

# INTRODUÇÃO ÀS CIÊNCIAS FÍSICAS 1

Módulo 1  
Volume 1 – 3ª edição

Maria Antonieta T. de Almeida

Marta Feijó Barroso

Stenio Dore de Magalhães





Fundação

**CECIERJ**

Consórcio **cederj**

Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

## Introdução às Ciências Físicas 1

Volume 1- Módulo 1  
3ª edição

Maria Antonieta T. de Almeida  
Marta Feijó Barroso  
Stenio Dore de Magalhães



GOVERNO DO  
**Rio de Janeiro**

SECRETARIA DE  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Ministério  
da Educação



Apoio:



**FAPERJ**

Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo  
à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro

# Fundação Cecierj / Consórcio Cederj

Rua Visconde de Niterói, 1364 – Mangueira – Rio de Janeiro, RJ – CEP 20943-001  
Tel.: (21) 2299-4565 Fax: (21) 2568-0725

## Presidente

Masako Oya Masuda

## Vice-presidente

Mirian Crapez

## Coordenação do Curso de Física

Luiz Felipe Canto

## Material Didático

### ELABORAÇÃO DE CONTEÚDO

Maria Antonieta T. de Almeida

Marta Feijó Barroso

Stenio Dore de Magalhães

### COORDENAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL

Cristine Costa Barreto

### DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL E REVISÃO

Alexandre Rodrigues Alves

Nilce P. Rangel Del Rio

Marcia Pinheiro

### COORDENAÇÃO DE LINGUAGEM

Cyana Leahy-Dios

## Departamento de Produção

### EDITORA

Tereza Queiroz

### COORDENAÇÃO EDITORIAL

Jane Castellani

### REVISÃO TIPOGRÁFICA

Equipe CEDERJ

### COORDENAÇÃO DE PRODUÇÃO

Jorge Moura

### PROGRAMAÇÃO VISUAL

Katy Andrade

### ILUSTRAÇÃO

Bruno Gomes

Fábio Muniz de Moura

Katy Araujo Lúcio de Andrade

### CAPA

Eduardo Bordoni

Fábio Muniz de Moura

### PRODUÇÃO GRÁFICA

Andréa Dias Fiães

Fábio Rapello Alencar

Copyright © 2005, Fundação Cecierj / Consórcio Cederj

Nenhuma parte deste material poderá ser reproduzida, transmitida e gravada, por qualquer meio eletrônico, mecânico, por fotocópia e outros, sem a prévia autorização, por escrito, da Fundação.

A447i

Almeida, Maria Antonieta T. de.

Introdução às ciências físicas 1 / Maria Antonieta T. de Almeida. – 3ª ed. – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2009. 195p.; 21 x 29,7 cm

ISBN: 85-7648-185-5

1. Propagação da Luz. 2. Refração. 3. Espelhos. 4. Ótica. 5. Lentes. I. Barroso, Marta Feijó. II. Magalhães, Stenio Dore de.

CDD: 530.1

# Governo do Estado do Rio de Janeiro

**Governador**  
Sérgio Cabral Filho

**Secretário de Estado de Ciência e Tecnologia**  
Alexandre Cardoso

## Universidades Consorciadas

**UENF - UNIVERSIDADE ESTADUAL DO  
NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO**  
Reitor: Almy Junior Cordeiro de Carvalho

**UERJ - UNIVERSIDADE DO ESTADO DO  
RIO DE JANEIRO**  
Reitor: Ricardo Vieiralses

**UFF - UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE**  
Reitor: Roberto de Souza Salles

**UFRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL DO  
RIO DE JANEIRO**  
Reitor: Aloísio Teixeira

**UFRRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL  
DO RIO DE JANEIRO**  
Reitor: Ricardo Motta Miranda

**UNIRIO - UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO  
DO RIO DE JANEIRO**  
Reitora: Malvina Tania Tuttman

## SUMÁRIO

### MÓDULO 1 – O método científico e o modelo geométrico para a luz

#### Para começar... 7

#### Aula 1 – Construindo um modelo geométrico para a luz

Introdução .....	11
O que é o método científico?.....	12
Prática 1 .....	16
Experimento 1 – Propagação da luz num meio homogêneo .....	18
Experimento 2 – Emissão da luz por diferentes fontes .....	23
Experimento 3 – Observação da passagem de luz através de fendas estreitas ...	25
Experimento 4 – Interação da luz com a matéria .....	26
Experimento 5 – Dispersão da luz .....	30
Exercícios Programados 1 .....	32
Relações métricas no triângulo retângulo .....	35
Razões trigonométricas .....	35
Gabarito .....	37

*Maria Antonieta T. de Almeida / Stenio Dore de Magalhães*

#### Aula 2 – A propagação da luz, sua reflexão e refração

Introdução .....	41
O que sei sobre as propriedades da luz e sua interação com a matéria?.....	42
Propagação da luz em um meio homogêneo .....	43
Leituras e exercícios 1 .....	45
Reflexão especular e reflexão difusa .....	46
Leituras e exercícios 2 .....	50
Sumário inicial .....	51
Refração .....	52
Refração de luz monocromática .....	52
Reflexão total .....	55
Refração da luz branca .....	57
Leituras e exercícios 3 .....	58
Exercícios Programados 2 .....	59
Gabarito .....	60

*Maria Antonieta T. de Almeida / Stenio Dore de Magalhães*

### **Aula 3 – Espelhos planos e esféricos: as imagens formadas**

Introdução .....	63
O que sei sobre formação de imagens em espelhos? .....	64
Prática 2 .....	66
Experimento 6 – Formação de imagens pelo método dos raios .....	67
Experimento 7 – Formação de imagens por um espelho plano .....	69
Experimento 8 – Visão de profundidade.....	72
Experimento 9 – Localização de imagens pelo método da paralaxe .....	75
Experimento 10 – Localização de imagens em espelhos curvos.....	77
Espelhos planos.....	79
Leituras e exercícios 4 .....	81
Espelhos esféricos .....	83
Espelhos esféricos côncavos e convexos .....	83
Imagens no espelho côncavo .....	84
Imagens no espelho convexo .....	85
A equação dos espelhos esféricos .....	86
Sinal algébrico de $i$ e $f$ .....	88
Aumento transversal .....	89
Leituras e exercícios 5 .....	90
Exercícios Programados 3 .....	92
Gabarito .....	94

*Maria Antonieta T. de Almeida / Stenio Dore de Magalhães*

### **Aula 4 – Meios ópticos transparentes: as imagens formadas**

Introdução .....	97
O que sei sobre a formação de imagens por meios ópticos transparentes? .....	98
Prática 3 .....	99
Experimento 11 – Formação de imagens por refração em superfícies planas .....	100
Experimento 12 – A formação de imagens por refração em superfícies curvas .....	103
Superfícies transparentes planas e esféricas .....	106
Superfícies refratoras planas: o dióptro plano .....	106
A profundidade aparente de um objeto .....	109
Objeto parcialmente mergulhado em um líquido .....	110
A lâmina de faces paralelas .....	111
Formação de imagens na lâmina de faces paralelas .....	112
Formação de imagens em meios não homogêneos .....	112
Superfícies refratoras esféricas: dióptro esférico .....	114
Equação dos dióptros esféricos .....	116
Leituras e exercícios 6 .....	118

*Maria Antonieta T. de Almeida / Stenio Dore de Magalhães*

## **Aula 5 – Lentes e instrumentos ópticos**

Introdução .....	121
O que sei sobre formação de imagens em lentes e sobre instrumentos ópticos? .....	122
Prática 4 .....	123
Experimento 13 – Uma lente cilíndrica: imagens reais e imagens virtuais.....	124
Lentes .....	127
Lentes convergentes e divergentes .....	128
Centro óptico de uma lente: raio principal .....	129
Formação de imagens em lentes convergentes .....	130
Formação de imagens em lentes divergentes .....	131
Representação simplificada .....	132
Foco e plano focal .....	132
Equação das lentes delgadas .....	133
Leituras e exercícios 7 .....	137
Instrumentos ópticos .....	138
Ampliação em instrumentos ópticos .....	141
A lupa ou lente de aumento .....	143
O microscópio composto .....	145
Luneta astronômica .....	146
A máquina fotográfica .....	147
Leituras e exercícios 8 .....	149

*Maria Antonieta T. de Almeida / Stenio Dore de Magalhães*

<b>E para terminar...</b> .....	151
---------------------------------	-----

## **Complementos**

Complemento 1 – Os olhos emitem luz .....	153
Complemento 2 – Unidades de medida .....	155
Complemento 3 – Incerteza numa medida experimental .....	157
Complemento 4 – A lei da reflexão .....	161
Complemento 5 – A determinação da velocidade da luz .....	165
Complemento 6 – A lei da refração da luz.....	169
Complemento 7 – Newton e a dispersão da luz .....	175
Complemento 8 – Computando algebricamente a profundidade aparente numa piscina ...	179

<b>Glossário</b> .....	185
------------------------	-----

<b>Referências</b> .....	193
--------------------------	-----

<b>Agradecimentos</b> .....	195
-----------------------------	-----



## Para começar...

### O método científico e o modelo geométrico para a luz

A disciplina de Introdução às Ciências Físicas é a primeira disciplina da área de Física a ser cursada pelos alunos do CEDERJ. O objetivo desta disciplina é discutir com maior profundidade o conteúdo de Física abordado no ensino médio. O enfoque sob o qual os temas serão abordados talvez seja diferente do que você está acostumado: serão propostas muitas atividades experimentais, você deverá refletir sobre os assuntos sugeridos, escrever sobre estas reflexões, observar fenômenos, relacionar idéias, fazer analogias, elaborar um modelo para a descrição desses fenômenos e avaliar os limites de validade de seu modelo. Com isso, temos a intenção de fazer com que você, em pequena escala, reproduza, de forma um tanto esquemática e simplificada, uma das maneiras de produzir conhecimento em Física.

Para seus estudos, o material didático está disponível sob várias formas: textos, livros, material experimental, vídeos e material na rede de computadores. Há dois tipos de texto: os volumes elaborados especialmente para a disciplina e dois livros, Antonio Máximo e Beatriz Alvarenga, e o texto do Grupo de Reformulação do Ensino de Física (GREF) da USP.

Os textos preparados para a disciplina estão agrupados em quatro volumes. O primeiro deles é: *O método científico e o modelo geométrico para a luz*. Este material expõe o conteúdo da disciplina, apresenta as experiências a serem realizadas (com a descrição do equipamento e de como usá-lo), discute como obter e analisar os dados experimentais, indica vídeos, propõe questões e exercícios e apresenta material complementar (pequenos textos sobre história da ciência, glossário, propostas de programas numéricos para realização de atividades). Também indica leituras e exercícios dos livros de A. Máximo e B. Alvarenga, e do GREF. Esses livros são utilizados habitualmente por estudantes e professores do ensino médio. Pretendemos que você os conheça (em detalhe, trabalhando o seu conteúdo) e sinta-se à vontade para utilizá-lo como instrumento em sua atividade didática. Boa parte do conteúdo e dos exercícios está contida nestes livros: seu uso é obrigatório.

Neste primeiro módulo, pretendemos discutir como se constroem as idéias e os modelos em Física. O primeiro tópico da ementa da disciplina tem por título *o método científico*. Neste tópico, serão feitas observações de fenômenos, será elaborado um (ou mais de um) modelo para descrevê-las, serão feitas previsões a partir destes modelos, e, finalmente, realizadas novas observações e medidas para verificar a validade das previsões feitas, isto é, concluir pela compatibilidade entre nosso modelo e a realidade física.

Na prática, você estará de uma maneira simples reproduzindo uma das formas de trabalho na ciência, usando esquematicamente o que se costuma denominar “método científico”.

Essas idéias contêm uma série de termos novos: modelos, previsões, entre outros. Para que esses termos ganhem para você o mesmo significado que eles têm para um físico, vamos construir na prática um modelo para um fenômeno presente em nossa vida diária: a luz. Escolhemos a *óptica geométrica*, um tópico discutido no ensino médio.

*Luz* é um tema amplo. Compreende a existência de uma fonte luminosa, um mecanismo de propagação desta luz e a sua percepção.

A produção e emissão de luz são características de cada fonte luminosa: o Sol, uma lâmpada incandescente, etc, cada uma delas tem propriedades físicas diferentes. Esses assuntos não serão abordados nessa disciplina.

Toda nossa interação com o mundo ao nosso redor se dá através de nossos sentidos ou de instrumentos que os ampliam. A percepção da luz está associada ao mecanismo da visão, que desempenha um papel crucial para a nossa representação da natureza. Há dois aspectos na compreensão do processo de visão: o aspecto imediato, no qual o olho funciona como um “detetor de luz” formando imagens, e o aspecto fisiológico e neurológico, da composição do olho e de como o cérebro interpreta os sinais luminosos percebidos pelos olhos. Abordaremos superficialmente apenas uma das características da visão: o olho humano como um sistema óptico.

O que discutiremos então neste módulo será o mecanismo intermediário: supondo que uma fonte emitiu luz, e que temos como perceber essa luz, como descrever o modo como essa luz se propaga da fonte até o receptor? O que acontece quando no meio dessa propagação a luz muda de meio, por exemplo, passa do ar para a água?

Começaremos observando alguns fenômenos: como a luz se propaga, como formam-se manchas e sombras em anteparos. A partir destas observações, vemos que podemos pensar que a luz se propaga “*em linha reta, como um raio*”. Esta idéia é a idéia básica sobre a qual se constrói o modelo da óptica geométrica, ou modelo geométrico para a luz. Nesse modelo, é possível obter leis que descrevem a interação da luz com objetos polidos, a formação de imagens e o funcionamento de instrumentos ópticos simples.

Será que existe algum fenômeno óptico que esse modelo não descreve? Isto é, será que este modelo *tem* “*regiões de validade*”? Com observações experimentais, você responderá a essas perguntas, finalizando a construção e compreensão do modelo geométrico da luz.

E esperamos que você tenha feito, em sua mente, uma idéia simplificada do modo de trabalho de um cientista, da forma de construção de um modelo em ciência.

