

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO: Ciep 244 Oswaldo Aranha.

PROFESSORA: Angela Saida Alvarez Jacob.

GRUPO 1

MATRÍCULA: 0918165-2

TURMA: 3º ano.

TUTORA: Danubia de Araújo Machado.

Plano de Trabalho sobre Geometria Analítica

Angela Saida Alvarez Jacob.

angelajacob@ig.com.br

1-Introdução:

O conteúdo Geometria Analítica, relativo às retas paralelas e perpendiculares e ao estudo das equações da circunferência, faz parte do Campo Geométrico e deve ser trabalhado no 4º bimestre do 3º ano do ensino médio. Através deste trabalho, pretendo demonstrar os tópicos através de ilustrações no geogebra e de desenhos no quadro, o que permitem maior visualização e consequente compreensão.

Enfim, as habilidades e competências a serem desenvolvidas por este trabalho no estudo sobre Campo Geométrico, que constam no CURRÍCULO MÍNIMO (p.20) são:

- Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações.
- Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos o centro e o raio.

Para tanto, a princípio, é necessário que o aluno tenha os seguintes pré-requisitos:

- Marcação de pontos no plano cartesiano, identificação da equação de uma reta.
- Marcação de pontos no plano cartesiano, distância entre dois pontos, sistemas de equações do 1º grau.

2-Desenvolvimento:

Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

O presente trabalho foi desenvolvido para 8 horas-aula, assim distribuído:

- Identificar retas paralelas a partir de suas equações - 2 horas-aula.
- Identificar retas perpendiculares a partir de suas equações - 2 horas-aula.
- Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos o centro e o raio - 2 horas-aula.
- Avaliação. – 2 horas – aula.

E o seu desenvolvimento contempla as seguintes atividades:

Atividade 1:

- **Habilidades relacionadas:**

- Identificar retas paralelas a partir de suas equações

- **Pré-requisitos:**

Marcação de pontos no plano cartesiano, identificação da equação de uma reta.

- **Tempo de Duração:**

2 horas-aula

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividades, computador com software Geogebra instalado, projetor multimídia.

- **Organização da turma:**

- Turma organizada em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

- **Objetivo:**

Identificar padrões entre as equações de retas paralelas.

- **Metodologia adotada:**

Abordagem teórica:

Serão demonstradas no geogebra e projetadas as seguintes atividades:

1) Abra o Geogebra e trace uma reta qualquer. Para isso, na terceira janela você irá escolher a opção Reta Definida por dois pontos. Após isso, clique em dois pontos quaisquer do plano, gerando uma reta

2) Vamos criar duas retas paralelas a essa. Para isso, marque dois pontos quaisquer do plano que não estejam contidos na reta, clicando na segunda janela e escolhendo a opção “Novo Ponto”.

3) Clique abaixo da quarta janela e marque a opção Reta Paralela. Selecione o ponto pelo qual a nova reta passará e logo após clique sobre a reta que você criou no item 1). Repita o procedimento com o outro ponto, gerando outra reta paralela.

4) Observe as equações das três retas na Janela de Álgebra, que fica no canto esquerdo da tela do Geogebra e verifique se existe algum padrão entre elas. O que você percebeu? Troque uma ideia com seu colega!

Os alunos deverão notar que os coeficientes angulares das retas são iguais para as retas paralelas. Se julgar necessário, faça uma breve revisão sobre equação da reta.

5) Agora, movimente a reta que contém os pontos A e B, selecionando a opção Mover e clicando sobre ela. Verifique se o padrão que você observou anteriormente continua a ser satisfeito.

6) Para movimentar as retas que contém os pontos C e D basta clicar sobre os pontos. Não se esqueça de selecionar a opção Mover para fazer a movimentação. O que você percebeu em relação ao coeficiente angular? Houve alguma alteração?

Seus alunos perceberão que ao movimentar as retas não haverá alteração no padrão, ou seja, o coeficiente angular será o mesmo que o das posições anteriores das retas.

7) Em sua opinião, se uma determinada reta tem como equação $ax + by = c$, qual seria a equação de uma reta paralela a essa?

Continuemos nossa investigação sobre as equações de retas paralelas tratando, a partir de agora, das equações reduzidas.

8) Clique com o botão direito do mouse sobre a equação da reta a e, logo após, clique novamente em “Equação $y = kx + d$ ”. Faça o mesmo com as outras equações.

9) Observe as equações reduzidas e perceba se existe algum padrão entre elas. O que você notou em relação a essas equações?

10) Movimente todas as retas e note se o padrão que você percebeu anteriormente continua válido. Houve alguma alteração nesse padrão?

11) Em sua opinião, se uma determinada reta tem como equação $y = ax + b$, qual seria a equação de uma reta paralela a essa?

Por fim serão debatidas as características das retas paralelas.

Fonte: <

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=265>>

Abordagem prática:

Será proposta uma folha de atividades envolvendo retas paralelas.

Descritores:

H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

Atividade 2:

• Habilidades relacionadas:

- Identificar retas perpendiculares a partir de suas equações.

