

Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

Matemática 2ª série EM – 4º Bimestre/2014

Plano de Trabalho 1



<http://mobileapps.intemodino.com/pt/resolucao-de-sistemas-de-equacoes-lineares-com-3-incognitas.htm>

Tarefa 1

Cursista: Angela Machado Veríssimo

Grupo: 1

Tutor: Susi Cristine Britto Ferreira

S u m á r i o

Introdução. 03

Desenvolvimento.04

Avaliação.45

Referências bibliográficas.46



INTRODUÇÃO

Partindo do princípio que o aluno obterá uma aprendizagem efetiva quando estiver aguçado o interesse em adquirir conhecimentos, propiciando que se empenhem na busca de conhecimentos, ou na evolução dos mesmos, a proposta deste Plano de Trabalho objetiva possibilitar aos alunos um ambiente de interação e aprendizagem compartilhada. Sendo assim, a sala de aula deverá ser um ambiente que propicie aos alunos a construção de conhecimentos de forma coletiva, através de trocas de experiências. Portanto, ao ministrar o conteúdo Sistema Linear, é importante acenar com uma proposta que induza o aluno a buscar informações relacionadas ao tema através de experiências vivenciadas pelos próprios alunos, pois se cria uma fundamentação consistente e significativa que a solução de um sistema linear possui.

Tem sido notório a importância de atrelar as discussões sobre os conteúdos ministrados à Modelagem Matemática, levando os alunos a perceberem a aplicabilidade dos conteúdos, trazendo-os para alguma situação da realidade. Desta forma, propicia-se a aproximação da Matemática ao contexto em que o aluno está inserido socialmente, através de aplicações do conteúdo estudado ao nosso cotidiano, minimizando assim as abstrações existentes nas aplicações dos conteúdos, amenizando a distância entre o que se ensina e o que se aprende. Contudo, o aluno perceberá o real significado de estudar o conceito de Sistema Linear, de suas soluções e também de inúmeras possibilidades de aplicações.

Sabemos que a aprender é um ato pessoal, em contrapartida a aprendizagem se dá também nas relações interpessoais, sobretudo no trabalho compartilhado. Sendo assim, a avaliação contemplará três importantes momentos, organizada da seguinte forma: atividade individual, em duplas e em grupos. As atividades em duplas e em grupos serão objetivando o enriquecimento dos alunos através da interação, do diálogo e do confronto das soluções apresentadas. Para a aplicação do plano, serão necessários doze tempos de cinquenta minutos para o desenvolvimento dos conteúdos e avaliação, totalizando 600 minutos.

Atividade 1

- **Assunto:** Sistema Equações Lineares

Habilidade relacionada: Compreender o conceito de sistema de equações; Resolver sistemas de equação do 1º grau com duas incógnitas e duas equações; identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problema para a linguagem matemática.

- **Objetivos:** Iniciar o conceito de sistema linear; Resolver sistemas de equações lineares de duas equações e duas incógnitas utilizando os métodos de adição e de substituição; Compreender a solução de um sistema de equações lineares.
- **Pré-requisitos:** Equação 1º grau e matemática básica
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos educacionais utilizados:** lápis, borracha, folhas de atividades, caneta para quadro branco e lousa.
- **Organização da turma:** Turma dispostas duplas.
- **Metodologia adotada:** Será proposta uma atividade sobre sistema de equações lineares de 2 equações e 2 incógnitas para que os alunos utilizem os métodos da substituição e da adição. No entanto, será feita uma revisão relacionada aos dois métodos (substituição e adição) para sanar qualquer dúvida existente. Cada dupla realizará a atividade proposta, e após a conclusão de todas as questões, as duplas deverão trocar as atividades para correção. E sequencialmente, as duplas farão as correções que julgarem necessária nas resoluções dos colegas, circulando o possível erro, em seguida o professor fará a correção no quadro para análise das questões, e as duplas acompanharão identificando e corrigindo o erro, quando houver, fazendo a verificação.

Colégio Estadual Dr. Francisco de Paula Paranhos

Disciplina: MATEMÁTICA

Professor (a): ANGELA VERÍSSIMO

Bimestre: 4º Turma: 2001

Data: ____/____/2014

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

1) Resolva os sistemas abaixo utilizando os métodos de adição e substituição.

$$\text{I) } \begin{cases} -y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad \text{II) } \begin{cases} 2x + y = -1 \\ -3x - 2y = 5 \end{cases}$$

a) Faça uma análise dos métodos utilizados e responda qual o melhor método na resolução em cada sistema. Justifique sua resposta.

2) Considerando que na resolução dos sistemas lineares abaixo será utilizado o método

ADIÇÃO, responda as questões :

$$\text{I) } \begin{cases} -3x + 2y = 16 \\ x + 3y = 13 \end{cases}$$

- a) Qual incógnita é melhor que seja eliminada (x ou y) ? _____
- b) O que você faria para eliminar esta incógnita? _____

$$\text{II) } \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - 7y = -3 \end{cases}$$

a) O que você faria para eliminar uma das incógnitas do sistema usando o método da adição? Vamos analisar algumas possibilidades.

Para eliminar os termos em **x**, temos as seguintes possibilidades:

- Multiplicar a primeira equação por **2** e a segunda equação por ____ e somar as duas para eliminar os termos em **x**.
- Multiplicar a primeira equação por **-2** e a segunda equação por ____ e somar as duas para eliminar os termos em **x**.

.Para eliminar os termos em **y**, temos a seguinte possibilidade:

- Multiplicar a primeira equação por **7** e a segunda equação por ____ e somar as duas para eliminar os termos em **y**.

3 – Certo aluno ao resolver os sistemas abaixo:

$$a) \begin{cases} x - y = 1 \\ y = 15 - 3x \end{cases}$$

Utilizou o método da substituição; e na resolução substituiu o valor de y na primeira equação, fazendo:

$$x - 15 - 3x = 1$$

$$x - 3x = 1 + 15$$

$$-2x = 16 \leftrightarrow 2x = -16 \leftrightarrow x = -16/2 \leftrightarrow x = -8$$

Substituindo o valor de x na segunda equação: $y = 15 - 3x \leftrightarrow y = 15 - 3.(-8)$

$$y = 15 + 24 \leftrightarrow y = 39$$

Mas esses valores encontrados pelo aluno, não satisfaz o sistema. Qual foi o erro cometido por este aluno?

$$b) \begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

Para encontrar a solução do sistema o aluno utilizou dois métodos, adição e substituição, e encontrou os seguintes valores: $x = 6$ e $y = 4$. Você concorda com essa solução? Justifique sua resposta.

4) Na Grécia Antiga as fábulas eram muito populares. O problema abaixo, é baseado numa fábula de Esopo, escritos grego, que viveu no século VI a. C. As fábulas de Esopo geralmente envolvem animais personificados, como a fábula a seguir, na qual um burro e um cavalo dialogam. Vamos à história!



Um cavalo e um burro caminhavam juntos carregando, cada um, pesados sacos. Como o cavalo reclamava muito de sua pesada carga, respondeu-lhe o burro.

- De que te queixas? Se me desses um saco, minha carga seria o dobro da tua, mas se eu te der um saco, tua carga será igual à minha.

O cavalo ficou pensando se tinha razão de reclamar.

O que você acha?

Obs: O problema apresenta dois valores desconhecidos, e fornece duas equações. Escreva-a formando um sistema. Para avaliar se o cavalo tinha motivos para reclamar, determine a quantidade inicial de sacos que cada animal carregava.

Atividade 2

- **Assunto:** Sistema Equações Lineares
- **Habilidade relacionada:** H38 - Identificar o gráfico de uma função, a partir da correspondência entre duas grandezas representadas em uma tabela. H61 – Associar o gráfico de uma função polinomial do 1º grau à sua representação algébrica ou vice-versa.
- **Objetivos:** Usar convenientemente as operações com as equações de um sistema visando à sua resolução. Identificar as coordenadas do ponto de interseção entre duas retas como a solução de um sistema de ordem 2.
- **Pré-requisitos:** Equação 1º grau e matemática básica.
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos educacionais utilizados:** lápis, borracha, folhas de atividades, papel quadriculado, caneta para quadro branco e lousa.
- **Organização da turma:** Turma disposta duplas.
- **Metodologia adotada:** Nessa metodologia, por meio das análises e interpretações de gráficos, os alunos serão levados a associar cada gráfico a sua representação algébrica. A atividade propõe que os alunos experimentem pontos, identificando a qual reta pertence, e identificando o ponto de interseção como solução de um sistema linear. Além disso, será apresentado aos alunos, como exemplo, um

sistema e sua representação no plano cartesiano, demonstrando também a classificação de um sistema a partir da sua representação gráfica.

Colégio Estadual Dr. Francisco de Paula Paranhos

Disciplina: MATEMÁTICA

Professor (a): ANGELA VERÍSSIMO

Bimestre: 4º Turma: 2001

Data: ____/____/2014

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

- 1) Represente geometricamente a solução do sistema linear $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$

Resolução

Vamos resolver o sistema linear utilizando o método da adição.

$$\begin{cases} 3x + y = 1. (3) \\ 2x - 3y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x + 3y = 3 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$$

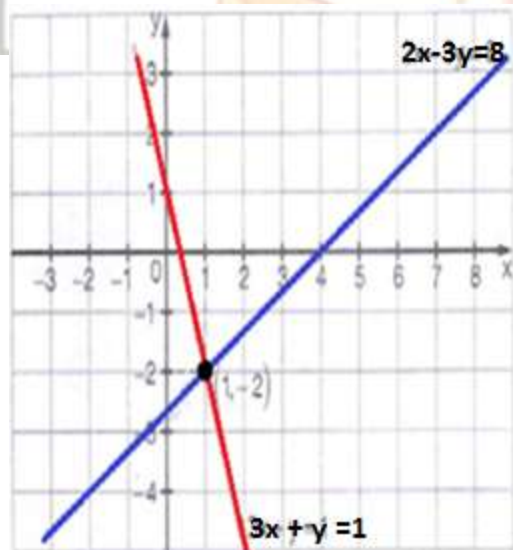
$$11x = 11 \Rightarrow x = 1$$

Estudamos a resolução de sistemas lineares 2x2 por meio dos métodos da adição e da substituição.

Substituindo $x = 1$ na equação $3x + y = 1 \Rightarrow 3.1 = y = 1 \Rightarrow y = -2$

Portanto, a solução do sistema é $(1, -2)$.