Este módulo tem a duração média prevista de três semanas. É constituído de cinco aulas, um texto denominado *Para começar...* (que você está lendo) e *E para terminar...*

As aulas são:

1. *Construindo um modelo geométrico para a luz*
2. *A propagação da luz, sua reflexão e refração*
3. *Espelhos planos e esféricos: as imagens formadas*
4. *Meios ópticos transparentes: as imagens formadas*
5. *Lentes e instrumentos ópticos*

São citados nas aulas vários complementos, de diversas características (históricos, aprofundamento de tópico, entre outros):

1. *Os olhos emitem luz*
2. *Unidades de medida*
3. *Incerteza numa medida experimental*
4. *A lei da reflexão*
5. *A determinação da velocidade da luz*
6. *A lei da refração*
7. *Newton e a dispersão da luz*
8. *Computando algebricamente a profundidade aparente numa piscina*

Ao final, apresentamos também um *Glossário* e a *Bibliografia*.

Dois vídeos, também citados nas aulas, devem ser vistos pois são parte integrante do material didático:

*Vídeo 1: Fibras ópticas*

*Vídeo 2: Propagação da luz num meio não homogêneo*

O material experimental para as experiências a serem realizadas nos pólos está todo disponível, e os tutores conhecem bem o material. Algumas experiências devem ser realizadas em casa. Existe uma caixa com um pequeno conjunto de equipamentos, denominada *Experimentos caseiros*, que contém alguns objetos simples mas não muito fáceis de serem obtidos. Este material já deve ser pensado por você como parte de construção de um acervo seu para utilização em sua atividade como professor.

Os principais conceitos físicos abordados neste módulo são

- a caracterização geométrica das fontes luminosas;
- a propagação da luz em diferentes meios;
- a interação da luz com a matéria;
- a formação de imagens por sistemas ópticos.

Para acompanhar as discussões feitas, você precisa conhecer as idéias básicas da geometria e da trigonometria, e saber manipular funções trigonométricas simples.

Suas atividades devem começar no pólo: a primeira aula é constituída de experimentos a serem realizados com equipamento disponível e com auxílio dos tutores. Não comece pela segunda aula!

# Construindo um modelo geométrico para a luz

## Objetivos

Refletir sobre o que é um modelo científico;  
fazer experimentos que permitam reconstruir  
o modelo geométrico para a luz.

## Introdução

Esta aula tem como finalidade apresentar uma discussão simplificada do que é o método científico, isto é, pensar como trabalham os cientistas na construção de suas idéias e desenvolver a sua habilidade em construir modelos de fenômenos naturais. Ela é constituída de duas partes.

**O que é o método científico?** é um texto que discute, de maneira informal, o método científico.

A **Prática 1** é constituída de cinco experimentos que reproduzem esquematicamente alguns dos fenômenos que permitiram aos cientistas construir o **modelo** da óptica geométrica.

Você deve ir ao pólo, e, após ler o texto sobre método científico, iniciar os experimentos descritos na Prática 1. Todo o equipamento necessário para a realização desses experimentos está disponível no laboratório, e há tutores à sua disposição.

Faça suas medidas com cuidado, para não precisar refazê-las depois. Alguns cálculos solicitados devem ser feitos em casa, mais tarde. Lembre que você deverá apresentar um relatório das atividades práticas (e esse relatório será uma parte de sua avaliação).

Bom trabalho!

## O que é o método científico?

Entender a realidade – eis um dos grandes objetivos dos cientistas. Fazer ciência é tentar compreender a natureza, é buscar uma compreensão melhor do mundo que nos cerca.

Mas em que essa busca da compreensão faz um cientista ser diferente de um artista, de um filósofo ou de um religioso?

Um cientista, quando procura descrever a natureza, tem um método de trabalho. Esse método de trabalho é partilhado por seus pares, os outros cientistas. Tentar falar sobre esse método, o chamado método científico, é bastante difícil. Ao fazê-lo acabamos descrevendo apenas uma das partes do trabalho (aquela que tem a ver com o que estamos pensando no momento), e apresentando uma visão muito esquemática do que é esse método. Na verdade, é muito difícil falar sobre algo de que talvez os próprios cientistas não tenham clareza total de como funciona, mas vamos tentar.

A Física é uma ciência basicamente experimental. O método científico usado pelos físicos talvez possa ser descrito de maneira simples. O cientista olha para a natureza e observa o fenômeno. Fica curioso em compreendê-lo, tenta isolar algumas características daquela observação. Faz algumas hipóteses, isto é, toma como ponto de partida algumas idéias, baseado em seu conhecimento prévio do assunto. Com base nessas hipóteses, monta experimentos, faz análises, medidas, cálculos. Tenta tirar conclusões genéricas de suas observações e, com base nessas conclusões, prever o resultado de uma outra experiência. Realiza-a e compara suas previsões com o resultado medido. Apresenta seus resultados a outros cientistas. Se eles, ao refazerem as experiências, encontrarem resultados semelhantes e concordarem com as análises, o resultado fica aceito como um resultado científico.

Complicado, você não acha?

No entanto, não é tanto quanto parece. Parte desse método é o “óbvio”, é o que usamos em nossa vida para resolver pequenos problemas diários, o raciocínio com base em nossas experiências anteriores. Um exemplo? O disjuntor de nossa casa está desarmando. Precisamos descobrir por quê. Em nossa investigação, pensamos: uma janela aberta influi no desarme de um disjuntor? Nossa experiência anterior indica que isso é bem improvável. Será que seria necessário trocar todos os fios elétricos de nossa casa? Aí já estão embutidas hipóteses – conhecimentos prévios nossos: o vento que entra pela janela não faz o disjuntor desarmar; o disjuntor desarma porque está passando muita corrente nos fios. Ou seja, eletricidade tem a ver com corrente, que tem a ver com fios. Mas só malucos trocariam todos os fios imediatamente. Separamos o problema em seus pedaços menores – desligamos todos os aparelhos elétricos, todas as lâmpadas,

todas as tomadas e vamos religando um a um – e descobrimos que não há nada de errado com a parte elétrica da sala e da cozinha. Primeiro fato: o problema está no quarto. Investigamos o que realmente importa nesse problema menor. Aos poucos, chegamos à conclusão que a tomada do abajur está em curto. Desligamos a tomada da parede, e religamos o disjuntor; ele não desarma. Instalamos o abajur na sala, e o disjuntor volta a desarmar. Trocamos a tomada do abajur, e observamos que com essa troca o abajur pode ser colocado em qualquer lugar e ligado sem que o disjuntor desarme. O defeito estava na tomada do abajur.

O que fizemos exatamente? Tínhamos uma observação – o desarme do disjuntor. Tínhamos algumas hipóteses – sabemos que dentro dos fios passa corrente elétrica e que o disjuntor desarma sempre que essa corrente fica muito grande. Nossa experiência – em resumo, nosso conhecimento prévio, mesmo que de forma não organizada, não “aprendida na escola”, garante que vento não faz o disjuntor desarmar. De forma organizada e metódica, passamos a investigar o que poderia estar causando esse excesso de corrente. Após termos chegado à conclusão de que o excesso de corrente era devido a uma tomada em curto, fizemos a comprovação: tiramos o abajur do quarto e o colocamos em outro ponto, esperando obter um curto no outro local. Foi exatamente o que conseguimos.

De forma simplificada e esquemática, se o problema fosse novo, o que fizemos poderia ser chamado “aplicação do método científico”. Queremos entender, conhecer algum aspecto da natureza. Fazemos observações, tentamos isolar quais são os aspectos relevantes do fenômeno. A partir das hipóteses e de nosso conhecimento prévio sobre o assunto, planejamos experiências, obtemos resultados, juntamos informações. Num certo momento, conseguimos entender o que estamos observando. Fazemos previsões de ocorrência de outros fenômenos a partir de nossas conclusões e testamos essas previsões. Comunicamos as nossas conclusões aos “nossos pares”, os outros cientistas, que podem ou não aceitá-las.

Durante esse processo, construímos um modelo para descrever aquele fenômeno. Um modelo pode ser pensado como uma imagem simplificada de um fenômeno complicado. Nessa imagem simplificada, devem estar presentes e compreensíveis as características principais do fenômeno observado.

Um **MODELO** em Física é uma forma de descrever um fenômeno da forma mais simplificada possível e que descreva o máximo de suas características principais. Que ainda permita operar, quantificar as observações feitas a partir dele.

Um exemplo de um modelo comum na Física é como pensamos numa bola de basquete sendo lançada na cesta. Como podemos saber se a bola lançada de uma determinada forma irá ou não marcar pontos para o nosso time? Como podemos quantificar – dar números – aquilo que os jogadores fazem intuitivamente?

#### MODELO

Consulte o glossário.

**PONTUAL**

Consulte o glossário.

**PARÁBOLA**

É uma curva cônica  
– consulte o material de  
Matemática.

Para sabermos como lançar a bola de basquete, pensamos nela inicialmente como um objeto simples, **PONTUAL** (ou puntiforme). Isto é, pequenino, que não gira no ar: não temos “efeitos”. Também pensamos que o atrito da bola com o ar quase não existe. Nesse caso, a descrição do movimento da bola é bem simples, a trajetória da bola é uma **PARÁBOLA** – o peso da bola faz com que o seu movimento não seja eternamente uma subida; ela vai sendo freada e acaba caindo. Podemos até fazer contas, prever se, ao lançarmos a bola de um ponto da quadra, vamos ou não atingir a cesta, como (com que ângulo e velocidade) devemos lançá-la, e muitas variações sobre o tema. Podemos escrever as equações matemáticas para esse movimento e calcular as informações que desejamos.

O modelo é: a nossa bola de basquete comporta-se da mesma maneira que uma pedrinha pequena lançada no ar. Isto é, não gira, não sofre influência do ar ao seu redor. Esse é o modelo. Vai funcionar? A experiência comprovará. Se funcionar, o modelo é bom; se não, temos que reconstruí-lo tentando descobrir o que foi que deixamos de lado e era importante. Que tal mudarmos a cor da bola para ver se isso influi no resultado? Esse modelo funcionaria para um chute de futebol? Quando? Será que você poderia explicar a “folha seca” com esse modelo?

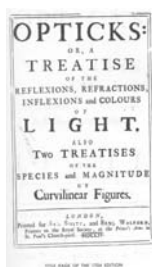
Discutir o que é a construção de um modelo é interessante; melhor ainda é tentar construir um. E, ao fazê-lo, vamos ver quais as suas limitações e até que ponto um modelo, mesmo quando não descreve tudo, é um bom modelo.

Neste módulo vamos observar um dos fenômenos mais presentes em nossa vida: a luz. Como compreendemos a luz? Como podemos falar de luz? O que é a luz?

Vamos estudar alguns aspectos ligados à luz. Começaremos pelas observações que já foram feitas pelos antigos – desde os gregos era tentada a descrição dos fenômenos luminosos. Afinal, como é que enxergamos? Qual a relação entre luz e cor? Entre luz solar e aquecimento de nosso corpo?

Escolhemos um grupo de problemas: entender a formação, a partir de uma fonte luminosa, de regiões iluminadas e de sombras. Entender a reflexão num espelho. Ver o que acontece quando a luz penetra na água. Estudar como podemos usar lentes e quais são suas propriedades – para que servem os óculos, exatamente?

O estudo desses problemas vai nos permitir compreender a luz de uma certa maneira – como um raio emitido do objeto observado e percebido pelo nosso olho. Com isso estamos construindo um modelo para a luz. Que poderá ou não ser verdadeiro, correto. Que talvez descreva de forma apropriada outras observações. Mas com isso começamos a perceber algumas das características mais importantes do que é estudar Física, fazer Física.



Capa da primeira  
edição do livro  
*Opticks*, de  
Isaac Newton.



A primeira delas: antes de mais nada, faça observações, faça medidas. Sem elas, só fechando os olhos e imaginando, podemos até fazer modelos – mas será que eles conseguem descrever algo real?

A segunda: a Física é feita por pessoas. Iguais a nós, com um grau de envolvimento e interesse talvez maior do que o nosso. Mas está viva, não é uma ciência morta, acabada. Ainda hoje existem desenvolvimentos que colocam em xeque nossos modelos, nossa forma de descrever os fenômenos. Pode ser que a descrição da luz que temos hoje em dia esteja boa; mas quem garante que não surgirá um fenômeno novo que nos obrigue a reformular nossas teorias, nossos modelos?

Se a Física é uma ciência viva, que evolui, é também interessante observar que nem sempre as pessoas pensaram como pensamos hoje. Para isso, tentaremos apresentar as idéias na forma expressa pelos autores que as formularam no passado, mesmo as que hoje não consideramos boas e completas. Para isso, temos junto ao texto alguns *Complementos* de caráter histórico.

Um dos primeiros  
modelos (e muito  
antigo, ultrapassado)  
para explicar como  
enxergamos imaginava  
que nossos olhos  
emitem um raio  
luminoso que envolve o  
objeto...  
leia o **Complemento 1**,

## Prática 1

As atividades experimentais descritas a seguir foram elaboradas com a finalidade de desenvolver sua capacidade de propor modelos para descrever fenômenos naturais.

**Experimento 1 – Propagação da luz num meio homogêneo**

**Experimento 2 – Emissão de luz por diferentes fontes**

**Experimento 3 – Observação de passagem de luz através de fendas estreitas**

**Experimento 4 – Interação da luz com a matéria**

**Experimento 5 – Dispersão da luz**

O equipamento necessário à realização desses experimentos é uma caixa escura com acessórios, como mostra a fotografia da Figura 1, disponível para uso no laboratório de Física do pólo. No pólo, você conta também com o apoio de tutores e a colaboração de outros colegas.

