

# **FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓRCIO CEDERJ**

---

Matemática 3º Ano – 2º Bimestre/2014

Plano de Trabalho

**Probabilidade**

Tarefa 1

Cursista: **Vinícius Bento Ferro**

Tutora: **Bianca Coloneze**

# Sumário

INTRODUÇÃO . . . . . 03

DESENVOLVIMENTO . . . 04

AVALIAÇÃO . . . . . 25

FONTES DE PESQUISA . . . 26

# INTRODUÇÃO

O presente plano de trabalho tem como objeto introduzir, definir, ampliar e aplicar a percepção do estudo de Probabilidade de modo a provocar o interesse de cada aluno para a sensibilidade da utilização diária e demonstrar como é um assunto presente na rotina do aluno.

Quando falamos de Probabilidade existe algumas definições que é necessário ter presente. Sobre essas definições desenvolve-se toda a teoria das Probabilidades. Além destas, todos os conhecimentos na área da Combinatória, podem ser aplicados no estudo das Probabilidades.

Vamos, então, começar por estabelecer quando é que devemos usar as Probabilidades. O transporte dos fatos na vida do aluno para elaboração de um problema e em extrair dados de uma questão para aplicação prática em sua vida, que vai desde um jogo com utilização de dados até mesmo para questões mais complexas da vida.

Iremos iniciar com um pouco de história sobre o interesse do homem em estudar os fenômenos que envolviam determinadas possibilidades fez surgir a Probabilidade. Alguns indícios alegam que o surgimento da teoria das probabilidades teve início com os jogos de azar disseminados na Idade Média. Vamos contextualizar com Biologia/Genética e demonstrar a grande necessidade da aplicação de probabilidade nos nossos dias.

# DESENVOLVIMENTO

## Atividade 1 – História e Jogo com Probabilidade

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.

**ASSUNTO:** Probabilidade.

**PRÉ-REQUISITOS:** Nenhum.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Datashow para visualizar o vídeo (Novo telecurso) Calculando probabilidades - Matemática - Ens. Médio  
<https://www.youtube.com/watch?v=A04gmeyOmuY>  
Folha de atividades, lápis e borracha.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

**OBJETIVOS:** Resolver problemas por meio da probabilidade da união de eventos e a probabilidade de eventos complementares, bem como problemas envolvendo probabilidade condicional.

**DESCRITORES:** H67 Resolver problemas envolvendo probabilidade.

## História da Probabilidade

### Conceito e História de Probabilidade

Ramo da Matemática que visa a formulação de modelos teóricos, abstratos, para o tratamento matemático da ocorrência (ou não ocorrência) de fenômenos aleatórios; em termos sucintos, pode caracterizar-se como a Matemática do acaso, da incerteza.

O importante e fascinante assunto das probabilidades teve as suas origens no século XVII através de esforços de matemáticos como Fermat e Pascal. É certo que o italiano Jerónimo Cardano (1501-1576) escreveu um trabalho notável sobre probabilidades - "Libar de ludo aleal", isto é, «Livros sobre jogos de azar» - mas que só apareceu impresso em 1663. O arranque definitivo ia dar-se, de facto com Fermat e Pascal. Laplace (1749-1827) enunciou pela primeira vez a definição clássica de probabilidade. Foi, porém, com Gauss (1777-1855) que as aplicações do cálculo de probabilidade são voltadas decisivamente para a ciência: Gauss cria, para o efeito, a teoria dos erros de observação (Theoria combinationis observatorium erroriluns minimis obnoxia, 1809), estabelecendo o método dos menores enquadados e justificando o emprego na teoria dos erros da lei que designou por "normal" hoje conhecida também por lei de Gauss ou lei de Laplace-Gauss.

Não foi, entretanto, senão no século XX que se desenvolveu uma teoria matemática rigorosa, baseada em axiomas, definições e teoremas. Kolmogorov propôs uma axiomática completa e consistente do cálculo de probabilidades.



Laplace

Gauss

Cardano

Pascal

Fermat

Kolmogorov

Curiosidade histórica - Quis o acaso que o Cavaleiro de Méré e Pascal se encontrassem durante uma viagem à cidade de Poitou.

Procurando assunto de conversa para a viagem, De Méré apresentou a Pascal um problema que fascinara os jogadores desde a Idade Média: "como dividir a aposta num jogo de dados que necessite ser interrompido?"

A propósito do problema colocado pelo jogador De Méré a Pascal, iniciou-se uma troca de correspondência entre Pascal e o matemático Pierre Fermat, que se tornou histórica.

As suas cartas contendo as reflexões de ambos sobre a resolução de certos problemas de jogos de azar, são considerados os documentos fundadores da Teoria das Probabilidades.

## Enigmas Matemáticos – JOGO COM PROBABILIDADE

### Feliz Aniversário

Como você poderia descobrir quantas pessoas em uma sala possuem a mesma data de aniversário. Nossa solução está apresentada abaixo.