Vimos anteriormente que uma equação linear com duas incógnitas pode ser representada por uma reta no plano cartesiano. Desse modo, a interseção das duas retas que representam as equações do sistema 2x2 determina sua solução, caso exista.



Retas concorrentes indicam que existem um único ponto que corresponde à solução do sistema.

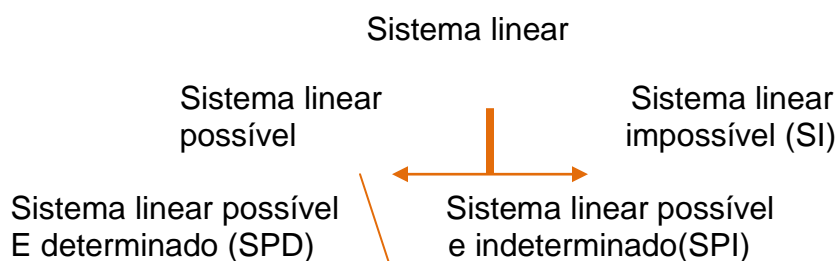
Classificação de um sistema linear

De acordo com o número de soluções que um sistema linear possui, ele pode ser classificado em: possível e determinado, quando possui uma única solução; possível e indeterminado, quando possui infinitas soluções; ou impossível, quando não possui solução.

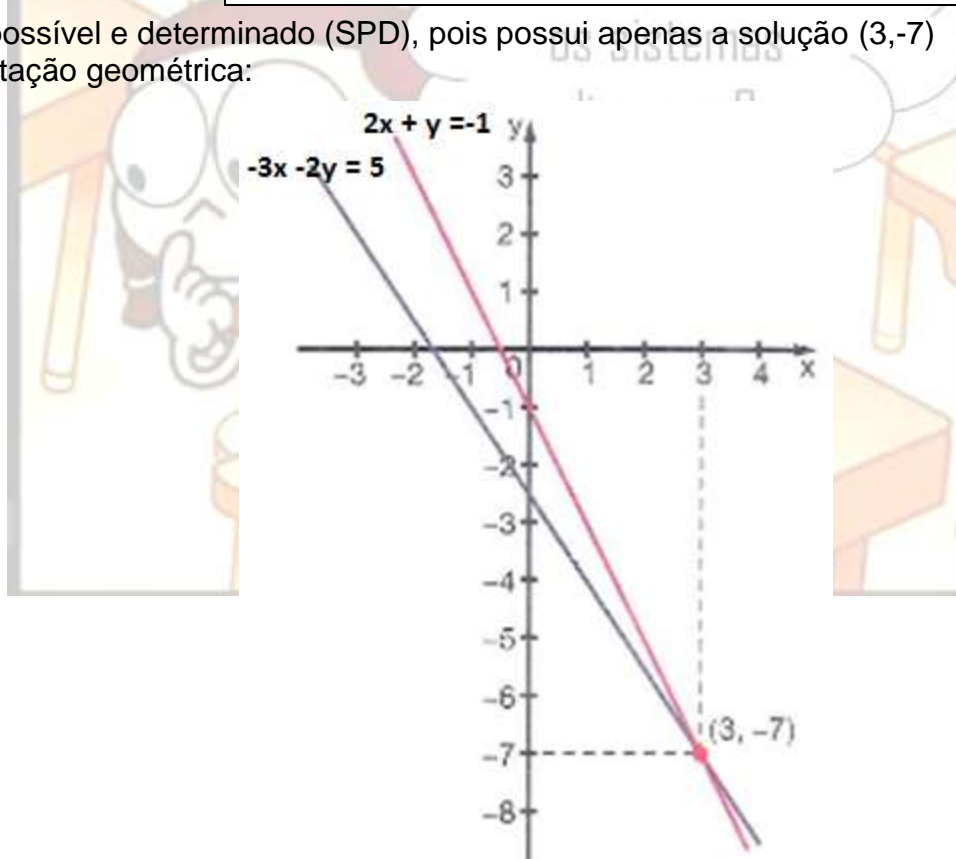
Representamos essa classificação em um esquema, temos:

Exemplos:

$$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ -3x - 2y = 5 \end{cases}$$



Sistema possível e determinado (SPD), pois possui apenas a solução (3,-7)
Representação geométrica:

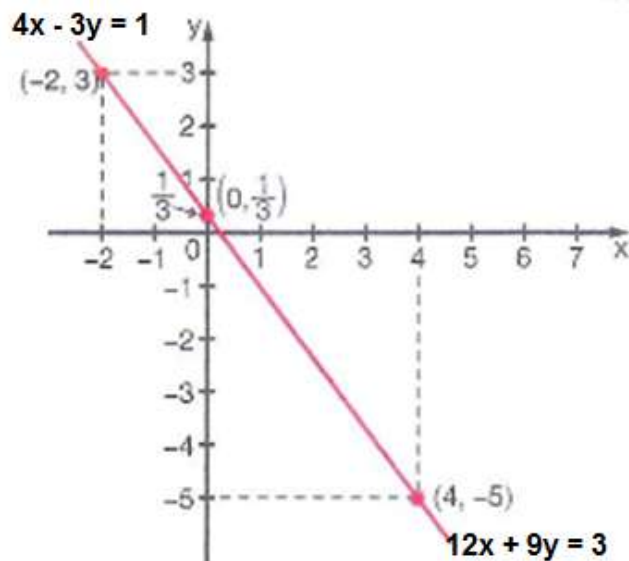


Note que, na representação geométrica do sistema possível e determinado, as retas que representam as equações se cruzam em um único ponto, cujas coordenadas correspondem à única solução.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 12x + 9y = 3 \end{cases}$$

Sistema possível e indeterminado (SPI), pois possui infinitas soluções, tais como $(-2, 3)$, $(4, -5)$ e $(0, \frac{1}{3})$.

Representação geométrica:



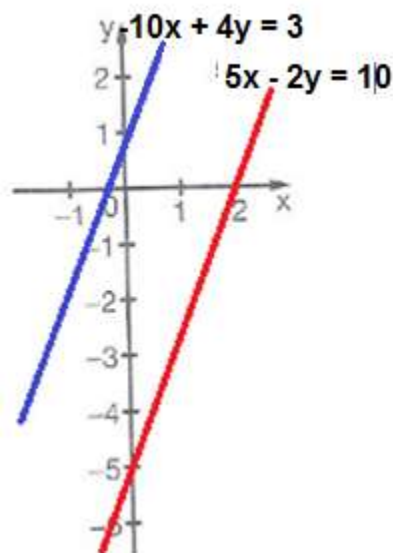
No exemplo ao lado, note que a 2ª equação corresponde ao triplo de 1ª, ou seja, $\frac{12}{4} = \frac{9}{3} = \frac{3}{1} = 3$

Note que, na representação geométrica do sistema possível e indeterminado, as retas que representam as equações são coincidentes, ou seja, existem infinitos pontos comuns.

$$\begin{cases} 5x - 2y = 10 \\ -10x + 4y = 3 \end{cases}$$

Sistema impossível (SI), pois não possui solução.

Representação geométrica:



Note que, na representação geométrica do sistema possível, as retas que representam as equações são paralelas; consequentemente, não se cruzam.

Colégio Estadual Dr. Francisco de Paula Paranhos

Disciplina: MATEMÁTICA

Professor (a): ANGELA VERÍSSIMO

Bimestre: 4º

Turma: 2001

Data: ____/____/2014

Aluno (a): _____ Nº _____

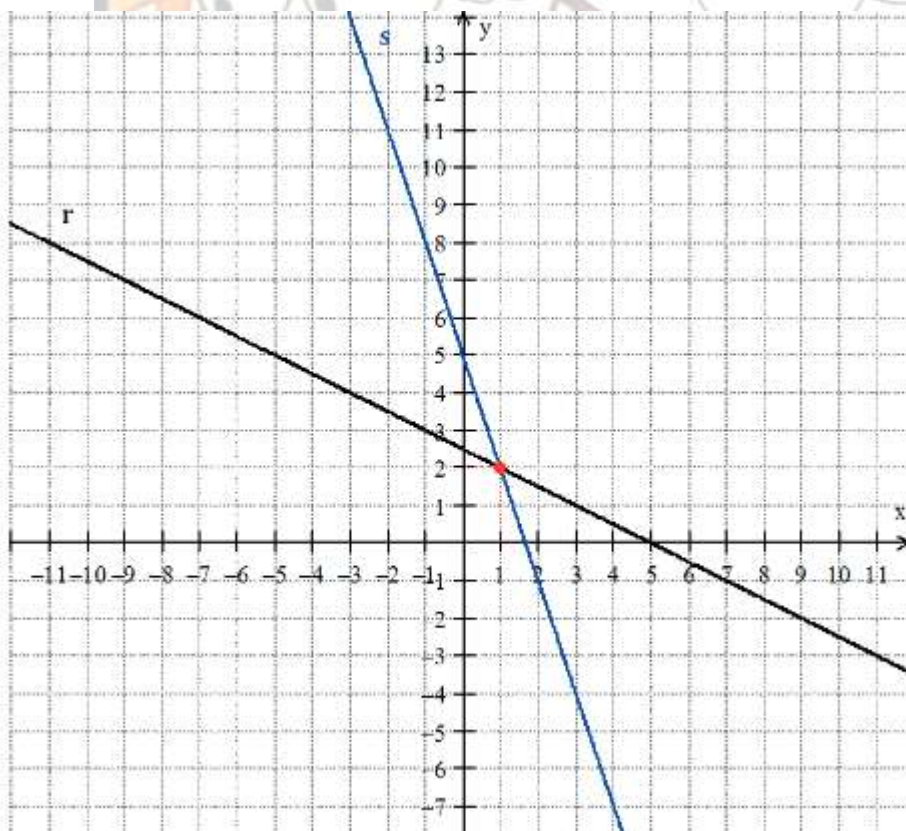
Aluno (a): _____ Nº _____

Atividade Avaliativa

1) Observe o sistema

$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 & (r) \\ 3x + y = 5 & (s) \end{cases}$$

Cada uma das equações compõe o sistema representa uma reta no plano cartesiano, como podemos observar na figura abaixo.