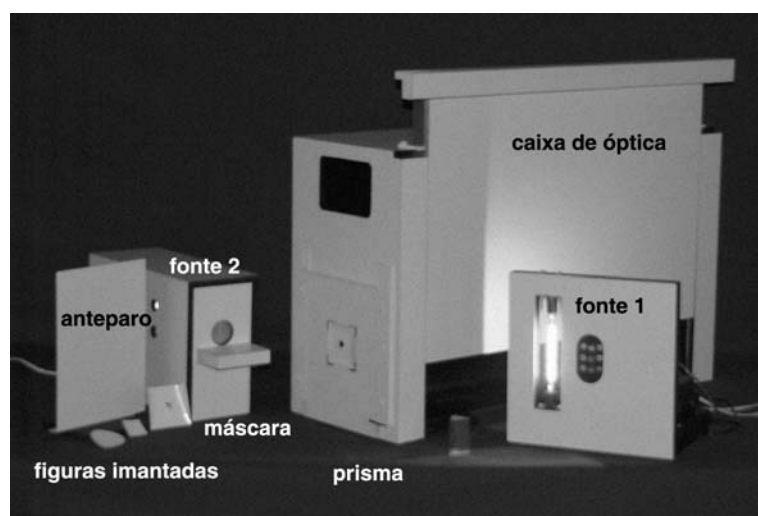


Figura 1

caixa escura de óptica  
fonte 1 com lâmpadas pequenas e de filamento linear  
fonte 2 com lâmpada e abertura estreita  
máscara, figuras imantadas, anteparo, prisma

Ao começar cada um dos experimentos, leia os seus *objetivos*. Certifique-se de ter disponível todo o *material a ser utilizado*. Comece a ler a *atividade experimental* proposta. A intenção é que você a realize passo a passo, como sugere o texto.

Registre cuidadosamente em seu *caderno de laboratório* tudo o que você está fazendo. Por exemplo, se houver alguma alteração na montagem proposta na Figura 2, escreva-a.

Anote tudo, pois você não sabe exatamente o que vai precisar depois, e perderá muito tempo se tiver que refazer todo o experimento por causa de um pequeno detalhe esquecido.

Siga as instruções passo a passo. Leia, quando for necessário, e rapidamente, os textos sobre *incertezas em medidas experimentais* e sobre *unidades de medidas* – esses assuntos serão discutidos em maior detalhe e cuidado ao longo do curso. Ao final do trabalho de cada experimento, esboce uma pequena conclusão.

Esses textos estão nos  
**Complementos 2 e 3.**

Discuta suas *conclusões* com o tutor e com seus colegas.

A segunda aula conterà textos com discussões referentes aos resultados e às observações feitas por você nesses experimentos.

## Experimento 1

### Propagação da luz num meio homogêneo

#### Objetivo

Construir um modelo de propagação da luz a partir das observações realizadas.

#### Material utilizado

- caixa escura
- máscaras
- fonte de luz 1
- régua
- figuras imantadas

#### Atividade experimental

Na fonte luminosa 1 (veja a Figura 1), existem duas tomadas: uma para ligar a lâmpada com filamento linear e outra para ligar os eliminadores de pilha (use-os na tensão de 4,5 V) que alimentam as lâmpadas pequenas. Ligue na rede elétrica os eliminadores de pilha. Conecte, com terminais de tipo jacaré, um dos carregadores de pilha à lâmpada  $L_1$ .

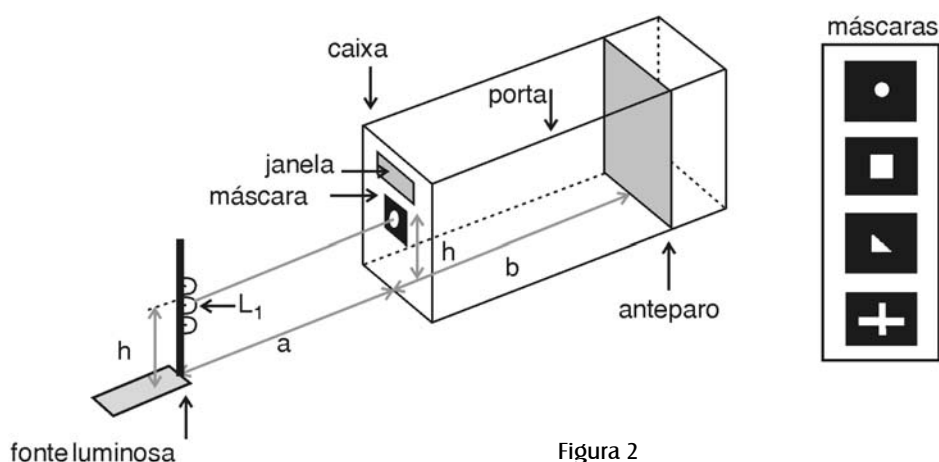


Figura 2

Coloque a fonte com a lâmpada  $L_1$  acesa na frente da máscara com um *orifício circular* de diâmetro  $d = 1$  cm, como na Figura 2. O lado plano da fonte 1 deve ficar paralelo ao plano da máscara. Alinhe o centro de  $L_1$  usando uma reta perpendicular à máscara e que passa pelo centro do círculo, como indica a Figura 2. Escureça ao máximo a sala de laboratório.

Primeira parte

Coloque a lâmpada  $L_1$  a uma distância de cerca de 15 cm da máscara com orifício circular ( $a \cong 15$  cm) e o anteparo a uma distância de cerca de 55 cm da máscara ( $b \cong 55$  cm). Observe através da janela a região iluminada no anteparo, que será denominada *mancha luminosa*. Abra a porta lateral da caixa e use os prendedores localizados em sua parte superior para fixá-la.

Você tem à sua disposição várias *figuras geométricas imantadas*, com formas circulares. Escolha uma delas e tente cobrir exatamente a mancha luminosa com a figura. Verifique, variando a distância entre o anteparo e a máscara, se o centro da figura imantada e o centro da mancha luminosa mantêm-se coincidentes. Se isso não ocorrer, mude a posição da máscara até obter um alinhamento razoável.

Retorne o anteparo para a posição em que  $b \cong 55$  cm. Observe que é importante uma correspondência quase exata entre a mancha luminosa e a figura, e para isto talvez seja necessário deslocar ligeiramente o anteparo.

Meça:

- $a$  – a distância entre a fonte luminosa e a máscara;
- $b$  – a distância entre a máscara e o anteparo;
- $d$  – o diâmetro do orifício circular da máscara;
- $D$  – o diâmetro da figura imantada que você usou.

Anote estes resultados na primeira linha da Tabela 1. Nesta tabela,  $\delta_a$ ,  $\delta_b$ ,  $\delta_d$  e  $\delta_D$  correspondem às **incertezas** nas medidas que você fez para as grandezas  $a$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $D$  respectivamente. Essas incertezas são *incertezas de leitura do instrumento de medida*, e expressam a faixa de valores entre os quais você espera ter uma grande probabilidade de encontrar o seu resultado.

Unidades de medida: leia o **Complemento 2**.

Incerteza numa medida: leia o **Complemento 3** e discuta com o tutor.

Tabela 1

medidas (cm)								cálculos (cm)			
$a$	$\delta a$	$b$	$\delta b$	$d$	$\delta d$	$D$	$\delta D$	$L$	$L_{máx}$	$L_{mín}$	$\delta L$

### Segunda parte

A figura imantada que você colocou no anteparo é uma figura circular. A luz só penetra na caixa através do orifício circular da máscara. A forma da mancha luminosa observada pode ser explicada pelo menos de duas formas: imaginando-se que todos os raios luminosos se propagam em linha reta a partir da fonte, como na Figura 3a, ou que se encurvam à medida que se afastam do centro do orifício (ou mesmo da fonte), como na Figura 3b.

A hipótese mais simples é que a propagação é em linha reta – e é por esta que vamos começar.

Se a propagação é retilínea, podemos prever o tamanho da mancha luminosa.

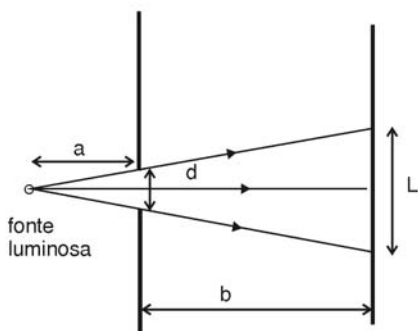


Figura 3a: Propagação retilínea

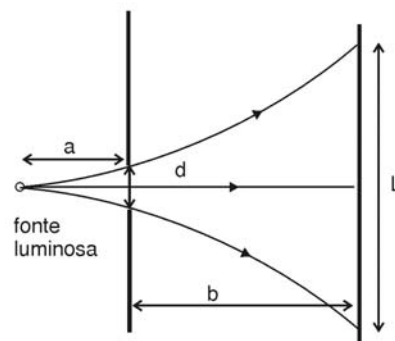


Figura 3b: Propagação curvilínea

Observe a Figura 3a: fazemos nela uma representação esquemática da fonte, da máscara e do anteparo. Com os seus conhecimentos de Geometria (semelhança de triângulos) verifique a fórmula que relaciona o diâmetro (previsto)  $L$  da mancha luminosa com as distâncias  $a$  e  $b$  e o diâmetro do orifício (Figura 3a):

$$L = \frac{d}{a}(a + b) = d \left( 1 + \frac{b}{a} \right)$$

O valor calculado para  $L$  é um valor obtido a partir de outras grandezas experimentais medidas:  $d$ ,  $b$ ,  $a$ . Portanto, esse não é *um* valor, mas deve ser expresso como *uma faixa de valores*.

Para estimar que faixa é essa, você pode pensar em termos de valores máximo e mínimo que  $L$  pode ter, dependendo dos valores máximos e mínimos que  $a$ ,  $b$  e  $d$  podem ter – isto é, das faixas de valores das grandezas medidas  $a$ ,  $b$  e  $d$ . Uma possibilidade para essa estimativa é calcular

$$L_{\min} = (d - \delta d) \left( 1 + \frac{b - \delta b}{a + \delta a} \right), \quad L_{\max} = (d + \delta d) \left( 1 + \frac{b + \delta b}{a - \delta a} \right) \quad \text{e} \quad \delta L = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{2}$$

Em caso de dúvida sobre incertezas experimentais, consulte de novo o **Complemento 3**.

Você poderia pensar no porquê dessa sugestão de estimativa?

Uma discussão mais cuidadosa sobre incertezas experimentais vai ser feita e melhorada ao longo desta e das demais disciplinas do curso.

Escreva os valores calculados na Tabela 1.

### Terceira parte

Repita esse procedimento mais três vezes, mantendo fixa a distância  $a \cong 15$  cm e variando a distância  $b$  entre aproximadamente 30 cm e 50 cm.

Anote todas as medidas na Tabela 1, e lembre-se de que elas devem ser expressas numa **unidade** escolhida por você – sugerimos o centímetro (o centésimo do metro).

Complete a Tabela 1.

### Quarta parte

A partir das observações e medidas feitas e apresentadas na Tabela 1, compare o valor de  $D$  medido com o valor de  $L$  calculado. Lembre que o que você está comparando são faixas de valores e, portanto, é necessário apenas que os valores sejam compatíveis (e não iguais).

Esses valores são compatíveis com a hipótese da propagação retilínea dos raios de luz?

Com isso, você tem um **MODELO** capaz de descrever suas observações e medidas realizadas: como a luz emitida por fontes pequenas se propaga em um meio homogêneo e isotrópico (por exemplo o ar, a água etc.). Escreva-o em seu caderno.

### HOMOGÊNEO

Consulte o glossário.

.....

Sempre que você encontrar uma palavra desconhecida ou curiosa, consulte o glossário ou um dicionário; para um físico, isotrópico é uma palavra que tem um significado bem preciso.

.....

*Quinta parte*

Você construiu um modelo para a propagação da luz baseado em um conjunto pequeno de observações experimentais. Para que este modelo seja considerado um modelo físico, é necessário que ele também explique a propagação da luz em outras situações. Vamos fazer outras observações.

Sem mover a caixa escura e sem trocar a máscara, observe o que acontece se:

- a) a lâmpada  $L_1$  for apagada e a lâmpada  $L_2$  for acesa;
- b) a lâmpada  $L_2$  for apagada e a lâmpada  $L_3$  for acesa.

Faça apenas observações qualitativas, sem construir uma tabela análoga à Tabela 1. Use as indicações da Figura 4.

O que ocorre (experimentalmente!) se você trocar a forma da máscara?

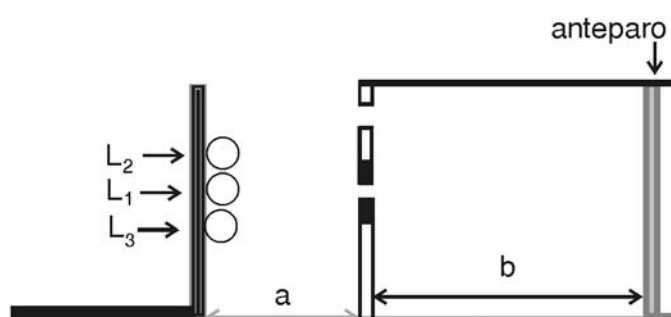


Figura 4

Suas observações poderiam ser explicadas com o modelo de propagação retilínea da luz?



## Experimento 2

### Emissão da luz por diferentes fontes

#### Objetivo

Construir um modelo para a emissão de luz por uma fonte não puntiforme.

#### Material utilizado

- caixa escura
- máscaras
- fonte de luz 1 com lâmpadas  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  e lâmpada halogênica  $L_4$  com filamento linear (220 V e 300 W)
- figuras imantadas

#### Atividade experimental

##### Primeira parte

Coloque o suporte com as lâmpadas a uma distância de cerca de 20 cm da máscara ( $a \cong 20\text{cm}$ ) e o anteparo a uma distância de cerca de 20 cm da máscara ( $b \cong 20\text{ cm}$ ), como mostra a Figura 4 (a mesma da experiência anterior).

Ligue cada uma das lâmpadas separadamente (com as outras desligadas) e observe a mancha no anteparo.

Ligue ao mesmo tempo as lâmpadas  $L_1$  e  $L_2$  e observe a mancha.

A mancha luminosa formada no anteparo poderia ser explicada pelo modelo da propagação retilínea da luz?

