

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ  
SEEDUC/RJ

MATEMÁTICA 2º ANO/ 4º BIMESTRE 2014

PLANO DE TRABALHO

ASSUNTO: ESFERA

TAREFA 2

Cursista: CLÁUDIA GOMES DE SOUZA  
Tutor :**SUSI CRISTINE BRITTO FERREIRA**  
Grupo: 1

Santo Antônio de Pádua - RJ

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	4
DESENVOLVIMENTO.....	6
AVALIAÇÃO NO PLANO DE TRABALHO.....	26
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	27

## INTRODUÇÃO

*A educação é um ato de amor e, portanto, um ato de coragem. Não pode temer o debate, a análise da realidade; sob pena de ser uma farsa.*

*Paulo Freire.*

Neste plano, o conteúdo Esfera será abordado a partir de um contexto que mostra objetos que nos cercam e como podem ser representados matematicamente por sólidos geométricos. O flash matemático conta um breve histórico sobre métodos usados por matemáticos para calcular área das superfícies e volume desse sólido e com o auxílio de exemplos presentes no cotidiano e cuja análise perpassa por diversos campos do conhecimento geometria, física, engenharia e astronomia. É importante que o aluno construa seus conceitos matemáticos estabelecendo relações com situações que o rodeiam. Os roteiros de ação do Curso de Formação Continuada nortearão a avaliação dos conteúdos e acrescentarão abordagens de situações atuais, o fórum deste tema foram fontes de inspiração para a elaboração das aplicações de esfera em objetos e situações problemas pertinentes com a abordagem deste plano.

Com o uso de recursos tecnológicos: computador e multimídias, a calculadora comum, os alunos serão estimulados a conhecer as tecnologias desenvolvidas para dinamizar o ensino da Matemática. Elas auxiliam a aprendizagem e ajudam na visualização de propriedades da Matemática essenciais para a construção do saber e do pensar matemático.

As situações-problema que introduzem os conceitos abordados serão retiradas do livro texto adotado e de algumas sugestões do fórum de discussão do Curso de Formação Continuada, assim como as demais atividades de compreensão e aplicação dos conceitos dados. Serão usados textos complementares que acrescentarão a discussão sobre a situação

apresentada nas situações-problema. Os alunos precisam ser incentivados e motivados durante as atividades propostas, alguns somente as realizam se eu interferir, e outros mesmo com atendimento individual e até com a monitoria de outros colegas as realizam parcialmente.

Este terá a duração de 06 aulas num total de 300 minutos distribuídas em módulos de 50 minutos.

## DESENVOLVIMENTO

### ESFERA

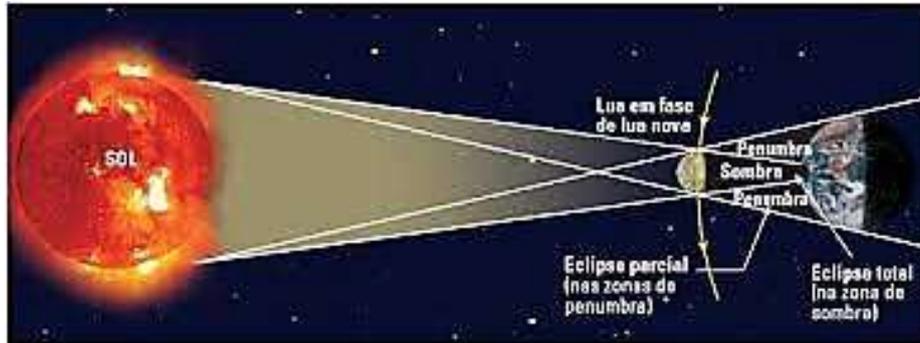
- Habilidades: H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas por meio de suas principais características. H24 - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.
- Pré-Requisitos: Ponto, reta, círculo e semicírculo. Áreas de figuras planas. Volume do Cone, cilindro.
- Duração: 6 AULAS : 300 min
- Recursos educacionais utilizados: folha de atividade, livro didático, computador, data show.
- Organização da turma: em grupos de três. Na vídeo-aula individual.
- Cuidados especiais: agendar o uso do projetor de multimídia.
- Objetivos: Identificar esferas e seus respectivos elementos. Calcular área da superfície desse corpo redondo. Determinar o volume desse corpo redondo.
- Avaliando: Reconhecer e identificar esferas em diversos objetos e situações. A interpretação correta dos questionamentos envolvidos na vídeo-aula e nos contextos. A interação com o grupo expondo suas opiniões e respeitando as demais propondo questionamentos caso ache necessário. Mostrar interesse e conhecimento do conteúdo na resolução das atividades propostas.
- Metodologia adotada: Propor a observação, análise e interpretação de um texto e de uma situação-problema dado no livro texto, esta atividade introdutória revisa cone com interdisciplinaridade em Física (1. Ano) e arco de circunferência e propõe interdisciplinaridade com geografia sendo assim o aluno é levado a testar seus conhecimentos de modo interessante sendo motivado pelo professor. O professor deve explorar o potencial desta imagem propondo aos alunos questionamentos e reflexões a cerca do objeto para poder reconhecer e identificar a esfera e seus elementos. A vídeo-aula pretende motivar usando um recurso visual bem como apresentar o conteúdo de forma mais atrativa e enriquecedora. As demais

atividades propõem questionamentos, investigação, cálculos, comparação para fomentar no aluno de forma enriquecedora a aprendizagem do conteúdo proposto.

# ATIVIDADE 1

## TEXTO 1

(Texto retirado do livro *Conexões com a Matemática – 2 anp*, Obra Coletiva Editora responsável: Juliane Matsubara Barroso, ed. Moderna, p. 202, 221)



Fonte: [https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTVoi83Td-Wa8wTmfReBoNZRTHNjs8yEdzGk8-un9W\\_ePIFN4s7](https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTVoi83Td-Wa8wTmfReBoNZRTHNjs8yEdzGk8-un9W_ePIFN4s7)

Já vimos que muitas formas dos objetos que nos cercam podem ser estudadas matematicamente por meio das representações chamados sólidos geométricos. Também já vimos que os sólidos compreendem grandes grupos como os poliedros e os corpos redondos. Entre estes últimos, distinguimos o cilindro, o cone, a esfera e os corpos obtidos a partir deles. A Terra, por exemplo, tem forma arredondada, lembrando a de uma esfera ligeiramente achatada nos polos. Já a sombra e a penumbra determinada pela Lua sobre a Terra, nos eclipses do Sol, têm a forma de um cone ou de um tronco de cone.