As retas possuem infinitos pontos e, portanto, as coordenadas de cada ponto satisfazem à equação da reta. Veja um exemplo:

Equação: $2x + 4y = 10$

Ponto: (3,1)

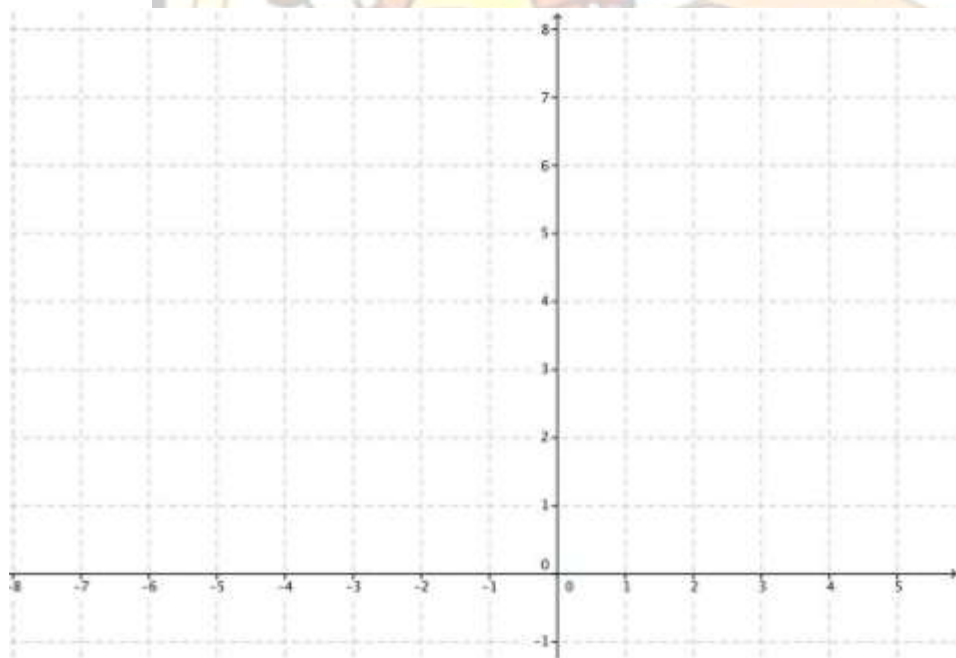
Substituindo x e y no primeiro membro da equação temos $2.3 + 4.1 = 6 + 4 = 10$

Como obtemos 10, que é o valor do segundo membro da equação, podemos dizer que o ponto (3,1), pertence à reta.

- O ponto (3,1) pertence a reta r ou reta s? Justifique sua resposta.
- Observe o ponto (1,2). O que este ponto representa no plano cartesiano?
- O que acontece quando substituímos o ponto(1,2) nas duas equações?
Diante do que acontece o se pode concluir? _____

2) Considere o seguinte sistema
$$\begin{cases} y - x = 5 \\ y + x = 1 \end{cases}$$

- Represente graficamente as equações no plano cartesiano a seguir.



- Substitua a segunda equação pela soma das duas equações.

c) Observando o novo sistema, indique a solução.

d) Compare a solução determinada com o ponto de interseção das retas.

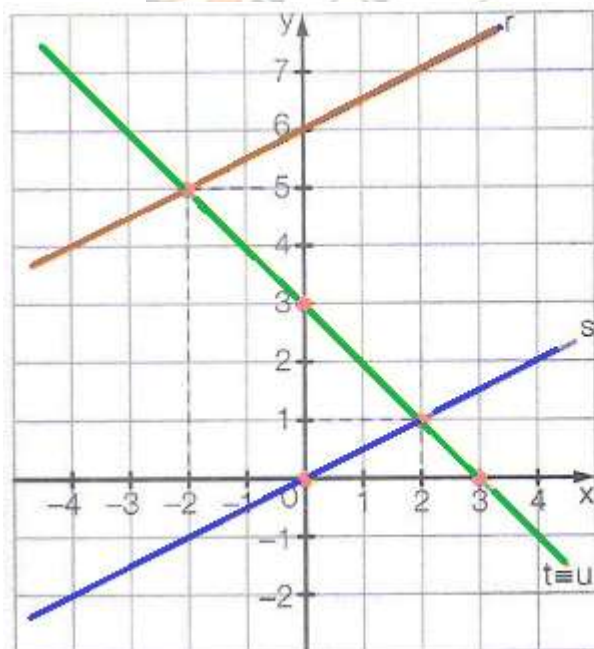
3) Utilizando o método da adição ou substituição, classifique cada sistema de equações lineares em SPD, SPDI ou SI.

$$a) \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -x + y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x}{2} + y = 1 \\ -3x - 6y = -6 \end{cases}$$

4) Observe a representação das retas r, s, t e u em um mesmo plano cartesiano.



$$\begin{aligned} r: & -x + 2y = 12 \\ s: & -x + 2y = 0 \\ t: & x + y = 3 \\ u: & -x - y = -3 \end{aligned}$$

Sem realizar cálculos, determine quantas soluções cada sistema possui cada sistema e, em seguida, escreva-as. Caso o sistema possua infinitas soluções escreva apenas algumas delas.

$$a) \begin{cases} -x+2y=12 \\ x+y=3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x+y=3 \\ -x-y=-3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -x+2y=12 \\ -x+2y=0 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} -x-y=-3 \\ -x+2y=12 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} -x+2y=0 \\ -x-y=-3 \end{cases}$$

5) Em cada item, o sistema foi classificado em SPD, SPI e SI.

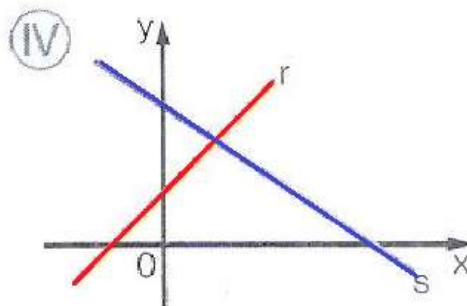
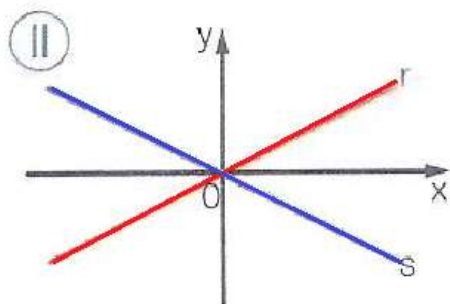
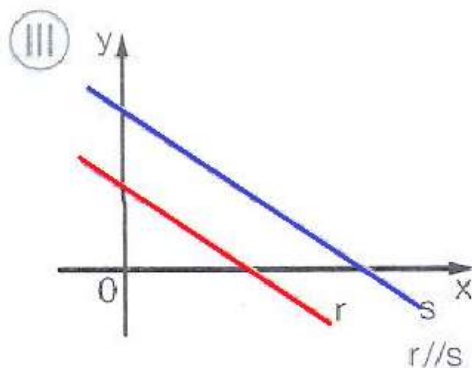
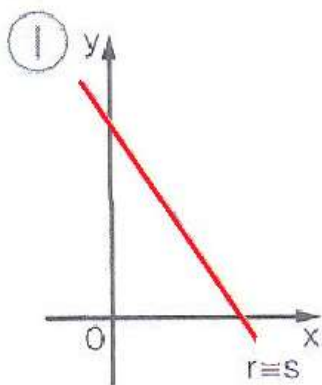
$$a) \begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases} \text{ (SPD)}$$

$$c) \begin{cases} a_5x+b_5y=c_5 \\ a_6x+b_6y=c_6 \end{cases} \text{ (SI)}$$

$$b) \begin{cases} a_3x+b_3y=c_3 \\ a_4x+b_4y=c_4 \end{cases} \text{ (SPI)}$$

$$d) \begin{cases} a_7x+b_7y=0 \\ a_8x+b_8y=0 \end{cases} \text{ (SPD)}$$

Associe cada sistema a um dos gráficos abaixo, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes



.Atividade3

- **Assunto:** Sistema Linear
- **Habilidade relacionada:** Resolver sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas ou três equações e três incógnitas.
- **Objetivos:** Melhorar a apreensão dos conceitos de sistemas; Desenvolver a habilidade do conceito de Sistema Linear para resolver problemas.
- **Pré-requisitos:** Conhecimentos de matemática básica.
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos educacionais utilizados:** Lousa, caneta para quadro branco, folhas de atividades..
- **Organização da turma:** Turma disposta em duplas.
- **Metodologia adotada:** O conteúdo se iniciará a introdução na resolução e classificação de Sistemas Lineares de 2(duas) equações e 2(duas) variáveis, e a seguir a apresentação dos Sistemas Lineares de 3(três) equações e 3 (três) variáveis. Será questionado aos sobre o que é um sistema de equações lineares, e também será proposto resolução de equações lineares simultaneamente
- **Recursos educacionais utilizados:** Lousa, caneta para quadro branco, folhas de atividades, computadores e jogo.

Colégio Estadual Dr. Francisco de Paula Paranhos

Disciplina: MATEMÁTICA

Professor (a): ANGELA VERÍSSIMO

Bimestre: 4º Turma: 2001

Data: ____/____/2014

Aluno (a): _____ Nº _____

SISTEMAS LINEARES

Consideramos um sistema de m equações lineares igual a n incógnitas ($m = n$) com coeficientes reais, escrita sob forma matricial como $\mathbf{ax} = \mathbf{b}$, e resolver o sistema

significa discutir a existência de soluções e obter o conjunto solução quando for possível .

Exemplos:

1. $\begin{cases} x + 3 = 5 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ 2 equações e 2 incógnitas
e $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$

2. $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x - y + z = 3 \\ 5x + 3y - 2z = 10 \end{cases}$ 3 equações e 3 incógnitas
e $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 5 & 3 & -2 \end{vmatrix}$

Um dos métodos mais simples e também eficiente para a resolução de sistemas lineares é a resolução através da regra de Cramer.

Gabriel Cramer - matemático suíço – (1704/1752) sistematizou um procedimento que permite resolver um sistema linear por meio de resolução de determinantes.

Vamos resolver, a título de exemplo, um sistema de equações lineares, pelo método de Cramer.

