse tronco é de 10 m. Determine o volume desse tronco de cone. Lembre-se que π = 3,14.

V = $\frac{\pi.10}{3}$. $(4^2 + 4 . 6 + 6^2)$

V = $\frac{\pi.10}{3}$. (16 + 24 + 36)

V = $\frac{\pi.10}{3}$. 76

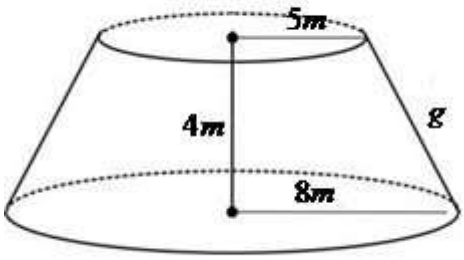
V = $\frac{760\pi}{3}$

V = 253,3 π

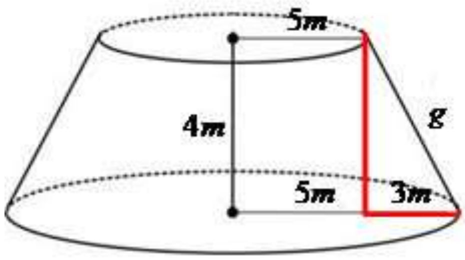
V = 795,36 m^3

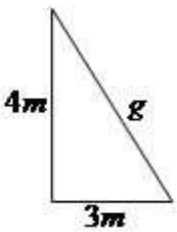
EXEMPLO 02:

Um tronco de cone possui a medida dos raios igual a 5 m e 8 m. Sabendo que a medida da altura é igual a 4, determine a área superficial desse sólido.



Para determinarmos a área superficial devemos calcular a geratriz desse tronco de cone. Observe o cálculo realizado:





Utilizando o ***Teorema de Pitágoras*** temos:

$g^2 = 4^2 + 3^2 \rightarrow g^2 = 16 + 9 \rightarrow g^2 = 25 \rightarrow \sqrt[2]{g^2} = \sqrt[2]{25} \rightarrow g = 5$

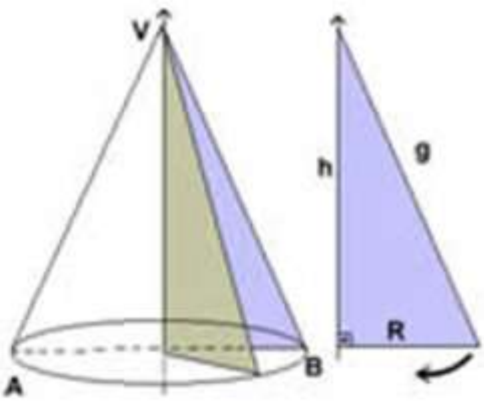
<u>Calculando a área superficial, temos:</u>

$$A_S = \pi . g . (R + r) \rightarrow A_S = \pi . 5 . (8 + 5) \rightarrow A_S = \pi . 5.13$$

$$A_S = 65\pi \rightarrow A_S = 204{,}1\ m^2$$

DETERMINAÇÃO DO VOLUME DE UM CONE:

O cone é formado através da revolução de um triângulo retângulo sobre um eixo. Observe:



Acesso em 08.09.2014. http://www.mundoeducacao.com/matematica/volume-cone.htm

A base de um cone é uma região de formato circular com o raio de medida r. A distância do vértice ao centro da base formando um ângulo de 90º recebe o nome de altura (h) do cone. O comprimento da face lateral é denominado geratriz (g) do cone. Para calcularmos o volume do cone multiplicamos a área da base pela medida da altura e dividimos o resultado por três. Observe:

$$V = \frac{A_b . h}{3} \rightarrow V = \frac{\pi . r^2 . h}{3}$$

EXEMPLO 01:

Um copo será fabricado no formato de um cone com as seguintes medidas: 4 cm de raio e 12 cm de altura. Qual será a capacidade do copo?

$$V = \frac{\pi . r^2 . h}{3} \rightarrow V = \frac{3{,}14 . 4^2 . 12}{3}$$

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 16 \cdot 12}{3} \rightarrow V = 200{,}96\ cm^3$$

EXEMPLO 02:

Uma fábrica de doces e balas irá produzir chocolates na forma de guarda-chuva, com as seguintes medidas: 8 cm de altura e 3 cm de raio. Qual a quantidade de chocolate utilizada na produção de 2000 peças?

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \rightarrow V = \frac{3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 8}{3}$$

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 9 \cdot 8}{3} \rightarrow V = \frac{226{,}08}{3} \rightarrow V = 75{,}36\ cm^3$$

Cada chocolate possui 75,36 cm^3 de volume. A fábrica quer produzir 2000 peças, então:

$$2.000 \cdot 75{,}36 = 150.720\ cm^3$$

Lembrando que 1 cm^3 corresponde a 1 ml, temos 150.720 ml de chocolate, que corresponde a 150,72 litros.

EXEMPLO 03:

Uma casquinha de sorvete possui o formato de um cone reto com altura de 10 cm e raio da base medindo 5 cm. Determine o volume da casquinha.

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 10}{3}$$

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 25 \cdot 10}{3} \rightarrow V = \frac{785}{3} \rightarrow V = 261{,}66\ cm^3$$

O volume da casquinha é de 261,66 cm^3, que corresponde a, aproximadamente, 261 ml.

EXERCICIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação de aprendizagem e desenvolvimento da capacidade de interpretação de enunciados e do raciocínio lógico.

Indicação de sites para estudo e pesquisa

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: alunos em duplas deverão desenvolver exercícios envolvendo cálculos de áreas e volumes de pirâmides e cones.