Dedicaremos este capítulo à investigação das propriedades geométricas dos corpos redondos.

Vejamos a situação seguinte:

Desconsiderando as escalas, um avião de passageiros faz uma viagem de São Paulo a Tóquio em 23 horas, à velocidade média de 870 km/h. Supondo sua rota como um arco de circunferência, podemos estimar o comprimento da Terra.

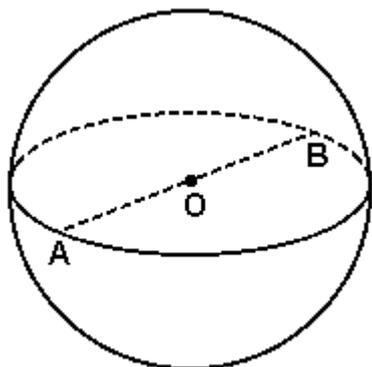


Fonte: <http://www.webluxo.com.br/menu/aviacao/11/mapa-singapore-brazil.jpg>

Façam vocês:

I) Quantos quilômetros o avião desloca-se voando 870 km a cada hora, após 23 horas?

II) Admitindo-se que São Paulo e Tóquio se localizam em pontos diametralmente opostos no globo terrestre, o avião terá percorrido metade da circunferência em torno da Terra. Então, determine o comprimento da circunferência da Terra?



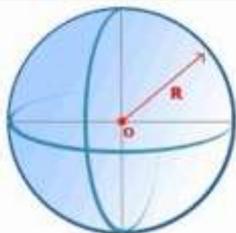
Obs: A(São Paulo) e B(Tóquio);  
A e B representam pontos diametralmente opostos no globo terrestre.

Fonte: [http://diadematematica.com/vestibular/TEMP/GP\\_A\\_C/E6752.BMP](http://diadematematica.com/vestibular/TEMP/GP_A_C/E6752.BMP)

## ESFERA

Fonte: Matemática – Paiva. V. único. P. 300.

*“A observação da Lua nos remete à mais simétrica das figuras geométricas: a esfera. A forma esférica é considerada desde a Antiguidade grega como padrão de equilíbrio e perfeição. Uma frase de Aristóteles (384-322 a.C.) mostra o fascínio dos filósofos gregos por essa forma: O céu deve ser necessariamente esférico, pois a esfera, sendo gerada pela rotação do círculo, é, de todos os corpos, o mais perfeito.”*



**Definição:** Consideremos um ponto  $O$  do espaço e uma medida  $R$  (sendo  $R > 0$ ), Chama-se esfera de centro  $O$  e raio  $R$  o conjunto dos pontos do espaço cuja distância ao ponto  $O$  são menores ou iguais a  $R$ .

- O conjunto dos pontos do espaço cujas distâncias ao ponto  $O$  são menores que  $R$  é chamado de interior da esfera.
- O conjunto dos pontos do espaço cujas distâncias ao ponto  $O$  são iguais a  $R$  é chamado de superfície da esfera.
- O conjunto dos pontos do espaço cujas distâncias ao ponto  $O$  são maiores que  $R$  é chamado de exterior da esfera.

fonte: [http://prclaudiomartins.files.wordpress.com/2009/12/logo\\_projeto-refletindo.jpg](http://prclaudiomartins.files.wordpress.com/2009/12/logo_projeto-refletindo.jpg) e

<http://www.brasilecola.com/upload/e/goiaba.jpg>

REFLITA...



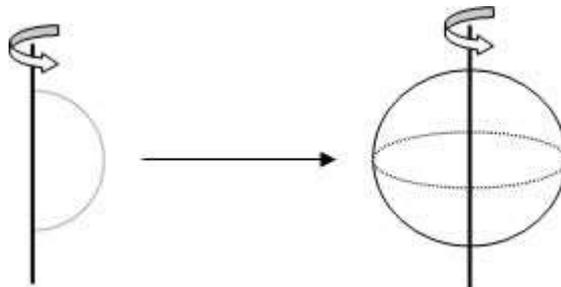
Observe na imagem de uma goiaba os seus elementos, as sementes, a polpa e a casca. Sabemos que a forma esférica pode ser vista em diversos objetos. Então compare esta imagem e classifique como

superfície esférica (SE) e esfera (E):

a) Da polpa à casca \_\_\_\_\_ b) A casca. \_\_\_\_\_

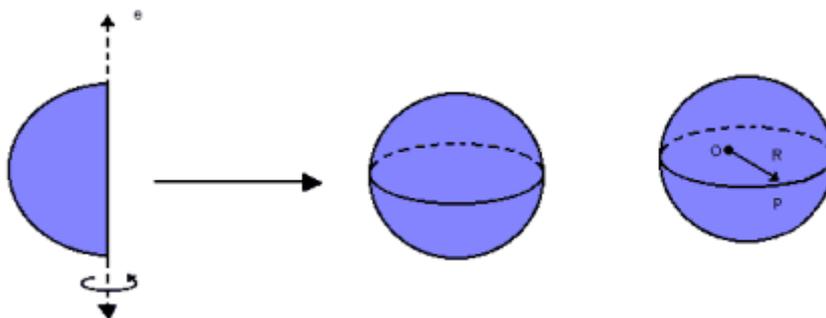
PARA SABER MAIS...