Seja os sistemas de equações lineares no quadro abaixo:

$$\begin{aligned} X + y &= 20 \text{ Equação 1} \\ 3x - y &= 8 \text{ equação 2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 3y - 2z &= 3 \text{ Equação 1} \\ 2x - y + z &= 12 \text{ Equação 2} \\ 4x + 3y - 5z &= 6 \text{ Equação 3} \end{aligned}$$

1-Vamos explicar de forma bem simples como resolver um sistemas 2 x 2 pelo método de cramer. Observe o sistema abaixo:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$$

A solução do sistema será dada por:

$$X = \frac{Dx}{D} \quad y = \frac{Dy}{D}$$

SOLUÇÃO:

1 - Aplicando o cálculo dos determinantes:

$$\text{Det} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \text{ ou seja, } \det D = [1 \times (-1)] - [1 \times 3] \leftrightarrow D = -1 - 3 \leftrightarrow D = -4$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 20 & 1 \\ 8 & -1 \end{vmatrix} \leftrightarrow \det D_x = [20 \times (-1)] - [1 \times 8] \leftrightarrow D_x = -20 - 8 \leftrightarrow D_x = -28$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 20 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} \leftrightarrow D_y = [1 \times 8] - [3 \times 20] \leftrightarrow D_y = 8 - 60 \leftrightarrow D_y = -52$$

Logo, teremos como solução:

$$X = \frac{D_x}{D} \leftrightarrow X = \frac{-28}{-4} \leftrightarrow X = 7$$

$$y = \frac{D_y}{D} \leftrightarrow y = \frac{-52}{-4} \leftrightarrow y = 13$$

$$S = \{ (7, 13) \}$$

2- Vamos explicar de forma bem simples como resolver um sistemas 3 x 3 pelo método de cramer. Observe o sistema abaixo:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x + 2y = 0 \quad (\text{ou } 3x + 2y + 0z = 0) \\ x - y - z = -5 \end{cases}$$

A solução do sistema será dada por:

$$X = \frac{D_x}{D} = \frac{D_y}{D} = \frac{D_z}{D}$$

SOLUÇÃO:

1 - Aplicando o cálculo dos determinantes:

$$\text{Det} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} \rightarrow (-3) + 0 - [2x(-3) + 0] \leftrightarrow D = -5 + 13 \leftrightarrow D = -4$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -5 & -1 & -1 \end{vmatrix} \rightarrow 0 - [-10 + 0 + 0] \leftrightarrow D_x = -2 + 10 \leftrightarrow D_x = 8$$

$$\text{de } D_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & -1 \end{vmatrix} \rightarrow [0 + 0 - 3] \leftrightarrow D_y = -15 + 3 \leftrightarrow D_y = -12$$

$$\text{det } D_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -5 \end{vmatrix} \rightarrow 3 - [2 + 0 - 15] \leftrightarrow D_z = -13 + 13 \leftrightarrow D_z = 0$$

Logo, teremos como solução:

$$X = \frac{D_x}{D} \leftrightarrow X = \frac{8}{-4} \leftrightarrow x = -2$$

$$y = \frac{D_y}{D} \leftrightarrow y = \frac{-12}{-4} \leftrightarrow y = 3$$

$$z = \frac{D_z}{D} \leftrightarrow z = \frac{0}{-4} \leftrightarrow z = 0$$

$$S = \{-2, 3, 0\}$$

Observação

Os termos independentes substituem:

- Os coeficientes de x em D_x .
- Os coeficientes de y em D_y .

Mas, como é possível verificar o número de solução de um sistema?

Vamos considerar um sistema de duas equações nas incógnitas x e y utilizando a regra de Cramer, a solução será dada por:

$$X = \frac{D_x}{D} \quad y = \frac{D_y}{D}$$

Assim, temos as seguintes para classificação do sistema linear:

- (a) Se $D \neq 0$, o sistema é possível e determinado (SPD)
- (b) Se $D = 0$, $D_x = 0$ e $D_y = 0$, o sistema é possível e indeterminado (SPI)
- (c) Se $D = 0$ e ao menos um dentre os determinantes D_x , D_y for diferente de zero, o sistema será impossível.

Exemplos:

1- Classifique o sistema:
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

Inicialmente é necessário calcular o determinante D;

Det $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \leftrightarrow \det D = -2 - 1 \leftrightarrow D = -3$
 valor do determinante $D \neq 0$, não há necessidade de calcular D_x e D_y , pois pelo resultado obtido é possível afirmar que o sistema é **possível e determinado**.

Logo: SPD

Exemplos:

1- Classifique o sistema:
$$\begin{cases} 2x - y = 6 \\ -4x + 2y = 8 \end{cases}$$

Inicialmente é necessário calcular o determinante D;

Det $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} \leftrightarrow \det D = 4 - 4 \leftrightarrow D = 0$

Como o valor do determinante $D = 0$, há necessidade de calcular D_x e D_y , pois pelo resultado obtido não é possível afirmar que o sistema é possível e determinado (SPD).

Calculando D_x e D_y é possível verificar se o sistema é possível e indeterminado (SPI) ou impossível (SI).

$D_x = \begin{vmatrix} 6 & -1 \\ 8 & 2 \end{vmatrix} \leftrightarrow \det D_x = [12 + 8] \leftrightarrow D_x = 20$

Como $D_x = 20$, não há necessidade de calcular o determinante de D_y , pois pelo resultado é possível afirmar que o sistema é Indeterminado.

Logo: SI

EXERCÍCIOS

1) Resolva os seguintes sistemas se possível e classifique-os:

| | | |
|--|---|---|
| a) $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x + y = 5 \end{cases}$ | b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$ | c) $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ |
| d) $\begin{cases} 3x + y = -4 \\ 2x + 5y = 6 \end{cases}$ | e) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + y = -5 \end{cases}$ | f) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x - y = 0 \end{cases}$ |
| g) $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + 4y - z = 6 \end{cases}$ | h) $\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x - 3y + 2z = -1 \\ 3x + y - z = 4 \end{cases}$ | i) $\begin{cases} x + y - 3z = 1 \\ 2x + y = 6 \\ x + z = 3 \end{cases}$ |
| j) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - z = -4 \\ y + 3z = 9 \end{cases}$ | k) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + y - z = -5 \\ x - 2y + 3z = 9 \end{cases}$ | l) $\begin{cases} 2x - y + z = 12 \\ x + 3y - 2z = 3 \\ 4x + 3y - 5z = 6 \end{cases}$ |

REFLITA

Considere o sistema:

Verifique que;

$$D = D_x = D_y = D_z = 0$$

Logo, o sistema é impossível.

2) Resolva cada sistema linear e represente geometricamente sua solução.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ -x + 7y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x + y = 5 \\ -3x - y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ -x + y = -4 \end{cases}$$

3) Calcule o valor de $2x - y$ no sistema:

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$$

4) Calcule o valor de $x - 3y$ no sistema:

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

5) Calcule o valor de $2z - y$ no sistema:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - z = -2 \\ y + z = 7 \end{cases}$$

Atividade 4

- **Assunto:** Sistema Equações Lineares
- **Habilidade relacionada:** H39 - Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. Resolver problemas utilizando sistemas lineares.
- **Objetivos:** Modelar e Resolver problemas envolvendo sistemas de equações lineares de 3 equações e 3 incógnitas. Instigar e motivar as possíveis relações entre o cotidiano dos alunos e o conteúdo ministrado. Dar exemplo de modelagem matemática. Motivar às operações de sistemas lineares.
- **Pré-requisitos:** Conhecimentos de matemática básica, e resolução de sistemas lineares.
- **Tempo de duração:** 150 minutos
- **Recursos educacionais utilizados:** lápis, borracha, caneta para quadro branco, folhas de atividades.

- **Organização da turma:** Turma disposta em 5 grupos.
- **Metodologia adotada:** A atividade se iniciará a partir situações-problema através da apresentação/exibição dos vídeos: A mancha; Comendo Números e também Gasolina ou Álcool, objetivando mostrar aos alunos a aplicabilidade do conteúdo estudado. Será proposta 5(cinco) atividade diferenciadas para os 5 (cinco) grupos, contendo situações problema diferentes possibilitando aos alunos buscarem alternativas e soluções. As resoluções dos problemas em grupos e os debates entre os grupos são recursos para dinamizar a aplicação e maximizar o tempo. Cada grupo resolverá as situações problemas e cada componente do grupo irá demonstrar as resoluções na lousa para os demais grupos.

O vídeo abaixo será apresentado aos alunos, para que os mesmos façam considerações sobre o que acharam dos problemas demonstrados. Após a exibição do vídeo e as considerações dos alunos, a turma será dividida em grupos, para que resolvam a folha de atividade de forma participativa e compartilhada

- Vídeo A mancha: O vídeo é sobre um agricultor que preocupado com uma mancha de poluentes químicos que se aproxima de sua cidade, procura a ajuda de um amigo para evitar uma catástrofe que sugere para análise do problema um modelo matemático



$$\begin{array}{c}
 \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{matrix}
 \begin{bmatrix}
 (1-f_m-d_1) & 0 & 0 & 0 \\
 f_{m1} & (1-f_m-d_1) & 0 & 0 \\
 0 & f_{m2} & (1-f_m-d_1) & 0 \\
 0 & 0 & f_{m3} & (1-f_m-d_1)
 \end{bmatrix}
 \begin{matrix} A_5 \\ A_6 \\ A_7 \\ A_8 \end{matrix}
 \begin{matrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{matrix}
 \end{array}$$

- Gasolina ou Álcool: O vídeo é sobre uma moça chamada Cida que comprou um carro e ainda não decidiu qual combustível utilizar em seu carro, levando em conta o preço de cada combustível e a poluição causada por cada um. Para isso ela conta com a ajuda do Professor Augusto, que juntamente com ela fazem análise das equações químicas da queima do álcool e da gasolina.



$$\begin{cases} 8x = w \\ 9x = z \\ 2y = 2w + z \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8x &= w \\ 9x &= z \\ 2y &= 2w + z \\ 2y &= 2(8x) + (9x) \\ 2y &= 16x + 9x \\ 2y &= 25x \end{aligned}$$

