FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA - FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ
Colégio: C.E. Prof° Lourenço Filho
Professor: JOSÉ FLAUZINO DA SILVA JUNIOR
Matrículas: 09718776
Série: 3º ANO – ENSINO MÉDIO
Tutora: DANUBIA DE ARAUJO MACHADO

PLANO DE TRABALHO – POLINÔMIOS E EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho tem a intenção de fazer o aluno, aprender a reconhecer uma função polinomial, ou simplesmente polinômio, identificar o grau desta função e calcular o valor numérico da mesma. Posteriormente irá aprender a realizar algumas operações entre eles.
Devemos estudar estas funções em razão de sua importância dentro da matemática e demais áreas. Seu estudo aborda as operações aritméticas desse conceito, assim como as propriedades desse elemento matemático. As funções polinomiais, a priori, formam um plano conceitual importante na álgebra, entretanto possuem também uma relevante importância na geometria, quando se deseja calcular expressões que envolvem valores desconhecidos.

DESENVOLVIMENTO:

Atividade: Nessa aula são apresentadas e discutidas definições, propriedades e graus de polinômios. Além de diversas operações e demonstrações e interpretações do comportamento de um polinômio.
Habilidade relacionada: C1 - Identificar uma expressão algébrica observada em uma sequência de números.
Pré-requisitos: Reconhecer uma expressão algébrica.

Tempo de Duração: 100 minutos (2 tempos).

Recursos Educacionais Utilizados: Folha de atividade, quadro e caneta.

Organização da turma: Turma organizada em grupos de dois ou três alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Objetivos: Trabalhar o conceito inicial de polinômios e equações algébricas, para um estudo posterior mais aprofundado.

Metodologia adotada: Aula no modo expositivo dialogada com apelo à intuição do estudante, exemplificando os tópicos abordados e seguindo uma sistematização adequada para o conteúdo. Em seguida, no laboratório de informática foi assistido o vídeo de apoio (http://www.youtube.com/watch?v=piqiJTX-x64 – Matemática - Função Polinomial - Parte 1 - 2).

CONTEÚDO

1 – EQUAÇÕES POLINOMIAIS:

Dados um número real n e os números complexos an, an-1, an-2, ..., a2, a1, a0 , denominamos função polinomial ou polinômio toda função dada por:

$p(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$,

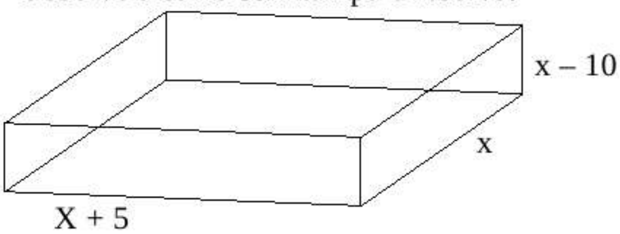
Onde:

- $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_2, a_1, a_0$ são chamados coeficientes.
- a_0 é chamado termo independente.
- $n \in IN$ e é denominado o grau do polinômio.
- x é a variável e pode assumir qualquer valor em $\mathbb{C}$.

EXEMPLO 01:
São exemplos de funções polinomiais:
a) $p(x) = 4x + 5$ $a_0 = 5$, $a_1 = 4$
b) $p(x) = x^2 - 2x + 8$ $a_0 = 8$, $a_1 = -2$, $a_2 = 1$
c) $p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 1$ $a_0 = -1$, $a_1 = 1$, $a_2 = 4$, $a_3 = 1$
d) $p(x) = x^6 - 2i$ $a_0 = -2i$, $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 0$ e $a_6 = 1$

EXEMPLIFICAÇÃO PRÁTICA:

Observe a caixa sem tampa e resolva.



Determine a área de papelão da caixa e seu volume.
$A = b \cdot h \rightarrow A = x(x+5) = x^2 + 5x$ (área de baixo)
$A = (x+5)(x-10) = x^2 - 10x + 5x - 50 = x^2 - 5x - 50$(área de 1 lado) $\rightarrow$ x2
$A = x(x - 10) = x^2 - 10x$ (área de outro lado) $\rightarrow$ x2
$A= 5x^2 - 25x - 100$

Por Bhaskara: x = 7,6

$V = x(x+5)(x-10) = x^2 + 5x(x - 10) = x^3 - 10x^2 + 5x^2 - 50x = x^3 - 5x^2 - 50x$
$V = x^3 - 5x^2 - 50x \rightarrow x(x^2 - 5x - 50) \rightarrow$ fatorado.
$X(x^2 - 5x - 50) = 0$
$x = 0$
$x^2 - 5x - 50= 0$ por Bhaskara: $x = 10$, $x = -5$

2 – GRAU DE UM POLINÔMIO:

Dado um polinômio $p(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$, com n IN, dizemos que o grau de um polinômio é o expoente máximo que ele possui, isto é, se o coeficiente an ≠ 0, então o expoente máximo n é dito grau do polinômio e indicamos *gr*(P) = n.

EXEMPLO 02:
a) P(x) = 5 ou $P(x) = 5x^0$ é um polinômio constante, ou seja, *gr(P)= 0*.
b) P(x) = 3x + 5 é um polinômio do 1º grau, isto é, *gr(P) = 1*.
c) $P(x) = 4x^5 + 7x^4$ é um polinômio do 5º grau, ou seja, *gr(P) = 5*.
Observação: Se P(x) = 0, não se define o grau do polinômio.

