

**FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ**

**PLANO DE TRABALHO  
MATEMÁTICA 3º ANO – 4º BIMESTRE/2014**

**GEOMETRIA ANALÍTICA**

Tarefa 1

Aluno: Thiago Milani Cabral

Grupo 2

Tutora: Danúbia de Araújo Machado

# Introdução:

O presente plano de aula tem como objetivo apresentar as equações de retas paralelas, perpendiculares e de circunferências de maneira fácil e prática. Devido a proximidade com o ENEM e o SAERJ, este plano de aula não utilizará o rigor de algumas notações matemáticas. Utilizarei o software Geogebra e alguns exercícios para apresentação do tema.

## ATIVIDADE 1

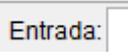
Desenvolvimento:

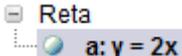
- **Habilidade Relacionada:**  
Identificar retas paralelas, a relação dos coeficientes angulares e calcular uma reta paralela a outra passando por um ponto.
- **Descritor Associado:**  
H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
- **Pré-requisitos:**  
Pontos no plano cartesiano, identificação da equação de uma reta.
- **Tempo de Duração:**  
100 minutos.
- **Recursos Utilizados:**  
Quadro negro, Geogebra, data show e folha com exercícios.
- **Organização da Turma:**  
Atividade em dupla ou individual.
- **Objetivos:**  
Reconhecer retas paralelas.
- **Metodologia adotada:**  
Aula interativa com a utilização do Geogebra e folha com exercícios.

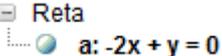
**Relembrando:**

Uma equação reduzida da reta respeita a lei de formação dada por  $y = ax + b$ , onde  $x$  e  $y$  são os pontos pertencentes à reta,  $a$  é o coeficiente angular da reta e  $b$  o coeficiente linear.

Com esta atividade estudaremos a relação entre as retas paralelas.

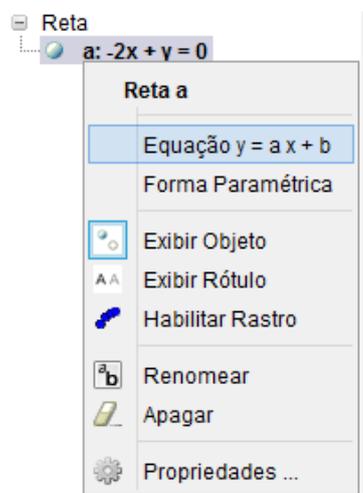
Com o Geogebra aberto, digite no campo de entrada  (embaixo a esquerda) a equação:  $y = 2x$ .

No campo a esquerda, aparecerá uma equação. Temos que representá-la na forma reduzida: 

Se não estiver nessa notação, será apresentada a forma normal: 

## Passo 1:

Vamos transformar a equação para a forma reduzida clicando com o botão direito do mouse na equação e clicar na equação  $y = a x + b$

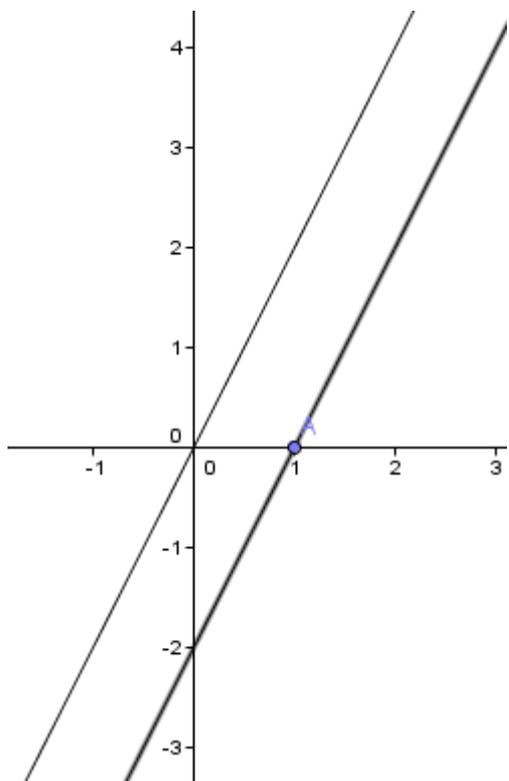


## Passo 2:

Clique no triângulo pequeno do quarto ícone do menu  e escolha Reta Paralela



Clique na reta já construída e clique no ponto 1 do eixo x. Você obterá duas retas paralelas:

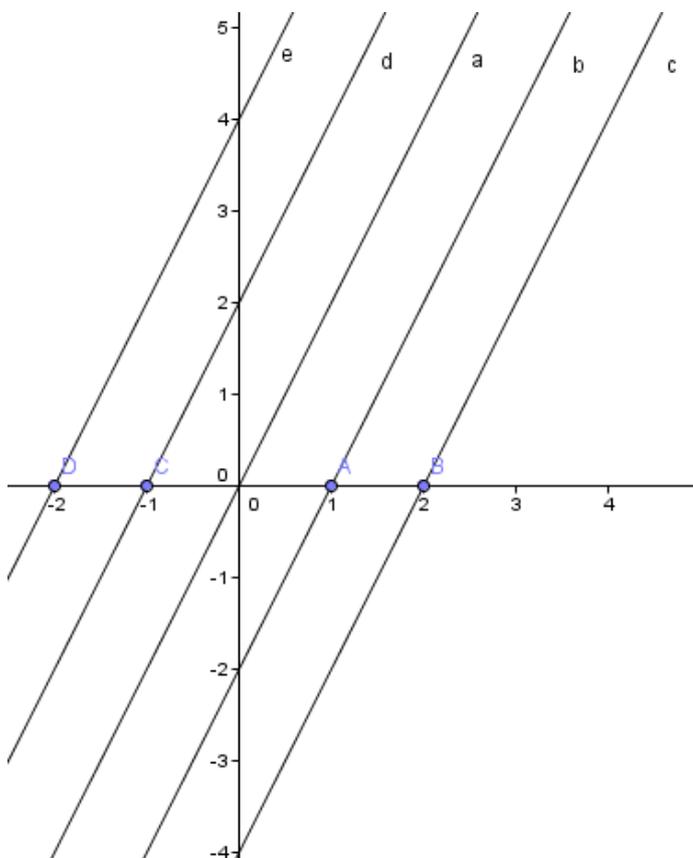


No quadro a esquerda aparecerá mais uma equação. Se ela não estiver na forma reduzida, repita o **Passo 1**.

Repita o **Passo 2** mais três vezes, só que agora as retas obtidas deverão passar por 2, -1 e -2. Clique com o botão direito do mouse em cada reta e clique em “exibir rótulo”:

AA Exibir Rótulo

Após esses passos irá obter a seguinte imagem:



Não esquecendo de que as equações devem estar na forma reduzida. De acordo com a imagem:

Reta

- a:  $y = 2x$
- b:  $y = 2x - 2$
- c:  $y = 2x - 4$
- d:  $y = 2x + 2$
- e:  $y = 2x + 4$

Olhando essas equações, o que podemos ver de semelhante?

Então o que podemos afirmar em relação aos coeficientes angulares de retas paralelas?

Calculando a equação da reta paralela a outra passando por um ponto dado:

Exemplo:

Determine a equação da reta paralela a reta de equação  $y = 3x - 2$  e que passe pelo ponto (3,1)

A reta que temos que determinar deverá ser paralela a reta dada, portanto com coeficiente angular igual a 3.