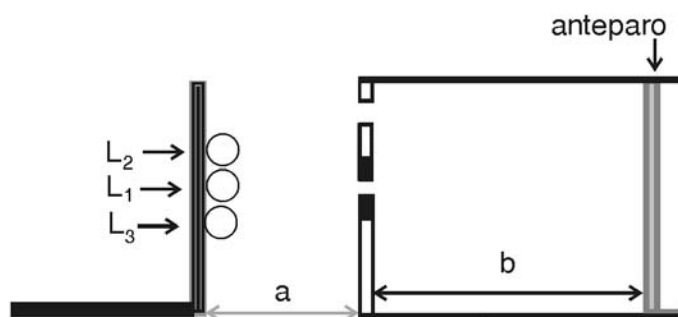


Figura 4

(a mesma da página anterior)

*Segunda parte*

Refça a atividade anterior, desligando a lâmpada  $L_1$  e ligando ao mesmo tempo as lâmpadas  $L_2$  e  $L_3$ . Observe a mancha luminosa.

Ligue as três lâmpadas ao mesmo tempo e observe a mancha luminosa.

Suas observações experimentais estão de acordo com o modelo? Por quê?

*Terceira parte*

**a)** Coloque a uma distância  $a \cong 20\text{cm}$  a lâmpada de filamento linear  $L_4$  na frente da máscara com abertura circular de diâmetro  $d = 1\text{cm}$ , como na Figura 5.

Você poderia explicar, com o seu modelo, a mancha luminosa observada no anteparo?

**b)** Coloque, a uma distância  $a \cong 3\text{m}$  (3 metros), a lâmpada de filamento  $L_4$  na frente da máscara que tem uma abertura circular de diâmetro  $d = 1\text{cm}$ , como na Figura 5.

Você poderia explicar com o modelo da propagação retilínea da luz a mancha luminosa observada no anteparo?

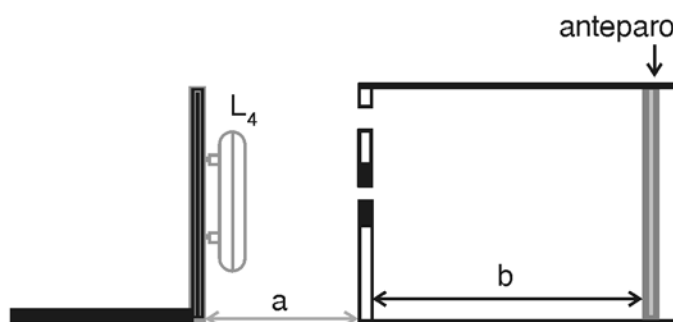


Figura 5

**c)** Compare as observações realizadas nos itens  $a$  e  $b$  com a realizada no Experimento 1, no qual apenas a lâmpada  $L_1$  estava acesa.

**d)** Que nome você daria para uma fonte como a usada no Experimento 1, com apenas a lâmpada  $L_1$  acesa, e a fonte usada agora, em que apenas a lâmpada  $L_4$  está acesa?

**e)** Tente elaborar um modelo de propagação da luz para a fonte com a lâmpada  $L_4$ ; isto é, tente construir um modelo que explique suas observações nesse experimento.

**f)** Repita as observações com as outras máscaras, e verifique se seu modelo continua válido.

### Experimento 3

#### Observação da passagem de luz através de fendas estreitas

##### *Objetivo*

Descrever o comportamento da luz ao passar por aberturas de diferentes larguras.

##### *Material utilizado*

- cartão telefônico
- faca “olfa”
- fonte luminosa 1

##### *Atividade experimental*

Com a faca, risque duas fendas muito finas com larguras diferentes (menores que 1mm) em um cartão telefônico, como na Figura 6.

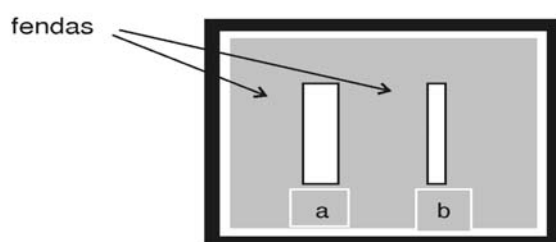


Figura 6

Fique a uma distância de cerca de 3m da fonte de luz com filamento linear. Coloque o cartão próximo a seus olhos com uma das fendas paralela ao filamento, e entre a lâmpada e os seus olhos. Feche um dos olhos e observe a lâmpada através de uma das fendas.

Repita o procedimento para a outra fenda.

Em qual das fendas você vê uma mancha luminosa maior? Em que direção: na direção da fenda, ou na direção perpendicular a ela e paralela ao plano do cartão?

As suas observações poderiam ser explicadas utilizando o seu modelo, o que você usou para explicar os experimentos anteriores, de propagação da luz?

## Experimento 4

### Interação da luz com a matéria

#### *Objetivo*

Fazer uma descrição quantitativa da propagação da luz quando ela encontra um meio diferente do meio em que estava se propagando inicialmente.

#### *Material utilizado*

- lente de acrílico
- papel milimetrado
- caneta laser
- lápis
- transferidor
- placa de isopor
- alfinetes
- régua

#### *Atividade experimental*

Queremos observar o que ocorre quando um raio de luz que se propaga em um meio uniforme encontra um outro meio. Para esse experimento utilizaremos uma lente semicircular de acrílico com a superfície polida, como mostrado nas Figuras 7 e 8.

Quanto menos iluminada a sala onde você está trabalhando, melhor.

O raio de luz que chega à lente é chamado de **raio incidente**; o que não penetra na lente (permanece no ar) mas muda de direção é chamado de **raio refletido**; o que penetra na lente é chamado de **raio refratado**.

A linha perpendicular à superfície da lente que passa pelo ponto onde o raio incidente intercepta a lente é chamada **normal** à superfície.

#### *Primeira parte*

Coloque a lente semicircular sobre a folha de papel milimetrado, deitada sobre o papel (como na Figura 7), de forma que seu diâmetro coincida com uma das linhas do papel. Desenhe no papel, com um lápis, o contorno da lente. Marque o centro *O* da lente.

Prenda o papel milimetrado sobre a placa de isopor (com alfinetes) e recoloque a lente semicircular.

Trace com o lápis linhas correspondentes a raios incidindo sobre o centro da lente, nas direções de  $0^\circ$  (a normal à superfície),  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ . Na Figura 7 estão traçados a normal e um desses raios.

Vamos denominar:

- **ângulo de incidência  $\theta_i$** : o ângulo definido pelas direções do raio incidente e da normal;
- **ângulo de reflexão  $\theta_r$** : o ângulo definido pelas direções do raio refletido e da normal;
- **ângulo de refração  $\theta_t$** : o ângulo definido pelas direções do raio refratado e da normal.

**ÂNGULOS DE  
INCIDÊNCIA  
REFLEXÃO  
REFRAÇÃO**

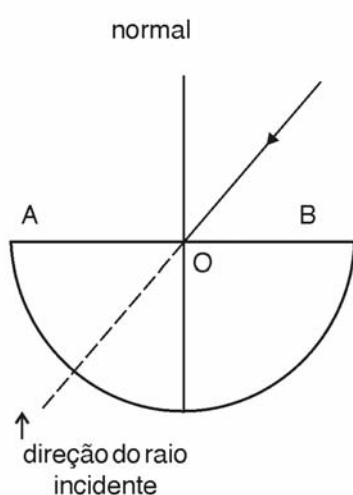


Figura 7

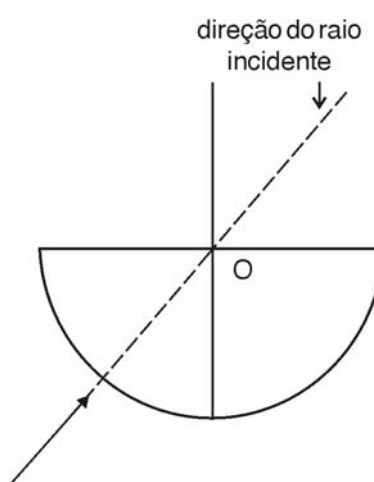


Figura 8

a) Faça a luz da caneta laser incidir sobre o centro  $O$  da lente, de forma tal que a direção do raio luminoso seja uma das direções que você traçou sobre o papel.

b) Para marcar as direções dos raios (incidente, refletido e refratado), use alfinetes. Coloque um no centro da lente, outro sobre um dos pontos da reta que define o raio incidente, um terceiro sobre um dos pontos da reta que define o raio refletido e um último para marcar a reta que define o raio refratado (com isso você melhora a exatidão experimental). Talvez seja necessário mover ligeiramente a caneta laser para que todos os raios tornem-se visíveis.

c) Marque a posição dos alfinetes utilizados, anotando com números a que raio incidente eles pertencem. Por exemplo: para o ângulo de incidência de  $45^\circ$ , você deve indicar  $I_{45}$  para o alfinete do raio incidente,  $R_{45}$  para o do raio refletido,  $T_{45}$  ( $T$  de transmitido) para o do raio refratado. Retire os alfinetes do papel. Desenhe cuidadosamente no papel os raios refletidos e refratados.

Esse procedimento deve ser repetido para os quatro ângulos de incidência indicados na Tabela 2 (0°, 30°, 45° e 60°).

**d)** Meça os ângulos de reflexão  $\theta_2$  e refração  $\theta_3$  e complete a primeira parte da Tabela 2. Considere as incertezas nas medidas dos ângulos como sendo iguais e estime seu valor.

Tabela 2

medidas (graus)				cálculos	
$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\delta\theta$	$\eta = \frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_3}$	$\delta\eta$
0°					
30°					
45°					
60°					

**e)** A seguir, faça o cálculo de  $n$  para os ângulos  $\theta_i$  ( $\theta_i \neq 0$ )

$$n = \frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_3}$$

ÍNDICE DE REFRAÇÃO

As funções trigonométricas são discutidas em disciplinas de Matemática.

$n$  é chamado **ÍNDICE DE REFRAÇÃO**.

Lembre que a *função seno* deve ser calculada (com calculadora) com o ângulo dado nas unidades em que você fez a medida (graus), e que seu valor está entre -1 e 1.

Todas as medidas experimentais têm incertezas. A medida dos ângulos de incidência e refração são diretas, e portanto a estimativa da *faixa de valores* depende apenas dos instrumentos de medida (o seu olho e o seu transferidor), e você deve fazê-la diretamente.

MEDIDA INDIRETA

O índice de refração é uma **MEDIDA INDIRETA**; não é possível fazer uma leitura num instrumento e estimar a incerteza imediatamente. No entanto, observando a expressão usada para o cálculo desse índice, podemos estimar uma faixa de valores para o índice de refração que você acabou de calcular (por quê?):

$$n_{\text{max}} = \frac{\text{sen}(\theta_1 + \delta\theta)}{\text{sen}(\theta_3 - \delta\theta)} \quad \text{e} \quad n_{\text{min}} = \frac{\text{sen}(\theta_1 - \delta\theta)}{\text{sen}(\theta_3 + \delta\theta)}$$

Nossa interpretação de resultado experimental é de que ele é a expressão de uma *faixa de valores* com um *valor central* e uma *incerteza* na qual existe um grau de confiança de quase 100% de que a medida está contida nessa faixa. Por ela, podemos estimar a incerteza em  $n$  como sendo

$$\delta n = \frac{1}{2} (n_{\text{max}} - n_{\text{min}})$$

Complete então os cálculos da Tabela 2.

*Segunda parte*

Analise os dados da Tabela 2 e procure alguma regularidade que permita relacionar os valores dos ângulos de incidência  $\theta_1$  e de reflexão  $\theta_2$ .

É possível generalizar esse resultado, escrevendo uma “lei para a reflexão”?

Analise os dados da Tabela 2 e procure alguma regularidade entre o quociente dos senos dos ângulos de incidência  $\theta_1$  e de refração  $\theta_2$ .

É possível generalizar esse resultado, escrevendo uma “lei para a refração”?

*Terceira parte*

Faça a luz incidir na superfície semicircular, como mostra a Figura 8. Trace os raios incidentes, refletidos e refratados nas superfícies semicircular e plana.

Nesse caso, ao se refratar na superfície plana  $AB$  o raio se aproxima ou se afasta da normal?

Faça a luz incidir na superfície  $AB$  em um ponto fora do centro  $O$ . Compare essa observação com a situação em que a incidência ocorre sobre o centro. Você poderia explicar por que o centro da lente foi escolhido para se realizar o experimento?

*Quarta parte*

No caso em que o raio incide na superfície  $AB$ , como na Figura 9, varie o ângulo de incidência entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ .

Verifique a existência de raios refratados no interior da lente.

Repita o mesmo procedimento para os raios incidentes na superfície semicircular, como na Figura 9.

Verifique a existência de raios refratados no ar.

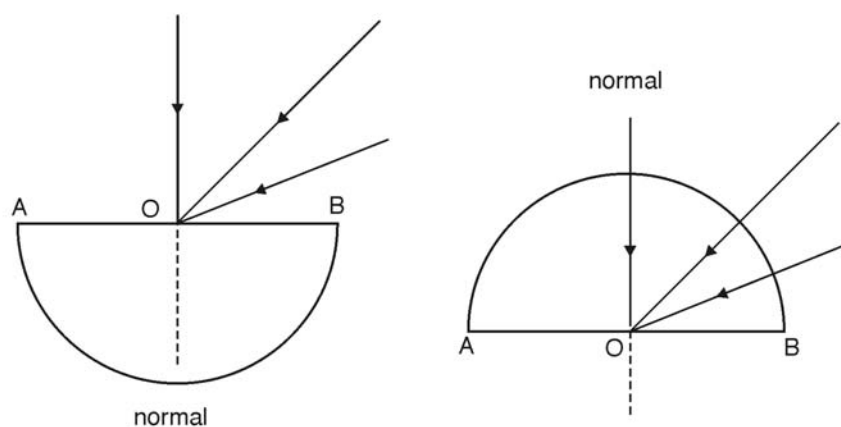


Figura 9

Na Aula 2 discutiremos as **Leis da Reflexão e da Refração**.

Na Aula 2 discutiremos a **Reflexão Total**. Você também verá um vídeo sobre o assunto.

## Experimento 5 Dispersão da luz

### *Objetivo*

Observar a passagem da luz branca por um prisma.

### *Material utilizado*

- prisma
- fonte de luz branca (fonte 2)
- caixa escura com anteparo

### *Atividade experimental*

Coloque o *prisma* sobre a plataforma de madeira na frente da fonte, como mostrado na Figura 10. Retire a tampa da frente da caixa.