Muitas pessoas fazem aniversário no mesmo dia que você. Com apenas 366 datas possíveis para aniversariar e mais de seis bilhões de pessoas no mundo, deve haver um bom tanto de gente fazendo anos no seu dia. Mas se você estivesse dentro de uma sala com algumas pessoas? Qual a probabilidade de haver ao menos um aniversário em comum? Quantos alunos há em sua classe? Existem muitos aniversários em comum? Você consegue descobrir essas informações de outras classes em sua escola?

Se você estiver em uma sala com um grupo de pessoas, veja se há algum aniversário em comum. Percorra a sala perguntando às pessoas suas datas de aniversário e veja se elas coincidem.

Quantas pessoas você acha que deveria haver na sala para termos uma boa chance de no mínimo duas delas fazerem aniversário no mesmo dia? Em outras palavras, são necessárias quantas pessoas para que a probabilidade de um aniversário em comum ser maior que 50%? De quantas pessoas você precisa para a probabilidade ser maior que 90%?

Antes de tentar descobrir, dê um palpite. Em seguida, calcule as respostas. Você pode se surpreender.

### Solução

Uma maneira de resolver isso é virar o problema ao contrário e pensar qual a probabilidade de não haver NENHUMA coincidência em um grupo de determinado tamanho. Se houver apenas uma pessoa em uma sala, não há possibilidades de aniversários em comum, já que não há ninguém para compartilhar. A probabilidade de não haver coincidências nesse caso é 1. Eventos considerados certos têm a probabilidade de 1. No outro extremo, com 367 pessoas na sala, é certo que haverá pelo menos um aniversário em comum, já que não há datas o suficiente para todo mundo.

Agora imagine que uma segunda pessoa entre na sala. A probabilidade de essa pessoa não ter o mesmo aniversário do primeiro ocupante da sala é  $365 / 366$ , ou 0,997. Existem 366 datas de aniversário possíveis e somente uma deles coincide.

Agora, se as duas primeiras pessoas na sala tiverem datas de aniversário diferentes e uma terceira pessoa entrar, haverá dois dias ocupados – portanto, a probabilidade de não haver compartilhamento entre os três é de  $1 * 365 / 366 * 364 / 366 = 0,992$ , que ainda é mais de 99%. Então, com 2 ou 3 pessoas na sala, há menos de 1% de chance de um aniversário em comum.

Você pode continuar a calcular as chances de não ter um aniversário em comum para qualquer número de pessoas:

$$1 * 365 / 366 * 364 / 366 * 363 / 366 * 362 / 366 \dots$$

As coisas mudam rapidamente à medida que o número de pessoas aumenta. Com 10 pessoas na sala, ainda há mais de 10% de chance de uma coincidência. Quando há 23 pessoas na sala, a chance de um aniversário em comum é levemente maior de 50%, e aumenta para mais de 90% com 41 pessoas.

Indo Além

1. Você consegue bolar alguma estratégia diferente para resolver o problema?
2. Nossos cálculos se baseiam em 366 datas de aniversário possíveis. Uma dessas, 29 de fevereiro, é especial. Isso afetaria os cálculos?

## **Atividade 2 – Probabilidade de um evento**

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática.

**ASSUNTO:** Probabilidade.

**PRÉ-REQUISITOS:** Nenhum.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha de atividade, lápis e borracha.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

**OBJETIVOS:** Resolver problemas por meio da probabilidade da união de eventos e a probabilidade de eventos complementares, bem como, problemas envolvendo probabilidade condicional.

**DESCRIPTORIOS:** H67 Resolver problemas envolvendo probabilidade.



## Probabilidade - Classificação de Eventos

Podemos classificar os eventos por vários tipos. Vejamos alguns deles:

### Evento Simples

Classificamos assim os eventos que são formados por um único elemento do espaço amostral.

$A = \{ 5 \}$  é a representação de um evento simples do lançamento de um dado cuja face para cima é divisível por 5. Nenhuma das outras possibilidades são divisíveis por 5.

### Evento Certo

Ao lançarmos um dado é certo que a face que ficará para cima, terá um número divisor de 720. Este é um evento certo, pois  $720 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ , obviamente qualquer um dos números da face de um dado é um divisor de 720, pois 720 é o produto de todos eles.

O conjunto  $A = \{ 2, 3, 5, 6, 4, 1 \}$  representa um evento certo pois ele possui todos os elementos do espaço amostral  $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ .

### Evento Impossível

No lançamento conjunto de dois dados qual é a possibilidade de a soma dos números contidos nas duas faces para cima, ser igual a 15?

Este é um evento impossível, pois o valor máximo que podemos obter é igual a doze. Podemos representá-lo por  $\emptyset$ , ou ainda por  $A = \{ \}$ .

### Evento União

Seja  $A = \{ 1, 3 \}$  o evento de ocorrência da face superior no lançamento de um dado, ímpar e menor ou igual a 3 e  $B = \{ 3, 5 \}$ , o evento de ocorrência da face superior, ímpar e maior ou igual a 3, então  $C = \{ 1, 3, 5 \}$  representa o evento de ocorrência da face superior ímpar, que é a união dos conjuntos A e B, ou seja, note que o evento C contém todos os elementos de A e B.