- uma superfície esférica de centro  $O$  e raio  $r$  como a superfície gerada pela rotação de uma **semicircunferência** de raio  $r$  em torno de seu diâmetro;



Fonte: [http://1.bp.blogspot.com/-iUmSvk5gkKI/Tka\\_bsbKpzI/AAAAAAAAACq/-KZMGPqWNz0/s1600/rotacao.jpg](http://1.bp.blogspot.com/-iUmSvk5gkKI/Tka_bsbKpzI/AAAAAAAAACq/-KZMGPqWNz0/s1600/rotacao.jpg)

- uma esfera de centro  $O$  e raio  $r$  como a superfície gerada pela rotação de uma **semicírculo** de raio  $r$  em torno de seu diâmetro;



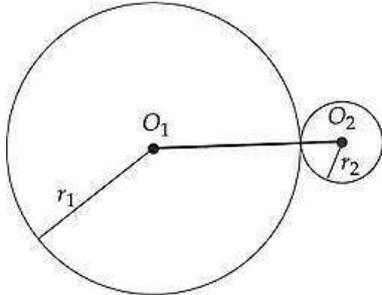
Fonte: <http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/Image216.gif>

## Vamos pensar juntos...

Fonte: Livro texto pág. 222

R14) As esferas S1 e S2, de raio 3cm e 4cm, respectivamente, têm somente um ponto comum. Calcular a distância entre os seus centros.

Resposta:  $r_1 + r_2 = 7\text{cm}$

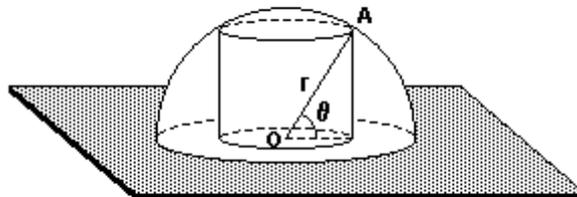


R15) Calcular o raio  $r_1$  de uma secção plana da esfera sabendo que o raio da esfera é igual a 13 cm e que a distância dessa secção ao centro da esfera é 5cm.

Resposta: Pelo Teorema de Pitágoras  $r_1 = 12$

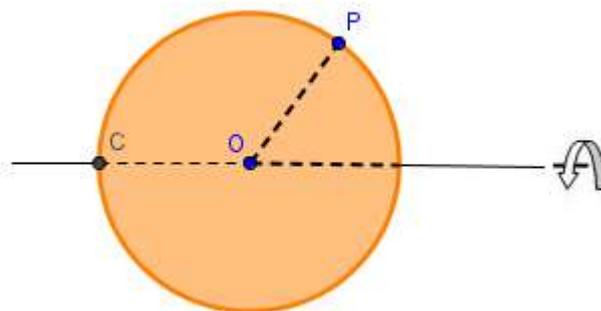
R16) Calcular o volume de um cilindro inscrito na semiesfera, cujo raio da semiesfera é  $r = 4\text{cm}$  e a altura do cilindro mede  $h = 2\text{cm}$ .

Resposta: Pelo Teorema de Pitágoras  $R^2 = 12\text{cm}$ , sendo assim o volume do cilindro é de  $24\pi\text{cm}^2$ .



## Exercícios livro texto pág. 222 – EM AULA

56) A figura abaixo gira em torno do eixo (e):



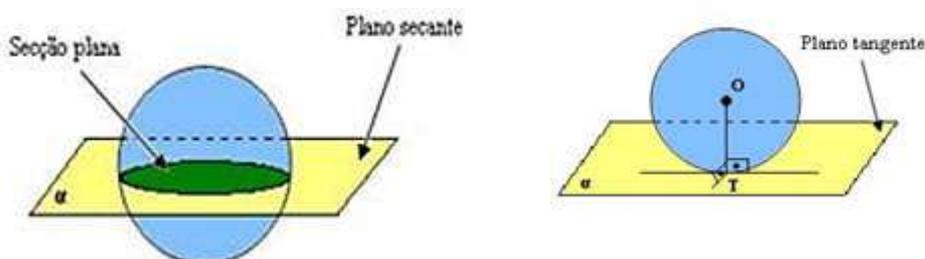
Fonte: imagem feita pelo autor deste PT no Geogebra

Escreva em seu caderno que figura é descrita com esse giro:

- a) pelo ponto P.
- b) pelo segmento OP.
- c) pela circunferência de centro O e raio OP.

57) Um plano  $\alpha$  tangencia uma esfera de centro O e raio r, isto é,  $\alpha$  tem só um ponto em comum com a esfera. Outro plano  $\beta$ , paralelo a  $\alpha$ , contém o centro O. Determine a distância entre os planos  $\alpha$  e  $\beta$ .

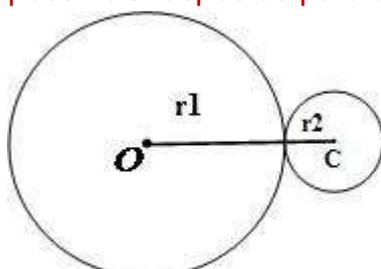
Professor para esse exercício disponibilize as figuras para que os alunos possam analisar e concluir a resposta que é o raio.



Fonte: [http://2.bp.blogspot.com/-SHPc\\_RX\\_tu8/Tj87XXqwwcl/AAAAAAAAAK4/JfqIOkZ5AE4/s1600/esfera1.JPG](http://2.bp.blogspot.com/-SHPc_RX_tu8/Tj87XXqwwcl/AAAAAAAAAK4/JfqIOkZ5AE4/s1600/esfera1.JPG)  
e [http://www.brasilecola.com/upload/e/Untitled-9\(13\).jpg](http://www.brasilecola.com/upload/e/Untitled-9(13).jpg)

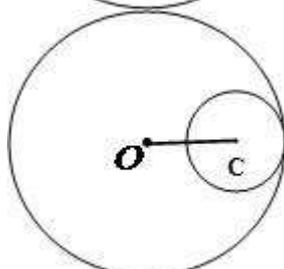
58) Uma superfície esférica, de centro  $O_1$  e raio  $r_1$ , tem somente um ponto em comum com outra superfície esférica, de centro  $O_2$  e raio  $r_2$ . Qual é a distância entre  $O_1$  e  $O_2$ ?

Obs: Professor é importante analisar as posições relativas entre duas esferas, motivem os alunos com figuras dessas posições e os façam refletir as possíveis respostas para este problema.



