Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ

Matemática - 3º Ano - 2º Bimestre/2014

Plano de Trabalho 1

Probabilidade

Tarefa 2:

Cursista: Paula Leite Pinto
Tutora: Bianca Coloneze

Probabilidade

Introdução

A **teoria das probabilidades** estuda a forma as possibilidades de ocorrência de cada experimento aleatório.

Espaço amostral (U): é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.

P = $\frac{n(A)}{n(U)}$ **p**: probabilidade de ocorrência do evento A

n(A): número de possibilidades de ocorrência do evento A.

n(U): conjunto de todos os resultados possíveis que envolvem a ocorrência do evento A.

Desenvolvimento

Duração Prevista: 3 semanas (12 aulas de 50 minutos cada)

Material necessário: Folha de atividades.

Objetivos:

- Resolver problemas utilizando a probabilidade da união de eventos e a probabilidade de eventos complementares.

- Resolver problemas envolvendo a probabilidade condicional.

Pré-requisitos:

- Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutações simples e/ou combinação simples.

- Utilizar o princípio multiplicativo e o princípio aditivo da contagem na resolução de problemas.

- Identificar e diferenciar os diversos tipos de agrupamentos.

Organização da classe: Turma disposta em grupos (3 componentes) de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

Descritores associados:

H60 – ,Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutações simples, arranjos simples e/ou combinações simples.

H67 – Resolver problemas envolvendo probabilidade.

Metodologia

As atividades e recursos que vou utilizar são:

Roteiro de ação 1: Vamos jogar "Roda a Roda"?

Esse roteiro de ação se propõe a discutir, por meio da relação entre a probabilidade e geometria, a ideia do conceito de probabilidade condicional, por meio de tomada de decisão, numa das versões do jogo da roda da fortuna.

Roteiro de ação 2: O jogo da Roleta.

Esse roteiro de ação propõe-se a discutir a ideia dos conceitos de probabilidade da união de eventos independentes e probabilidade condicional a partir da relação entre a probabilidade e a geometria.

Roteiro de ação 5 (1º Bimestre): Jogando na Mega .

Roteiro de ação 3: Retomando a Mega Sena.

Neste roteiro retomaremos a discussão iniciada no bimestre anterior sobre os jogos de loteria, mais especificamente sobre o Jogo da Mega Sena.

Recursos utilizados:

- Aula expositiva.

- Trabalharei com um **estudo dirigido** constituído de exemplos e exercícios extraídos do roteiro de ação 5 (1º bimestre), roteiro de ação 1 (2º bimestre), roteiro de ação 2 (2º bimestre), roteiro de ação 3 (2º bimestre), questões do Saerjinho e do ENEM.

No estudo dirigido: resumi o roteiro de ação 5 (1ºBimestre) e os roteiros de ação 1, 2 e 3 do 2º Bimestre e, desse modo utilizei-o através de exemplos e exercícios necessários para o estudo de Probabilidade.

Estudo dirigido: Probabilidade

Exemplos

1º) No lançamento de um dado, determinar a probabilidade de se obter um número par.

U= {1, 2, 3, 4, 5, 6} n(U) = 6

A= { 2, 4, 6} n(A) = 3

P = $\frac{n(A)}{n(U)}$ **=** $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

2º) No lançamento de um dado, determinar a probabilidade de se obter um número par **ou** o número 3.

U= {1, 2, 3, 4, 5, 6} n(U) = 6

A= { 2, 4, 6} n(A) = 3

ou B= { 3} n(B) = 1

P = $\frac{n(A)}{n(U)}$ **+** $\frac{n(B)}{n(U)}$ **=** $\frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

3º) Uma urna contém 12 bolas numeradas de 1 a 12. Ao se retirar uma bola, qual a probabilidade de sair um número par **e** múltiplo de 3?

U= {1, 2, 3, 4, 5, 6,7 8, 9, 10, 11, 12}   n(U) = 12

A= { 2, 4, **6**, 8, 10, **12**}   n(A) = 6

e   B= { 3, 6, 9, 12}   n(B) = 4

P = $\frac{n(A)}{n(U)} \cdot \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{6}{12} \cdot \frac{4}{12} = \frac{24}{144} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

4ºExemplo

Roda da Fortuna.

a) Você sabia que na maioria das versões do jogo Roda da Fortuna, o setor destinado ao maior prêmio é menor que os outros setores? Será que o tamanho do setor interfere na chance da seta parar nesse setor? Justifique.