• **Pré-requisitos:**

Marcação de pontos no plano cartesiano, identificação da equação de uma reta.

• **Tempo de Duração:**

2 horas-aula

• **Recursos Educacionais Utilizados:**

Folha de atividades, lápis ou caneta.

• **Organização da turma:**

- Turma organizada em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

• **Objetivo:**

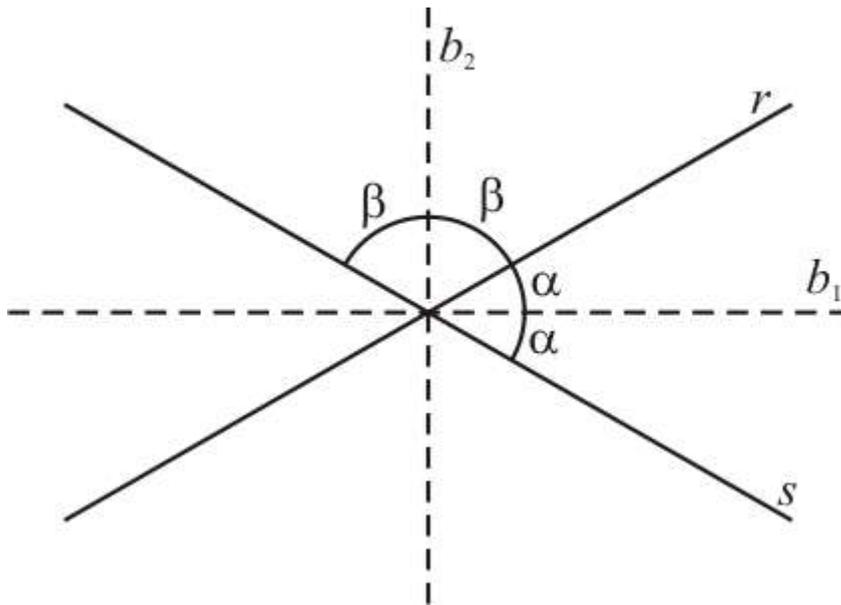
Deduzir a relação entre os coeficientes angulares de retas perpendiculares.

• **Metodologia adotada:**

Abordagem teórica:

No quadro branco, será proposta a seguinte atividade:

Vamos considerar duas retas perpendiculares passando pela origem com equações $y = ax$ e $y = mx$ respectivamente.



Fonte: < <https://www.google.com.br/> >

Repare que após uma rotação positiva (sentido anti-horário) de 90° em torno da origem, o ponto $P=(1, a)$ irá cair sobre o ponto $P'(-a, 1)$. Será demonstrado que após uma rotação de 90° no sentido anti-horário, um ponto de coordenadas (x, y) irá cair sobre o ponto de coordenadas $(-y, x)$.

Portanto, esse raciocínio mostra que o ponto $P'(-y, x)$ é obtido do ponto $P(x, y)$ pela rotação de 90° (em sentido anti-horário) do segmento OP em torno da origem O . De forma análoga, podemos mostrar que o ponto $P''(y, -x)$ é obtido do ponto P pela rotação de 90° do segmento OP em torno da origem O (sentido horário).

- 1) Observando que o ponto $P'(-a, 1)$ pertence a reta de equação $y = mx$, substitua as coordenadas de P' na equação da reta e estabeleça uma relação entre os coeficientes angulares a e m .
- 2) Agora, substitua o ponto $P(1, a)$ na equação $y = mx$. Que relação podemos estabelecer entre os coeficientes angulares a e m ?
- 3) De acordo com o que você descobriu nos itens anteriores, se uma reta que passa pela origem tem equação $y = ax$, qual será a equação da reta que também contém a origem e é perpendicular a esta?

A partir destas indagações, será construído o conceito de coeficiente angular. E, que duas retas de equação $y = ax + b$ e $y = mx + c$ são perpendiculares, se, e somente se, $a = -1/m$. E, finalmente que duas

retas de equações $ax + by = c$ e $a_1x + b_1y = c_1$ são perpendiculares se, e somente se, $a_1 + b_1 = 0$.

Fonte: <

<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=265>>

Abordagem prática:

Será proposta uma folha de atividades com retas perpendiculares

Descritores:

H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

Atividade 3:

• Habilidades relacionadas:

- Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos o centro e o raio.

• Pré-requisitos:

Marcação de pontos no plano cartesiano, distância entre dois pontos, sistemas de equações do 1º grau.

• Tempo de Duração:

2 horas-aula

• Recursos Educacionais Utilizados:

Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica.

