

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ

Matemática 3º Ano – 3º Bimestre 2014  
Plano de Trabalho

GEOMETRIA ANALÍTICA:  
DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS E EQUAÇÃO DA RETA

Tarefa 2  
Cursista: Michele Zacharias dos Santos  
Grupo 1  
Tutor: Danúbia

## INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho foi desenvolvido com o objetivo de propiciar a construção do conhecimento relacionado ao conteúdo de geometria analítica.

Com a finalidade de minimizar as dificuldades dos alunos quanto às definições e interpretações do conteúdo, o plano será executado de modo que os alunos participem ativamente na definição dos conceitos, partindo de situações que eles tenham maior compreensão e entendimento, tornando o aprendizado mais prazeroso.

Em algumas ocasiões, serão propostas atividades em dupla ou em grupo para que os alunos possam interagir e enriquecendo ainda mais o aprendizado.

Para a totalização do plano serão necessários 6 tempos de 50 minutos mais 4 tempos de 50 minutos para a avaliação da aprendizagem.

Para um aprofundamento do aprendizado, serão propostas algumas atividades do livro didático adotado pela unidade escolar, bem como questões inerentes avaliações externas.

## Atividade 1

**Duração prevista:** 100 minutos.

**Área de conhecimento:** Matemática

**Assunto:** Geometria Analítica – Distância entre dois pontos.

**Descritores:** H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

**Objetivo:** Determinar a equação que permite calcular a distância entre dois pontos, conhecendo as suas coordenadas.

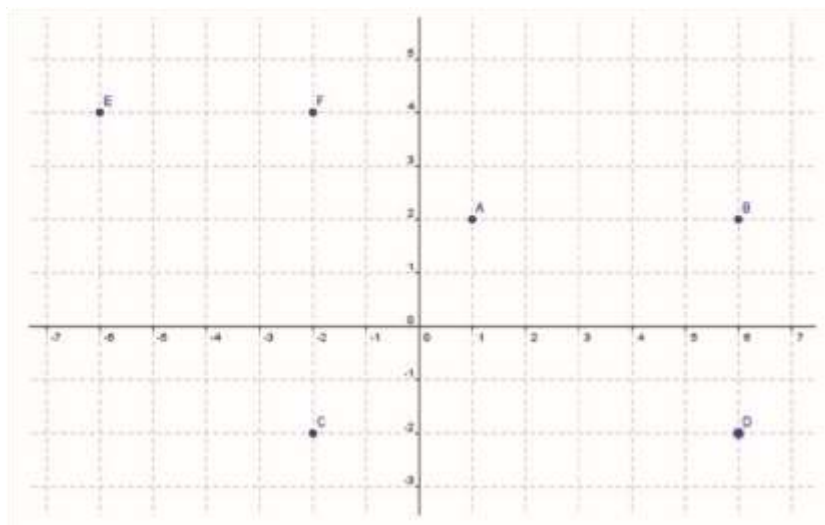
**Pré-requisitos:** Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas; Teorema de Pitágoras; módulo de um número real.

**Material necessário:** Folha de atividades, régua, caneta e papel quadriculado.

**Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

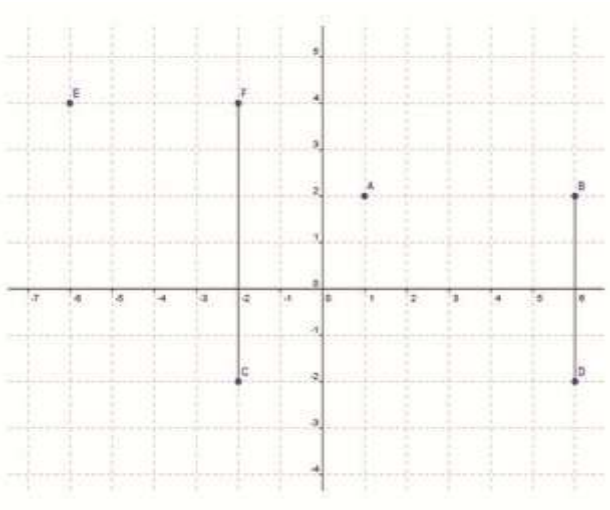
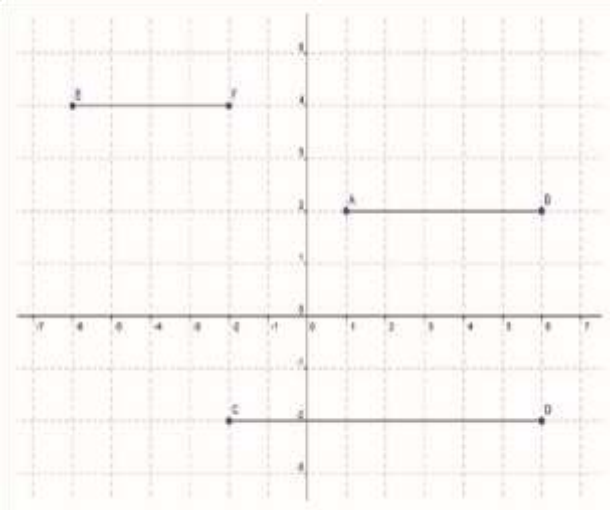
### Desenvolvimento:

- 1) No sistema cartesiano ortogonal abaixo cada par ordenado está associado a um ponto. Observe a figura e complete a tabela:



Ponto	coordenada
-------	------------


2) Considere o quadrado da malha como unidade de medida, e estabeleça a distância entre os pontos.



segmento	distância

--	--

Podemos encontrar as distâncias de forma algébrica, como no modelo abaixo.

ponto	Coordenada (X,Y)
A	( 1,2)
B	( 6, 2)
D(AB)	$6 - 1 = 5$

Agora é com vocês, faça o mesmo com as demais distâncias.

Descreva os procedimentos realizados para encontrar os resultados das distâncias das retas horizontais.

---



---

E para as retas verticais?

---



---

Espera-se que eles respondam que a distância das retas horizontais e a diferença das abcissas dos pontos e das verticais é a diferença das ordenadas dos pontos.

Ao contarmos os quadradinhos, percebemos que se trata de quantidade de comprimento e portanto seus resultados são positivos. Que estratégia vocês podem utilizar para encontrar todos os resultados positivos.

---



---

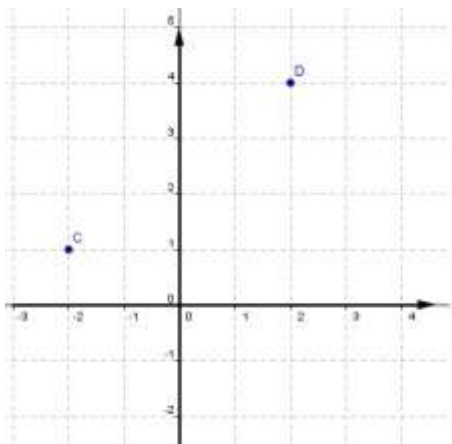
Para simplificar esse processo, basta tomar o módulo da diferença.

$$D(A,B) = | 6 - 1 | = | 1 - 6 | = 5$$

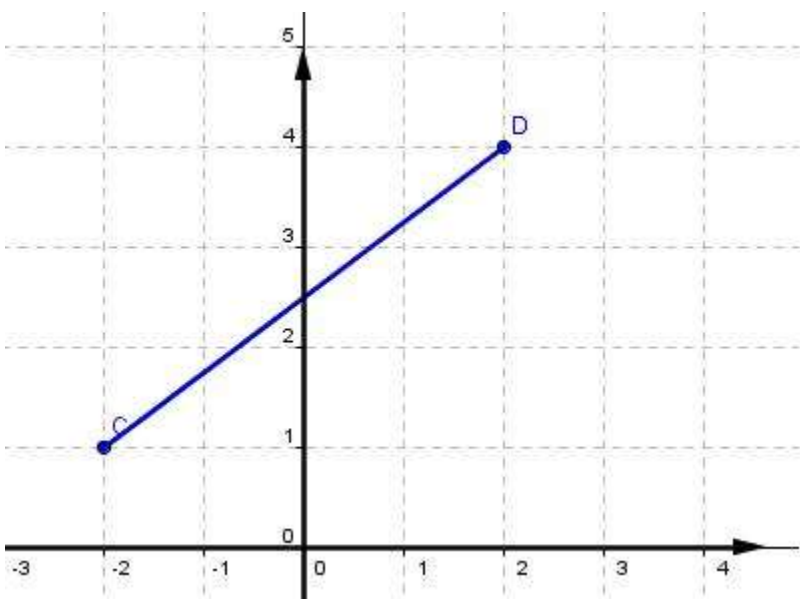
Estabeleça uma expressão que represente a distancia entre os pontos  $P(x_1, y_1)$  e  $Q(x_2, y_2)$ .