Basta substituir o ponto (3,1) na equação:

$$y = 3x + b$$

$$1 = 3.3 + b$$

$$1 = 9 + b$$

$$1 - 9 = b$$

$$b = -8$$

Com isso a reta procurada será:  $y = 3x - 8$

### Exercícios:

1 – Assinale as retas paralelas correspondentes:

(a)  $y = -2x + 4$

( )  $y = 3x - 8$

(b)  $y = -x + 2$

( )  $y = 4x - 1$

(c)  $y = 4x$

( )  $y = -x$

(d)  $y = 3x$

( )  $y = -2x + 8$

2 – Obtenha três retas paralelas a reta  $y = 3x$

3 - Verifique se as retas r:  $2x + 3y - 7 = 0$  e s:  $-10x - 15y + 45 = 0$  são paralelas.

4 - Determine a equação geral da reta t que passa pelo ponto P(1, 2) e é paralela à reta r de equação

$$8x - 2y + 9 = 0.$$

5 - Determine uma equação de reta que passa pelo ponto P(2,-3) e é paralela a reta de equação

$$5x - 2y + 1 = 0.$$

6 - Se as retas de equações  $(a + 3)x + 4y - 5 = 0$  e  $x + ay + 1 = 0$  são paralelas, calcule os valores de a.

7 - (Fatec) Seja a reta r, de equação  $y = (x/2) + 17$ . Das equações a seguir, a que representa uma reta paralela a r é:

a)  $2y = (x/2) + 10$    b)  $2y = -2x + 5$    c)  $2y = x + 12$    d)  $y = -2x + 5$    e)  $y = x + 34$

# ATIVIDADE 2

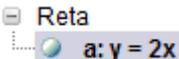
Desenvolvimento:

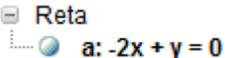
- **Habilidade Relacionada:**  
Identificar retas perpendiculares, a relação dos coeficientes angulares e calcular uma reta perpendicular a outra passando por um ponto.
- **Descritor Associado:**  
H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
- **Pré-requisitos:**  
Pontos no plano cartesiano, identificação da equação de uma reta.
- **Tempo de Duração:**  
100 minutos.
- **Recursos Utilizados:**  
Quadro negro, Geogebra, data show e folha com exercícios.
- **Organização da Turma:**  
Atividade em dupla ou individual.
- **Objetivos:**  
Reconhecer retas paralelas.
- **Metodologia adotada:**  
Aula interativa com a utilização do Geogebra e folha com exercícios.

Pesquise no dicionário ou na internet a palavra perpendicular.

## Passo 1:

Com o Geogebra aberto, digite no campo de entrada  (embaixo a esquerda) a equação:  $y = 2x$ .

No campo a esquerda, aparecerá uma equação. Temos que representá-la na forma reduzida: 

Se não estiver nessa notação, será apresentada a forma normal: 

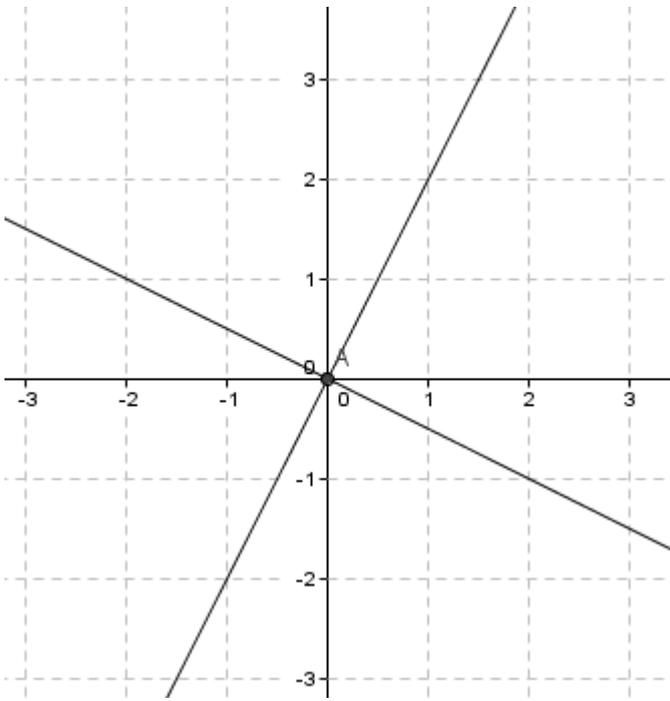
Para representa-la na forma reduzida, repita o **Passo 1** da atividade anterior.