Faça a luz emitida pela abertura estreita da fonte de luz branca iluminar o prisma (a fenda luminosa deve ficar paralela à maior aresta do prisma).

Observe a plataforma para verificar se a luz está refratando duas vezes no prisma.

Gire lentamente a fonte em torno do eixo vertical até que a luz refratada pelo prisma apareça no anteparo (numa posição de aproximadamente  $30^\circ$ ).

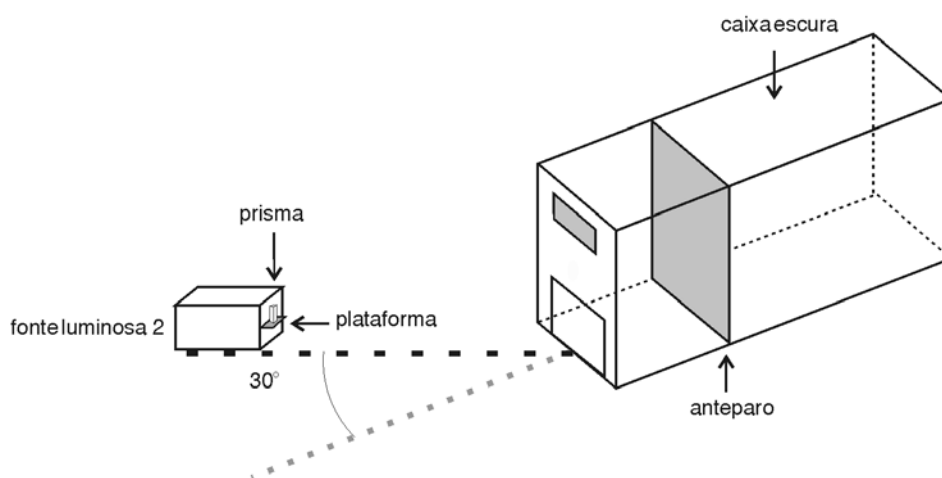


Figura10



Desenhe na Figura 11 a luz refratada através do prisma.

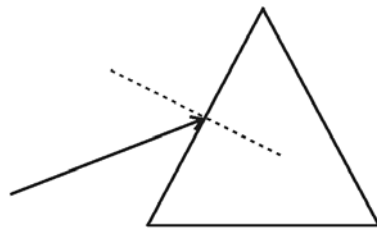


Figura 11

A partir dessas observações, você é capaz de tirar alguma conclusão a respeito do *índice de refração*  $n$  para as diferentes cores nas quais a luz branca se decompõe?

Na Aula 2 discutiremos também a **dispersão da luz**.

Chegamos ao final da primeira Aula!

## Exercícios Programados 1

1. Discuta o Complemento 3 do Módulo1: Incerteza numa Medida Experimental.

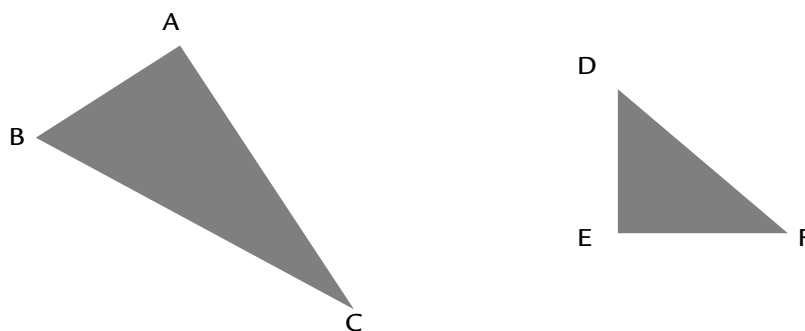
2. Meça:

- o comprimento do livro (fale sobre as incertezas devido à escala da régua, colocação dela sobre o livro – alinhamento, ajuste do zero – e paralaxe);
- os seguintes elementos da caixa de óptica com suas incertezas:
  - i. diâmetro do orifício da máscara (incerteza na régua, na colocação da régua, paralaxe e localização do centro do orifício);
  - ii. distâncias  $a$  e  $b$  (incerteza na régua, na colocação da régua, paralaxe etc.);
  - iii. influência da largura do feixe do raio *laser* na leitura do ângulo.

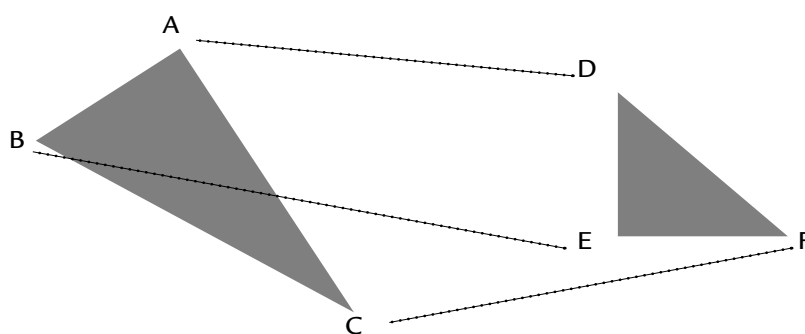
I. Semelhança de Triângulos:

(Leia o Módulo 2 de Geometria Básica - páginas 34 a 37)

Observe os dois triângulos a seguir:



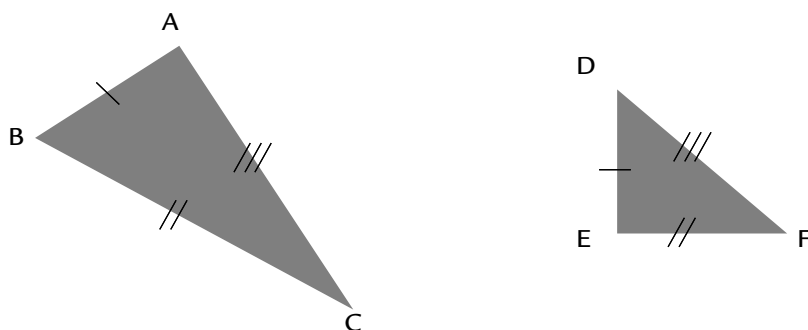
Podemos estabelecer uma correspondência entre os vértices. Vamos associar A com D, B com E e C com F, como indicado pelas linhas pontilhadas.



Nessa correspondência temos:

1. vértices correspondentes: A e D, B e E, C e F;
2. lados correspondentes (ou homólogos):  $\overline{AB}$  e  $\overline{DE}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{EF}$ ,  $\overline{CA}$  e  $\overline{FD}$ ;
3. ângulos correspondentes:  $\hat{A}$  e  $\hat{D}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{E}$ ,  $\hat{C}$  e  $\hat{F}$ .

Em vez de usar as linhas pontilhadas indicadoras de correspondência, é suficiente indicar com igual número de pequenos traços os lados homólogos, ou com igual número de pequenos arcos os ângulos correspondentes.



Se acontecer de os ângulos correspondentes serem congruentes dois a dois,

$$\hat{A} \equiv \hat{D}, \hat{B} \equiv \hat{E}, \hat{C} \equiv \hat{F}$$

e os lados homólogos serem proporcionais,

$$\frac{AD}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD},$$

diremos que os triângulos ABC e DEF são semelhantes:

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

(Em  $\sim$ , leia-se “é semelhante a”).

Dois triângulos são semelhantes quando é possível estabelecer uma correspondência entre seus vértices de modo que os ângulos correspondentes sejam congruentes dois a dois e os lados homólogos sejam proporcionais.

Essa é a definição de triângulos semelhantes. Ela impõe duas condições para existir a semelhança:

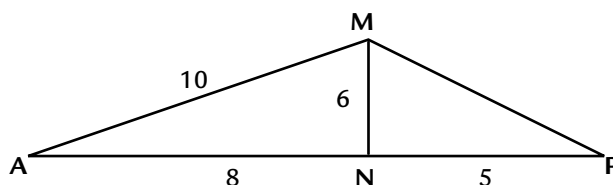
1. ângulos correspondentes congruentes dois a dois;
2. lados homólogos proporcionais.

Entretanto, se uma dessas condições ocorre, então a outra “automaticamente” também se verifica.

## Exercício 1

Os triângulos AMN e PMN da figura a seguir são semelhantes?

Justifique sua resposta.



### II. Altura de um triângulo

A altura de um triângulo, associada a um vértice A, é a reta que liga esse vértice ao lado oposto a ele e é perpendicular ao lado oposto.

Quando dois triângulos são semelhantes, a relação de proporcionalidade entre as alturas é a mesma relação entre os lados, isto é,  $\frac{h_1}{h_2} = \frac{a_1}{a_2}$

(Veja Figura 1)

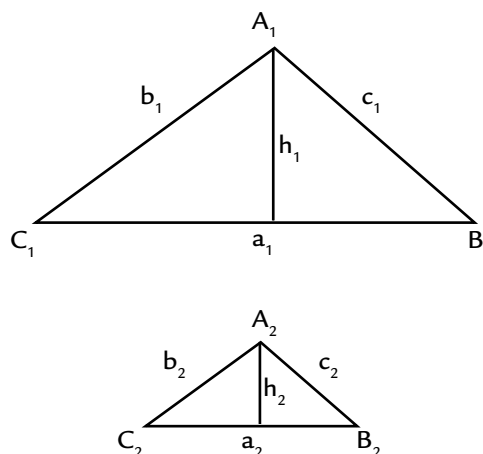


Figura 1

## Exercício 2

O triângulo representado na Figura 1 tem lados  $a_1 = 2\text{cm}$ ,  $b_1 = 3\text{cm}$  e  $c_1 = 3\text{cm}$ .

- Desenhe esse triângulo.
- Calcule a altura  $h_1$ , que é perpendicular ao lado  $a_1$  desse triângulo.
- Um outro triângulo, também representado na Figura 1, semelhante a esse primeiro, tem o lado  $a_2 = 1\text{cm}$ . Calcule o valor dos outros lados e a altura  $h_2$  do triângulo.

## Relações métricas no triângulo retângulo

Todo triângulo retângulo possui dois ângulos agudos complementares e um ângulo reto ao qual se opõe seu maior lado, chamado *hipotenusa*; os outros dois lados são denominados *catetos*.

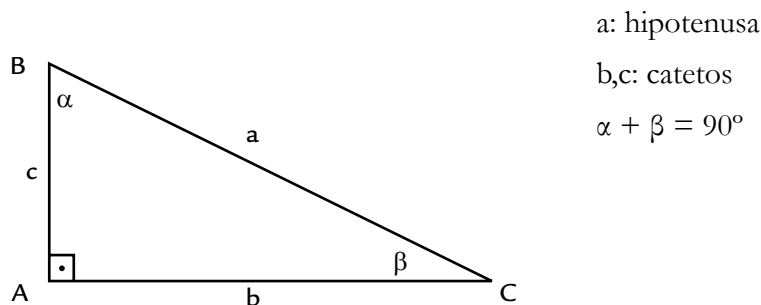


Figura 2: Triângulo retângulo.

## Razões trigonométricas

1. Num triângulo retângulo, o *seno* de um ângulo é dado pelo quociente (razão) entre o cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa.

$$\text{sen } x = \frac{\text{cateto oposto a } x}{\text{hipotenusa}}$$

De acordo com o triângulo desenhado anteriormente, temos:

$$\text{sen } \beta = \frac{c}{a} \quad \text{e} \quad \text{sen } \alpha = \frac{b}{a}$$

2. Num triângulo retângulo, o *cosseno* de um ângulo é dado pelo quociente (razão) entre o cateto adjacente a esse ângulo e a hipotenusa.

$$\text{cos } x = \frac{\text{cateto adjacente a } x}{\text{hipotenusa}}$$

De acordo com o triângulo da Figura 2, temos:

$$\text{cos } \beta = \frac{b}{a} \quad \text{e} \quad \text{cos } \alpha = \frac{c}{a}$$

Observe que o seno e o cosseno de ângulos complementares são iguais, isto é,  $\text{cos } \beta = \text{sen } \alpha$  e  $\text{cos } \alpha = \text{sen } \beta$ .

3. Num triângulo retângulo, a *tangente* de um ângulo é dada pelo quociente (razão) entre o cateto oposto a esse ângulo e o cateto adjacente a esse ângulo.

$$\operatorname{tg} x = \frac{\text{cateto oposto a } x}{\text{cateto adjacente a } x}$$

De acordo com o triângulo da Figura 2, temos:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{c}{b} \quad \text{e} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{c}$$

### Exercício 3

1. No triângulo da Figura 3 calcule  $\operatorname{sen} \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ .

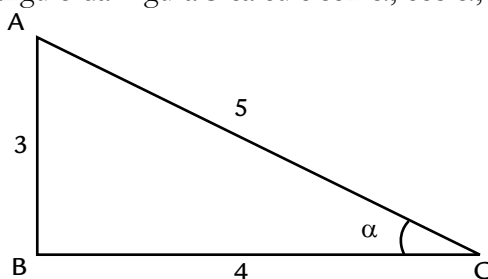


Figura 3

2. Sabendo que os senos dos ângulos  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ , e  $60^\circ$  são respectivamente iguais a  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  e  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , determine os *cosenos* e as *tangentes* desses ângulos.

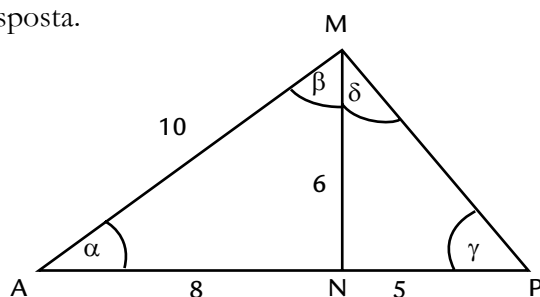
3. Demonstre a expressão da obtenção do tamanho da mancha luminosa,  $L$ , da página 20 do Módulo 1 e discuta as incertezas indiretas expressas no  $L_{\min}$  e  $L_{\max}$ .

## Gabarito

1. Discussão com o tutor no pólo.
2. Individual.

### Exercício 1

Os triângulos AMN e PMN da figura a seguir são semelhantes?  
Justifique sua resposta.



Para verificarmos se os triângulos  $\triangle AMN$  e  $\triangle PMN$  são semelhantes, precisamos verificar se eles satisfazem as condições: os ângulos correspondentes são congruentes dois a dois ou os lados homólogos são proporcionais.