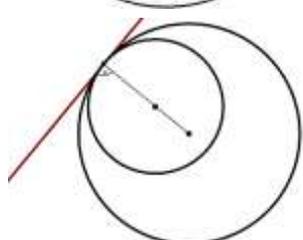
Fonte: <http://www.mundoeducacao.com/upload/conteudo/acir3.jpg>

Soma dos raios =  $r_1 + r_2$



Fonte: <http://www.mundoeducacao.com/upload/conteudo/acir2.jpg>

Subtração dos raios =  $r_1 - r_2$



Subtração entre os raios =  $r_1 - r_2$

Fonte:

[http://www.wikillerato.org/images/9/93/Tangentes\\_dos\\_circunferencias\\_tangentes\\_interiormente.png](http://www.wikillerato.org/images/9/93/Tangentes_dos_circunferencias_tangentes_interiormente.png)

59) Desenhe, em seu caderno, uma esfera de 2cm de raio e um plano  $\beta$  interceptando a esfera de forma que determine uma secção plana de raio  $\sqrt{3}$  cm. Em seguida, calcule a distância entre o plano  $\beta$  e o centro da esfera.

## ATIVIDADE 2

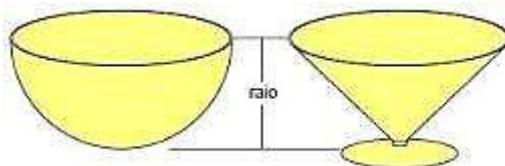
### ÁREA E VOLUME DE UMA ESFERA

Fonte: (Texto retirado do livro *Conexões com a Matemática – 2 anp*, Obra Coletiva Editora responsável: Juliane Matsubara Barroso, ed. Moderna, p. 223)

Em um livro a esfera e o cilindro, o matemático grego Arquimedes de Siracusa (séc. III a.C.) demonstrou a fórmula que permite calcular o volume de uma esfera.

Arquimedes utilizou o método da exaustão de Eudoxo, outro matemático grego, e provou que o **volume da esfera** é igual a **quatro vezes o volume do cone** cujo raio é o raio da esfera e cuja altura é também o raio da esfera.

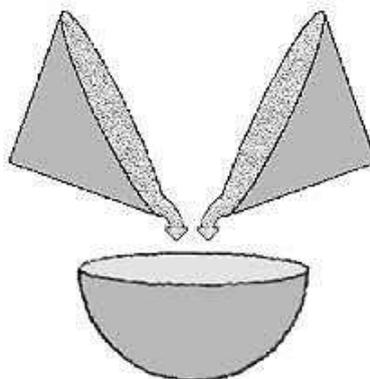
Para compreender esse raciocínio, imagine as vasilhas abaixo, uma semiesférica e outra cônica.



Fonte: <http://4.bp.blogspot.com/-agSNo4s7LQ/TQpSrc88a7I/AAAAAAAAAFq/z8HhwCQd3m0/s320/q.jpg>

Nelas, o raio da semiesfera é igual ao raio da circunferência do cone e a altura do cone é igual ao raio da semiesfera.

Arquimedes percebeu que despejando duas vezes o conteúdo da vasilha cônica no interior da vasilha semiesférica, esta ficaria completamente cheia, ou seja, a capacidade da semiesfera é o dobro da capacidade do cone.



Fonte: [http://dc428.4shared.com/doc/4j9Ewg\\_0/preview\\_html\\_m30a77f99.png](http://dc428.4shared.com/doc/4j9Ewg_0/preview_html_m30a77f99.png)

Isso indicou a ele que a capacidade da esfera era quatro vezes a capacidade do cone.

Arquimedes demonstrou essa relação por dedução e nós assumiremos que o volume da esfera é dado por:

$$\text{Volume da esfera} = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Em que R é o raio da esfera.

### Laboratório

- I- Dado um cone de raio R e altura R determine seu Volume. \_\_\_\_\_
- II- Agora quadruplique o volume cônico encontrado por você. \_\_\_\_\_
- III- Compare com o volume da esfera cujo raio é R. O que você pode concluir a cerca do volume desse cone comparado com o volume dessa esfera?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

Foi também Arquimedes o responsável pela dedução da fórmula para o cálculo da área da superfície da esfera.

Como a esfera não pode ser planificada como o cone eo cilindro, é preciso que seja utilizada outra ideia para descobrir cmo calcular a área procurada.

A ideia intuitiva utilizada pelos matemáticos, inclusive por Arquimedes, foi decompor a superfície da esfera em regiões aproximadamente planas. Cada uma dessas regiões, juntamente com o centro da esfera, constitui um sólido que é, aproximadamente, uma pirâmide. Quando esses sólidos são reunidos, eles formam a esfera.

Podemos chamar de A1, A2, ..., Na as áreas das pequenas regiões e considerar que a altura de cada sólido é o raio da esfera.



Fonte: [http://www.papeldeparede.etc.br/wallpapers/brasil-bola-de-futebol\\_6644\\_1280x960.jpg](http://www.papeldeparede.etc.br/wallpapers/brasil-bola-de-futebol_6644_1280x960.jpg)

Neste caso, o volume da esfera é dado por:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{1}{3} A_1 R + \frac{1}{3} A_2 R + \dots + \frac{1}{3} A_n R$$

Sabemos que

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}, \text{ assim:}$$

$$\frac{4\pi R^3}{3} = \frac{1}{3} (A_1 + A_2 + \dots + A_n) R, \text{ onde } (A_1 + A_2 + \dots + A_n) \text{ é a área da superfície esférica.}$$

$$\frac{4\pi R^3}{3} = \frac{1}{3} A R, \text{ resolvendo... } \mathbf{\text{Área da esfera} = 4\pi R^2}$$

## EXERCÍCIOS LIVRO TEXTO P. 225, EM AULA.

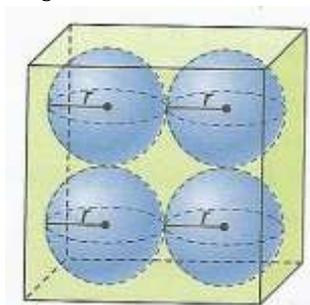
61) No caderno, determine a área da superfície esférica e o volume de cada esfera descrita abaixo.

a) A esfera tem 3 cm de raio.

b) O diâmetro da esfera é 18 cm.