## Passo 2:

Clique no triângulo pequeno do quarto ícone do menu  e escolha Reta Perpendicular



Clique na reta já construída e clique no ponto (0,0). Você obterá duas retas:



**Passo 3: (medindo o ângulo entre duas retas)**



Ângulo

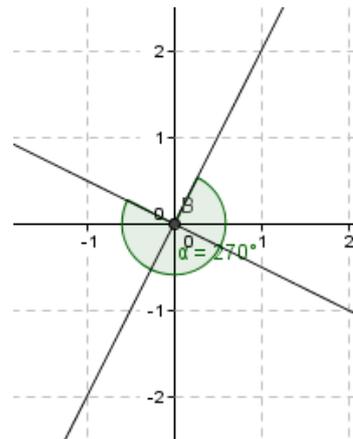
Clique no oitavo ícone e escolha

. Clique sobre as duas retas, uma de cada vez.

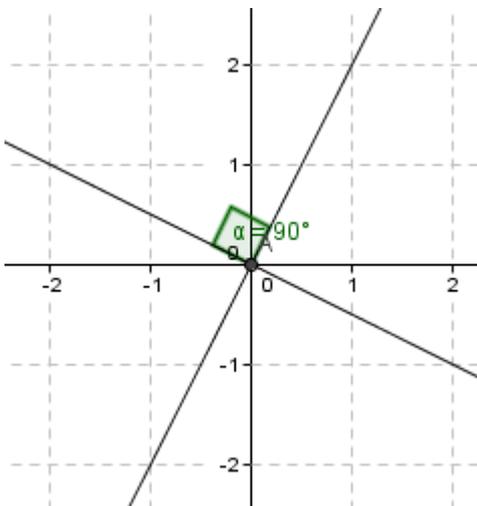
Se aparecer uma imagem deste tipo ao lado,

Clique com o botão direito do mouse em cima do ângulo,

Propriedades, básico e escolha ângulo entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ .



Obterá a representação seguinte:



No menu a esquerda temos duas equações:

Reta  
a:  $y = 2x$   
b:  $y = -0.5x$

Coefficiente angular da equação a:  $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

Coefficiente angular da equação b:  $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Efetue:  $m_1 \cdot m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Repita o **Passo 1**: agora com a reta  $y = 4x$ . Repita os passos 2 e 3 e faça as anotações:

Coefficiente angular da equação a:  $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

Coefficiente angular da equação b:  $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Efetue:  $m_1 \cdot m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Repita o **Passo 1**: agora com a reta  $y = 10x$ . Repita os passos 2 e 3 e faça as anotações:

Coefficiente angular da equação a:  $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

Coefficiente angular da equação b:  $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Efetue:  $m_1 \cdot m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

O que podemos concluir em relação aos coeficientes angulares de equações perpendiculares?

### Exercícios:

1 - Prove que as retas  $s: x + 2y - 1 = 0$  e  $r: 4x - 2y + 12 = 0$  são perpendiculares.

2 - Encontre a equação da reta  $s$ , perpendicular à reta  $t: 2x + 3y - 4 = 0$ , sabendo que ela passa pelo ponto  $P(3,4)$ .