Interfere sim, pois no caso da roleta da fortuna, a chance da seta parar em um determinado setor é parte do estudo da probabilidade geométrica o qual se propõe a trabalhar a razão entre a área de um setor e a área total desse círculo. Logo, quanto maior é o setor, maior será sua área e consequentemente maior a chance da seta parar nele.

b) Elizeu começa o jogo girando a roleta. Qual é a chance da seta cair no setor “PERDE TUDO”?

Como a roleta possui dois setores referentes ao “Perde tudo”, temos que a probabilidade da seta parar nesse setor é:

$p = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$.

c) Numa determinada rodada, para que Elizeu não tenha direito a escolha de uma letra, basta que a seta termine apontando para os setores “Passou a Vez” ou “Perde tudo”. Nessa rodada, qual a chance de isso acontecer com Elizeu?

Para o evento A = chance do “Perde Tudo”,

$$p(A) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}.$$

Para o evento B = chance do “Passou a Vez”,

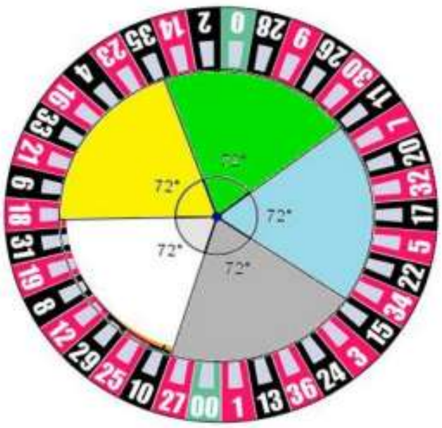
$$p(B) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

Logo, como os eventos Perde tudo e Passou a Vez são independentes, temos:

$$p(A \cup B) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

5º Exemplo

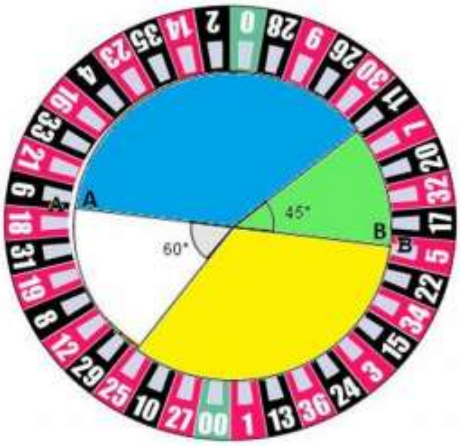
a) Imagine uma roleta democrática de 5 setores circulares, isto é, cada setor circular dessa roleta possui a mesma chance de ocorrência na parada do ponteiro. Qual é a chance de ocorrência de cada setor? Faça um desenho dessa roleta, indicando os setores e o valor do ângulo central de cada um deles.



Como cada um dos 5 setores tem a mesma chance de ocorrência na parada do ponteiro, temos que todos os setores são congruentes.
Logo, temos que a chance de ocorrência de cada setor será:

$$p = \frac{\text{área do setor } (72^{\circ})}{\text{área do cículo } (360^{\circ})} = \frac{1}{5}$$

b) Na roleta da figura a seguir, AB é diâmetro e temos que os setores verde e branco têm, respectivamente, ângulos centrais iguais a 45º e 60º. Ao girar essa roleta, qual é a probabilidade do ponteiro cair no setor amarelo?



$$p = \frac{\text{área do setor } (120^{\circ})}{\text{área do cículo } (360^{\circ})} = \frac{1}{3}.$$

6º Exemplo

A Mega Sena é o jogo que paga milhões para o acertador dos 6 números sorteados. Esse jogo consiste em realizar uma aposta contendo no mínimo 6 e no máximo 15 dezenas escolhidas do conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}.