62) Uma doceira tem uma panela cilíndrica, cheia até a borda, de massa para fazer brigadeiros. Sabendo que a panela tem formato cilíndrico com 16 cm de altura e 20 cm de diâmetro, quantos brigadeiros esféricos de 2 cm de raio ela poderá fazer?

64) Determine, em seu caderno, o volume do paralelepípedo abaixo sabendo que o volume de cada esfera é  $\frac{4}{3}\pi \text{ cm}^3$ .



65) Se considerarmos uma laranja como uma esfera de raio  $r$  composta por 12 gomos exatamente iguais, qual será a medida da superfície total de cada gomo?

68) Para abrigar uma exposição, construiu-se uma estrutura em forma de um hemisfério. Se o revestimento do piso totalizou  $78,5 \text{ m}^2$ , quantos metros quadrados de lona utilizaram-se na cobertura toda? (use  $\pi = 3,14$ )

69) Um copinho de sorvete tem 10 cm de altura (profundidade) e “boca” com 4 cm de diâmetro. Mostre que, se forem colocadas nesse copinho duas conchas semiesféricas de sorvete, também de 4 cm de diâmetro, o sorvete não transbordará, mesmo que derreta.

### PARA CASA

**Exercícios do livro texto que não foram feitos em aula para revisão e enriquecimento do conteúdo**

## ATIVIDADE 3

### AMPLIANDO A DISCUSSÃO SOBRE ESFERA

EM AULA : DURAÇÃO 12 MINUTOS

Fonte vídeo-aula: <http://www.youtube.com/watch?v=INi9ywxD2j4#t=108>

# As aventuras de Radix

VÍDEO Série: Matemática na Escola

## Sinopse

O programa aborda a geometria da Esfera. Esta geometria, que é um exemplo de geometria não-Euclidiana, pode ser útil para a determinação da menor distância entre dois pontos em uma superfície esférica, como a do planeta Terra. Nelson, ao escrever mais umas das aventuras do super-herói Radix, se depara com a seguinte pergunta: Como Radix poderá cumprir a missão de evitar o desmatamento no Planeta Terra? Para terminar a aventura do Radix, o cartunista Nelson pedirá ajuda ao seu amigo Mario, que trabalha na área de monitoramento por satélite.

## Conteúdos

- GEOMETRIA ESFÉRICA

## Objetivos

1. Apresentar a Geometria não-Euclidiana
2. Apresentar a Geometria da Esfera
3. Diferenciar a Geometria Euclidiana da não-Euclidiana

### FICHA DE AVALIAÇÃO DA ÁUDIO AULA

ASSUNTO: \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_\_ DURAÇÃO: \_\_\_\_\_

Critérios	Sim	Às vezes	Não
1- A linguagem usada no vídeo foi de fácil entendimento			
2- Houve necessidade de intervenção da professora durante a exibição			
3- O assunto tratado pode ser aplicado na resolução das atividades propostas			
4- O vídeo relaciona os temas tratados na disciplina com situações enriquecedoras e interessantes			

Gostaria de dizer que: \_\_\_\_\_

FICHA DE AUTO-AVALIAÇÃO (ÁUDIO AULA)

NOME: \_\_\_\_\_ Nº: \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_

VALORES, ATITUDES E CAPACIDADES	Raramente	Às vezes	Quase sempre
1- Estive atento			
2-Fui organizado: caderno diário, registro, material para as aulas			
3- Demonstrei interesse pelos assuntos tratados			
4- Fui capaz de colocar as questões em diferentes situações			
5-Particpei corretamente das atividades desenvolvidas			
6- Fui capaz de me organizar e realizar meu trabalho sozinho			
7- Fui correto no meu relacionamento com os colegas e a professora			
8- Adquiri conhecimentos			
9- Sou capaz de aplicar esses conhecimentos nos exercícios, testes e provas.			
10- Respeitei as regras de funcionamento da turma/escola durante a vídeo aula			
11- Colaborei positivamente nos trabalhos da turma e do grupo			

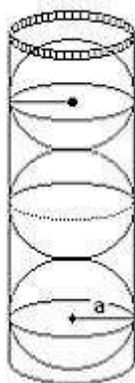
Acho que meu trabalho/participação pode ser traduzido pelo seguinte nível: \_\_\_\_\_

Gostaria ainda de dizer que: \_\_\_\_\_.

**C.E. PEDRO BAPTISTA DE SOUZA**  
**ATIVIDADES DE AVALIAÇÃO: ESFERA**  
**PROF. CLAUDIA GOMES TURMAS: 2001 E 2002**

**NOME:** \_\_\_\_\_

01)(Questão adaptada pelo autor deste PT, livro texto p. 222 n. 64) Determine o volume do cilindro abaixo sabendo que o volume de cada esfera é  $\frac{4}{3}\pi \text{ cm}^3$ .



Fonte: <http://professor.bio.br/matematica/imagens/guestoes/4225.jpg>

02)(Questão elaborada pelo autor deste PT)

“...Globo da morte: com 12 espetáculos por semana, profissionais ganham R\$2 mil



**Conheça algumas curiosidades sobre esta arriscada profissão, 28/11/2012 às 08h59, Atualizado em 05/01/2014 às 06h02**

Globo da morte: profissionais fazem 12 apresentações por semana (Foto: Mais Você/TV Globo)

Circo, palhaços, malabaristas, trapezistas e adrenalina, muita adrenalina com o globo da morte. (...)

Globo menor

O menor do Brasil, tem 4,25 metros de diâmetro e pesa quase 2 toneladas;

Medida do globo normal

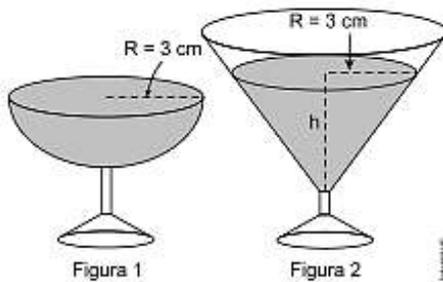
O tamanho padrão é de 4,60 metros de diâmetro. Existem alguns com 5 metros.