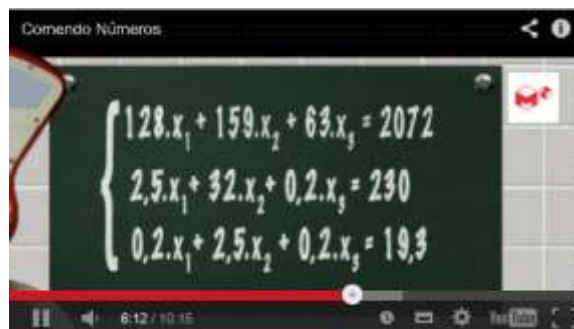
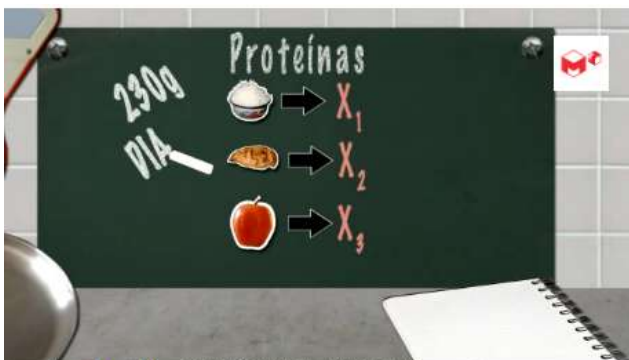
- Comendo Números: Um jovem esportista está fazendo o seu treino e se sente muito cansado. Fala então com a nutricionista do clube que lhe sugere uma dieta com quilocalorias, lipídios e proteínas suficientes para as atividades esportivas. Para determinar a quantidade por dia, de porções de alimentos que contenham cada um dos itens acima, ela monta um sistema linear de 3(três) equações a 3(três) incógnitas. E para encontrar a solução eles usam o método de eliminação de Gauss



Comendo Números

| | 100g | QUILOGRAMAS | PROTEÍNAS | LÍPIDEOS |
|--------|------|-------------|-----------|----------|
| ARROZ | 128 | - | 2,5 | 0,2 |
| FRANGO | 159 | - | 32 | 2,5 |
| MAÇÃ | 63 | - | 0,2 | 0,2 |

100g



Na sequência, os alunos foram informados que a turma seria organizada em grupos para realização da atividade, havendo necessidades de se dividirem em 5(cinco) grupos com 5(cinco) integrantes cada um. Os grupos, então, receberão as folha de atividades diferenciadas e de forma aleatória. A partir da divisão em grupos, o professor explicará os próximos passos da atividade. Nesta atividade, os grupos deveram identificar os sistemas linear e três equações e três incógnitas correspondentes a cada situação- problema descrita, através da tradução do problema para linguagem algébrica.

ATIVIDADES PROPOSTAS

Colégio Estadual Dr. Francisco de Paula Paranhos

Disciplina: **MATEMÁTICA**

Professor (a): **ANGELA VERÍSSIMO**

Bimestre: 4º

Turma: 2001

Data: ____/____/2014

GRUPO 1

Aluno (a): _____ Nº _____

Um pouco de História – Sistemas Lineares

Origem dos sistemas lineares

O estudo dos sistemas lineares desenvolveu-se, historicamente, com maior intensidade nas civilizações orientais. Um dos capítulos do livro chinês Nove capítulos sobre a arte da Matemática (aproximadamente século III a.c.) contém um tópico sobre equações

indeterminadas e a solução de um problema envolvendo um sistema linear com quatro operações e cinco incógnitas. Os coeficientes desse sistema eram escritos com barras de bambu sobre um tabuleiro, que desempenhava o papel hoje ocupado pelas matrizes. Credita-se aos chineses a descoberta de um processo de resolução de sistemas equivalentes ao atual método do escalonamento.



Muralha da China, local onde surgiram os sistemas lineares

Sistemas escalonados: qual a utilidade?

Um sistema é dito **escalonado** quando, de uma equação para a seguinte, aumenta a quantidade de coeficientes nulos antes do primeiro coeficiente não nulo.

Exemplos:
$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 0x + 2y - z = 3 \\ 0x + 0y + z = 5 \end{cases}$$

Como o sistema já está escalonado, temos $z = 5$
 Substituindo z por 5 na 2ª equação, temos: $2y - 5 = 3 \rightarrow y = 4$
 Agora, trocando z por 5 e y por 4 na 1ª equação, obtemos: $2x - 4 + 5 = 2 \rightarrow$

$$x = \frac{1}{2}$$

Logo, a solução do sistema é: $\left(\frac{1}{2}, 4, 5\right)$

Processo do escalonamento

Para escalonar um sistema linear, escrevemos sistemas equivalentes a ele, aplicando, total ou parcialmente, o procedimento usado nos exemplos a seguir.

a) Vamos escalonar o sistema
$$\begin{cases} 3x - y + z = 5 \\ x + y - 2z = 3 \\ 2x + 3y - z = 7 \end{cases}$$
 adotando os seguintes passos:

| Descrição do procedimento | Aplicação do procedimento |
|---|---|
| 1º) Escolhemos como 1ª equação aquela cujo coeficiente da 1ª incógnita seja não nulo e, se possível igual a 1 ou a -1, o que simplifica o processo. Então, invertendo a posição da 1ª e da 2ª equação, temos: | $\begin{cases} x + y - 2z = 3 & (2^{\text{a}} \text{ equação do sistema original}) \\ 3x - y + z = 5 & (1^{\text{a}} \text{ equação do sistema original}) \\ 2x + 3y - z = 7 & (3^{\text{a}} \text{ equação}) \end{cases}$ |
| 2º) Anulamos os coeficientes de x da 2ª e da 3ª equação. Para isso, vamos: <ul style="list-style-type: none"> • Multiplicar a 1ª equação por -3 e somar a equação obtida com a 2ª; • Multiplicar a 1ª equação por -2 e somar a equação obtida com a 3ª; Depois, substituímos as novas equações no sistema anterior. | $\begin{array}{r} -3x - 3y + 6z = -9 \\ 3x - y + z = 5 \\ \hline -4y + 7z = -4 \end{array}$ $\begin{array}{r} -2x - 2y + 4z = -6 \\ 2x + 3y - z = 7 \\ \hline y + 3z = 1 \end{array}$ $\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ -4y + 7z = -4 \\ y + 3z = 1 \end{cases}$ |
| 3º) Para facilitar a resolução, vamos inverter a 2ª e a 3ª equação do sistema anterior. Assim, o coeficiente de y na 2ª equação será 1. | $\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ y + 3z = 1 & (3^{\text{a}} \text{ equação do sistema anterior}) \\ -4y + 7z = -4 & (2^{\text{a}} \text{ equação do sistema anterior}) \end{cases}$ |
| 4º) Anulamos o coeficiente de y na 3ª equação. Para isso, vamos multiplicar a nova 2ª equação por 4 e somar o produto obtido com a nova 3ª equação: | $\begin{array}{r} 4y + 12z = 4 \\ -4y + 7z = -4 \\ \hline 19z = 0 \end{array}$ |
| 5º) Após substituir a 3ª equação pela soma obtida, temos o sistema escalonado: | $\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ y + 3z = 1 \\ 19z = 0 \end{cases}$ |

Com o sistema original escalonado, a resolução fica facilitada, pois da 3 equação temos $z = 0$, substituindo z por 0 na 2ª equação, obtemos $y = 1$, e substituindo z por 0 e y por 1 na 1ª equação obtermos $x = 2$.

Portanto, a solução do sistema é: $(2, 1, 0)$

Os sistemas de equações são úteis para resolver diversos tipos de problema.

Leia o problema.

Certa companhia telefônica possui um plano de cobrança no qual o cliente paga R\$ 0,20 por minuto em ligações locais e R\$0,80 por minuto para qualquer outro tipo de ligação. Se um cliente utilizou em certo mês 275min em ligações nesse plano e pagou R\$ 106,00, quantos minutos em ligações locais e em outro tipo de ligação esse cliente utilizou?

Para resolver esse problema, podemos escrever um sistema de equações do 1º grau ou **sistema linear**, assunto já estudado em anos anteriores. Se chamarmos de x a quantidade de minutos locais utilizados pelo cliente e de y a quantidade de minutos utilizados em outros tipos de ligação, teremos as seguintes equações:

✓ Quantidade total de minutos utilizados: $x + y = 275$

✓ Valor pago: $0,20x + 0,80y = 1006$

Utilizando essas equações, podemos escrever o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} x + y = 275 \\ 0,20x + 0,80y = 106 \end{cases}$$

Resolvendo este sistema, teremos $x = 190$ e $y = 85$, ou seja, o cliente utilizou 190min em ligações locais e 85min em outros tipos de ligação.

Colégio Estadual Dr. Francisco de Paula Paranhos

Disciplina: MATEMÁTICA

Professor (a): ANGELA VERÍSSIMO

Bimestre: 4º

Turma: 2001

Data: ____/____/2014

GRUPO 1

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno(a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno(a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

LEIA COM ATENÇÃO OS PROBLEMAS ABAIXO E DETERMINE AS SOLUÇÕES.

1) Certo motorista abastece seu carro com uma mistura de etanol e gasolina, totalizando 40L. Sabendo que a quantidade de etanol colocada foi 3 vezes a de gasolina, calcule a quantidade de cada combustível com que o carro abastecido.

2) Três escola participam de um torneio esportivo em que provas de dez modalidades foram disputadas. Aos vencedores de cada prova foram atribuídas medalhas de ouro, de prata ou de bronze, respectivamente, ao 1º, 2º e 3º lugares. As quantidades de medalhas de cada escola, ao final da competição, bem como a pontuação das mesmas, são apresentadas na tabela a seguir:

| ESCOLAS | MEDALHAS | | | PONTUAÇÃO FINAL |
|---------|----------|-------|------|-----------------|
| | BRONZE | PRATA | OURO | |
| A | 1 | 3 | 5 | 57 |
| B | 2 | 2 | 4 | 46 |
| C | 3 | 3 | 4 | 53 |

a) Escreva o sistema que traduza o problema usando as incógnitas para representar a pontuação ganha com uma medalha de bronze, prata, ou ouro, respectivamente.

b) Resolva o sistema e encontre pontuação referente a cada medalha.

3) Jorge quer distribuir entre seus filhos os ingressos ganhos para um show. Se cada um de seus filhos ganhar 4 ingressos, sobrarão 5 ingressos, se cada um ganha 6 ingressos, ficarão faltando $5n$ ingressos. Podemos concluir que Jorge ganhou o número total de ingressos correspondente a:

- a) 15 **b) 25** c) 29 d) 34

4) Alguns alunos faziam prova em uma sala. Em dado momento, 5 meninas terminaram e saíram da sala, ficando o número de meninos igual ao dobro do número de meninas. Depois de alguns minutos, 7 meninos terminaram a prova e saíram, ficando na sala o mesmo número de meninas e de meninos. Determine o número total de alunos que fazia a prova nessa sala.

5) Ao distribuir uniformemente N camundongos destinados a um experimento científico nas M gaiolas existentes no laboratório, um biólogo verifica que se, colocasse 4 camundongos em cada gaiola, uma gaiola ficaria vazia, ao passo que, se colocasse 3 camundongos em cada gaiola, precisaria de mais uma gaiola. Quantos camundongos estão destinados ao experimento?

