

Formação Continuada em Matemática
Matemática -2º ano
4º bimestre/2014

Plano de Trabalho

Sistemas Lineares

Tarefa 1
Cursista: Evanilda Soares Barbosa Cândido
Tutora: Susi Cristine Britto Ferreira
Grupo:1

Introdução:

Este trabalho tem como objetivo levar aos alunos uma nova forma de aprendizado de sistemas lineares através de situações-problema, de exemplos vivenciados no seu dia a dia e da exploração dos recursos tecnológicos.

Basta olharmos ao nosso redor que nos deparemos com diversas aplicações no cotidiano, como por exemplo, desde relação à Física envolvendo movimento uniformemente variado, etc.; da Biologia, estudando o processo de fotossíntese das plantas; da Administração e Contabilidade relacionando as funções custo, receita e lucro; da Engenharia Civil presente nas diversas construções até mesmo uma simples relação de posições em um determinado lugar, por exemplo, os lugares arrumados em fileiras em classe de aula.

Os alunos de um modo de um modo geral encontram muitas dificuldades em formular as equações que geram os sistemas lineares, pois muitas das vezes é passado de forma vaga ou somente calculista focando a resolução de sistemas sem levar ao aluno a construir seu conhecimento fazendo necessário à contextualização no ensino de sistemas lineares.

Desenvolvimento:

Atividade 1 e 2:

H1: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática;

H2: Resolver problemas utilizando sistemas lineares

Objetivo: Resolver sistema de equações lineares de 2 equações e 2 incógnitas algébrica e graficamente

Recursos educacionais utilizados: folha de atividades, lápis, borracha, régua, papel quadriculado

Duração: duas aulas de 50 minutos

Pré-requisitos: Equação do 1º grau, representação gráfica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas

Depois uma breve revisão dos métodos (adição e substituição) de resolução resolver os sistemas de 2x2. Os alunos resolverão em duplas as duas situações apresentadas com os dois métodos e poderão escolher a melhor maneira de resolução. A partir das resoluções feitas os alunos poderão expressar cada uma delas apresentando vantagens e desvantagens de cada método.

Considere os seguintes sistemas lineares:

$$\begin{cases} 4x - 9y = 1 \\ -5x + 6y = 4 \end{cases}$$

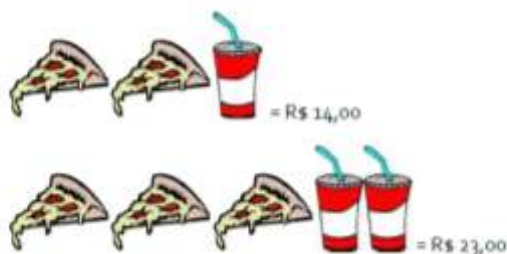
$$\begin{cases} x = 10 - 2y \\ y - x = 5 \end{cases}$$

Atividade 2:

Nesta atividade será apresentada aos alunos a oportunidade de elaborar o sistema a partir de uma situação.

Observe os desenhos a seguir e responda o que se pede.

a) Invente um problema para a situação representada abaixo.



b) Escreva um sistema para a situação. Lembre-se de indicar a letra que usou para a pizza e para o refrigerante.



c) Escolha um dos métodos e resolva o sistema:

d) Com papel quadriculado, vamos construir o sistema graficamente para visualização das soluções. No mesmo eixo cartesiano trace o gráfico das duas retas que representam o sistema e encontre a solução para o problema.

Atividade 3:

H1: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática;

H2: Resolver problemas utilizando sistemas lineares

Objetivo: *Modelar e Resolver problemas envolvendo sistemas de equações lineares de 2 equações e 2 incógnitas*

Recursos educacionais utilizados: folha de atividades, lápis, borracha, régua, papel quadriculado

Duração: duas aulas de 50 minutos

Pré-requisitos: Equação do 1º grau.

Nesta atividade será apresentada aos alunos a situação problema:

Considere o problema a seguir, enfrentado por João.

João é motorista em uma linha do chamado "transporte alternativo", que serve a moradores de um bairro. Esta linha admite dois tipos de passageiros, com dois valores de passagem distintos: os moradores que utilizam o transporte para circular dentro do próprio bairro, e moradores que utilizam o transporte para sair do bairro.