$D(PQ) =$  \_\_\_\_\_

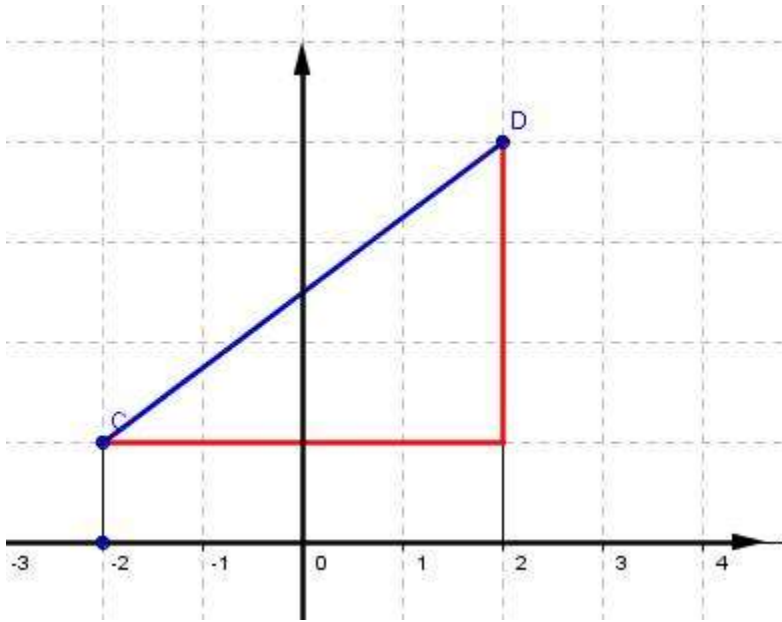
No papel quadriculado, pedir que desenhe um sistema cartesiano e na sequencia marcar os pontos  $C(-2, 1)$  e  $D(2, 4)$ .



Em seguida traçar o segmento CD, cujas medidas estamos procurando.



Agora vamos fazer as projeções dos pontos nos eixos x e y.



Observe que ao fazermos as projeções sobre os eixos x e y, obtemos um triângulo retângulo, onde o segmento CD é a hipotenusa desse triângulo e para acharmos sua medida basta utilizarmos o teorema de Pitágoras.

Distância da projeção eixo x: 4

Distância da projeção eixo y: 3

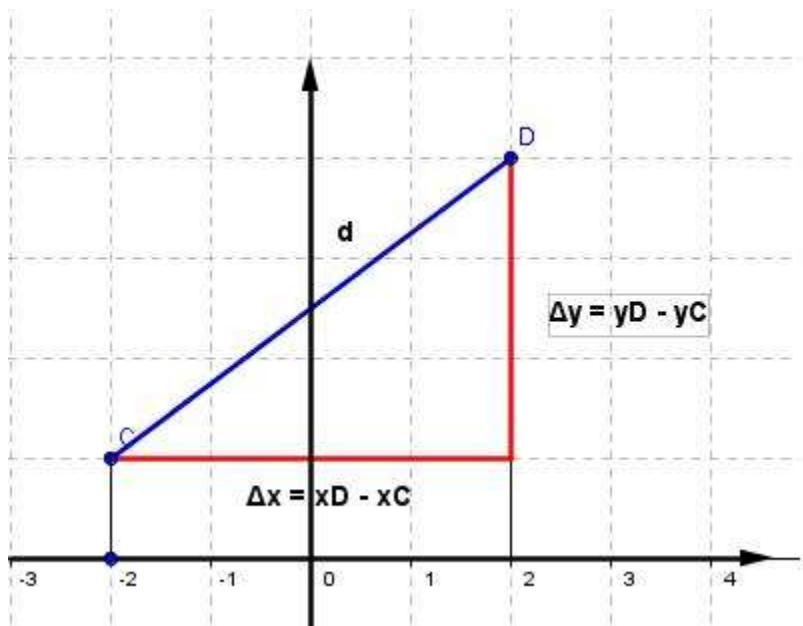
Distância segmento CD

$$(CD)^2 = (d. \text{ eixo } x)^2 + (d. \text{ eixo } y)^2$$

$$(CD) = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$(CD) = 5$$

Agora, observe a relação entre as coordenadas e estabeleça uma expressão que relacione a medida d do segmento CD