- a) 60 **b) 24** c) 12 d) 36 e) 48

Colégio Estadual Dr. Francisco de Paula Paranhos

Disciplina: *MATEMÁTICA*

Professor (a): *ANGELA VERÍSSIMO*

Bimestre: 4º

Turma: 2001

Data: ____/____/2014

GRUPO 2

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno(a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno(a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

LEIA COM ATENÇÃO OS PROBLEMAS ABAIXO E DETERMINE AS SOLUÇÕES

1)(UESC-BA) Em uma lanchonete, 1 empada, 2 refrigerantes e 3 bombons custam, juntos, R\$ 10,00. Sabendo-se que 2 empadas, 5 refrigerantes e 8 bombons custam, juntos, R\$ 24,50, então 1 refrigerante e 2 bombons custam, juntos, em reais:

- a) R\$ 3,00 b) R\$ 3,50 c) R\$ 4,50 d) R\$ 5,50 e) R\$ 6,00

2)Uma empresa deve ensacar uma mistura de nozes, castanha de caju e castanha-do-pará para venda. Sabe-se que cada saco terá 1Kg dessa mistura e que será vendido por R\$24,00. A proporção da mistura deverá seguir rigorosamente o estabelecido: a quantidades da soma das nozes e da castanha do Pará deve ser igual ao quádruplo da quantidade de castanha de caju. Sabe-se que o preço dos produtos da mistura esta na

tabela abaixo:

| PREÇO | | | |
|-----------|--|--|---|
| PRODUTO |  NOZES |  CASTANHA DE CAJU |  CASTANHA-DO-PARA |
| PREÇO(Kg) | R\$ 32,00 | R\$ 20,00 | R\$ 18,00 |

a) Escolha uma letra para representar cada uma das grandezas que aparecem na situação-problema acima.

| GRANDEZA (em Kg) | LETRA |
|--------------------------------|-------|
| Quantidade de nozes | |
| Quantidade de castanha de caju | |
| Quantidade de castanha-do-Pará | |

b) Preencha a tabela abaixo descrevendo em linguagem algébrica cada sentença.

| INFORMAÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA | LINGUAGEM ALGÉBRICA |
|--|---------------------|
| “Sabe-se que cada saco terá 1Kg dessa mistura...” | |
| “... a quantidades da soma das nozes e da castanha do Pará deve ser igual ao quádruplo da quantidade de castanha de caju.” | |
| “1Kg dessa mistura e que será vendido por R\$24,00...Os preços por Kg: R\$32,00(nozes); R\$20,00(castanha de caju) e R\$ 18,00(castanha-do-pará).” | |

c) Determine o sistema linear que descreve essa situação.

d) Resolva o sistema linear, seguindo as orientações:

3) Um caminhão transporta maçãs, peras e laranjas, num total de 10.000 frutas. As frutas estão condicionadas em caixas (cada caixa só contém um tipo de fruta), sendo que cada caixa de maçãs, peras e laranjas, tem respectivamente 50 maçãs, 60 peras e 100 laranjas e custam, respectivamente, 20, 40 e 10 reais. Se a carga do caminhão tem 140 caixas e custam 3 300 reais, calcule quantas maçãs, peras e laranjas estão sendo transportadas.

4) Numa discoteca, o preço da entrada estava indicado na bilheteria:

Homem= R\$ 30,00

Mulher = R\$ 25,00

Sabe-se que foram vendidos, no total, 100 ingressos e que o valor arrecadado com a venda dos ingressos foi de R\$ 2.700,00. Qual é o número de homens e de mulheres que compraram ingressos para a discoteca?

5) Um estudante estava resolvendo uma prova de Matemática constituída de 20 questões. Para evitar que o estudante apenas chutasse uma alternativa sem efetivamente ler e tentar resolver a questão, criou-se um sistema de pontuação no qual o candidato ganha 5 pontos por resposta correta, mas perde 2 pontos por resposta incorreta e dentro deste sistema ele totalizou 58 pontos. Determine o número de acertos e de erros do estudante.

Colégio Estadual Dr. Francisco de Paula Paranhos

Disciplina: MATEMÁTICA

Professor (a): ANGELA VERÍSSIMO

Bimestre: 4º

Turma: 2001

Data: ____/____/2014

GRUPO 3

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno(a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno(a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

LEIA COM ATENÇÃO OS PROBLEMAS ABAIXO E DETERMINE AS SOLUÇÕES

1) Em certa banca de feira, 2,5 Kg de laranjas (L) mais 1,6 Kg de peras (P) custam R\$ 18,15. Nessa mesma banca, 4 Kg de laranjas mais 3,5 Kg de peras custam R\$ 37,50. Com base nessas informações, escreva e resolva um sistema linear cuja solução forneça o preço de 1 Kg de laranjas e 1 Kg de peras.

2) A agência Vivatur vendeu a um turista uma passagem que foi paga, à vista, com cédulas de 10, 50 e 100 dólares, num total de 45 cédulas. O valor da passagem foi 1 950 dólares e a quantidade de cédulas recebidas de 10 dólares foi o dobro das de 100. O valor, em dólares, recebido em notas de 100 pela agência na venda dessa passagem, foi:

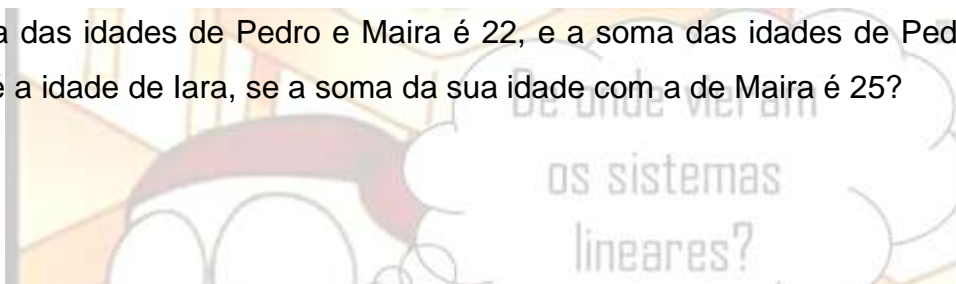
- a) 1 800. b) 1 500. c) 1 400. d) 1 000. e) 800.

3) Em um supermercado, há três marcas de cestas básicas, A, B, C, cada uma contendo pacotes idênticos de macarrão, arroz e feijão. As cestas diferenciam-se não pelo conteúdo, mas pela quantidade desses produtos, assim distribuídos:

- Cesta A: 3 pacotes de macarrão, 1 de arroz e 2 de feijão.
- Cesta B: 5 pacotes de macarrão, 2 de arroz e 3 de feijão.
- Cesta C: 2 pacotes de macarrão, 1 de arroz e 3 de feijão.

Sabendo que os preços das cestas são, respectivamente, R\$ 20,00, R\$ 35,00 e R\$21,00, qual é o valor do pacote de cada produto citado?

4) A soma das idades de Pedro e Maira é 22, e a soma das idades de Pedro e Iara é 23. Qual é a idade de Iara, se a soma da sua idade com a de Maira é 25?



5)A **RJ-124**, mais conhecida como **Via Lagos**, é uma rodovia do estado do Rio de Janeiro que percorre a Região dos Lagos. Tendo como concessão a empresa CCR.Com 55 quilômetros de extensão, seu trajeto se inicia no município de Rio Bonito, e vai até o município de São Pedro da Aldeia.Saindo da BR-101, passa pelo distrito de Boa Esperança, atravessa os municípios de Araruama e Iguaba Grande até o entroncamento com a Rodovia Amaral Peixoto (RJ-106), no município de São Pedro da Aldeia.Sendo uma das mais importantes estradas em direção a Região dos Lagos, a Via Lagos é pedagiada. As tarifas nos dias de semana, e aos sábados e domingos, são diferenciadas, conforme tabela abaixo, sendo sua praça de pedágio localizada próximo à divisa dos municípios de Rio Bonito e Araruama.

Durante uma manhã passaram uma variedade de veículos entre 9:00h e 9:30h, conforme informações abaixo:

- ✓ Nesta meia hora passaram no pedágio da via Lagos 37 veículos, dentre carros, motos e ônibus.
- ✓ O dobro da quantidade de motos mais o quádruplo da quantidade de ônibus é igual a quantidade de carros.

- ✓ O total arrecadado nesta meia hora foi de R\$ 396,00.







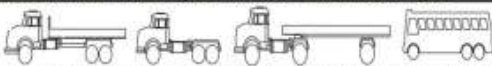





| | | | | | |
|--|---|--|--|---|--|
|  AGETRANS DURANTE A SEMANA | |  CCR ViaLagos TABELA DE TARIFAS | |  DER - RJ FINAIS DE SEMANA E FERIADOS NACIONAIS Tarifa Básica com adicional Das 12 h de 2ª feira às 12 h de segunda-feira Feriados Nacionais Das 12 h da véspera às 12 h do dia seguinte | |
| Tarifa Básica Das 12 h de 2ª feira às 12 h de sexta-feira Exceto Feriados Nacionais | | | | | |
| 9,90 |  | | | 16,40 | |
| AUTOMÓVEL, CAMINHONETE, FURGÃO (RODAGEM SIMPLES) E TRICICLO. | | | | | |
| 19,80 |  | | | 32,80 | |
| CAMINHÃO LEVE, CAMINHÃO TRATOR, ÔNIBUS E FURGÃO (RODAGEM DUPLA). | | | | | |
| 14,85 |  | | | 24,60 | |
| AUTOMÓVEL COM SEMI-REBOQUE E CAMINHONETE COM SEMI-REBOQUE. | | | | | |
| 29,70 |  | | | 49,20 | |
| ÔNIBUS, CAMINHÃO, CAMINHÃO TRATOR, CAMINHÃO TRATOR COM SEMI-REBOQUE. | | | | | |
| 19,80 |  | | | 32,80 | |
| AUTOMÓVEL COM REBOQUE E CAMINHONETE COM REBOQUE. | | | | | |
| 39,60 |  | | | 65,60 | |
| CAMINHÃO COM REBOQUE E CAMINHÃO COM SEMI-REBOQUE. | | | | | |
| 49,50 |  | | | 82,00 | |
| CAMINHÃO COM REBOQUE E CAMINHÃO COM SEMI-REBOQUE. | | | | | |
| 59,40 |  | | | 98,40 | |
| CAMINHÃO COM REBOQUE E CAMINHÃO COM SEMI-REBOQUE. | | | | | |
| 4,95 |  | | | 8,20 | |
| MOTOCICLETAS, MOTONETAS E BICICLETAS A MOTOR. | | | | | |

Tabela de Tarifas Via Lagos- Disponível em: http://www.rodoviadoslagos.com.br/resources/files/tolls/9d43f315300d4cceb26cbddcf6a00e8c_Tarifa_dor%202014.pdf

- a) Escreva uma equação que corresponde a primeira informação dada: Nesta meia hora passaram no pedágio da via Lagos 37 veículos, dentre carros, motos e ônibus.