### Evento Intersecção

Seja  $A = \{ 2, 4 \}$  o evento de ocorrência da face superior no lançamento de um dado, par e menor ou igual a 4 e  $B = \{ 4, 6 \}$ , o evento de ocorrência da face superior, par e maior ou igual a 4, então  $C = \{ 4 \}$  representa o evento de ocorrência da face superior par, que é a intersecção dos conjuntos A e B.

Veja que o evento C contém apenas os elementos comuns a A e B.

## Eventos Mutuamente exclusivos

Seja  $A = \{ 1, 2, 3, 6 \}$  o evento de ocorrência da face superior no lançamento de um dado, um número divisor de 6 e  $B = \{ 5 \}$ , o evento de ocorrência da face superior, um divisor de 5, os eventos A e B são mutuamente exclusivos, pois, isto é, os eventos não possuem elementos em comum.

## Evento Complementar

Seja  $A = \{ 1, 3, 5 \}$  o evento de ocorrência da face superior no lançamento de um dado, um número ímpar, o seu evento complementar é  $A^c = \{ 2, 4, 6 \}$  o evento de ocorrência da face superior no lançamento de um dado, um número par.

Os elementos de  $A^c$  são todos os elementos do espaço amostral S que não estão contidos em A, então temos que  $A^c = S - A$  e ainda que  $S = A + A^c$ .

## Probabilidade de Ocorrência de um Evento

Os três irmãos Pedro, João e Luís foram brincar na rua. Supondo-se que as condições de retorno para casa são as mesmas para cada um deles, qual é a probabilidade de Luís voltar para casa primeiro?

Como 3 é o número total de irmãos, então Luís tem 1 chance em 3 de voltar para casa primeiro, por isto a probabilidade de Luís voltar para casa antes dos seus irmãos é igual a  $1/3$ .

## Definição

A probabilidade de um evento ocorrer (Luís voltar para casa primeiro) considerando-se um espaço amostral (Pedro, João e Luís) é igual a razão do número de elementos do evento (1, apenas Luís) para o número de elementos do espaço amostral (3, o número de irmãos que foram brincar na rua), desde que espaço o amostral seja um conjunto equiprovável, ou seja, todos os seus elementos tenham a mesma possibilidade de ocorrer (as condições de retorno para casa são as mesmas para os três irmãos).

Sendo E um evento,  $n(E)$  o seu número de elementos, S o espaço amostral não vazio e  $n(S)$  a quantidade de elementos do mesmo, temos que a probabilidade de E ocorrer é igual a:

, sendo  $n(S) \neq 0$ .

A probabilidade é um número entre zero e um, inclusive, o que significa que no mínimo não a nenhuma hipótese do evento acontecer e no máximo o evento sempre ocorrerá:

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

Normalmente representamos probabilidades através de frações, mas também podemos representá-las por números decimais, ou até mesmo por porcentagens.

### Exemplos

#### Enunciado

Um dado é lançado. Qual é a probabilidade de obtermos um número divisor de 6?

Como vimos acima, o espaço amostral do lançamento de um dado é:

$$S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

Como estamos interessados apenas nos resultados divisores de 6, o evento E é representado por:

$$E = \{ 1, 2, 3, 6 \}$$

Então  $n(E) = 4$  e  $n(S) = 6$ , portanto:

Podemos também apresentar o resultado na forma de uma percentagem:

Resposta

A probabilidade de se obter um número divisor de 6 é  $2/3$  ou 66,67%.

Enunciado

Uma moeda é lançada 4 vezes. Qual é a probabilidade de obtermos ao menos uma coroa?

Recorrendo ao princípio fundamental da contagem podemos calcular o número de elementos do espaço amostral deste exemplo:

$$n(S) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Agora precisamos saber o número de elementos do evento E, referente a quatro lançamentos de uma moeda, quando obtemos ao menos uma coroa.

Lembra-se do evento complementar explicado acima? Sabendo quantos são os resultados que não apresentam nenhuma coroa, ele nos permite descobrir o número dos que possuem ao menos uma.

E quantos são os eventos que não possuem nenhuma coroa? Apenas o evento  $E = \{ \text{cara, cara, cara, cara} \}$ , ou seja, apenas 1. Como o número total de eventos é 16 e 1 deles não apresenta qualquer coroa, então os outros 15 apresentam ao menos uma. Então:

Na forma de percentagem temos:

Resposta

A probabilidade de obtermos ao menos uma coroa é  $15/16$ , 0,9375 ou 93,75%.

## Atividade 3 – Retomando a Mega Sena

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática

**ASSUNTO:** Probabilidade

**OBJETIVOS:** Resolver problemas, usando o conceito de probabilidade aplicado aos jogos da Mega Sena, o que envolve os conceitos de união de eventos e de eventos complementares.