$$D(C,D) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

$$d = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$$

## Atividade 2

**Duração prevista:** 100 minutos.

**Área de conhecimento:** Cálculo do coeficiente angular de uma reta conhecendo dois pontos e a equação de uma reta.

**Objetivos:** Relembrar os conceitos sobre o ângulo de inclinação definido por uma reta. Compreender o conceito de coeficiente angular de uma reta. Perceber que,



para o cálculo do coeficiente angular e a equação de uma reta é necessário e suficiente, conhecer as coordenadas de dois pontos dessa reta.

**.Pré-requisitos:** Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas. Desenhar uma reta definida por dois pontos. Conhecer e identificar o ângulo de inclinação de uma reta. Conhecer a definição da razão trigonométrica tangente. Identificar e saber calcular esta razão em triângulos retângulos.

**Material necessário:** Folha de atividade, régua, caneta, papel quadriculado, transferidor, régua de 30 cm e calculadora científica.

**.Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**Descritores:** H15 – Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

### **Desenvolvimento:**

- 1) Distribuir uma folha de atividade contendo 4 sistemas cartesianos.
- 2) Com o uso do transferidor, marcar sobre um dos planos, as coordenadas que representam um ângulo menor que  $90^\circ$  ( escolha livre).
- 3) Trace um segmento utilizando esse ponto.
- 4) Agora no segundo plano, faça o mesmo para um ângulo maior de  $90^\circ$ .
- 5) No terceiro plano, realize o mesmo procedimento para um ângulo entre  $90^\circ$  e  $180^\circ$ .
- 6) E por último, faça o mesmo processo para o ângulo de  $0^\circ$ .

Após observar as construções, responda:

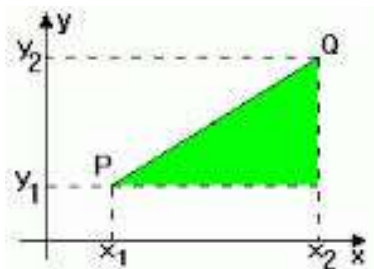
Podemos ter ângulo diferentes para a mesma reta?

---

De que depende a inclinação reta construída?

---

Agora, utilize a primeira construção e faça a projeção nos eixos x e y, já sabemos que formam um triângulo retângulo.



Fazendo cada quadrado da malha como unidade de medida, encontre a medida das projeções.

Utilizando as razões trigonométricas no triângulo retângulo, vamos definir a tangente da reta.

$$\text{Tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Faça o mesmo para as demais retas.

Os resultados encontrados se repetem para retas diferentes ?

---

Estabeleça uma relação entre o valor da tangente e os ângulos de cada reta.

---

---

Logo, podemos definir:

Que o número real  $m$  encontrado de cada tangente representa o coeficiente angular ou a declividade da reta.

Sendo assim,

$$m = \text{tg } \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Escolha uma das retas construídas, e sobre ela marque um ponto

Escreva as coordenadas que representam esse ponto.

---

Calcule o coeficiente angular entre os pontos já existentes e o que você acabou de construir, dois a dois.

$$M = \frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3} \quad \text{e} \quad m = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$$

Para cada ponto da reta, teremos um coeficiente angular diferente?

---

Então podemos concluir que o \_\_\_\_\_ independe dos pontos escolhidos sobre ela.

### Atividade 3

**Duração prevista:** 100 minutos.

**Área de conhecimento:** Coeficiente angular e equação reduzida da reta no  $R^2$ .

**Objetivos:** Verificar a relação existente entre o coeficiente angular e o ângulo de inclinação. Encontrar a equação da reta, a partir do coeficiente angular e de um ponto. Identificar o valor do coeficiente angular na equação da reta.

**Pré-requisitos:** Identificar um ponto no plano através das suas coordenadas. Conhecer e identificar o ângulo de inclinação de uma reta. Conhecer a definição da razão trigonométrica tangente.