Explicitamente, as condições acima podem satisfazer duas hipóteses:

1ª Hipótese

- $\alpha \equiv \gamma, \beta \equiv \delta$
- $\frac{AM}{PM} = \frac{MN}{MN} = \frac{NA}{NP}$

2ª Hipótese

- $\alpha \equiv \delta, \beta \equiv \gamma$
- $\frac{MN}{PN} = \frac{NA}{MN} = \frac{AM}{MP}$

Vamos considerar a segunda condição:

1. Os lados do triângulo  $\triangle AMN$  valem:

$$AM = 10 \qquad MN = 6 \qquad NA = 8.$$

2. Os lados do triângulo  $\triangle PMN$  valem:

$$PM = \text{hipotenusa do } \triangle PMN = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{61} \qquad MN = 6 \qquad NP = 5.$$

Assim temos na primeira hipótese:

$$\frac{AM}{PM} = \frac{10}{\sqrt{61}} \quad \frac{MN}{MN} = \frac{6}{6} = 1 \quad \frac{NA}{NP} = \frac{8}{5}$$

Logo, os lados homólogos **não** são proporcionais:  $\frac{AM}{PM} \neq \frac{MN}{MN} \neq \frac{NA}{NP}$  e, como consequência os triângulos  $\triangle AMN$  e  $\triangle PMN$  não são semelhantes.

2ª Hipótese

$$\bullet \alpha \equiv \delta, \beta \equiv \gamma$$

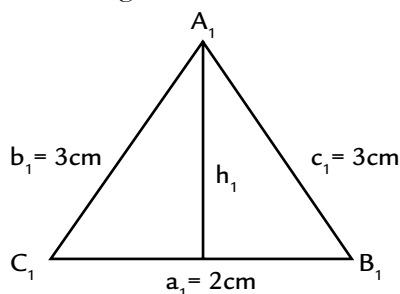
$$\frac{MN}{PN} = \frac{6}{6} = 1; \frac{NA}{PN} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}; \frac{AM}{MP} = \frac{10}{\sqrt{61}}.$$

Logo, os lados homólogos **NÃO** são proporcionais:  $\frac{MN}{PN} \neq \frac{NA}{PN} \neq \frac{AM}{MP}$  e, como consequência, os triângulos  $\triangle AMN$  e  $\triangle PMN$  não são semelhantes.

## Exercício 2

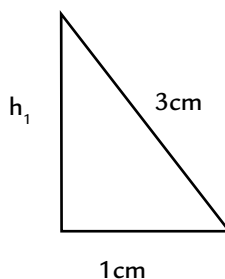
O triângulo  $\triangle A_1B_1C_1$  representado na figura a seguir possui os seguintes lados:  $a_1 = 2\text{cm}$ ,  $b_1 = 3\text{cm}$  e  $c_1 = 3\text{cm}$ .

a. Desenhe esse triângulo.



b. Calcule a altura  $h_1$  que é perpendicular ao lado  $a_1$  desse triângulo.

O triângulo anterior é isósceles, ou seja, possui dois lados iguais. A altura divide o lado  $a_1$  ao meio:

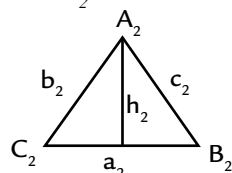


Para calcular a altura vamos usar o Teorema de Pitágoras:

$$3^2 = 1^2 + h_1^2 \Rightarrow h_1^2 = 3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8 = 2^2 \times 2 \Rightarrow h_1 = 2\sqrt{2}\text{cm}$$



c. O segundo triângulo  $\Delta A_2B_2C_2$ , representado na figura a seguir, semelhante ao triângulo  $\Delta A_1B_1C_1$  tem o lado  $a_2 = 1\text{cm}$ . Calcule o valor dos outros lados.



Quando dois triângulos são semelhantes, a relação de proporcionalidade entre as alturas é a mesma relação entre os lados.

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{a_1}{a_2} \Rightarrow h_2 = h_1 \frac{a_2}{a_1} = 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \Rightarrow h_2 = \sqrt{2}\text{cm}$$

Utilizando novamente o teorema de Pitágoras para o esse segundo triângulo, temos:

$$b_2^2 = h_2^2 + \left(\frac{a_2}{2}\right)^2 = \sqrt{2 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{3^2}{2^2}} = \frac{3}{2}\text{cm}.$$

Usando a semelhança entre os triângulos, podemos calcular o lado  $c_2$ :

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2 \Rightarrow c_2 = \frac{c_1}{2} = \frac{3}{2}\text{cm}$$

Os valores dos lados do segundo triângulo são:

$$a_2 = 1\text{cm}; \quad b_2 = \frac{3}{2}\text{cm} \quad e \quad c_2 = \frac{3}{2}\text{cm}$$

### Exercício 3

1. No triângulo da Figura 3 calcule  $\text{sen } \alpha$ ,  $\text{cos } \alpha$  e  $\text{tg } \alpha$ .

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha} = \frac{3}{4}$$

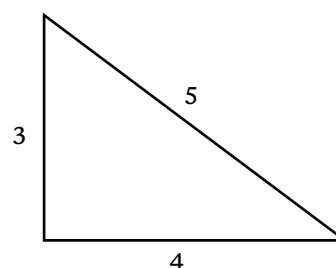


Figura 3

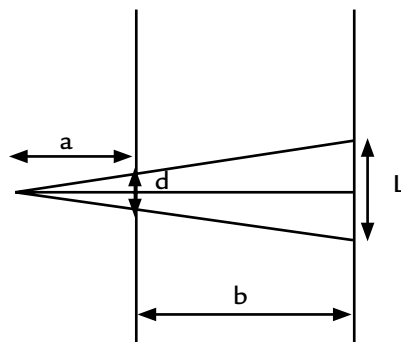
2. Sabendo que o seno dos ângulos  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$  são respectivamente iguais a  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  determine os cossenos e as tangentes desses ângulos.

Vimos no texto que o seno e o cosseno de ângulos complementares são iguais, ou seja,  $\text{sen } \alpha = \text{cos } \beta$ , onde  $\alpha + \beta = 90^\circ$ . Assim, podemos determinar os valores do cosseno de um ângulo a partir do seno desse ângulo pela expressão:

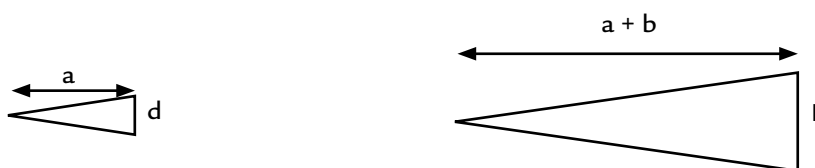
$\text{sen } (90^\circ - \beta) = \text{cos } \beta$ . Dessa forma, obtemos os resultados apresentados na tabela ao lado.

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

3. Demonstre a expressão da obtenção do tamanho da mancha luminosa,  $L$ , da página 20 do Módulo 1 e discuta as incertezas indiretas expressas no  $L_{\min}$  e  $L_{\max}$ .



Na figura anterior, temos dois triângulos semelhantes ilustrados a seguir:



Usando semelhança de triângulos, podemos escrever:

$$\frac{L}{(a+b)} = \frac{d}{a}$$

$$\Rightarrow L = \frac{d}{a}(a+b) = d \left( \frac{a}{a} + \frac{b}{a} \right) = d \left( 1 + \frac{b}{a} \right)$$

A incerteza indireta na medida de  $L$  é obtida de maneira conservadora (você aprenderá a maneira correta em disciplinas futuras), obtendo-se os valores máximo e mínimo para  $L$ . Esses valores dependem das medidas diretas de  $a$ ,  $b$  e  $d$  e de suas respectivas incertezas. O valor mínimo  $L_{\min}$  é obtido quando o denominador assume o maior valor, ou seja,  $a + \delta a$  e o numerador o menor possível, ou seja, quando as medidas de  $d$  e  $b$  assumem o menor valor estimado,  $d - \delta d$  e  $b + \delta b$ :

$$L_{\min} = (d - \delta_d) \left( 1 + \frac{b + \delta b}{a + \delta a} \right)$$

De modo análogo, para a obtenção de  $L_{\max}$  devemos inserir valores das incertezas das variáveis  $a$ ,  $b$  e  $d$ , de modo a obter o maior valor de  $L$ .

$$L_{\max} = (d + \delta_d) \left( 1 + \frac{b - \delta b}{a - \delta a} \right)$$

# A propagação da luz, sua reflexão e refração

## Objetivos

Refletir sobre os resultados dos experimentos feitos;  
estudar os resultados já estabelecidos sobre a  
propagação, a reflexão e a refração da luz.

## Introdução

Esta segunda aula tem como objetivo organizar os trabalhos que você realizou na Aula 1 e apresentar o modelo da óptica geométrica. Ela é composta de várias partes: um trabalho inicial, textos para leitura e atividades sugeridas.

**O que sei sobre as propriedades da luz e sua interação com a matéria?** é um questionário relativo ao trabalho realizado na Aula 1. Com ele, você organizará os dados e resultados obtidos, e começará a refletir sobre qual o modelo para a luz que descreve satisfatoriamente suas observações.

**Propagação da luz em um meio homogêneo** é o primeiro texto com um resumo sobre como a luz se propaga.

**Leituras e exercícios 1** constitui uma lista de leituras adicionais a serem feitas e exercícios sugeridos.

**Reflexão especular e difusa** faz uma breve discussão sobre as formas de reflexão da luz.

**Leituras e exercícios 2** são as leituras e exercícios sobre o assunto.

No **Sumário inicial** as idéias discutidas até aqui são resumidas.

**Refração** discute a lei da refração da luz, isto é, qual o comportamento da luz ao mudar de meio.

**Leituras e exercícios 3** são as leituras e exercícios que fecham esta aula.

Nas Leituras e exercícios, propomos atividades associadas ao livro-texto do curso, *Física*, de Beatriz Alvarenga e Antonio Máximo, e *Física 1* (Termometria e Óptica), do GREF.

Comece elaborando o *seu* modelo para interpretar os resultados experimentais.

A seguir, faça uma leitura sistemática dos textos propostos, realizando todos os exercícios e leituras sugeridas ao longo do texto. Use seu caderno para anotações e comentários, e para a resolução das atividades. Com o seu caderno, procure colegas e tutores (no pólo e a distância) para discussões de dúvidas ou aprofundamento dos assuntos.

Não deixe de fazer nenhum dos experimentos sugeridos, nem os exercícios.

Bom trabalho!

## O que sei sobre as propriedades da luz e sua interação com a matéria?

As questões apresentadas a seguir visam *a organizar os resultados experimentais* obtidos na Prática 1, e permitir que você construa um modelo, *seu* modelo, para a óptica geométrica.

Consulte apenas as anotações no seu caderno experimental. Não consulte livros. A comparação entre o modelo que você vai construir e o modelo da óptica geométrica já estabelecido é importante para que você compreenda o método científico e para o desenvolvimento da sua capacidade de compreender e construir modelos.

Responda cuidadosamente em seu caderno às questões formuladas abaixo. Guarde essas respostas para refazê-las ao final do Módulo 1, e para discutir com seus colegas e tutores.

### Questionário 1

1. O que é *método científico*?
2. Quais as etapas que um cientista usa em seu trabalho?
3. O que é um *modelo* em ciência?
4. O que é um *meio homogêneo*?
5. De que forma a luz *se propaga* em um meio homogêneo?
6. Quando uma fonte de luz se comporta como uma *fonte puntiforme*?
7. O que é um *raio luminoso*?
8. Utilize os raios luminosos para descrever a *emissão de luz por uma fonte puntiforme* (ou *pontual*).
9. O que é uma *fonte de luz extensa*?
10. Utilize os raios luminosos para descrever a *emissão de luz por uma fonte extensa*.
11. A luz emitida por uma *fonte pontual* atravessa um *orifício* de uma parede opaca e ilumina um anteparo localizado atrás dessa parede. Qual o processo utilizado para descobrir a forma da região luminosa produzida num anteparo? Dê um exemplo.
12. A luz emitida por uma *fonte extensa* atravessa um *orifício* de uma parede opaca e ilumina um anteparo localizado atrás dessa parede. Qual o processo utilizado para descobrir a forma da região luminosa produzida num anteparo? Dê um exemplo.
13. O processo que você utilizou nas questões 11 e 12 pode ser aplicado sempre? Exemplifique.
14. O que acontece com a luz quando encontra um *meio polido e transparente*?
15. O que é *índice de refração*?
16. Que leis regem a *interação da luz* com um meio transparente e polido?
17. O *índice de refração* da luz depende da sua *cor*? Exemplifique.

## Propagação da luz em um meio homogêneo

Medo do escuro. Brincadeiras com a sombra das mãos criando formas engraçadas numa parede. São experiências por que passamos muito cedo, relacionadas com o que chamamos de luz. Aprendemos que a noite é escura e o dia é claro, que no escuro (ou se fecharmos os olhos) não vemos. Mais tarde descobrimos que, por meio de óculos, lupas, telescópios e outros instrumentos ópticos, podemos mudar a maneira de ver coisas pequenas ou distantes.

Mas o que é a luz?

Hoje em dia, os físicos têm mais de uma resposta para essa pergunta! De início, isso pode parecer estranho, mas a explicação é simples. Se olharmos o mundo à nossa volta, muitas coisas estão acontecendo ao mesmo tempo; se escolhermos uma dessas coisas, a luz, por exemplo, ela apresentará vários comportamentos e tudo fica muito complicado de entender.

O que os cientistas fazem é escolher um dos comportamentos da luz e construir um modelo para ele. Depois escolhem outro comportamento e fazem outro modelo para este. Com os modelos, estudamos um comportamento simples de cada vez, escrevemos relações matemáticas e fazemos previsões. Para o físico, entender o que é a luz significa dispor de um conjunto de modelos capazes de descrever seu comportamento em cada situação.

O primeiro modelo que construiremos serve para descrever o comportamento da luz na brincadeira com a sombra das mãos, o funcionamento de espelhos e lentes (de óculos, lupas etc.) e do olho humano. Os físicos chamam esse modelo de *óptica geométrica*.