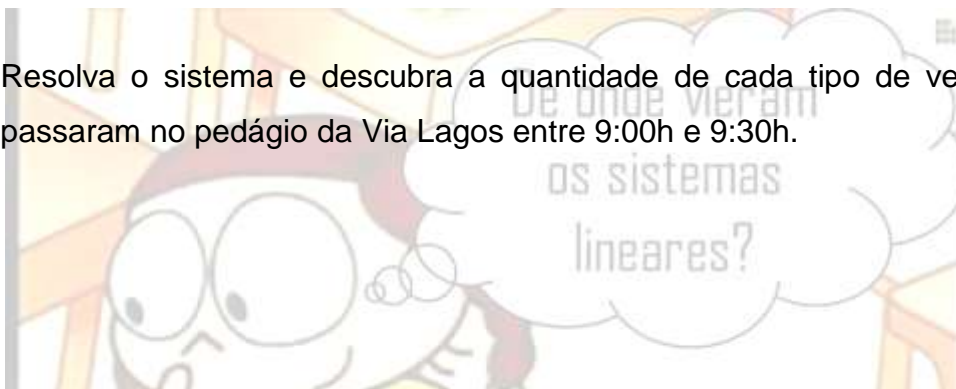
- b) Consultando a tabela acima com os valores do pedágio, escreva uma equação que represente a segunda informação: o dobro da quantidade de motos mais o quádruplo da quantidade de ônibus é igual a quantidade de carros.

- c) Escreva a equação que represente a terceira informação: o total arrecadado nesta meia hora foi de R\$ 396,00.

- d) Reescreva as equações na forma de um sistema de 3 equações e 3 incógnitas.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{_____} = \text{_____} \\ \text{_____} = \text{_____} \\ \text{_____} = \text{_____} \end{array} \right.$$

- e) Resolva o sistema e descubra a quantidade de cada tipo de veículos que passaram no pedágio da Via Lagos entre 9:00h e 9:30h.



Colégio Estadual Dr. Francisco de Paula Paranhos

Disciplina: *MATEMÁTICA*

Professor (a): *ANGELA VERÍSSIMO*

Bimestre: 4º

Turma: 2001

Data: ____/____/2014

GRUPO 4

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno(a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno(a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

LEIA COM ATENÇÃO OS PROBLEMAS ABAIXO E DETERMINE AS SOLUÇÕES

.1) Em um depósito, foram armazenadas sacas de adubo e sacas de sementes, totalizando 30 toneladas. Sabe-se que cada saca de adubo tem massa igual a 50 Kg, cada saca de sementes, 60 Kg, e que o triplo da massa de adubo armazenado é igual

ao dobro da massa de sementes. Com base nessas informações, calcule o total de sacas de adubo e de sementes que foram armazenadas no depósito.

2) Uma escola dispõe de R\$ 2,20 para fornecer um lanche a cada criança. É recomendado que cada lanche contenha 1350 calorias e 66 gramas de proteínas. Num certo dia, a escola serve iogurte, chocolate e pastel, distribuídos na tabela a seguir, em quantidades de calorias, proteínas e custo correspondente a 100 gramas (imagem abaixo). As quantidades de pastel, iogurte e chocolate que cada criança deve receber são, respectivamente, em gramas:

- a) 5, 20, 10 b) 150, 100, 200 c) 30, 200, 100 d) 100, 200, 50 e) 50, 100, 200

| | Calorias | Proteínas | Custo(R\$) |
|-----------|----------|-----------|------------|
| Pastel | 200 | 28 | 1,00 |
| Iogurte | 50 | 4 | 0,50 |
| Chocolate | 600 | 24 | 0,60 |

3) Um determinado produto é vendido em embalagens fechadas de 30 g e 50 g. Na embalagem de 30 g, o produto é comercializado a R\$ 10,00 e na embalagem de 50 g, a R\$ 15,00.

- a) Gastando R\$ 100,00, qual é a quantidade de cada tipo de embalagem para uma pessoa adquirir precisamente 310 g desse produto?
- b) Qual é a quantidade máxima, em gramas, que uma pessoa pode adquirir com R\$ 100,00?

4) Na compra de lâmpada de 60 Watts e de 100 Watts para sua residência, Pedro pagou a quantia de R\$ 9,50. Sabendo que o preço da lâmpada de 60 Watts é R\$0,65, e o da lâmpada de 100 Watts é de R\$ 1,50; é correto afirmar que o número de lâmpadas compradas por Pedro foi:

- a) 12 b) 1 c) 13 d) 14 e) 15

5) Na disciplina de Matemática de certo curso, o professor aplicou 3 provas com pesos diferentes. Abaixo estão apresentadas as notas dos 3 alunos que obtiveram o melhor desempenho em cada prova e sua média ponderada.

| Aluno | Prova | | | Nota final |
|---------|-------|-----|-----|------------|
| | 1ª | 2ª | 3ª | |
| Natália | 9,7 | 8,4 | 8,9 | 9,2 |
| Eduardo | 9,5 | 8,3 | 8,3 | 8,9 |
| Vanessa | 8,4 | 9,4 | 8,4 | 8,6 |

De acordo com as informações, determine o peso de cada prova, sabendo que a soma deles é 10.

Colégio Estadual Dr. Francisco de Paula Paranhos

Disciplina: MATEMÁTICA

Professor (a): ANGELA VERÍSSIMO

Bimestre: 4º

Turma: 2001

Data: ____/____/2014

GRUPO 5

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno(a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

Aluno(a): _____ Nº _____

Aluno (a): _____ Nº _____

LEIA COM ATENÇÃO OS PROBLEMAS ABAIXO E DETERMINE AS SOLUÇÕES

1) (produção) Em uma loja de tintas, uma máquina mistura tinta látex e corante conforme a cor escolhida pelo consumidor. O preço de uma lata de tinta é calculado de

acordo com as quantidades de cada uma dessas substâncias. Vamos calcular a quantidade de litros de látex e de corante para que a máquina, preenchendo latas de 20 litros, obtenha:

- a) latas que custem R\$ 100,00, se o preço do litro de látex for R\$ 4,00 e do litro de corante for R\$ 8,00.
- b) latas que custem R\$ 80,00, se o preço do litro de látex for R\$ 4,00 e do litro de corante for R\$ 4,00.

Nesse construímos o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 4x + 4y = 80 \end{cases}$$

2) Para determinar o número de recipiente x_1 e x_2 de cada tipo, sabendo que a companhia deve transportar 42 contêineres do tipo I e 27 do tipo II, podemos montar o sistema:

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 = 42 \\ 3x_1 + 2x_2 = 27 \end{cases}$$

3) Uma companhia de navegação utiliza dois tipos de recipiente para carga, A e B, que acondicionam mercadorias em contêineres de dois tipos, I e II. A quantidade de contêineres de cada tipo que cabem em cada recipiente é dada pela tabela a seguir.

| Tipo de recipiente | I | II |
|--------------------|---|----|
| A | 4 | 3 |
| B | 5 | 2 |

4) Se um comerciante misturar 2 kg de café em pó do tipo I com 3 kg de café do tipo II, ele obtém um tipo de café cujo preço é de R\$ 4,80 o quilograma. Mas, se misturar 3 kg

de café em pó do tipo I com café do tipo II, a nova mistura custará R\$ 5,20 o quilograma. Os preços do quilograma do café do tipo I e do quilograma do café tipo II são respectivamente:

- a) R\$ 5,00 e R\$ 3,00 b) R\$ 6,40 e R\$ 4,30 c) R\$ 5,50 e R\$ 4,00
d) R\$ 5,30 e R\$ 4,50 e) R\$ 6,00 e R\$ 4,00

5)(Cefet-RN) Um supermercado oferece a seus fregueses dois tipos de peixe, cujos preços consistem na tabela abaixo:

| Tipo de peixe | Preço por Kg |
|---------------|--------------|
| cioba | R\$ 12,80 |
| pescada | R\$ 10,80 |

Se determinado freguês comprou 8kg de peixe pagando o total de R\$ 91,40, podemos afirmar que a quantidade de cioba comprada por ele foi de:

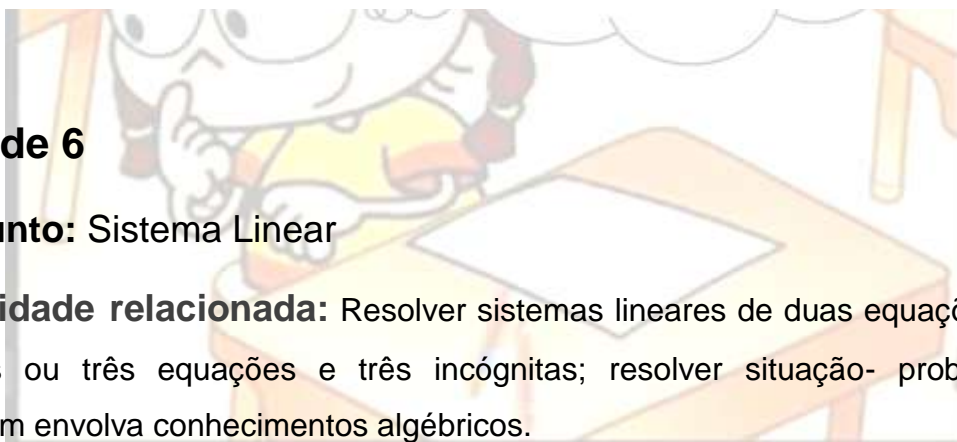
- a) 4kg b) 5 kg c) 3kg e) 6 kg

Atividade 5

- **Assunto:** Sistema Linear
- **Habilidade relacionada:** Resolver sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas ou três equações e três incógnitas.
- **Objetivos:** Melhorar a apreensão dos conceitos de sistemas; Desenvolver a habilidade do conceito de Sistema Linear para resolver sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas.
- **Pré-requisitos:** Conhecimentos de matemática básica e equações de 1º grau.
- **Tempo de duração:** 50 minutos
- **Recursos educacionais utilizados:** Cartelas do jogo.
- **Organização da turma:** Turma disposta em grupos de 8 alunos

Metodologia adotada: A aula terá início com uma revisão sobre resolução de sistemas lineares utilizando o método da substituição, e posteriormente a aplicação do jogo “Tabuleiro XY”. Este jogo possui 20 casas e 19 sistemas lineares que são resolvidos por substituição.