**PRÉ-REQUISITOS:** Combinação.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividade, lápis, borracha e calculadora.

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

**DESCRIPTORIOS:** **H67** Resolver problemas envolvendo probabilidade.  
**H60** Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjos simples e/ou combinações simples.

**Ambulante deixa de registrar aposta na Mega Sena da virada e perde milhões.**

**Mulher perde o dinheiro da aposta do bolão. Ao conferir o resultado, passa mal e é internada.**



**Fonte:** [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Loteria\\_Mega-Sena\\_\(2011\).jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Loteria_Mega-Sena_(2011).jpg) – Wilson Dias

Marlinda Gerbara é do Rio de Janeiro e junto com outros colegas ambulantes resolveu apostar na Mega Sena da virada que, nesta versão, pagaria um prêmio recorde. Ela ficou encarregada de registrar as apostas na lotérica Mil Maravilhas que fica no centro do Rio, próxima ao camelódromo da cidade. No entanto, Marlinda não conseguiu achar o dinheiro que foi arrecadado e não fez a aposta, embora tenha dito aos colegas que havia feito.

Hoje, ao encontrar um dos colegas apostadores que a informou que estavam milionários, a ambulante teve uma parada cardíaca e teve de ser levada às pressas para o Hospital público mais próximo. O estado de Marlinda ainda é instável.

As dezenas sorteadas pela Caixa Econômica Federal ainda tiveram mais dois acertadores.

Em nosso país, a Mega Sena é o jogo de loteria que desperta o maior interesse na população. Isso se deve ao fato das quantias oferecidas como prêmio serem bastante altas. Além disso, vemos a grande divulgação feita pela mídia sobre o jogo, apresentando as possíveis chances de alguém ganhar, o que fazer com o dinheiro ganho etc ...

Como já foi estudado anteriormente, esse jogo consiste em realizar uma aposta, contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}. Cada aposta simples de 6 dezenas custa, atualmente,

R\$ 2,00 e o preço das apostas varia de acordo com o número de dezenas escolhidas.

**Questão 1**

Com base nas informações apresentadas, qual é o número máximo de jogos simples, distintos entre si, no jogo da mega sena?

**Questão 2**

Um determinado apostador fez um jogo com 8 dezenas. Qual é a probabilidade desse jogador ganhar a sena?

**Questão 3**

Quantos resultados possíveis dariam o prêmio da quadra para o apostador da questão 2?

**Questão 4**

Qual é a probabilidade desse mesmo apostador ganhar o prêmio da quadra?

**Questão 5**

Qual a chance dele ganhar a sena?

**Questão 6**

Qual é a chance dele ganhar a quina?

**Questão 7**

Qual é a chance dele ganhar a quadra?

Um certo apostador separou R\$ 14,00 para jogar na Mega Sena. Ele tem duas opções de realizar seu jogo:

Ou faz um jogo com 7 dezenas.

Ou faz 7 jogos de seis dezenas simples.

**Questão 8**

Qual é a chance deste apostador acertar as seis dezenas da Mega Sena em cada opção de jogo?

**Questão 9**

Qual é a vantagem de se fazer 7 jogos simples ao invés de um jogo com 7 dezenas?

**Questão 10**

A chance de ele acertar a quina em cada uma das opções de jogo é a mesma? Justifique.

## **Atividade 4 - Probabilidade e Genética**

**DURAÇÃO PREVISTA:** 100 minutos

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática

**ASSUNTO:** Probabilidade.

**OBJETIVOS:** Resolver problemas de tomada de decisão por meio da probabilidade da união de eventos e a probabilidade de eventos complementares.

**PRÉ-REQUISITOS:** Nenhum.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de atividade, lápis, borracha.

**ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

**DESCRITORES:** H67 Resolver problemas envolvendo probabilidade.

## Noções de probabilidade aplicadas à genética

Acredita-se que um dos motivos para as ideias de Mendel permanecerem incompreendidas durante mais de três décadas foi o raciocínio matemático que continham. Mendel partiu do princípio que a formação dos gametas seguia as leis da probabilidade, no tocante a distribuição dos fatores.

### Princípios básicos de probabilidade e genética

Probabilidade é a chance que um evento tem de ocorrer, entre dois ou mais eventos possíveis. Por exemplo, ao lançarmos uma moeda, qual a chance dela cair com a face “cara” voltada para cima? E em um baralho de 52 cartas, qual a chance de ser sorteada uma carta do naipe ouros?



### Eventos aleatórios

Eventos como obter “cara” ao lançar uma moeda, sortear um “ás” de ouros do baralho, ou obter “face 6” ao jogar um dado são denominados eventos aleatórios (do latim *alea*, sorte) porque cada um deles tem a mesma chance de ocorrer em relação a seus respectivos eventos alternativos.

Veja a seguir as probabilidades de ocorrência de alguns eventos aleatórios. Tente explicar por que cada um deles ocorre com a probabilidade indicada.