Quando ligamos uma lâmpada, acendemos uma vela ou quando a noite termina, o ambiente se ilumina, deixa de ser escuro porque agora há uma fonte de luz – a lâmpada, a vela, o Sol. Nesse modelo supomos que a luz sai da fonte e se propaga em linha reta em todas as direções. Representamos isso desenhando linhas (ou semi-retas), com origem na fonte, a que chamamos **RAIOS LUMINOSOS**. Desenhamos também uma flecha indicando para onde a luz se propaga. Além disso, supomos que se um raio interceptar outro isso em nada modifica suas trajetórias.

Por que usamos a palavra **óptica** e não **ótica**? Consulte o glossário.

**RAIOS LUMINOSOS**

SOMBRA

Na Figura 12, raios luminosos saem da fonte (representada por um ponto), tangenciam uma bola e chegam até a parede. Os raios emitidos pela fonte e situados entre esses dois pontos atingem a bola e não alcançam a parede, criando nela uma região sem iluminação – a **SOMBRA**. Se aproximarmos a bola da fonte, como na Figura 13, o modelo prevê que a sombra se tornará maior (experimente fazer isso, usando as mãos ou outro objeto iluminado por uma vela ou pela lâmpada do teto). Se você fizer essa experiência descobrirá que, ao aproximarmos o objeto da fonte, a sombra não apenas se torna maior como também perde a nitidez. Será que o modelo explica isso?

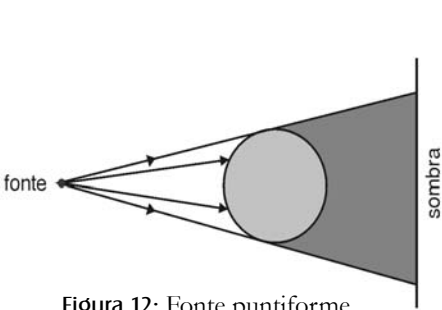


Figura 12: Fonte puntiforme

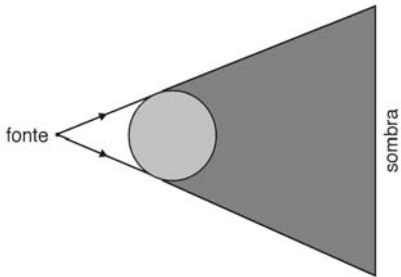


Figura 13: Fonte puntiforme

PENUMBRA  
FONTE EXTENSA

Na Figura 14, a fonte não é mais representada por um ponto. Na construção da sombra, os raios luminosos partem agora de vários pontos da fonte, iluminando um pouco da região onde deveria haver apenas sombra, formando a **PENUMBRA**, em que as bordas da sombra perdem a nitidez. Nesse caso dizemos que a fonte é **EXTENSA**.

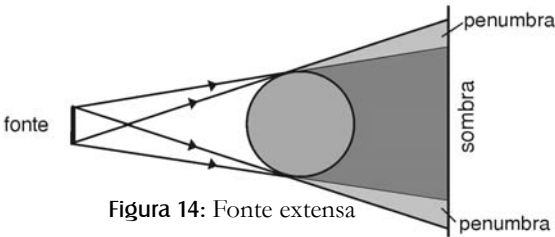


Figura 14: Fonte extensa

FONTE  
PUNTIFORME

Refazendo o desenho da Figura 14, você verificará que se pode aumentar a nitidez das bordas e reduzir a penumbra simplesmente aumentando a distância entre a bola e a fonte. Quando essa distância é grande em comparação ao tamanho da fonte, a sombra fica nítida outra vez: é como se a fonte tivesse voltado a ser um ponto. Quando isso acontece, qualquer que seja o tamanho verdadeiro da fonte, dizemos que a fonte é **PUNTIFORME**.

## Leituras e exercícios 1

### Leitura

Leia a seção 12.1, *Objetos luminosos e iluminados e Propagação retilínea da luz*, do capítulo 12 do livro-texto, *Física – volume único*, de Antonio Máximo e Beatriz Alvarenga, e resolva os exercícios de fixação 1, 3 e 4, sempre verificando se suas soluções estão corretas. Em caso de dúvida, procure um tutor.

### Exercício 1

Dentro de uma caixa semi-aberta (somente na face ABCD), há uma bolinha pendurada, como na Figura 15. Em frente a face aberta são colocadas três lâmpadas. Descreva o que você observaria numa tela colocada atrás da bolinha, dentro da caixa, quando você acende

- a lâmpada do meio da fonte representada na figura;
- apenas duas das lâmpadas da fonte representada na figura;
- as três lâmpadas da fonte representada na figura;
- uma lâmpada com filamento linear vertical colocada na mesma posição das três lâmpadas.

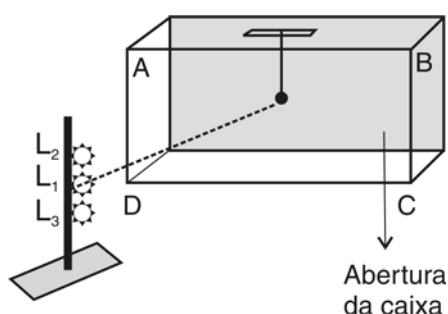


Figura 15

.....

Algumas idéias apresentadas aqui não são as primeiras idéias que, ao longo da História, as pessoas formaram sobre a luz. Releia o Complemento 1!

.....

Reflexão especular e reflexão difusa

Anteriormente falamos que um ambiente escuro se ilumina na presença de uma fonte de luz. Quando isso acontece, podemos ver não apenas a fonte mas também os outros objetos! O que acontece que faz com que vejamos não apenas a lâmpada, a vela ou o Sol?

Usando nosso modelo da óptica geométrica, sabemos que os raios luminosos saem da fonte e, se chegarem a nossos olhos, então poderemos ver a luz. Os raios que saem da fonte também chegam a outros objetos. Agora vamos observar algo novo: uma parte da luz que chega a cada objeto volta a se propagar no ambiente, ou seja, surgem novos raios luminosos com origem nos objetos – por isso podemos vê-los! Portanto, além das FONTES de luz (ou **objetos luminosos**), que emitem luz própria, podemos ver também objetos que não produzem luz própria, chamados **OBJETOS ILUMINADOS**. Você agora já pode explicar uma das diferenças entre estrelas e planetas, ou entre o Sol e a Lua!

Esse comportamento da luz está representado na Figura 16, em que a luz de uma fonte F, que pode ser uma vela ou uma lâmpada comum, chega a uma superfície muito lisa e polida, de metal ou vidro ou, melhor ainda, um espelho. Da superfície surgem novos raios luminosos – dizemos que a luz se refletiu na superfície ou sofreu reflexão.

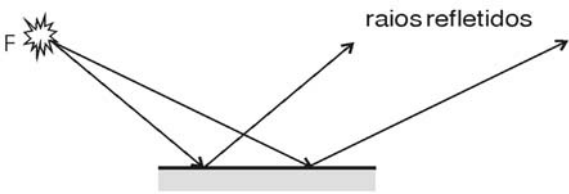


Figura 16: Reflexão especular.

Para simplificar a figura, desenhamos apenas dois raios saindo da fonte e chegando à superfície; você pode completar a figura desenhando outros – a esse conjunto de raios luminosos chamamos **FEIXE DE LUZ**. Cada raio que vem da fonte e chega à superfície é chamado **RAIO INCIDENTE**. O ponto em que cada raio incidente atinge a superfície serve de origem a um novo raio, o **RAIO REFLETIDO**. Podemos dizer que, na figura, temos um feixe incidente (que vem da fonte) e um feixe refletido (que vem da superfície).

FONTES

OBJETOS  
ILUMINADOS

FEIXE DE LUZ  
RAIO INCIDENTE  
RAIO REFLETIDO



Na Figura 17 usamos uma lanterna. Você consegue notar o que mudou? Na figura anterior os raios saíam da fonte em várias direções, formando um **FEIXE DIVERGENTE**. Numa lanterna há um espelho de formato especial (que estudaremos mais adiante) que faz com que os raios saiam dela paralelos, formando um **FEIXE PARALELO**.

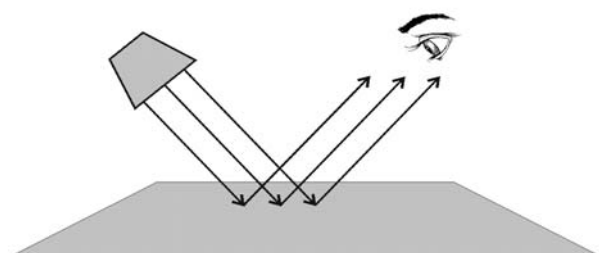
**FEIXE DIVERGENTE****FEIXE PARALELO**

Figura 17: Reflexão de feixe paralelo.

Você deve estar se perguntando por que escolhemos, como exemplo inicial, uma superfície muito lisa e polida. Afinal, a maioria dos objetos que nos rodeiam (paredes, folhas de papel, a tela do cinema, pessoas etc.) não são lisos e polidos. Escolhemos esse exemplo porque há muito tempo foi descoberto que, para as superfícies muito lisas e polidas, o raio refletido sempre se comporta da mesma maneira em relação ao raio incidente. Para explicarmos essa maneira, vamos usar a Figura 18.

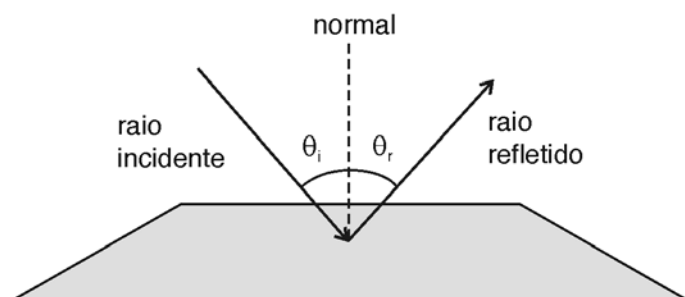


Figura 18: Ângulos de incidência e reflexão.

Além dos raios incidente e refletido, está desenhada também uma semi-reta perpendicular à superfície no ponto de incidência, denominada **normal**. Estão também indicados os ângulos entre o raio incidente e a normal (ângulo  $\theta_i$ ), chamado **ÂNGULO DE INCIDÊNCIA**, e entre o raio refletido e a normal (ângulo  $\theta_r$ ), chamado **ÂNGULO DE REFLEXÃO**.

**ÂNGULO DE  
INCIDÊNCIA  
ÂNGULO DE  
REFLEXÃO**

No **Complemento 4**, conta-se um pouco da história da descoberta desta lei da reflexão...

Agora podemos descrever o que acontece quando a luz se reflete em superfícies lisas e polidas (este é o enunciado das **leis da reflexão da luz**):

- o ângulo de reflexão é sempre igual ao ângulo de incidência:  $\theta_i = \theta_r$
- o raio incidente, o raio refletido e a normal no ponto de incidência estão todos contidos em um mesmo plano.

Você saberia responder agora o que acontecerá com o raio refletido se o raio incidente for perpendicular à superfície?

Como já dissemos, as superfícies lisas e polidas não são as mais comuns. Você também deve se lembrar que, para vermos a luz que vem de um objeto, os raios luminosos têm de entrar em um dos olhos. Se você voltar à Figura 17 (a da lanterna), onde desenhamos também o olho de uma pessoa que está tentando ver os raios refletidos, perceberá que só naquela posição em relação à normal ela verá os raios refletidos. Por quê?

Ora, sabemos que se iluminarmos uma folha de papel com a lanterna, poderemos vê-la sem precisarmos posicionar os olhos como na Figura 17. Outro exemplo acontece quando vamos ao cinema; lá podemos assistir ao filme sentando em qualquer poltrona, sem nos preocuparmos com a *tal* da normal.

Isso acontece porque essas superfícies são ásperas ou irregulares. Se olharmos bem de perto, com uma lente (que estudaremos mais adiante, na Aula 5), descobriremos que é como se essas superfícies tivessem morrinhos e pontas, comportando-se como muitos espelhos refletindo em diferentes direções, como mostra a Figura 19.

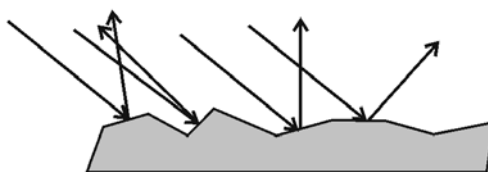


Figura 19: Reflexão difusa

## REFLEXÃO DIFUSA

### DIFUSÃO

O feixe incidente, mesmo sendo paralelo, dá origem a um feixe refletido com raios em várias direções; dizemos que ocorreu **REFLEXÃO DIFUSA**: o feixe sofreu **DIFUSÃO**. Assim, podemos ver a folha, ou o filme no cinema, de quase qualquer posição.

Podemos então entender por que um ambiente fica iluminado quando acendemos uma lâmpada ou vela. Os raios de luz saem da fonte luminosa, atingem as paredes, objetos, pessoas e sofrem muitas reflexões difusas: a luz se difunde pelo ambiente.

Você já deve ter notado que, no cinema, se você olhar para trás consegue ver uma luzinha numa abertura da parede onde fica o projetor (a fonte luminosa). A luz se difunde na tela (o objeto iluminado). Os raios luminosos saem da fonte e atingem a tela, mas você não os vê quando atravessam a sala.

Espere aí! Pode ser que alguma vez você tenha visto, se a sala estava empoeirada ou alguém estava fumando. As partículas de poeira ou fumaça difundem a luz, produzindo raios refletidos que chegam até o olho.

### Tópico avançado

Dentro do modelo da óptica geométrica descrevemos a propagação da luz em termos de raios luminosos, sem nos preocuparmos em saber quanto tempo a luz leva para ir de um ponto a outro. Quando acendemos uma lâmpada, o ambiente parece iluminar-se instantaneamente. Se fosse assim, a luz teria uma velocidade infinita. Não é o caso, pois os cientistas já conseguiram medir a velocidade da luz – ela é mesmo muito grande.

Hoje em dia sabemos também que sua velocidade depende de onde ela se propaga, se no ar, no vidro, ou no vácuo (região de onde o ar é retirado, como dentro de uma lâmpada ou no espaço sideral, entre as estrelas e planetas) etc.