A dinâmica do jogo é a seguinte: todos começam da primeira casa, nela há um sistema linear, o aluno que inicia a partida deve resolver este sistema, encontrando o valor de X e de Y, em seguida deve jogar um dado que possui em suas faces X e Y, dependendo do valor apontado pelo dado o aluno anda o número de casas no tabuleiro de acordo com o valor da do por X ou Y. Por exemplo: o aluno resolve o sistema linear e encontra os seguintes valores: $x = 2$ e $y = 3$, quando joga o dado, ele cai no y, então o aluno deve andar três casas, se tivesse caído no x ele andaria duas casas. E assim, sucessivamente, até que todas as casas sejam preenchidas, ou seja, todos os sistemas lineares resolvidos.



Atividade 6

- **Assunto:** Sistema Linear
- **Habilidade relacionada:** Resolver sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas ou três equações e três incógnitas; resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.
- **Objetivos:** Usar convenientemente as operações com as equações de um sistema visando à sua resolução
- **Pré-requisitos:** Conhecimentos de matemática básica.
- **Tempo de duração:** 100 minutos
- **Recursos educacionais utilizados:** Lousa, lápis, borracha, caneta, folhas de atividades.
- **Organização da turma:** Turma disposta individualmente.

- **Metodologia adotada:** Inicialmente os alunos serão questionados se possuem alguma dúvida sobre o conteúdo estudado. Caso algum se manifeste, o professor esclarecerá a dúvida do aluno. Posteriormente, será aplicada uma atividade avaliativa para realização individual, objetivando aferir a aquisição da aprendizagem e dificuldades encontradas de cada aluno.

Colégio Estadual Dr. Francisco de Paula Paranhos

Disciplina: *MATEMÁTICA*

Professor (a): *ANGELA VERÍSSIMO*

Bimestre: 4º

Turma: 2001

Data: ____/____/2014

Aluno (a): _____ Nº _____

ATIVIDADE AVALIATIVA

LEIA COM ATENÇÃO E RESOLVA AS QUESTÕES ABAIXO

1) Numa loja, os artigos A e B, juntos, custam R\$ 55,00, os artigos A e C, juntos, custam R\$ 50,00 e, juntos, os artigos B e C custam R\$ 45,00. A soma dos preços dos artigos A, B e C é:

- a) R\$ 85,00 b) R\$ 80,00 c) R\$ 75,00 d) R\$ 65,00

2) Uma loja ofereceu a seus clientes a possibilidade de comprar lençóis, fronhas e colchas agrupados nos seguintes jogos:

(I) 2 lençóis e 2 fronhas;

(II) 2 lençóis e 2 colchas;

(III) 1 lençol, 1 fronha e 2 colchas;

O preço de cada peça é o mesmo em qualquer um dos jogos, I, II e III, que são vendidas por R\$ 130,00, R\$ 256,00 e R\$ 143,00, respectivamente. O preço unitário da colcha é:

- a) R\$ 85,00 b) R\$ 80,00 c) R\$ 78,00 d) R\$ 70,00 e) R\$ 65,00

3) (Mackenzie-SP) Um supermercado vende três marcas diferentes, A, B, e C, de sabão em pó embaladas em caixas de 1 kg. O preço da marca A é igual à metade da soma dos preços das marcas B e C. Se um cliente paga R\$ 14,00 pela compra de dois pacotes do sabão A, mais um pacote do sabão B e mais um do sabão C, o preço que ele pagaria por três pacotes do sabão A seria:

- a) R\$ 12,00 b) R\$ 10,50 c) R\$ 13,40 d) R\$ 11,50 e) R\$ 13,00

4) (Fuvest-SP) Um caminhão transporta maçãs, peras e laranjas, num total de 10.000 frutas. As frutas estão condicionadas em caixas (cada caixa só contém um tipo de fruta), sendo que cada caixa de maçãs, peras e laranjas tem, respectivamente, 50 maçãs, 60 peras e 100 e custa, respectivamente, 20, 40 e 10 reais. Se a carga do caminhão tem 140 caixas e custa 3.300 reais, calcule quantas maçãs, peras e laranjas estão sendo transportadas.

5) (Fuvest- SP) Durante uma viagem, choveu 5 vezes. A chuva caía pela manhã ou à tarde, nunca o dia todo. Houve 6 manhãs e 3 tardes sem chuva. Quantos dias durou a viagem?

- a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

6) Análise da resolução

- Um aluno resolveu o exercício conforme a reprodução a seguir. Um erro foi cometido. Apontem o erro e refaçam a resolução, corrigindo-a.

Exercício

Três jogadores, A, B e C, de uma equipe finalista de um campeonato de futebol disputam a artilharia da competição. Antes do último jogo, os três jogadores juntos haviam marcado 25 gols, e A tinha um jogo a mais que C. Terminado o último jogo, a equipe desses jogadores venceu por 1 a 0, ocorrendo empate na artilharia do campeonato. Pode-se afirmar que:

- a) O jogador A foi um dos artilheiros.
- b) O jogador B foi um dos artilheiros
- c) O jogador C foi um dos artilheiros.
- d) Certamente o jogador A não foi um dos artilheiros.
- e) Não é possível determinar nenhum dos artilheiros.

Resolução do aluno

Sejam:

a: número de gols marcados pelo jogador A.

b: número de gols marcados pelo jogador B.

c: número de gols marcados pelo jogador C.

Sem o último jogo, temos o sistema:

$$\begin{cases} a + b + c = 25 \text{ (I)} \\ a = c + 1 \text{ (II)} \end{cases}$$

Substituindo (II) em (I), temos:

$$c + 1 + b + 2 = 25 \Rightarrow 2c = 24 - b$$

$$\therefore c = \frac{24 - b}{2} \text{ (III)}$$

Substituindo (III) em (II), temos:

$$a = \frac{24 - b}{2} + 1$$

$$\therefore a = \frac{26 - b}{2}$$

Assim, o conjunto solução do sistema é:

$$S = \left\{ \left(\frac{26 - b}{2}, b, \frac{24 - b}{2} \right), \text{ com } b \in \mathbb{R} \right\}$$

Como o sistema tem infinitas soluções, não é possível determinar nenhum dos artilheiros. Portanto, a alternativa correta (e).

7) Resolvendo o sistema abaixo, obtém-se para z o valor de:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y - 2z = 1 \\ 6y + 3z = -12 \end{cases}$$

c) 0 d) 2 e) 3

De onde vieram
os sistemas
lineares?

8) Se o sistema linear

$$\begin{cases} 3x - 5y = 12 \\ 4x + 7y = 19 \end{cases}$$

for resolvido pela regra de Cramer, o valor

de x será dado por uma fração, cujo denominador vale:

a) 41 b) 179 c) -179 d) 9 e) -9

9) Resolvendo o sistema abaixo, obtém-se para z o valor de:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y - 2z = 1 \\ 6y + 3z = -12 \end{cases}$$

a) -3 b) -2 c) 0 d) 2 e) 3

AVALIAÇÃO

A avaliação será o instrumento usado para determinar não apenas a aquisição dos conceitos matemáticos, e do desenvolvimento das técnicas para a compreensão do modelo matemático, mas também da compreensão do significado dos elementos que compõe uma situação-problema. A avaliação acontecerá no decorrer das aulas; através de observações, e de um método diagnóstico e processual, em 3 etapas. Desta forma, a avaliação contemplará três importantes momentos, organizada da seguinte forma: atividade individual, em duplas e em grupos. As atividades em duplas e em grupos serão objetivando o enriquecimento dos alunos através da interação, do diálogo e do confronto das soluções apresentadas.

- A primeira avaliação será uma atividade avaliativa realizada em duplas, cuja observação se dará durante todo o processo. As duplas se organizarão para analisarem os resultados entre as demais duplas, fazendo um comparativo entre os procedimentos utilizados.
- A segunda avaliação será em grupo para verificação do alcance dos objetivos propostos, e como análise do conhecimento adquirido pelos alunos, com diversos instrumentos de verificação, sendo o acompanhamento da aprendizagem e desenvolvimento do aluno no decorrer da aplicação dos conteúdos, e também nas realizações da atividade.
- A terceira avaliação será efetivamente individual. O principal objetivo será verificar os avanços e as dificuldades encontradas pelos alunos para uma possível intervenção pedagógica

A recuperação do conteúdo será paralela a cada avaliação aplicada, tanto na avaliação subjetiva (a observação do professor) quanto a objetiva (atividades em duplas e em grupos; e provas) oportunizando a esses alunos uma revisão e verificação dos conteúdos no contexto classificatório (nota), prevalecendo sempre a maior nota adquirida pelo mesmo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROSO, Juliane Matsubara(ed.).**Conexões com a Matemática**. 1ª ed. São Paulo:manual do professor. São Paulo: Moderna, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto e Aplicações**. Vol. 1. São Paulo: Ática, 2004.

LEONARDO, Fábio Martins de (ed.).**Conexões com a Matemática**. 2ª ed. São Paulo:manual do professor. São Paulo: Moderna, 2013.

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva**. 2ª ed: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2013.

PROFESSOR. BIO. BR/MATEMATICA. Banco de questões de Matemática. Disponível em:<http://professor.bio.br/matematica/provas_questoes.asp?section=sistemaslineares&curpage=18>. Acesso em: 12 de out. de 2014

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo Olhar Matemática**.2ª Ed: manual do professor. São Paulo: FTD, 1023.

UNICAMP. Matemática Multimídia. Sistemas de equações lineares. Episódio: A mancha. Disponível em:<<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/113>>. Acesso em 10 de out. 2014.

UNICAMP. Matemática Multimídia. Sistemas de equações lineares. Episódio: Gasolina ou álcool. Disponível em:<<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1101>>. Acesso em 11 de out. 2014.

UNICAMP. Matemática Multimídia. Sistemas de equações lineares. Episódio: Comendo Números. Disponível em:<<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1073>>. Acesso em 11 de out. 2014.

WIKIPÉDIA – A enciclopédia livre. Via Lagos. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Via_Lagos>. Acesso em 11/10/2014.