Atividade 4

HABILIDADE RELACIONADA:

H04 – Reconhecer pirâmides e cones por meio de suas principais características. – Identificar entre um conjunto de figuras tridimensionais qual representa um poliedro ou corpo redondo.

H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

H24 – Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ ou lateral de um sólido (pirâmide e cone).

H25 – Resolver problemas envolvendo noções de volume de pirâmides e cones.

PRÉ-REQUISITOS: Definição de pirâmides e cones e suas planificações, cálculo de áreas de figuras planas e volume de sólidos geométricos.

TEMPODE DURAÇÃO: 100 minutos

RECURSOSEDUCACIONAIS UTILIZADOS: Folhas de atividades.

ORGANIZAÇÃO DATURMA: Grupos de 2 ou 3 alunos.

OBJETIVOS: Revisão e fixação através de atividades de avaliações externas anteriores.

METODOLOGIAADOTADA:

Apresentação de questões diversificadas envolvendo os conceitos de pirâmides e cones e cálculos de áreas e volumes.

H04 – Reconhecer pirâmides e cones por meio de suas principais características. – Identificar entre um conjunto de figuras tridimensionais qual representa um poliedro ou corpo redondo.

01. Diferencie pirâmide de cone.

02. Como podemos classificar uma pirâmide?

03. Quais são as principais características de uma pirâmide?

04. Por que o cone pode ser considerado um sólido de revolução?

H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

Nesta atividade são levadas várias planificações de sólidos geométricos, para que os alunos desenvolvam e observem todos os elementos de cada sólido.

H24 – Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ ou lateral de um sólido (pirâmide e cone).

01. Calcule a área lateral e a área total de um cone reto que possui geratriz igual a 10 cm e raio igual a 6 cm

02. Conhecendo a medida do raio r = 6 dm de um cone equilátero, obtenha:

a) A área lateral

b) A área total

03. Uma pirâmide regular, cuja base é quadrada possui aresta da base igual a 4 cm e apótema da pirâmide medido 9 cm. Determine a área lateral e a área total da pirâmide.

04. A área total de uma pirâmide regular, de altura 30 mm e base quadrada de lado 80 mm, mede, em mm^2:

H25 – Resolver problemas envolvendo noções de volume de pirâmides e cones.

01. Uma embalagem de suco tem a forma de uma pirâmide quadrangular Calcule o volume dessa embalagem sabendo que a aresta da base mede 16 cm e a altura da embalagem mede 15 cm.

02. Calcule o volume de uma pirâmide quadrangular cuja aresta da base mede 24 cm e altura da pirâmide mede 15 cm.

03. O volume de um cone é um terço da medida do cilindro, considerando que ambos possuem mesma medida de altura e mesmo medida de raio. Dentro desta proposta, qual será o volume de um cone, sabendo que um cilindro, que possui a mesma medida de raio e a mesma medida de altura, tem volume igual a 210 l?

04. Um cone reto tem 10 cm de altura e 10 cm de diâmetro, determine o volume do cone

AVALIAÇÃO

A avaliação envolve tanto o professor quanto o aluno e deve ser realizada de maneira que ambos possam avaliar o desenvolvimento de cada uma das competências envolvidas nos temas estudados. A tarefa, a ser realizada em dupla, descrita na página 14 - alunos em duplas deverão elaborar através de pesquisas, questões envolvendo montagem e áreas de pirâmides e cones – deve ser um dos meios para avaliar as competências e habilidades adquiridas pelos alunos. Por este motivo, a mesma deve ser pontuada. Assim o professor poderá avaliar a reflexão e o argumento crítico usado pelos alunos (50 minutos). Em um momento oportuno, aplicar exercícios individuais envolvendo construção e analise de planificações, cálculo de áreas e de volumes de pirâmides e cones (com consulta – 50 minutos). É apropriado verificar os acertos dos alunos nas questões relacionadas com o tema que constarão no SAERJINHO. Este será outro método de avaliação. Porém, nele o professor poderá verificar a aprendizagem não apenas no assunto que norteou este plano de trabalho, mas também em conteúdos estudados no bimestre anterior.

Aplicação de avaliação escrita individual (100 minutos) para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos e raciocínio lógico para resolver problemas do cotidiano envolvendo planificações de pirâmides e cones, bem como problemas do nosso cotidiano envolvendo áreas e volumes de pirâmides e cones.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE ESTE PLANO DE TRABALHO

Ele foi preparado levando em consideração o tempo disponível de aulas para as turmas 2005, 2006 e 2007 do Colégio Estadual Higino da Silveira no ano letivo em curso (2014) e o grau de conhecimento dos alunos. Informo que, infelizmente, não constam muitas atividades que envolvam programas de geometria ou utilização intensa do computador pelos alunos na sala de informática, devido a algumas dificuldades apresentadas para o uso do mesmo..Obviamente há detalhes e atividades interessantes que poderão ser acrescentados caso o tempo permita, que podem prender a atenção dos alunos e mostrar ainda mais a aplicabilidade do tema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO – Pirêmides e Cones – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2014 – http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 12/08/2014.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: Contexto & Aplicações* – 2.ed. – São Paulo: Ática, 2014.

SMOLE, Kátia Stocco & DINIZ, Maria Ignez. Matemática: Ensino Médio – 6.ed. – São Paulo: Saraiva, 2010.

Endereços eletrônicos acessados de 13/08/2014 a 26/08/2014, citados ao longo do trabalho:

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm21/piramides.htm

http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/geometria/cone/cone.htm

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/discovirtual/aulas/946/imagens/coneplano.jpg

http://www.brasilescola.com/matematica/cone.htm

http://www.brasilescola.com/matematica/volume-piramide.htm

http://www.mundoeducacao.com/matematica/volume-cone.htm