- A probabilidade de sortear uma carta de espadas de um baralho de 52 cartas é de  $\frac{1}{4}$ .
- A probabilidade de sortear um rei qualquer de um baralho de 52 cartas é de  $\frac{1}{13}$ .
- A probabilidade de sortear o rei de espadas de um baralho de 52 cartas é de  $\frac{1}{52}$ .

A formação de um determinado tipo de **gameta**, com um outro **alelo** de um par de **genes**, também é um evento aleatório. Um indivíduo **heterozigoto Aa** tem a mesma probabilidade de formar gametas portadores do alelo A do que de formar gametas com o alelo a ( $\frac{1}{2}$  A:  $\frac{1}{2}$  a).

### Eventos independentes

Quando a ocorrência de um evento não afeta a probabilidade de ocorrência de um outro, fala-se em eventos independentes. Por exemplo, ao lançar várias moedas ao mesmo tempo, ou uma mesma moeda várias vezes consecutivas, um resultado não interfere nos outros. Por isso, cada resultado é um evento independente do outro.



Da mesma maneira, o **nascimento de uma criança** com um determinado **fenótipo** é um evento independente em relação ao nascimento de outros filhos do mesmo casal.

**Por exemplo, imagine uma casal que já teve dois filhos homens; qual a probabilidade que uma terceira criança seja do sexo feminino? Uma vez que a formação de cada filho é um evento independente, a chance de nascer uma menina, supondo que homens e mulheres nasçam com a mesma frequência, é  $1/2$  ou 50%, como em qualquer nascimento.**

A regra do “e”

A teoria das probabilidades diz que a probabilidade de dois ou mais eventos independentes ocorrerem conjuntamente é igual ao produto das probabilidades de ocorrerem separadamente. Esse princípio é conhecido popularmente como regra do “e”, pois corresponde a pergunta: qual a probabilidade de ocorrer um evento E outro, simultaneamente?

Suponha que você jogue uma moeda duas vezes. Qual a probabilidade de obter duas “caras”, ou seja, “cara” no primeiro lançamento e “cara” no segundo? A chance de ocorrer “cara” na primeira jogada é, como já vimos, igual a  $1/2$ ; a chance de ocorrer “cara” na segunda jogada também é igual a  $1/2$ . Assim a probabilidade desses dois eventos ocorrer conjuntamente é  $1/2 \times 1/2 = 1/4$ .



No lançamento simultâneo de três dados, qual a probabilidade de sortear “face 6” em todos? A chance de ocorrer “face 6” em cada dado é igual a  $1/6$ . Portanto a probabilidade de ocorrer “face 6” nos três dados é  $1/6 \times 1/6 \times 1/6 = 1/216$ . Isso quer dizer que a obtenção de três “faces 6” simultâneas se repetirá, em média, 1 a cada 216 jogadas.

**Um casal quer ter dois filhos e deseja saber a probabilidade de que ambos sejam do sexo masculino. Admitindo que a probabilidade de ser homem ou mulher é igual a  $1/2$ , a probabilidade de o casal ter dois meninos é  $1/2 \times 1/2$ , ou seja,  $1/4$ .**

## A regra do “ou”

Outro princípio de probabilidade diz que a ocorrência de dois eventos que se excluem mutuamente é igual à soma das probabilidades com que cada evento ocorre. Esse princípio é conhecido popularmente como regra do “ou”, pois corresponde à pergunta: qual é a probabilidade de ocorrer um evento OU outro?

Por exemplo, a probabilidade de obter “cara” ou “coroa”, ao lançarmos uma moeda, é igual a 1, porque representa a probabilidade de ocorrer “cara” somada à probabilidade de ocorrer “coroa” ( $1/2 + 1/2 = 1$ ). Para calcular a probabilidade de obter “face 1” ou “face 6” no lançamento de um dado, basta somar as probabilidades de cada evento:  $1/6 + 1/6 = 2/6$ .

Em certos casos precisamos aplicar tanto a regra do “e” como a regra do “ou” em nossos cálculos de probabilidade.

Por exemplo, no lançamento de duas moedas, qual a probabilidade de se obter “cara” em uma delas e “coroa” na outra? Para ocorrer “cara” na primeira moeda E “coroa” na segunda, OU “coroa” na primeira e “cara” na segunda. Assim nesse caso se aplica a regra do “e” combinada a regra do “ou”. A probabilidade de ocorrer “cara” E “coroa” ( $1/2 \times 1/2 = 1/4$ ) OU “coroa” e “cara” ( $1/2 \times 1/2 = 1/4$ ) é igual a  $1/2$  ( $1/4 + 1/4$ ).



O mesmo raciocínio se aplica aos problemas da genética.

**Por exemplo, qual a probabilidade de um casal ter dois filhos, um do sexo masculino e outro do sexo feminino? Como já vimos, a probabilidade de uma criança ser do sexo masculino é  $\frac{1}{2}$  e de ser do sexo feminino também é de  $\frac{1}{2}$ .**

Há duas maneiras de um casal ter um menino e uma menina:

O primeiro filho ser menino E o segundo filho ser menina ( $1/2 \times 1/2 = 1/4$ )

OU o primeiro ser menina e o segundo ser menino ( $1/2 \times 1/2 = 1/4$ ).