Cada aposta mínima de 6 dezenas custa R$ 2,00 e o preço das apostas varia conforme a tabela abaixo:

Tabela de valores dos jogos da Mega Sena

Quantidade de dezenas apostadas	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Valor em R$	2,00	14,00	56,00	168,00	420,00

a) Pela tabela de valores dos jogos da Mega Sena, um apostador que escolher 8 dezenas para jogar na mega sena pagará R$ 56,00. Por que isso ocorre? Justifique.

Isso ocorre porque o número de sequências simples de 6 dezenas é calculado por uma combinação das 8 dezenas tomadas 2 a 2. Assim teremos: $C_{8,6} = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 28$. Logo, temos 28 jogos simples. Com isso o apostador deverá pagar 28 x R$ 2,00 = R$ 56,00.

b) Suponha que um apostador fez um jogo com 10 dezenas na Mega Sena. Qual é a chance desse apostador acertar na Mega Sena?

$$P(X) = \frac{n^{o}\ \ de\ resultados\ favoráveis}{n^{o}\ \ total\ de\ possibilidades}$$

Como a Mega Sena disponibiliza um total de 60 dezenas para a realização dos jogos, o número de dezenas simples, formadas a partir dessas 60 dezenas é obtido por $C_{60,6} = 50.063.860$.

Como esse apostador escolheu 10 dezenas para jogar na mega sena, pela análise da Tabela de Valores dos jogos da Mega Sena ele realizou 210 jogos. Portanto a chance dele acertar na Mega Sena é de:

$$P(10) = \frac{210}{50.063.860} = \frac{3}{715.198}$$

O número de jogos quando o jogador escolhe 10 dezenas é calculado do seguinte modo:

$C_{10,6}$ = $\frac{10!}{(10-6)!6!} = \frac{10.9.8.7.6!}{4!6!} = \frac{10.9.8.7}{4.3.2.1} =$ 10.3.7 = **210**

c) Além da Sena, as 6 dezenas distintas sorteadas pela Caixa Econômica Federal, que administra o jogo, servem para premiar as apostas que contêm 4 (quadra) e 5 (quina) dezenas sorteadas. Isso significa, por exemplo que, para um apostador que fez um jogo com 8 dezenas ganhe a quadra, é necessário que quatro das seis dezenas apostadas estejam entre as 8 dezenas apostadas por ele e duas estejam entre as outras 52. Quantos resultados possíveis dariam o prêmio da quadra para este apostador? Qual é a probabilidade desse mesmo apostador ganhar o prêmio da quadra?

Para o apostador ganhar uma quadra, é necessário que quatro das seis dezenas sorteadas estejam entre as 8 nas quais ele apostou, e duas estejam entre as outras 52. As quatro podem ser escolhidas de $C_{8,4} = 70$ maneiras e as outras duas de $C_{52,2} = 1.326$ maneiras. Logo, existem $70 \times 1.326 = 92.820$ resultados que dariam o prêmio da quadra para o apostador.

Sendo o evento $E =$ {resultados possíveis de ganhar na quadra, jogando 8 dezenas} e o espaço amostral $\Omega =$ {total de jogos possíveis na mega sena}

A probabilidade do apostador ganhar a quadra é calculada da seguinte maneira:

$$P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{92820}{50.063.860} \cong 0{,}185\%$$

d) Certo apostador resolveu jogar na Mega Sena, fazendo um jogo com 10 dezenas. Quais as chances dele ganhar a sena, a quina ou a quadra?

Como esse apostador escolheu 10 dezenas para jogar na Mega Sena, pela análise combinatória, temos que ele realizará um total de:

Sena: $C_{10,6} = 210$

Quina: $C_{10,5} \times C_{50,1} = 252 \times 50 = 12.600$

Quadra: $C_{10,4} \times C_{50,2} = 210 \times 1.225 = 257.250$

Portanto, a chance dele acertar na sena, quina e quadra é obtida da seguinte maneira:

Sena: $P_6(10) = \dfrac{210}{50.063.860} \cong 0{,}000042\%$

Quina: $P_5(10) = \dfrac{12.600}{50.063.860} \cong 0{,}0252\%$

Quadra: $P_4(10) = \dfrac{257.250}{50.063.860} \cong 0{,}514\%$

Exercícios

Questão 1

No lançamento de três moedas, qual é a probabilidade de saírem três caras?