Considere que a passagem dentro do bairro custa atualmente R\$ 2,00 e a passagem para fora do bairro custa R\$ 2,50. João não faz anotação de quantas passagens recebe de cada tipo, apenas realiza uma marcação para cada passageiro que embarca. Assim, no final do dia, possui apenas o total de passageiros transportados, bem como o valor total em dinheiro arrecadado.

Entretanto, João precisa saber quantos passageiros transportou no último domingo em cada modalidade, pois ele gasta muito combustível ao sair do bairro e quer saber se o número de passageiros que transporta compensa a saída, ou se é melhor que no próximo domingo ele fique apenas dentro do bairro (o que também é uma possibilidade dentro de sua linha).

Ao observar o faturamento do último domingo, João percebeu que transportou 51 passageiros, e arrecadou R\$ 116,00 em passagens. E ficou a dúvida: quantos passageiros ele transportou em cada uma das modalidades?

Como podemos representar o valor arrecadado por João em cada modalidade, dado o valor da passagem e a quantidade de passageiros transportados? Para isto, responda as perguntas a seguir:

- 1) Se tivéssemos apenas 3 passageiros, todos dentro do bairro, pagando o valor de passagem correspondente (R\$ 2,00), qual seria o valor arrecadado ao final do percurso?
 - a) Qual o valor arrecadado com o transporte de 10 passagens dentro do bairro? E se fossem 50?
 - b) Escreva uma expressão algébrica que represente o valor arrecadado com x passageiros dentro do bairro.
- 2) Escreva uma expressão algébrica que represente o valor arrecadado com y passageiros para fora do bairro, da mesma forma que você fez no item anterior.

Agora vamos pensar em outra situação:

- 3) Considere que João transportou 3 passageiros para dentro do bairro e 4 para fora do bairro.
 - a) Qual o total de passageiros transportados?
 - b) Qual o valor arrecadado com cada modalidade de passageiro?
 - c) Qual o valor total arrecadado?

Lembre-se que são desconhecidos o número de passageiros dentro do bairro (x) que pagam R\$2,00 e o número de passageiros para fora do bairro (y), que pagam R\$2,50.

4) Usando x e y , escreva uma equação que represente o total de passageiros transportados, lembrando que foram transportados 51 passageiros no total?

5) Usando x e y para a quantidade de passageiros fora do bairro, escreva uma equação que represente o valor arrecadado, lembrando que foram arrecadados R\$116,00 no total?

Para pensar: Você acha possível resolver esta equação isoladamente e encontrar uma única solução?

Perceba que as duas equações obtidas nos itens anteriores possuem as mesmas incógnitas (os valores que você não conhece): as quantidades de passageiros transportados em cada modalidade de passagem.

Assim, podemos escrever um sistema com duas equações e duas variáveis que nos permitirá encontrar o valor destas variáveis.

6) Escreva o sistema de equações que permite a João saber quantos passageiros ele transportou em cada modalidade.

Os alunos deverão montar o sistema

$$\begin{cases} x + y = 51 \\ 2x + 2,5y = 116 \end{cases}$$

e encontrar como solução $x = 23$ e $y = 28$. Provavelmente a maior parte dos alunos vai optar pelo método da adição (multiplicando por “-2” a primeira equação e eliminando “ x ”), ou pelo método da substituição (isolando “ x ” na primeira equação e substituindo na segunda).

7) Resolva o sistema com o método que julgar mais conveniente. Não se esqueça de fornecer sua resposta na forma “___ passageiros dentro do bairro, e ___ passageiros para fora do bairro”.

8) Agora que você sabe quantos passageiros foram transportados em cada modalidade, vamos descobrir quanto foi arrecadado por João em cada modalidade e ajudá-lo a decidir o que fazer.

a) Quanto João arrecadou com passagens dentro do bairro?

b) Quanto João arrecadou com passagens para fora do bairro?

c) Considerando que só vale a pena para João sair do bairro se o faturamento para fora do bairro for superior ao faturamento dentro do bairro em pelo menos R\$ 20,00, decida se João deve ou não transportar passageiros para fora do bairro no próximo domingo.