De acordo com o texto, determine a quantidade em metros quadrados de material a ser utilizado para confeccionar cada globo da morte.

**03) ENEM 2010 - Questão 167 – Prova Rosa.**

Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes.

Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.



Sabendo que a taça com o formato de hemisfério e servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de

- a) 1,33. b) 6,00. c) 12,00. d) 56,52. e) 113,04.

Considere:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ e } V_{\text{cone}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

**04)ENEM 2010 (2ª aplicação) - Questão 154 – Prova Azul.**

Se pudéssemos reunir em esferas toda a água do planeta, os diâmetros delas seriam:

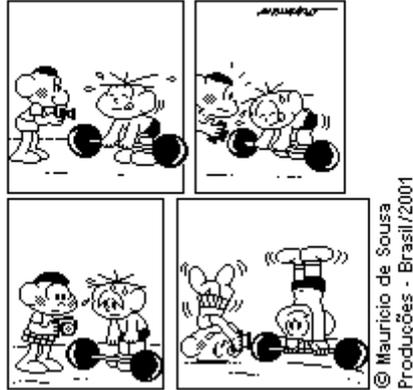
 1385 km	Toda água do planeta 1,39 bilhões de km <sup>3</sup>
 406 km	Água doce do planeta 35,03 milhões de km <sup>3</sup>
 272 km	Água doce subterrânea 10,53 milhões de km <sup>3</sup>
 58 km	Água doce superficial 104,59 mil km <sup>3</sup>

A razão entre o volume da esfera que corresponde à água doce superficial e o volume da esfera que corresponde à água doce do planeta é

- a) 1/343  
b) 1/49  
c) 1/7  
d) 29/136  
e) 136/203

05) (Pucsp-adapata pelo autor deste PT) A tira seguinte mostra o Cebolinha tentando levantar um haltere, que é um aparelho feito de ferro, composto de duas esferas acopladas a um bastão cilíndrico.

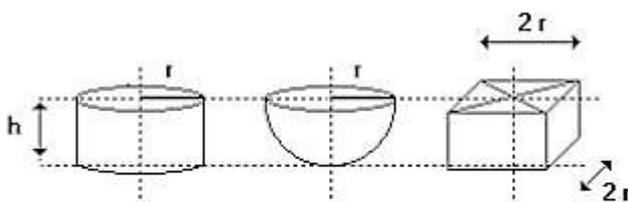
TURMA DA MÔNICA/Maurício de Sousa



Suponha que cada esfera tenha 10cm de diâmetro e que o bastão tenha 50 cm de comprimento e diâmetro da base medindo 1,4cm. Se a densidade do ferro é  $7,8\text{g/cm}^3$ , quantos quilogramas, aproximadamente, o Cebolinha tentava levantar? Use: Densidade =  $\frac{\text{massa}}{\text{volume}}$  e  $\pi=3$

06)(Professorbio.br)Na figura estão representados três sólidos de mesma altura  $h$  - um cilindro, uma semi-esfera e um prisma - cujos volumes são  $V_{\square}$ ,  $V_{\bullet}$  e  $V_3$ , respectivamente. (imagem abaixo)

A relação entre  $V_{\square}$ ,  $V_{\bullet}$  e  $V_3$  é:



- a)  $V_3 < V_{\bullet} < V_{\square}$
- b)  $V_{\bullet} < V_3 < V_{\square}$
- c)  $V_{\square} < V_{\bullet} < V_3$
- d)  $V_3 < V_{\square} < V_{\bullet}$
- e)  $V_{\bullet} < V_{\square} < V_3$

07) (Puccamp-adaptada pelo autoe desse PT) Pesquisadores da Fundação Oswaldo Cruz desenvolveram um sensor a laser capaz de detectar bactérias no ar em até 5 horas, ou seja, 14 vezes mais rápido do que o método tradicional. O equipamento, que aponta a presença de micro-organismos por meio de uma ficha ótica, pode se tornar um grande aliado no combate às infecções hospitalares.

(Adaptado de Karine Rodrigues. <http://www.estadão.com.br/ciência/noticias/2004/julho/15>)

Em certo momento, uma cultura tem 30 000 bactérias. Essas bactérias têm formato esférico, com diâmetro de 4 micrômetros (1 micrômetro equivale à milésima parte de 1 mm, ou seja, 0,001mm). Nesse momento, o espaço

ocupado por essas bactérias é, em milímetros cúbicos, igual a \_\_\_\_\_ . Use:  $\pi = 3$