A probabilidade final é  $1/4 + 1/4 = 2/4$ , ou  $1/2$ .

## Atividade 5 – A porta dos desesperados

**ÁREA DE CONHECIMENTO:** Matemática

**ASSUNTO:** Probabilidade.

**PRÉ-REQUISITOS:** Nenhum.

**OBJETIVOS:** Resolver problemas por meio da probabilidade da união de eventos e a probabilidade de eventos complementares, bem como, problemas envolvendo probabilidade condicional.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha de atividade, lápis e borracha.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.

**DESCRIPTOR:** H67 Resolver problemas envolvendo probabilidade.

Antigamente, era comum alguns programas de televisão apresentarem como atração um quadro em que o participante deveria escolher abrir uma dentre três portas, a fim de ganhar um determinado prêmio. Em um desses programas, o quadro era chamado “Porta dos Desesperados”. Apenas uma das portas abria para o prêmio e as outras duas apresentavam dois monstros que assustavam aquele que abrisse a porta errada.



**Figura 1:** No quadro a Porta dos Desesperados, existem 3 portas e o jogador precisa adivinhar atrás de qual delas está o prêmio para poder levá-lo.

**Fonte porta:** <http://www.sxc.hu/photo/1134391> - Roberto Ribeiro

**Fonte estrela:** <http://www.sxc.hu/photo/1377410> - webcomplex's

**Fonte homem:** <http://www.sxc.hu/photo/734189> - Maarten Uilenbroed

O participante escolhe uma das portas e em seguida o apresentador, que sabe o que as portas escondem, escolhe uma das duas portas restante, mostrando, geralmente um monstro. Após liberada essa porta, o apresentador pergunta ao participante: Você quer trocar de porta?

### **Questão 1**

Suponhamos que todas as 3 portas tenham a mesma probabilidade de apresentar o prêmio. Pelas regras do programa, o participante precisa escolher uma das portas. Qual é a probabilidade dele ganhar o prêmio? E a chance dele perder o prêmio?

Após a escolha do participante, o apresentador deverá abrir uma das portas que contém um monstro. A partir desta informação, responda às questões 2 e 3.

### Questão 2

Qual é a probabilidade do apresentador escolher a porta que um monstro?

### Questão 3

E se a porta do participante contiver um prêmio, qual é a probabilidade do apresentador escolher a porta com o monstro?

Após aberta essa porta, o apresentador diz ao participante:

– Irei abrir a sua porta. Você deseja trocar de porta?

Diante dessa pergunta feita pelo apresentador, nos propomos a refletir sobre duas questões:

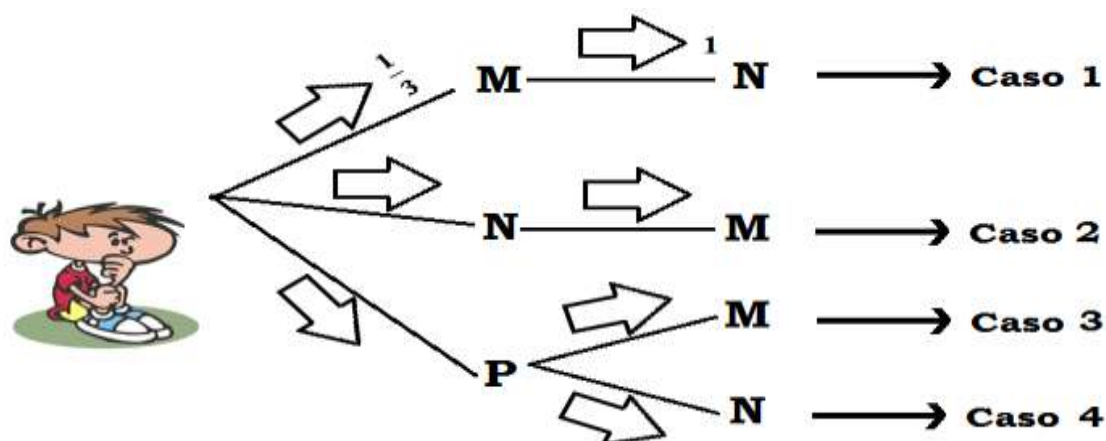
Será que é vantagem o participante trocar de porta?

Se ele trocar de porta, qual é a probabilidade de ganhar o prêmio?

Para responder essas questões resolva os itens a seguir. A fim de simplificar o problema, suponhamos que o participante escolha a porta nº1.

### Questão 4

A seguir, construímos uma árvore de possibilidades de abertura das portas. Nessa árvore, as letras M e N representam os dois monstros que aparecem nas portas e P representa o prêmio. No primeiro ramo (estágio) está apresentada a chance da escolha inicial do candidato e, no segundo, o monstro a ser exibido pelo animador. Complete essa árvore com as respectivas probabilidades.