Atividade 4:

H1: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática;

H2: Resolver problemas utilizando sistemas lineares

Objetivos: Resolver sistema de equações lineares e correlacionar a representação algébrica de um sistema com sua representação gráfica

Recursos educacionais utilizados: folha de atividades, lápis, borracha, régua, computador ou notebook software geogebra, Datashow.

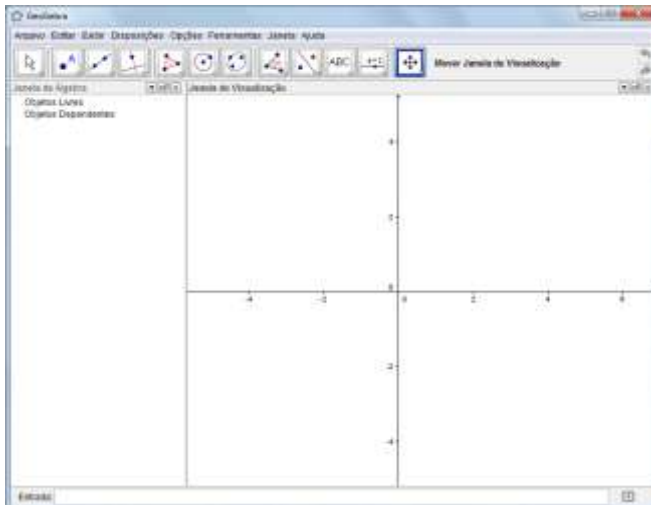
Duração: quatro aulas de 50 minutos

Pré-requisitos: Equação do 1º grau, representação gráfica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas

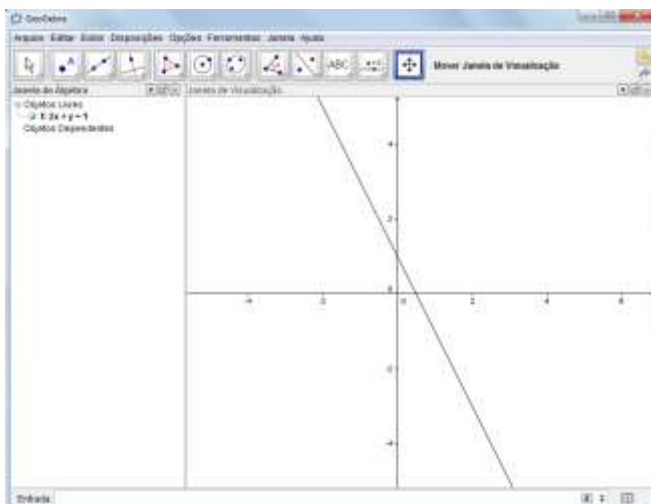
Nesta atividade em dupla será apresentada aos alunos a solução dos sistemas lineares com seus respectivos tipos: Possível (determinado e indeterminado) e impossível juntamente com suas representações geométricas utilizando o geogebra.

Primeiramente, será explorado com os alunos como utilizar o geogebra a partir das situações abaixo:

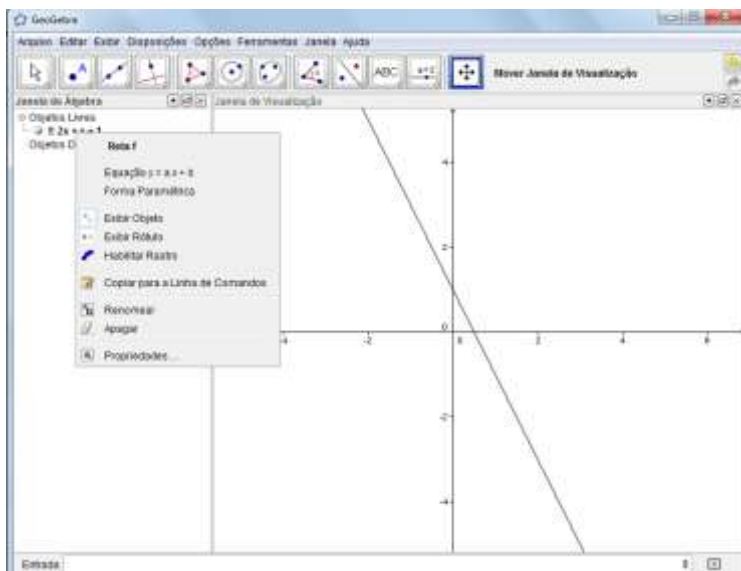
Esta é a tela inicial do *GeoGebra*. Na parte inferior você verá uma linha para a digitação (“Entrada”).