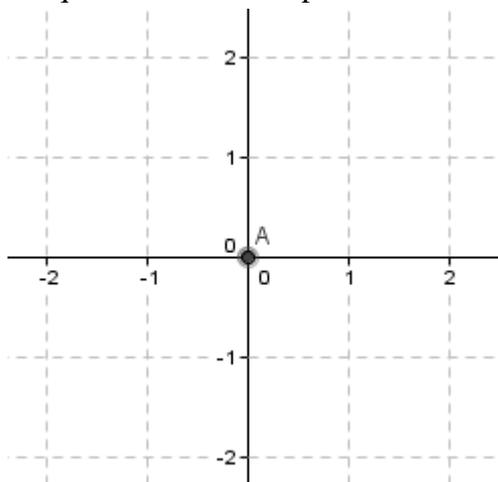
3 - Considere no plano cartesiano uma reta  $r$  de equação  $3x + 5y + 1 = 0$  e um ponto  $Q$  de coordenadas  $(5,5)$ . Determine a equação da reta  $s$  perpendicular a  $r$  passando por  $Q$ .

# ATIVIDADE 3

Desenvolvimento:

- **Habilidade Relacionada:**  
Identificar a equação da circunferência com centro e raio definido.
- **Descritor Associado:**  
H09 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.  
H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.
- **Pré-requisitos:**  
Pontos no plano cartesiano, distância entre pontos.
- **Tempo de Duração:**  
100 minutos.
- **Recursos Utilizados:**  
Quadro negro, Geogebra, data show e folha com exercícios.
- **Organização da Turma:**  
Atividade em dupla ou individual.
- **Objetivos:**  
Deduzir a equação da circunferência.
- **Metodologia adotada:**  
Aula interativa com a utilização do Geogebra e folha com exercícios.

Em uma determinada cidade, um morador quer instalar um poste a uma distância de 2 metros de sua casa. De quantas formas ele poderia fazer isso?



Utilizando a fórmula da distância entre pontos tente determinar os lugares possíveis desse poste. Lembrando que o ponto A está localizado no ponto (0,0).

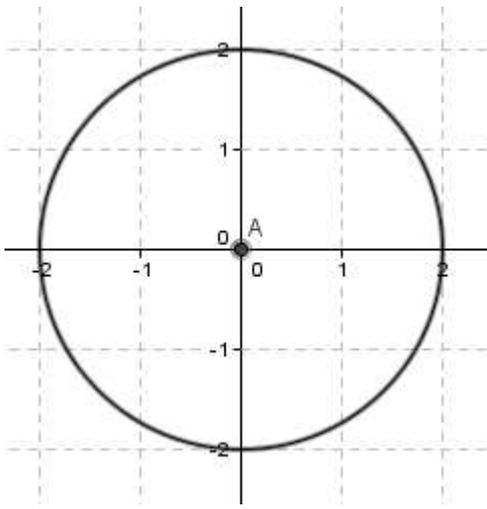
Com o auxílio do professor:

$$D_p = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 0)^2}$$

$$2 = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ (elevando os dois membros ao quadrado)}$$

$$2^2 = x^2 + y^2$$

Você obteve uma equação, será que os pontos possíveis podem ser representados pelo desenho?



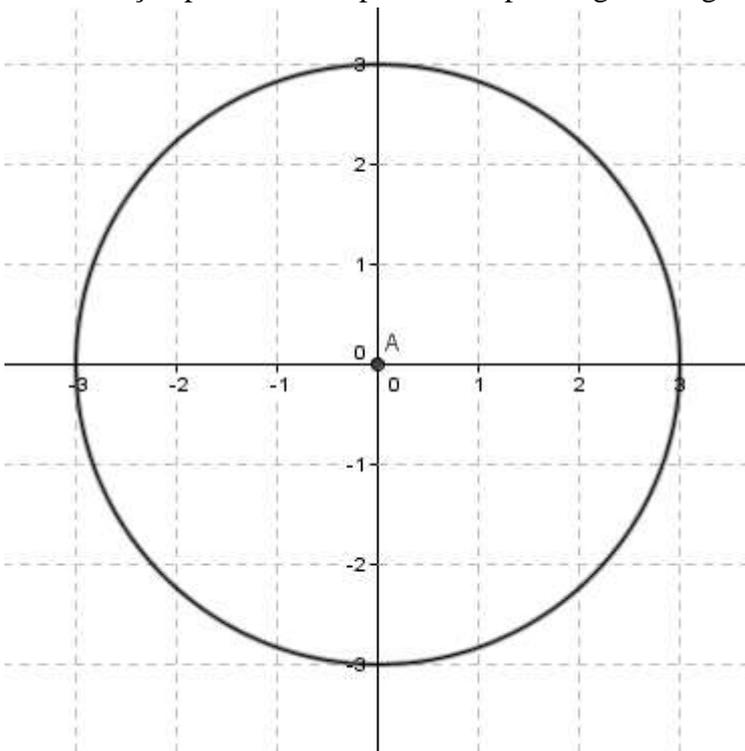
Este desenho representa qual figura?