• Organização da turma:

- Turma organizada em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

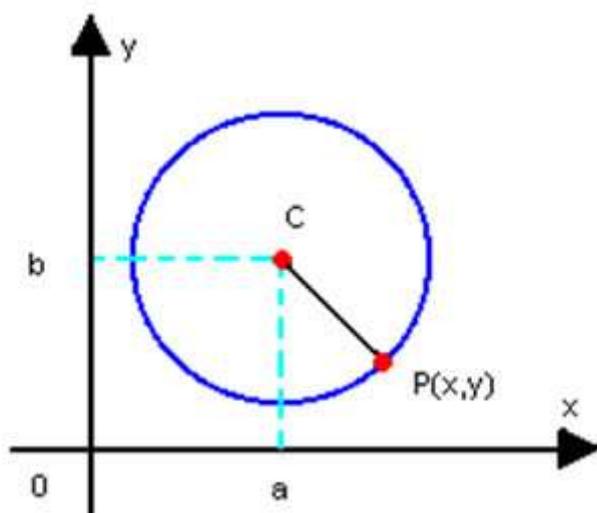
• **Objetivo:**

Deduzir a equação da circunferência

• **Metodologia adotada:**

Abordagem teórica:

A equação reduzida da circunferência será demonstrada a partir da figura abaixo e da fórmula da distância entre dois pontos.



$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2.$$

A partir de então serão resolvidos os seguintes problemas:

Vamos determinar a equação reduzida da circunferência com centro C (2, -9) e raio 6.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$(x - 2)^2 + (y + 9)^2 = 6^2$$

$$(x - 2)^2 + (y + 9)^2 = 36$$

(FEI-SP) Determine a equação da circunferência com centro no ponto C (2, 1) e que passa pelo ponto A (1, 1).

$$D_{C,P} = \sqrt{(1-2)^2 + (1-1)^2}$$

$$D_{C,P} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2}$$

$$D_{C,P} = 1$$

A distância entre o centro C e o ponto P corresponde à medida do raio.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

Por fim, a equação geral será apresentada a partir do desenvolvimento das equações reduzidas, através dos seguintes exemplos:

A equação da circunferência com centro C (2, 1) e que passa pelo ponto A (1, 1) possui como equação reduzida a expressão matemática $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$. A equação geral surgirá do desenvolvimento da expressão reduzida $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$, veja:

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 - 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$$

Vamos determinar a equação normal da circunferência de centro C (3, 9) e raio igual a 5.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$(x - 3)^2 + (y - 9)^2 = 5^2$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 18y + 81 - 25 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 18y + 65 = 0$$

Também podemos utilizar a expressão $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 = 0$, observe o desenvolvimento:

$$x^2 + y^2 - 2 \cdot 3 \cdot x - 2 \cdot 9 \cdot y + 3^2 + 9^2 - 5^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 18y + 9 + 81 - 25 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 18y + 65 = 0$$

A partir da equação normal da circunferência podemos estabelecer as coordenadas do centro e o raio. Vamos realizar uma comparação entre as equações $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ e $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 = 0$. Observe os cálculos:

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 = 0$$

$$-2a = 4 \rightarrow a = -2$$

$$-2 = -2b \rightarrow b = 1$$

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 - R^2 &= -4 \\(-2)^2 + 12 - R^2 &= -4 \\4 + 12 - R^2 &= -4 \\- R^2 &= -4 - 4 - 12 \\- R^2 &= -17 \\R^2 &= 17 \\\sqrt{R^2} &= \sqrt{17} \\R &= \sqrt{17}\end{aligned}$$

Portanto, a equação normal da circunferência $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ terá centro C (-2, 1) e raio $R = \sqrt{17}$.

Fonte: < <http://www.brasilescola.com/matematica/>>

Abordagem prática:

Será proposta uma folha de atividades.

Descritores:

H09 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

3-Avaliação:

Atividade 4:

• Tempo de Duração:

2 horas-aula.

Formativa: Durante as aulas, o aluno será observado quanto ao interesse, à participação e ao exercício feito, o que me possibilitará ter um feedback

da metodologia usada e de suas dúvidas. Pontos extras serão concedidos por dedicação e participação.

Somativa: A avaliação sobre geometria analítica será um teste valendo 2 pontos na média.

Descritores da avaliação:

H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

H09 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

A nota obtida será somada às duas outras avaliações do bimestre, a primeira no valor de 3 pontos (Polinômios) e a última, valendo 5 pontos (matéria acumulativa).

Finalmente, os alunos que não alcançarem a metade da nota para cada avaliação, serão submetidos a avaliações de Recuperação, relativas às que não foram alcançadas.

4-Referências bibliográficas:

Currículo Mínimo. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=265>>.

Acesso em: out. 2014.

Equação da Circunferência. Disponível em:

< <http://www.brasilecola.com/matematica/>>. Acesso em: out. 2014.

Imagens de retas perpendiculares. Disponível em:
<<https://www.google.com.br/>>. Acesso em: out. 2014.

Matriz do SAERJINHO. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=265>>.
Acesso em: out. 2014.

Orientações Curriculares Nacionais (OCN). Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=265>>.
Acesso em: out. 2014.

Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=265>>.
Acesso em: out. 2014.

Roteiro de ação 1. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=265>>.
Acesso em: out. 2014.

Roteiro de ação 2. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=265>>.
Acesso em: out. 2014.

Roteiro de ação 3. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=265>>.
Acesso em: out. 2014.

Roteiro de ação 4. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=265>>.

Acesso em: out. 2014.

Roteiro de ação 5. Disponível em:

< <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=265>>.

Acesso em: out. 2014.