### Questão 5

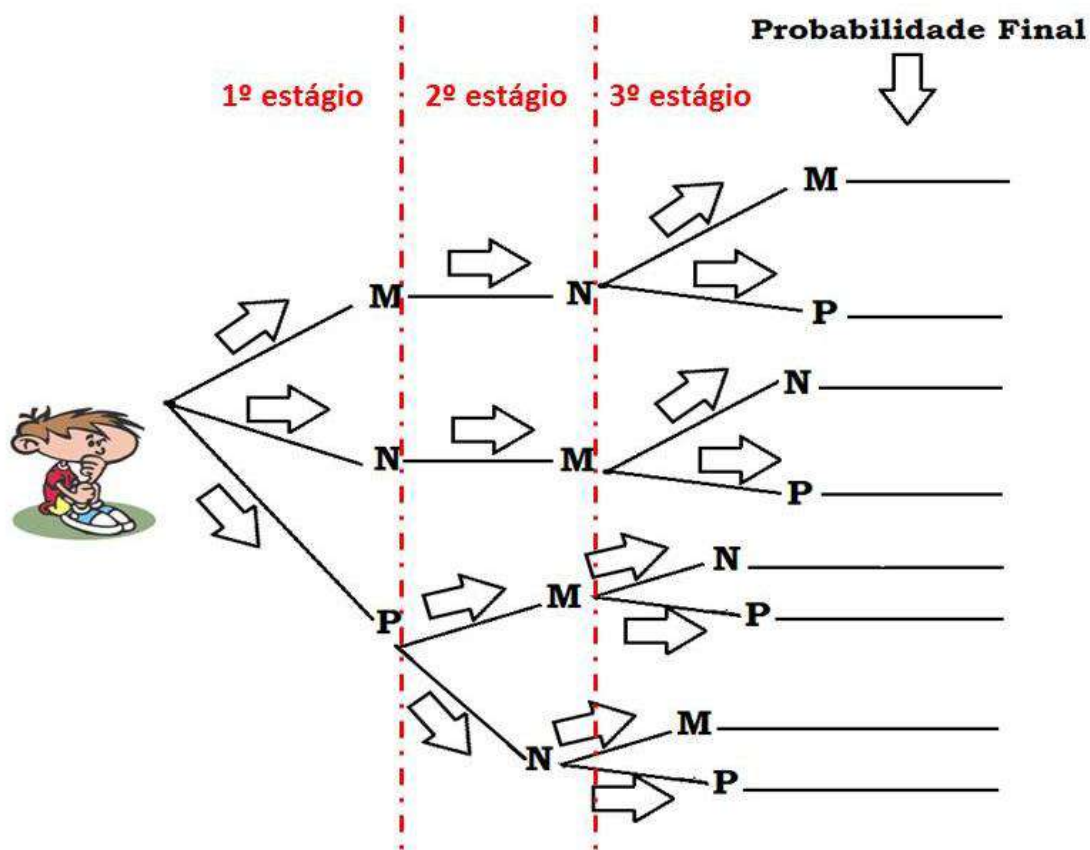
Analisando essa árvore de possibilidades, é possível perceber que se o participante trocar de porta ele ganhará o prêmio nos casos 1 e 2, tendo uma chance de \_\_\_\_\_ e perderá o prêmio nos casos 3 e 4, tendo uma chance de \_\_\_\_\_.

### Questão 6

Após o apresentador abrir a porta que contém um monstro, as chances do participante de ganhar o prêmio aumentam ou diminuem? Justifique.

### Questão 7

A seguir, construímos uma árvore com todas as possibilidades de abertura das portas. Assim como na árvore anterior as letras M e N representam os dois monstros e P representa o prêmio. No primeiro estágio, está apresentada a chance da escolha inicial do candidato e no segundo, o monstro a ser exibido pelo animador. O terceiro estágio apresenta a segunda escolha do participante. Complete essa árvore com as respectivas probabilidades.



### **Questão 8**

Qual é a probabilidade do participante ganhar o prêmio, permanecendo com a mesma porta?

### **Questão 9**

Qual é a probabilidade do participante ganhar o prêmio trocando de porta?

### **Questão 10**

Convidamos você a pensar um pouco: A probabilidade de o candidato ganhar o prêmio trocando de porta é igual, menor ou é maior do que probabilidade de ganhar sem trocar? Justifique.

### **Questão 11**

Quais são as chances deste participante perder o prêmio, trocando de porta?

### **Questão 12**

Diante do que vimos, podemos afirmar que é sempre mais vantajoso trocar de porta para ganhar o prêmio? Justifique.