**Material necessário:** Lousa digital, folha de atividades

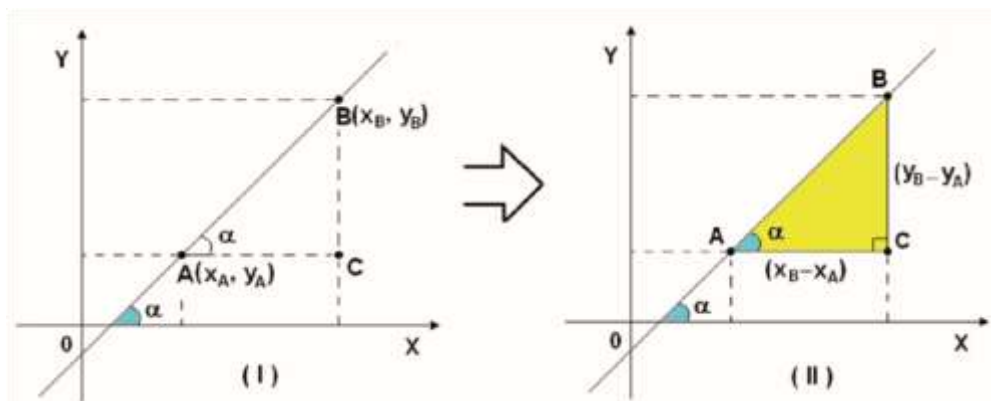
**Organização da classe:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.

**Descritores associados:** H15 – Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

**Desenvolvimento:**

Como os alunos já trabalharam na aula anterior toda a construção e definição de coeficiente angular, bem como a relação de igualdade existente entre a tangente do ângulo e o coeficiente angular. Podemos partir da generalização do coeficiente angular para definirmos a equação reduzida da reta.

Com o a lousa digital vamos apresentar a figura abaixo, utilizando-a como pano de fundo de ponto que possamos utilizar as funções escrever e pintar sobre ela.



Vamos definir a partir de então o coeficiente angular:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow y_B - y_A = m (x_B - x_A) \text{ ( equação fundamental da reta)}$$

Como já vimos que o valor de m independe do ponto da reta, podemos concluir que a equação acima é válida para qualquer valor de m e para qualquer ponto descrito sobre a reta.

Agora vamos considerar um ponto particular ( 0, n), isto é, o ponto em que a reta intercepta o eixo y e um ponto (x , y) qualquer, temos:

$$M = \frac{y-n}{x-0} \Rightarrow y - n = m(x - 0) \Rightarrow y = mx + n \text{ ( equação reduzida da reta)}$$

Sendo assim,

M = coeficiente angular

N = coeficiente linear ( ordenada do ponto da reta que intercepta o eixo y)

(x,y) = pontos qualquer da reta

Y = mx + n ( equação reduzida da reta)

Se todos os elementos da reta estiverem no primeiro termo da equação,

$$Y - mx - n = 0$$

Obtemos a equação geral da reta.

$$\text{Ex: } y = 2x + 5 \Rightarrow y - 2x - 5 = 0$$

## **AVALIAÇÃO**

A avaliação vai além de provas e teste, ela envolve professor e aluno. Por isso, um dos critérios de avaliação será o acompanhamento de desenvolvimento do aluno no decorrer das aulas, intervindo quando necessário para sanar as deficiências. Entretanto, sabemos que as avaliações quantitativas junto com as qualitativas fazem parte de um aprendizado eficaz. Por isso, deverão ser pontuadas algumas atividades propostas aos alunos, inclusive os exercícios complementares do livro didático que serão realizados em dupla.

Deverão ser avaliados os acertos dos alunos em relação às questões propostas de acordo com a matriz do Saerjinho, uma vez que este será outro método de avaliação.

Em outro momento será aplicada uma avaliação individual para que possa investigar mais detalhadamente o processo de ensino-aprendizagem, a habilidades relacionadas às competências propostas e o raciocínio lógico na resolução de problemas contextualizados envolvendo o conteúdo de geometria analítica.



## **BIBLIOGRAFIA**

DANTE, Luiz Roberto. Matematica: contexto e aplicações. 2. Ed., São Paulo, Ática, 2013.

ROTEIROS DE ACAO 1– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3o ano do Ensino Médio – 3o bimestre/2014 –

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> último acesso 09/09/2014.

ROTEIROS DE ACAO 2– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3o ano do Ensino Médio – 3o bimestre/2014 –<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> último acesso 09/09/2014.

ROTEIROS DE ACAO 3– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3o ano do Ensino Médio – 3o bimestre/2014 –

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> último acesso 09/09/2014.