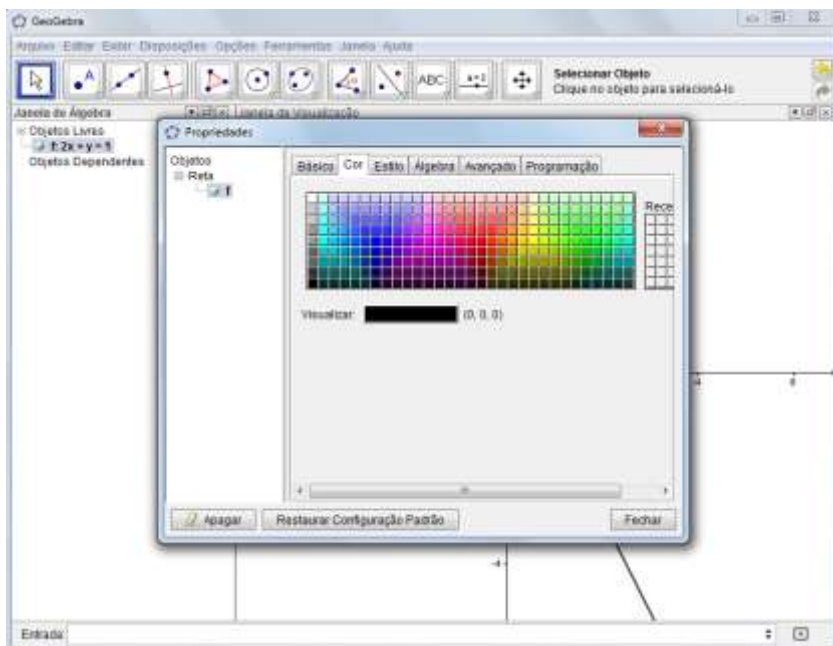
Nomeie cada uma das equações do sistema com uma letra (vamos colocar “f” e “g”). Por exemplo, se digitar “f:2x+y=1”, na tela aparecerá o gráfico correspondente a equação digitada (uma reta).



Clique com o botão direito do mouse para abrir opções.

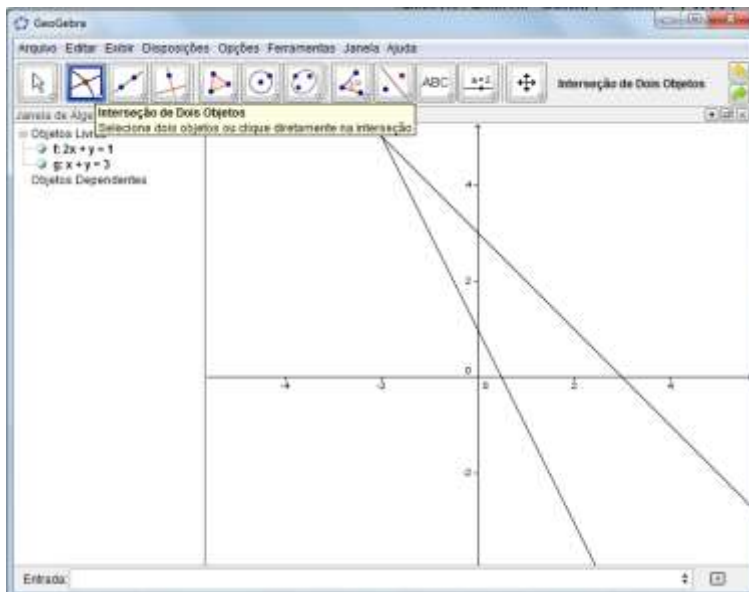


Na opção “Propriedades” você pode alterar a cor e o estilo da reta desenhada (mais grossa ou mais fina).