## AVALIAÇÃO TRABALHADA EM SALA



GOVERNO DO  
Rio de Janeiro

Secretaria de  
Estado de Educação

### Colégio Estadual República do Líbano

DISCIPLINA: Matemática

PROFESSOR: Vinícius

ALUNO(A): \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 3º EM

DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Valor: 3,0

NOTA: \_\_\_\_\_

1. Em dois lançamentos sucessivos de um mesmo dado, qual a probabilidade de ocorrer um número maior que 3 e o número 2?
2. Em uma urna há 30 bolinhas numeradas de 1 a 30. Serão retiradas dessa urna duas bolinhas, ao acaso, uma após a outra, sem reposição. Qual a probabilidade de sair um múltiplo de 10 na primeira e um número ímpar na segunda?
3. Em dois lançamentos sucessivos de um mesmo dado, qual a probabilidade de ocorrer um número menor que 6 e o número 4?
4. Em uma urna há 40 bolinhas numeradas de 1 a 40. Serão retiradas dessa urna duas bolinhas, ao acaso, uma após a outra, sem reposição. Qual a probabilidade de sair um múltiplo de 8 na primeira ou um número par na segunda?
5. Em uma urna há 20 bolinhas numeradas de 1 a 20. Retiram-se duas bolinhas dessa urna, uma após a outra, sem reposição. Qual a probabilidade de ter saído um número par ou um múltiplo de 10?
6. Ao retirarmos uma bola de uma urna que contém 20 bolas numeradas de 1 a 20, qual a probabilidade de a bola ser um número múltiplo de 3 ou ser primo?
7. Considere uma urna com 10 bolas brancas, 20 bolas pretas e 20 bolas vermelhas.

Determine a probabilidade de:

- a) retirar uma bola branca;
- b) retirar uma bola preta;



- c) retirar uma bola branca e preta;
- d) retirar uma bola branca ou uma bola preta.

## **Avaliação**

1. Qualitativa: será realizada durante a execução das atividades; estarei acompanhando os grupos, verificando se está ou não acontecendo à aprendizagem e reorientando os trabalhos;
2. Quantitativa: ao final de cada parte, farei uma avaliação para efeito de atribuição de notas.
3. O aluno ao final do TP1 deverá ser capaz de:
  - Resolver problemas envolvendo probabilidade, através de problemas com princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.
  - Resolver problemas utilizando a probabilidade da união de eventos e a probabilidade de eventos complementares.
  - Contribuir para a construção do conhecimento através do estudo de probabilidade por meio da resolução de problemas.
  - Utilizar probabilidade junto com o desenvolvimento, simplificação e expansão de princípio fundamental de contagem, fatorial, permutação simples, arranjo simples e combinação simples para resolução de problemas matemáticos.
  - Despertar o interesse pela visão generalista da construção de resultados em matemática.

---

---

---

### **OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE ESTE PLANO DE TRABALHO**

Ele foi preparado levando em consideração o tempo disponível de aulas para a turma 3002 do COLÉGIO ESTADUAL REPÚBLICA DO LÍBANO, ANTA, SAPUCAIA-RJ no ano letivo de 2014 e o grau de conhecimento dos alunos. Informo que, infelizmente, não constam muitas atividades que envolvam utilização intensa do computador porque apenas 10 computadores estão disponíveis na sala de informática, o que dificulta trabalhos desse tipo sendo que irei utilizar o Datashow na sala.

# Fontes de pesquisa

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO –Probabilidade – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2014.

<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 24/4/2014.

DANTE, Luis Roberto. Tudo é Matemática. 3ª série. 2 ed. São Paulo: Ática, 2005.

CASTRUCCI, Benedito. ; GIOVANNI, José Ruy. ; GIOVANNI JR, José Ruy. A conquista da matemática, 3º ANO EM. 1 ed. São Paulo, FTD, 2011.

RIBEIRO, Jackson. Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia - Vol. 3 - Ensino Médio 3º Ano, São Paulo, Scipione, 2012.

Endereços eletrônicos acessados citados ao longo do trabalho:

Vídeo (Novo telecurso) Calculando probabilidades - Matemática - Ens. Médio  
<https://www.youtube.com/watch?v=A04gmeyOmuY>(Acesso em 01/5/2014).

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm98/icm25/pag1.htm> (Acesso em 01/5/2014).

<http://www.planetseed.com/pt-br/mathpuzzles/feliz-aniversario> (Acesso em 02/5/2014).

<http://www.sobiologia.com.br/conteudos/Genetica/leismendel9.php> (Acesso em 2/5/2014).

<http://educacao.uol.com.br/matematica/probabilidade-formula-mostra-a-chance-de-algo-ocorrer.jhtm> (Acesso em 3/5/2014).

[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Loteria\\_Mega-Sena\\_\(2011\).jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Loteria_Mega-Sena_(2011).jpg) – Wilson Dias (Acesso em 3/5/2014).

<http://www.sxc.hu/photo/1134391> - Roberto Ribeiro (Acesso em 3/5/2014).

<http://www.sxc.hu/photo/1377410> - webcomplex's (Acesso em 3/5/2014).

<http://www.sxc.hu/photo/734189> - Maarten Uilenbroed (Acesso em 3/5/2014).