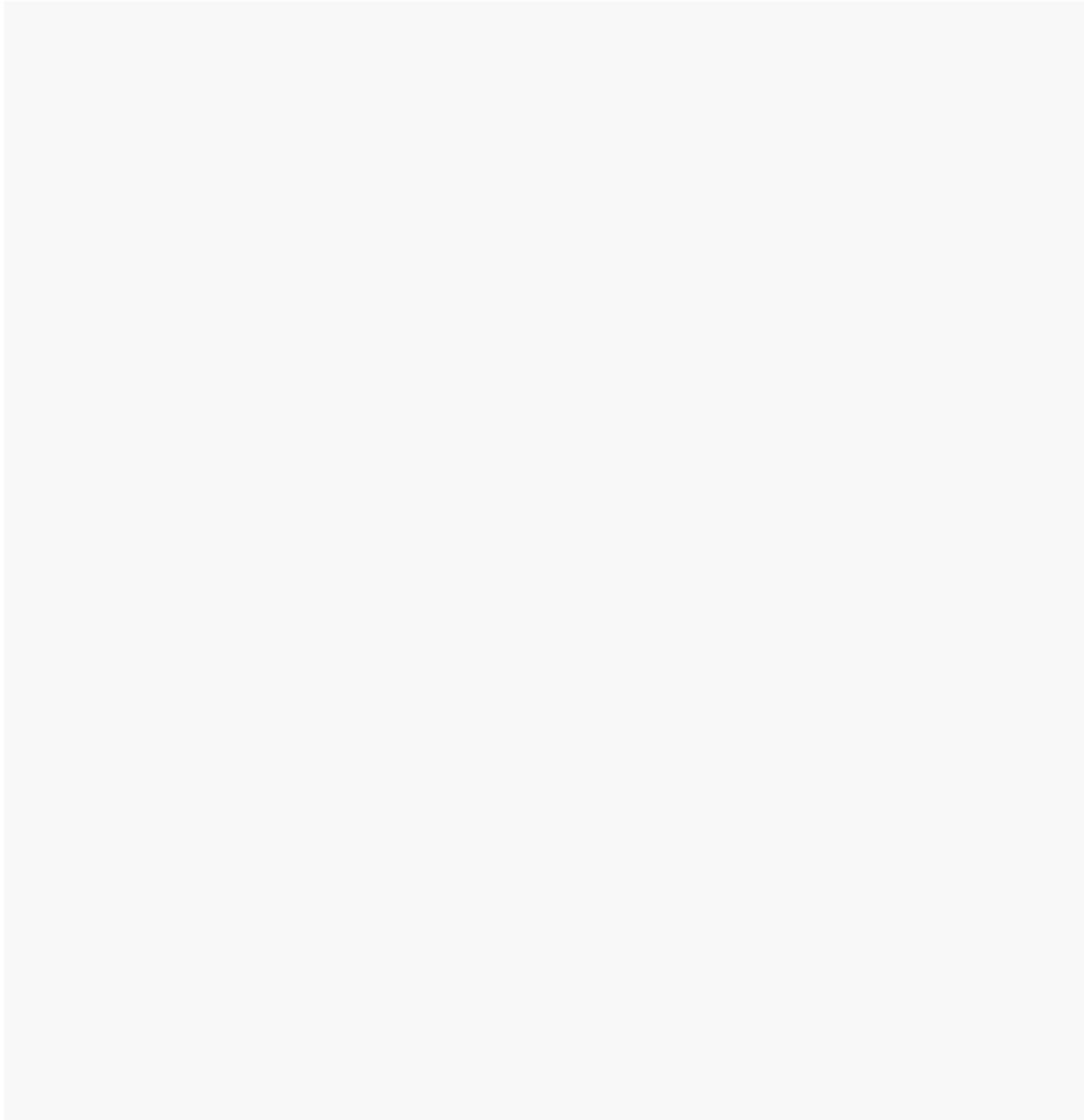
8)(Adaptada do livro texto questão 65 p. 225) Se considerarmos uma laranja como uma esfera de raio  $r = 10\text{cm}$  composta por 12 gomos exatamente iguais, qual será a medida da superfície total de cada gomo?

Texto para responder as questões 09 e 10:

(Adaptado pelo autor do PT questão 61 p. 225 do livro texto)Determine a área da superfície esférica e o volume de cada esfera descrita abaixo.

09)A esfera tem 2cm de raio.

10)O diâmetro da esfera é 12 cm.



## FLASH MATEMÁTICO

### ESFERAS NA INDÚSTRIA

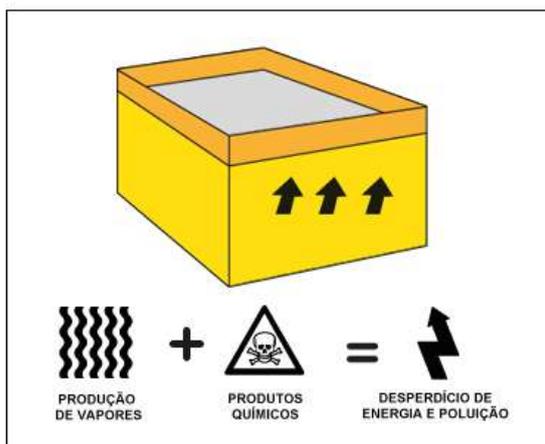
#### ESFERAS | CONCEITO DE UTILIZAÇÃO

As "Esferas Douglas" são largamente utilizadas em tanques que contenham líquidos aquecidos, objetivando:

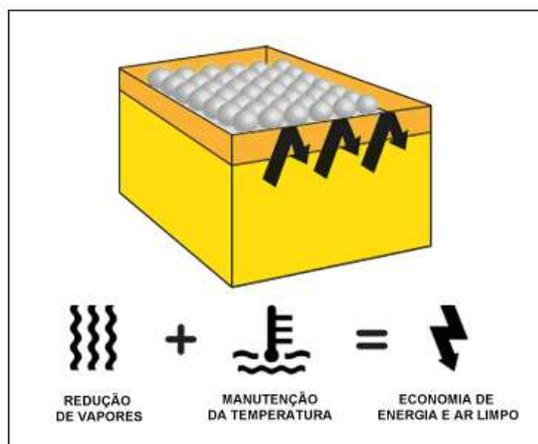
\* REDUZIR A O CONSUMO DE ENERGIA PARA MANTER O LÍQUIDO AQUECIDO NA TEMPERATURA DE TRABALHO;

\* REDUZIR A EMISSÃO DE VAPORES, ORIUNDOS DO LÍQUIDO EM QUESTÃO;

#### SEM A UTILIZAÇÃO DAS ESFERAS DOUGLAS



#### COM A UTILIZAÇÃO DAS ESFERAS DOUGLAS



Fonte: <http://www.esferasdouglas.com.br/>



### Mesa de Esferas Transferidoras

A mesa de esferas transferidoras é um equipamento para indústria que tem como objetivo diminuir o peso dos objetos transportados. As embalagens devem ser transportadas de forma horizontal e o equipamento é feito a partir de esferas que se movimentam de forma dinâmica.

Fonte: <http://www.kaufmann.com.br/mesa-esferas-transferidoras.html>

## ESFERAS PARA ARMAZENAMENTO

De forma geral, os principais produtos armazenados são: propano, butano, gás natural, oxigênio, nitrogênio, hidrogênio, etileno, hélio e argônio (MOSS, 2004).

No Estado de São Paulo, por exemplo, são encontradas esferas na REPLAN (Paulínia), na REVAP (São José dos Campos) e também nas unidades da Transpetro em Santos, no ABC e em Barueri, porém esta fora de operação.



Figura 1. Vaso de pressão esférico (WIKIPÉDIA, 2010).