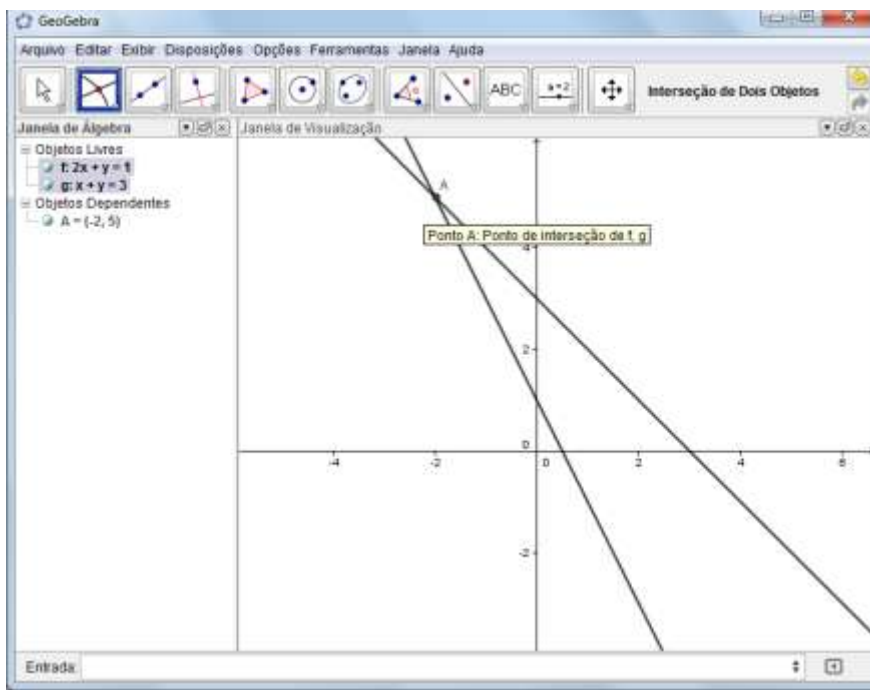


Faça as alterações que desejar e clique em “Fechar”. Faça o mesmo procedimento para digitar a segunda equação do sistema. Vá na linha de “Entrada” e digite, por exemplo, “ $g: x + y = 3$ ”.

No caso de existir um ponto de interseção entre as retas, como neste exemplo, você pode marcá-lo e identificar suas coordenadas. Clique no segundo ícone do painel, depois clique em cima do ponto de interseção para marcá-lo.



O ponto de interseção será marcado e nomeado por uma letra que pode ser alterada ou excluída (Basta clicar com o botão direito do mouse em cima do ponto e fazer as alterações).



Agora é sua vez:

Dadas as situações de problematização, resolva os sistemas a partir da representação geométrica com o recurso do geogebra e observe seu tipo de sistema:

Situação 1:

Cláudio usou apenas notas de R\$ 20,00 e de R\$ 5,00 para fazer um pagamento de R\$ 140,00. Quantas notas de cada tipo ele usou, sabendo que no total foram 10 notas?

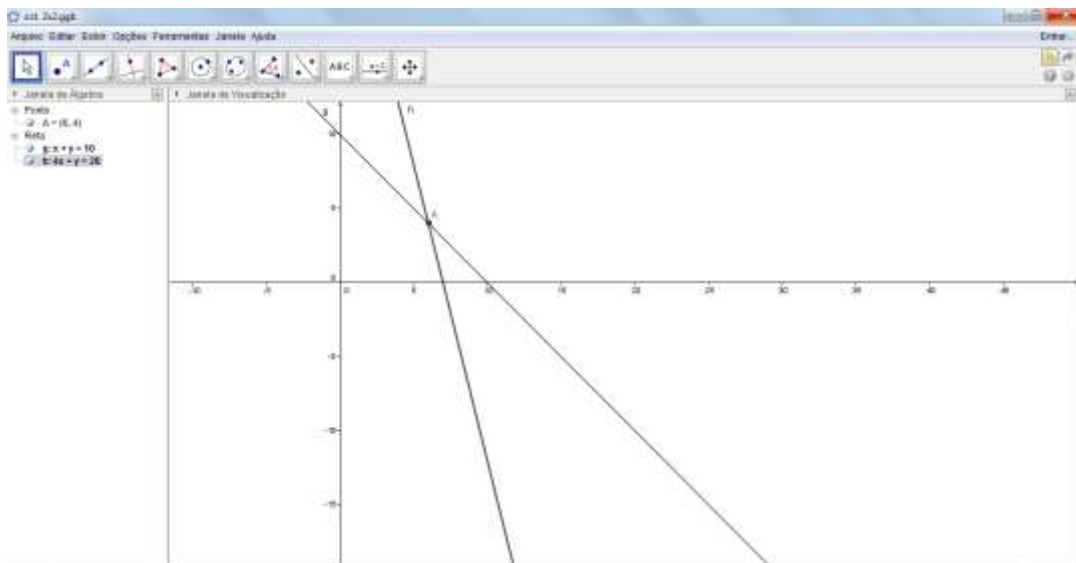
Resolução:

Observe o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 20x + 5y = 140 \end{cases}$$

Neste caso temos um exemplo de **Sistema linear Possível e Determinado (SPD)**, sendo que a intersecção das retas g e h, que define o ponto (6,4) no plano cartesiano representa a solução geométrica

Resolução Gráfica – Software Geogebra



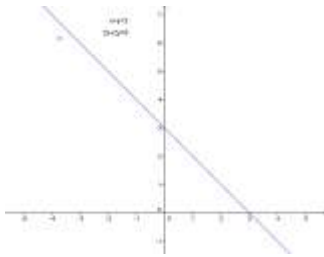
Situação 2:

Claudia e Maria tem juntas 3 pares dólares. O dobro de dólares que Cláudia tem acrescentado do dobro de dólares de Maria é igual a 60. Quantos dólares tem cada uma?

Resolução:

Observe o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$$



Neste caso temos um sistema Sistema **possível e indeterminado**, observamos neste caso que temos apenas uma equação com duas variáveis, a representação geométrica do sistema informa que todos os pontos pertencentes à reta são solução do sistema, assim podemos concluir que o sistema é possível e indeterminado, tendo infinitas soluções.

Situação 3

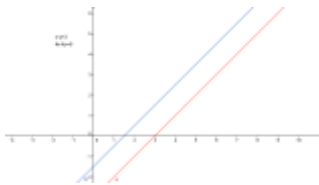
A diferença entre o número de prédios dos condomínios A e B é igual a 3. O quádruplo dos apartamentos do condomínio A menos o quádruplo de apartamentos do condomínio B é igual a 6. Quantos prédios tem cada condomínio?

Resolução:

Observe o sistema:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 4x - 4y = 6 \end{cases}$$

Resolução no Geogebra



Neste caso temos um **sistema impossível**, observamos que o gráfico possui duas retas paralelas, ou seja, geometricamente não há nenhum ponto para solução do sistema.

Atividade 5:

H1: Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática;

H2: Resolver problemas utilizando sistemas lineares

Objetivos: Elaborar situações a partir do sistema de equações lineares e correlacionar a representação algébrica de um sistema com sua representação gráfica.

Recursos educacionais utilizados: folha de atividades, lápis, borracha, régua.

Duração: duas aulas de 50 minutos

Pré-requisitos: Equação do 1º grau, representação gráfica de uma equação do 1º grau com duas incógnitas

Nesta atividade será proposto ao aluno sistemas onde o aluno vai construir a situação problema para cada uma explorando situações cotidianas envolvendo medidas, sistemas monetário, etc e fazer a representação gráfica para os respectivos sistemas.

$$(A) \begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$(C) \begin{cases} 2x - 6y = 8 \\ 3x - 9y = 12 \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$(D) \begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

Avaliação:

A avaliação do aluno se dará mediante a sua participação e interesse juntamente com os acertos. Espera-se que aluno perceba que o estudo de sistemas lineares estão presentes no seu cotidiano e seja capaz de solucionar situações que a envolve de maneira correta.

No tocante a utilização da tecnologia a avaliação será de carácter classificatório em todo o processo de construção observando o interesse e a participação dos alunos.

Referências Bibliográficas:

ROTEIROS DE ACAO – (1,2 e 4)- Curso Formação Continuada - 2ª série do ensino médio. 3º bimestre/2014. **Campo conceitual 1: Sistemas Lineares.**

Disponível em

<<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=264>> Acesso em 20/10/14

DANTE, Luiz Roberto. Matemática, volume único: livro do professor/Luiz Roberto Dante. 1ed. São Paulo: Ática, 2005

IEZZI, Gelson. Matemática: ciências e aplicações, 1ª série: ensino médio, matemática. 2.ed. São Paulo: Atual, 2004 (coleção matemática: ciências e aplicações).