A) $\frac{3}{8}$

B) $\frac{1}{8}$

C) $\frac{3}{2}$

D) $\frac{1}{4}$

E) $\frac{1}{2}$

Questão 2

Observe o resultado de uma pesquisa na classe de Júlia.

Computador	Nº de alunos
Possui computador	18
Não possui computador	12

Escolhendo um aluno dessa classe, ao acaso, qual é a probabilidade de que ele tenha computador?

A) $\frac{1}{5}$

B) $\frac{2}{5}$

C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{3}{2}$

Questão 3

Seis alunos da 8ª série de uma escola, entre eles Marina e Jorge, tiraram a nota máxima em todas as provas de matemática. Desses seis alunos, 2 vão ser sorteados para participar da Olimpíada de Matemática que vai ocorrer em uma outra cidade.
Qual a probabilidade de que os sorteados sejam Marina e Jorge?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{12}$

D) $\frac{1}{15}$

E) $\frac{1}{30}$

Questão 4

Dois dados são lançados. Qual é a probabilidade da soma dos valores obtidos ser 10?

A) $\frac{1}{36}$

B) $\frac{1}{12}$

C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{5}{18}$

E) $\frac{2}{21}$

Questão 5

Antônio escreve em um papel um número que pode ser igual a 1, 2, 3, 4 ou 5. Do mesmo modo, Bernardo escreve em outro papel um número que pode ser igual a 1, 2, 3, 4, ou 5.
Qual é a probabilidade do número escrito por Bernardo ser maior do que o número escrito por Antônio?

A) $\frac{1}{25}$

B) $\frac{1}{10}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{2}{5}$

E) $\frac{4}{5}$

Questão 6

Lançando-se uma moeda e um dado, qual é a probabilidade de ocorrerem coroa e um número menor que 4?

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{2}{3}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{3}{4}$

E) $\frac{5}{4}$

Questão 7

Em um único lançamento, qual é a probabilidade de dois dados exibirem o mesmo número em sua face superior?

A) $\frac{1}{36}$

B) $\frac{1}{18}$

C) $\frac{1}{12}$

D) $\frac{1}{9}$

E) $\frac{1}{6}$

Questão 8

Uma urna contém duas bolas amarelas, três bolas brancas e cinco bolas cinzas. Marina vai retirar dessa urna, simultaneamente, duas dessas bolas.
Qual é a probabilidade de Marina retirar duas bolas brancas?

A) $\frac{1}{15}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{1}{3}$

E) $\frac{47}{90}$

Questão 9

Em uma cesta, estão 9 laranjas, das quais 2 estão estragadas.
Ao retirar da cesta 2 laranjas, qual é a probabilidade de que ambas estejam estragadas?

A) $\frac{1}{36}$

B) $\frac{2}{9}$

C) $\frac{1}{18}$

D) $\frac{1}{9}$

E) $\frac{4}{9}$

Questão 10

Bibi é apresentadora de um programa infantil. Em uma das brincadeiras, ela escolhe uma criança e pede que ela abra uma caixa. Bibi entrega um molho contendo 12 chaves idênticas para a criança, mas somente 4 delas abrem a caixa.

Qual é a probabilidade da criança escolhida abrir a caixa na primeira tentativa?

A) $\frac{1}{12}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{3}{4}$

E) $\frac{1}{4}$

Questão 11

No lançamento de um dado numerado de 1 a 6, qual a probabilidade de que a face voltada para cima seja 2 ou 3?

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{1}{5}$

C) $\frac{1}{6}$

D) $\frac{1}{30}$

E) $\frac{1}{36}$

Questão 12

Numa caixa estão 3 bolas amarelas e 5 bolas verdes.

Retirando-se duas bolas ao acaso, qual é a probabilidade de ser uma de cada cor?