Fonte: [http://sites.poli.usp.br/d/pme2600/2011/Artigos/Art\\_TCC\\_060\\_2011.pdf](http://sites.poli.usp.br/d/pme2600/2011/Artigos/Art_TCC_060_2011.pdf)

## ESFERA NO ENSINO DE ASTRONOMIA

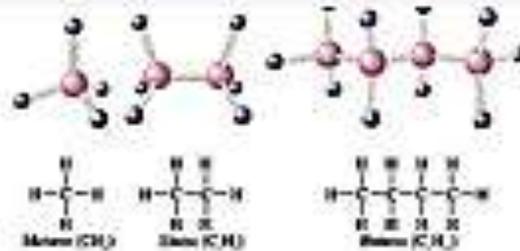
Fonte: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Esfera\\_armilar](http://pt.wikipedia.org/wiki/Esfera_armilar) Imagem: [http://3.bp.blogspot.com/-VRUJT0LdWZI/T8qK5Lwpxml/AAAAAAAAAFw/ZYnlcumcKDI/s1600/SAM\\_0978.JPG](http://3.bp.blogspot.com/-VRUJT0LdWZI/T8qK5Lwpxml/AAAAAAAAAFw/ZYnlcumcKDI/s1600/SAM_0978.JPG) - ESFERA ARMILAR DO POLO ASTRONÔMICO CASIMIRO MONTENEGRO FILHO



A **esfera armilar** é um instrumento de astronomia aplicado em navegação que consta de um modelo reduzido do cosmos. Estima-se que foi desenvolvido ao longo do tempo, através de observações minuciosas do movimento aparente dos astros em torno da Terra.<sup>1 2</sup>

O grande anel exterior mostra a escala de declinação das estrelas fixas na esfera celeste; a pequena bola no centro, a Terra.<sup>3</sup> A esfera é mostrada através de conjunto de armilas, vocábulo que designa anéis, braceletes ou argolas e de onde deriva o nome «armilar». Essas armilas são articuladas e indicam os principais círculos máximos: os polos, os trópicos, os meridianos e o equador. A esses acrescenta-se uma banda diagonal, inclinada 23,5° entre trópicos mostrando o caminho do sol nos 365 dias do ano, mas que muitas vezes se apresenta com outras inclinações, por motivos puramente estéticos.<sup>4</sup>

## ESFERA EM OBJETOS



Fontes: <https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTec6gU7L07ubuhUDnWrE49tgYIplP63YaH4pkTFHPuxRrXPGM> , [https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcReIE368I\\_9bsKEjcBCZZoDuZj00dSbeYPdMvP2udXrkOawsOg4](https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcReIE368I_9bsKEjcBCZZoDuZj00dSbeYPdMvP2udXrkOawsOg4) , <https://encrypted-tbn1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRHsOiaqHqDPClrWjK2BadR9lx3W4aqWixIGHezWvby->

[R1qYTUi , https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQMPqn6qq2MKxW4czGhrqIDs53gc5eUOvVgNi2qhdfWcOC0xTU](https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQMPqn6qq2MKxW4czGhrqIDs53gc5eUOvVgNi2qhdfWcOC0xTU) , <http://www.materiaincognita.com.br/wp-content/uploads/2014/09/objetos-flutuantes-nao-identificados.jpg> , <http://thumbs.dreamstime.com/x/esferas-de-bilhar-19739784.jpg> , [http://www.elyplast.com.br/media/catalog/product/cache/1/image/9df78eab33525d08d6e5fb8d27136e95ffr/frasco\\_para\\_desodorante\\_roll-on.jpg](http://www.elyplast.com.br/media/catalog/product/cache/1/image/9df78eab33525d08d6e5fb8d27136e95ffr/frasco_para_desodorante_roll-on.jpg) , <http://1.bp.blogspot.com/-NptSiX1hoPc/TjbiN1Vo5ul/AAAAAAAAAX4/eNhxkROwv1M/s1600/esfera+da+caneta.jpg> , [http://www.fisicanet.com.ar/biologia/introduccion\\_biologia/ap1/carbono01.jpg](http://www.fisicanet.com.ar/biologia/introduccion_biologia/ap1/carbono01.jpg) , <http://centrocampineiro.com.br/wp-content/uploads/17t6envrxf0.jpg> , <http://thumbs.dreamstime.com/z/rolamentos-de-esferas-5398189.jpg> , <http://thumbs.dreamstime.com/z/rotating-dna-molecule-biochemistry-biology-scientific-concept-model-isolated-white-background-alpha-mask-35637435.jpg> .

## **AVALIAÇÃO NO PLANO DE TRABALHO**

Ficam assim quantificados os critérios de avaliação: os exercícios selecionados para a avaliação ao longo do processo somam 1 ponto; o envolvimento e a resolução das atividades mesmo com a resposta errada valerão 0,5 pontos; a avaliação pré-determinada na introdução desse Plano de Trabalho tem por objetivo uma reflexão do conteúdo tratado e prevê criteriosamente se o aluno consegue analisar, elaborar estratégias de resolução, calcular corretamente as questões levantadas que somam 1,5 pontos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- EDITORA MODERNA. Conexões com a Matemática/Editora responsável Juliane Matsubara Barroso, obra coletiva, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 1 ed. . São Paulo: Moderna, 2010. v 2.
- SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. Matemática Ensino Médio. 4 ed. Reformulada. São Paulo: Saraiva, 2004. v. 2.
- DANTE, Luiz Roberto. Matemática, volume único.1 ed. São Paulo: Ática, 2009.
- DANTE, Luiz Roberto. Matemática, volume 2 .1 ed. São Paulo: Ática, 2011.
- GIOVANNI, José Ruy; BONJORNIO, José Roberto. Matemática: uma nova abordagem. 1 ed. São Paulo: FTD, 2000. V2.
- BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Matemática,1 ed. São Paulo: Ática, 2004.v2.
- PROJETO SEEDUC. Fundação CECIERJ. Consórcio CEDEJ. Extensão. Roteiros de Ação: 1,2,3 e 4. Curso de Aperfeiçoamento 2º ano do Ensino Médio 4º bimestre/2014. Rio de Janeiro, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 1999.