EXEMPLO 03:

Calcular o valor de m real para que o polinômio p(x) = (m2-1)x3 + (m+1)x2 - x + 4 seja:
a) do 3º grau
b) do 2º grau

Resolução:

a)Para o polinômio ser do 3º grau, o coeficiente de x^3 deve ser diferentes de zero. Então:
$m^2 - 1 \neq 0 \rightarrow m^2 \neq 1 \rightarrow m \neq 1$ *e* $m \neq -1$
Portanto, o polinômio é do 3º grau se $m \neq 1$ *e* $m \neq -1$.
b)Para o polinômio ser do 2º grau, o coeficiente de x^3 deve ser igual a zero e o coeficiente de x2 diferente de zero.
Então:
$m^2 - 1 = 0 \rightarrow m^2 = 1 \rightarrow m = 1$ *ou* $m = -1$
$m + 1 = 0 \rightarrow m \neq -1$
Portanto, o polinômio é do 2º grau se m=1.

3 – VALOR NUMÉRICO:
O valor numérico de um polinômio P(x) para x = a, é o número que se obtém substituindo **x** por **a** e efetuando todas as operações indicadas pela relação que define o polinômio.

EXEMPLO 04:
Se $P(x) = x^3 + 2x^2 + x - 4$, o valor numérico de P(x), para x = 2, é:

Resolução:
$P(x) = x^3 + 2x^2 + x - 4$, *substituindo o x por 2, teremos:*
$P(2) = (2)^3 + 2(2)^2 + (2) - 4$, *resolvendo a expressão, verificamos que:*
$P(2) = (2)^3 + 2(2)^2 + (2) - 4$,
P(2) = 8 + 2 4 + 2 - 4,
P(2) = 8 + 8 + 2 - 4,
P(2) = 14

4 – RAIZ:

Um número complexo r é raiz de um polinômio p(x) quando ao substituir x por r na equação e efetuarmos os cálculos, obtemos p(r) = 0.

EXEMPLO 05:

O número 4 é uma raiz da equação $x^3 - 6x^2 + 10x - 8 = 0$, pois ao substituir x por 4 temos:
$4^3 - 6(4^2) + 10(4) - 8 = 64 - 96 + 40 - 8 = 0$
Já o número complexo i não é raiz desta equação polinomial, pois ao substituir x por i, temos:
$(i)^3 - 6(i)^2 + 10(i) - 8 = - i - 6(- 1) +10i - 8 = - 2 + 9i \neq 0$

EXEMPLO 06:

Sabendo-se que - 3 é raiz de $P(x) = x^3 + 4x^2 - ax + 1$, calcular o valor de a.

Resolução:
Se - 3 é raiz de P(x), então P(- 3) = 0. Ou seja, substituindo x por - 3, temos:

$P(- 3) = 0\ (- 3)^3 + 4\ (- 3)^2 - a\ (- 3) + 1 = 0$, assim:
$- 27 + 4\ 9 + 3a + 1 = 0$, ou seja,
$3a +36 -27 + 1 = 0$
$3a + 10 = 0$,
$3a = - 10$
$a = - \frac{3}{10}$

Folha de Atividade

01. Considere o polinômio $p\ (x) = 3x^2 - x + 5$.

a) Calcule p(2):
b) Calcule p (- 3):
c) Diga qual é o grau deste polinômio:

02. Verifique se 2 é raiz do polinômio $p(x) = x^2 - 5x + 6$.

03. Sabendo que 6 é a raiz do polinômio $p(x) = x^2 - mx + 6$. Calcule o valor de m.

04. Determine m IR para que o polinômio $(m^2 - 16)x^3 + (m - 4)x^2 + (m + 4)x + 4$ seja de grau 2.

05. Seja $M = x^3 – 3x^2 – 4x +5$. O valor de M para x = -2 é:

(A) -7 (B) 1 (C) 17 (D) 33 (E) 35

06. Considerando que $p(x) = 2x^3 – kx^2 + 3x – 2k$, para que valores de k temos p(2) = 4?

(A) 9 (B) -3 (C) 2 (D) 3 (E) 6

AVALIAÇÃO:

O aluno é avaliado de forma contínua, nas participações junto às discussões propostas em sala de aula com relação ao conteúdo, no desenvolvimento da atividade, levando em conta erros e acertos, verificando as dificuldades e fazendo os acertos. Em resumo, observação da classe e análise dos questionamentos e dificuldades levantados durante a aula.

FONTES DE PESQUISA:

- IEZZI, GELSON. Fundamentos de Matemática Elementar 6: Complexos, Polinômios e Equações. 3ª ed. São Paulo: Atual, 1985.
- IEZZE, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. Matemática e realidade. 6ª. Edição. São Paulo: Atual, 2009.
- DINIZ,M.; SMOLE,K. Matemática: Ensino Médio. 6ª. Edição. São Paulo: Saraiva, 2010.
- LOPES, M; Tratamento da Informação. Rio de Janeiro: Editora Universitária, IM/UFRJ, 1997.
- PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. Diretrizes Curriculares da Educação Básica. Curitiba: SE-ED, 2006
- Matemática - Função Polinomial - Parte 1 – 2 – Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=piqiJTX-x64 – Acesso em: 19 out 14.