A) $\frac{1}{15}$

B) $\frac{3}{3}$

C) $\frac{15}{56}$

D) $\frac{15}{64}$

E) $\frac{14}{37}$

Questão 13

Em uma revendedora há 40 carros de cor prata, 30 carros de duas portas e 10 carros de cor prata e de duas portas.
Ao comprar um desses carros, qual é a probabilidade de que seja um carro prata de duas portas?

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{6}$

E) $\frac{1}{8}$

Questão 14

O time de vôlei de uma cidade vai fazer uma seleção para escolher um jogador que irá juntar-se à equipe para disputar um campeonato. No dia do teste, apareceram 24 meninos da própria cidade e 12 meninos de outras cidades vizinhas.
Qual é a probabilidade do escolhido ser das cidades vizinhas?

A) $\frac{1}{36}$

B) $\frac{1}{12}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{2}$

E) $\frac{2}{3}$

Questão 15

Maria e Júlia estão jogando dados (dados comuns, com as faces numeradas de 1 a 6) com a seguinte regra: cada pessoa joga dois dados e anota a soma dos dois números obtidos. Ganha quem obtiver o maior número de pontos, sendo que o empate dá a vitória à segunda jogadora.
Sabendo que Maria jogou primeiro e tirou os números 2 e 3, qual é a probabilidade de Maria ganhar?

A) $\frac{1}{12}$

B) $\frac{1}{9}$

C) $\frac{5}{36}$

D) $\frac{1}{6}$

E) $\frac{3}{11}$

Questão 16

Em cinco lançamentos de uma moeda, qual é a probabilidade de sair cinco vezes cara?

A) $\frac{1}{5}$

B) $\frac{1}{10}$

C) $\frac{1}{25}$

D) $\frac{1}{32}$

E) $\frac{1}{125}$

Questão 17

Suzana comprou uma caixa de bombons que continha: 6 bombons de cereja, 9 de abacaxi e 15 de morango.

A probabilidade de Suzana retirar um bombom dessa caixa, sem olhar, e esse ser de morango é

A) $\frac{1}{30}$

B) $\frac{1}{15}$

C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{3}{10}$

E) $\frac{1}{2}$

Avaliações

Serão efetuadas 3 avaliações:

1ª) Estudo Dirigido (Exercícios).

Em grupos de 3 alunos. A interação entre eles favorece a aprendizagem.

2ª) SAERJ

Avaliação Individual.

Será efetuada no final do 2º Bimestre

3ª) Avaliação: individual

1ª PROVA DO 2º BIMESTRE

1ª Questão: Em uma cesta estão 9 laranjas, das quais 2 estão estragadas.Ao retirar da cesta 2 laranjas, qual é a probabilidade de que ambas estejam boas?

2ª Questão: Lançando-se uma moeda e um dado, qual a probabilidade de ocorrerem cara ou um número menor que 5?

3ª Questão: Uma urna contém 4 bolas amarelas e seis bolas brancas. Maria vai retirar desta urna, simultaneamente, duas dessas bolas.

Qual a probabilidadede Maria retirar uma bola de cada cor ?

4ª Questão: No lançamento de um dado numerado de 1 a 6, qual a probabilidade de que a face voltada para cima seja 3 ou 5?

5ª Questão: No lançamento de um dado, determinar a probabilidade de se obter um número par ou o número 5.

Bibliografia

Curso Formação Continuada, *Roteiro de ação 1: Vamos jogar "Roda a Roda"? 3º ano: ensino médio*. Rio de Janeiro: CECIERJ, 2014, abril, 23.12 p.

Curso Formação Continuada, *Roteiro de ação 2: O jogo da Roleta, 3º ano: ensino médio*. Rio de Janeiro: CECIERJ, 2014, abril, 23.12 p.

Curso Formação Continuada, *Roteiro de ação 5: Jogando na Mega Sena, 3º ano: ensino médio*. Rio de Janeiro: CECIERJ, 2014, fevereiro, 11. 12 p.

Curso Formação Continuada, *Roteiro de ação 3: Retomando a Mega Sena, 3º ano: ensino médio*. Rio de Janeiro: CECIERJ, 2014, abril, 23.12 p.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JR, José Ruy. *Matemática Completa: ensino médio*. São Paulo: FTD, 2002. 592 p.