Repita o processo anterior com o poste a uma distância de 3 metros.

Esperamos que o aluno consiga sem a ajuda do professor chegar a equação:

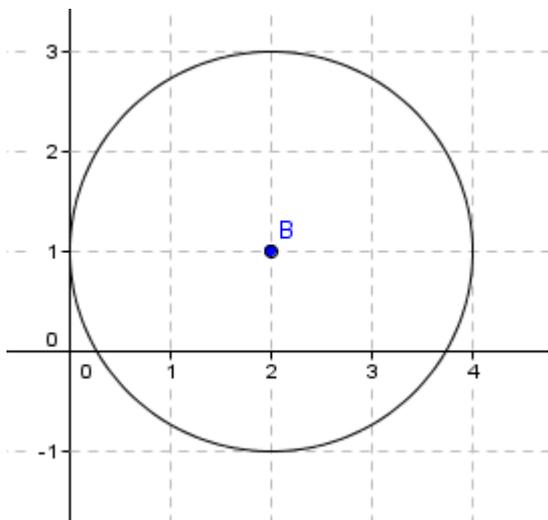
$$3^2 = x^2 + y^2$$

Essa situação poderia ser representada pela seguinte figura?



O que podemos deduzir em relação a figura e a equação?

Analisando de outra maneira, se a casa estivesse no ponto B(2,1) e com uma distância de 2 metros, como seria a equação da circunferência?



Esperamos que o aluno consiga sem muitas dificuldades:

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2^2$$

No final da aula será disponibilizado o arquivo “equação circunferência.ggb”, para os alunos manipularem a equação reduzida.

Exercícios:

1 - Vamos ver se você entendeu esses aspectos sobre a equação da circunferência, preenchendo a seguinte tabela:

Centro	Raio	Equação
$O = (2, 3)$	4	$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
$O = (-1, 4)$	3	$\underline{\hspace{2cm}} = 9$
$O = (-2, -3)$	5	
		$(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 64$

2 - Determine a equação da circunferência que possui centro em  $C(3, 6)$  e raio 4.

3 - Determine as coordenadas do centro e a medida do raio da circunferência de equação:  $(x - 3)^2 + (x - 8)^2 = 121$

4 - Encontre as coordenadas do centro e o valor do raio da circunferência de equação:

a)  $x^2 + y^2 = 25$

b)  $(x + 2)^2 + (y - 9)^2 = 3$

## Avaliação:

Os alunos serão avaliados no decorrer do plano de ação, pela participação, empenho e cumprimento dos exercícios propostos.

## Referências Bibliográficas:

Brasil escola: Retas Paralelas

Disponível em: < <http://www.brasilecola.com/matematica/retas-paralelas.htm> >

Acesso em 4/11/2014.

Brasil escola: Retas Perpendiculares

Disponível em: < <http://exercicios.brasilecola.com/exercicios-matematica/exercicios-sobre-retas-perpendiculares.htm> >

Acesso em 4/11/2014.

ROTEIROS DE AÇÃO – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2014 – Geometria Analítica.

Disponível em: < <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> >. Acesso em 4/11/2014.