O físico Albert Einstein mostrou que a velocidade da luz no vácuo é a velocidade máxima possível no nosso universo. Nada pode mover-se com velocidade maior que ela.

É comum representar-se a velocidade da luz no vácuo pela letra **c** (cê minúsculo), tendo valor aproximado (mais fácil de lembrar) de cerca de 300.000 km/s.

No **Complemento 5**, leia mais um pouco sobre a determinação da velocidade da luz.

## Leituras e exercícios 2

### Leitura

Leia sobre os assuntos *Reflexão da luz* e *Reflexão difusa* na seção 12.1 do livro *Física*, de Antonio Máximo e Beatriz Alvarenga, e resolva o exercício de fixação 5.

### Exercício 2

Em um quarto escuro, você entra com uma lanterna na mão. Acendendo a lanterna, você faz a luz incidir sobre uma folha de papel. O que você vê:

- (a) quando o papel é branco e liso, tipo sulfite?
- (b) quando o papel é vegetal?
- (c) quando o papel é uma folha de papel de alumínio lisa?
- (d) quando você usa uma folha de papel cartão colorida?

### Exercício 3

Um raio luminoso incide sobre superfícies espelhadas como as desenhadas na Figura 20 a seguir. Em cada um dos casos, desenhe a normal e o raio refletido.

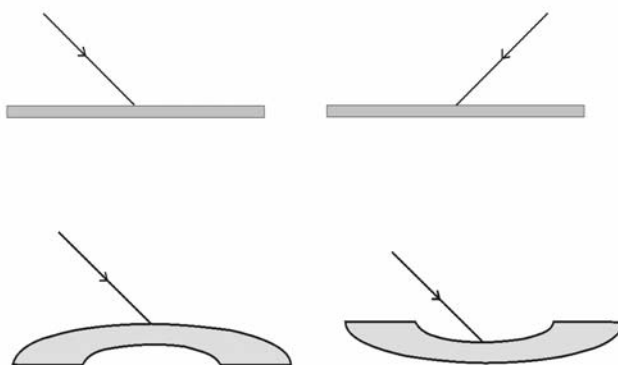


Figura 20

## Sumário inicial

Já percorremos um bom pedaço no estudo desse modelo para a luz, que denominamos de óptica geométrica.

Antes de prosseguirmos, veja só algumas das palavras e expressões que aprendemos:

raios ✓	objetos luminosos ✓	feixe divergente ✓
sombra ✓	objetos iluminados ✓	feixe paralelo ✓
penumbra ✓	reflexão ✓	normal ✓
fonte ✓	feixe de luz ✓	ângulo de incidência ✓
fonte extensa ✓	raio incidente ✓	ângulo de reflexão ✓
fonte puntiforme ✓	raio refletido ✓	reflexão difusa ✓

Estudamos até agora a propagação da luz em meios transparentes – aqueles em que a luz se propaga seguindo trajetórias bem definidas, sem que haja difusão ou absorção apreciável. Por exemplo, o vácuo, o ar e espessuras não muito grandes de vidro ou água. Meios em que tal fato não ocorre podem ser translúcidos (vidro leitoso, papel vegetal etc.) ou opacos (folha de cartolina, placa de madeira).

Além de transparentes, os meios eram **HOMOGÊNEOS**, ou seja, apresentavam as mesmas propriedades em todos os pontos.

### HOMOGÊNEO

Consulte o glossário.

.....

- Num meio homogêneo e transparente a luz se propaga em trajetórias retilíneas.
- Um raio não afeta a propagação do outro. Eles podem, por exemplo, interceptar-se sem que isso altere suas trajetórias.
- O sentido de propagação (indicado pelas setas) não altera a trajetória de um raio. Por exemplo, em todas as figuras que ilustram o fenômeno da reflexão pode-se inverter o sentido das setas: o raio refletido passa a ser o incidente e vice-versa. Esse **PRINCÍPIO DA REVERSIBILIDADE DOS RAIOS LUMINOSOS** se aplica em outras situações, que você estudará nas próximas aulas.

.....

### PRINCÍPIO DA REVERSIBILIDADE DOS RAIOS LUMINOSOS

## Refração

### Refração de luz monocromática

Você lembra como começamos nosso estudo da luz? Falamos de brincadeiras com a sombra das mãos. Outra brincadeira ou – se quisermos ser sérios – experiência que você já deve ter feito é mergulhar uma parte de um objeto longo, como uma vareta, lápis ou colher, na água de um copo. O objeto parece que se quebra no ponto em que entra na água.

É possível também que você já tenha observado, ao olhar para o fundo de uma piscina com água, que ele parece mais próximo do que é. Ainda mais interessante é a impressão de que, quanto mais longe de onde você está, mais rasa vai ficando a piscina.

Esses e outros fatos (ou fenômenos, como dizem os cientistas) se devem a outro comportamento da luz, a refração. Vamos descrevê-lo usando o nosso modelo da óptica geométrica, mas uma descrição melhor e mais completa será feita neste curso, mais adiante (na disciplina de Física 4), e para isso um outro modelo será apresentado.

Nos exemplos do copo e da piscina, os raios de luz incidem sobre a superfície da água. Dizemos que essa superfície está separando dois meios: de um lado, o ar; do outro, a água. Quando estudamos os espelhos, lá também a luz incidia na superfície de separação entre dois meios (quais?), mas só estávamos interessados no raio refletido.

Se você fizer um feixe luminoso fino de uma lanterna (ou, melhor ainda, de um **LASER**) incidir sobre a superfície da água em um copo, uma parte do feixe se refletirá (como já sabemos) e outra penetrará na água. Usando água, vidro ou acrílico, poderemos ver um feixe se propagando dentro do material. Esses materiais são muito transparentes, mas sempre ocorre um pouco de difusão (você se lembra do exemplo do cinema?).

#### **LASER**

Consulte o glossário.

#### **Tópico avançado**

Uma parte da luz incidente é também absorvida pelo meio, não estando disponível para reflexão, refração ou difusão.

O raio luminoso que penetra no material é chamado **raio refratado**. Com a ajuda da Figura 21, poderemos escrever as leis da refração.

### RAIO REFRAATADO

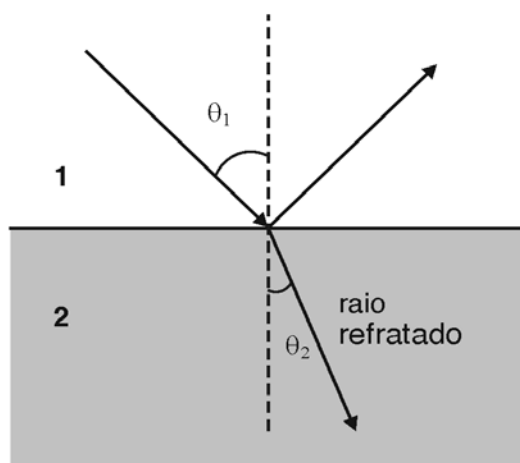


Figura 21: Refração.

Os números 1 e 2 indicam os meios. Por exemplo: o meio 1 poderia ser o ar e o 2, um vidro. Como no caso da reflexão, o ângulo  $\theta_1$  é chamado **ÂNGULO DE INCIDÊNCIA**, agora o ângulo  $\theta_2$  é chamado **ÂNGULO DE REFRAÇÃO**.

ÂNGULO DE  
INCIDÊNCIA

ÂNGULO DE  
REFRAÇÃO

O enunciado das leis fica assim:

- O raio incidente, o raio refratado e a normal no ponto de incidência estão contidos no mesmo plano.
- Para a luz de uma mesma cor e para um dado par de meios, existe uma constante, chamada **ÍNDICE DE REFRAÇÃO DO MEIO 2 EM RELAÇÃO AO MEIO 1**, tal que:

ÍNDICE DE REFRAÇÃO

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n_{12}$$

Na Figura 21, o raio refratado se aproxima da normal; isso ocorre quando  $n_{12}$  é maior que um. O que aconteceria se o raio incidente viesse do meio 2? Basta inverter o sentido das flechas na figura. Nesse caso, o raio refratado no meio 1 se afastaria da normal e poderíamos escrever:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = n_{21}$$

com  $n_{21} = \frac{1}{n_{12}}$  menor que um. Quando o raio refratado se aproxima da normal, dizemos que a luz entrou em um meio mais refringente. Quando se afasta da normal, entrou em um meio menos refringente.

A cor da luz pode  
levar a variações no  
índice de refração  
– como discutiremos  
em breve.

No **Complemento 6**, temos uma discussão da origem desta lei.

O uso do índice de refração relativo não é muito prático. Há uma maneira mais simples, em que se pode tratar cada meio separadamente. Com aparelhagem especial, os cientistas podem retirar o ar, que usamos em nosso exemplo, deixando o chamado **vácuo** como meio 1. Isso não traz problemas, porque a luz se propaga no vácuo; não é como o som, que precisa do ar para se propagar.

Na Figura 21, por exemplo, se o meio 2 for vidro, escrevemos agora

$$\frac{\text{sen } \theta_{\text{vácuo}}}{\text{sen } \theta_{\text{vidro}}} = n_{\text{vidro}}$$

ÍNDICE DE  
REFRAÇÃO  
ABSOLUTO

onde dizemos que  $n_{\text{vidro}}$  é o **ÍNDICE DE REFRAÇÃO ABSOLUTO** ou, simplesmente, **índice de refração** do vidro.

Para cada material que for colocado como meio 2 (no lugar do vidro) pode-se obter o valor do seu índice de refração (para uma dada cor da luz). É fácil ver que se o meio 2 for o vácuo, então  $n_{\text{vácuo}} = 1$ . O índice de refração do ar é quase igual ao do vácuo e, nos problemas, você pode fazê-lo igual a 1.

**Tópico avançado**

Anteriormente falamos que a luz tem uma velocidade de propagação que depende do meio. Dissemos também que sua velocidade máxima ocorre no vácuo, sendo representada pela letra **c**.

- No modelo ondulatório da luz, pode-se mostrar que, sendo **v** a velocidade da luz (de uma dada cor) num certo meio, seu índice de refração absoluto é dado por  $n = c/v$ . Esse resultado nos leva novamente a concluir que o índice de refração vale 1 para o vácuo, sendo maior que um para outros meios.
- Nesse modelo ondulatório mostra-se também que o índice de refração relativo de um par de meios é dado por  $n_{12} = v_1 / v_2$ , onde  $v_1$  e  $v_2$  são as velocidades nos meios 1 e 2, respectivamente.
- Uma consequência desses resultados que você pode verificar é que  $n_{12} = n_2/n_1$ .

Leia a seção 12.5 do livro de MÁXIMO e ALVARENGA, *A Natureza da Luz*.

Usando os resultados mostrados no tópico avançado, você pode agora escrever a equação apresentada nas leis da refração de uma outra maneira, mais fácil de lembrar e que usa apenas os índices de refração absoluto:

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = n_{12} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \text{sen } \theta_1 = n_2 \text{sen } \theta_2$$



## Reflexão total

Agora, que já estudamos a refração, vamos falar novamente sobre reflexão. Espere, não vamos repetir tudo. É uma situação nova.

Como vimos, na superfície de separação de dois meios temos um raio luminoso refletido e outro refratado (veja na Figura 21). Vimos também que, quando a luz passa de um meio mais refringente para outro menos refringente, o raio refratado se afasta da normal.

Vamos então voltar à piscina?

Na Figura 22 temos novamente o desenho da piscina, com um objeto puntiforme dentro da água. Os raios luminosos vêm do objeto mergulhado e dão origem aos raios refratados (que se dirigem para o ar) e aos raios refletidos (em cor cinza) que retornam à água.

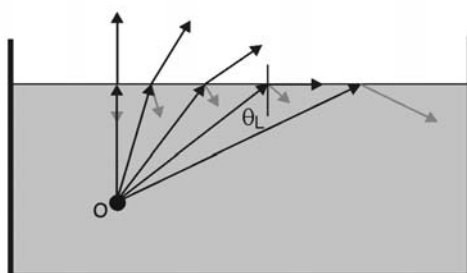


Figura 22: Reflexão total

Quando o raio luminoso que vem do objeto forma com a normal um certo ângulo limite  $\theta_L$ , o raio refratado tangencia a superfície da água. Para ângulos maiores que esse não há mais raio refratado, apenas o refletido, que se torna mais intenso. Dizemos que ocorre **REFLEXÃO TOTAL**: a superfície passa a funcionar como um espelho.

É fácil calcular o ângulo limite, pois ele ocorre quando o ângulo de refração vale  $90^\circ$ :

$$n_{\text{água}} \sin \theta_L = 1 \times \sin 90^\circ = 1$$

ou seja

$$\theta_L = \arcsen \left( \frac{1}{n_{\text{água}}} \right)$$

### REFLEXÃO TOTAL

**arc sen y** é uma função que se lê “arco cujo seno vale y”; isto é, se  $\theta = \text{arc sen } y$  então  $\text{sen } \theta = y$  (leia mais sobre funções trigonométricas inversas nas disciplinas de Matemática).

Você consegue imaginar o que veríamos na superfície da piscina se o objeto *O* fosse uma pequena lâmpada? Na Figura 23 podemos observar que apenas os raios contidos em um cone podem escapar da água. Na superfície será visto um disco iluminado de raio

Verifique!

$$R = h \operatorname{tg} \theta_L$$

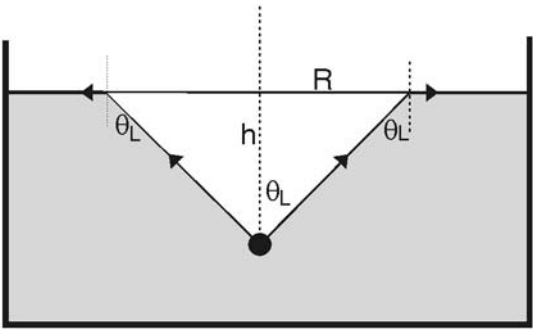


Figura 23: Lâmpada na piscina

Na Figura 24, a reflexão total na superfície da água contida em um copo é usada para a visualização de um objeto oculto ao observador.

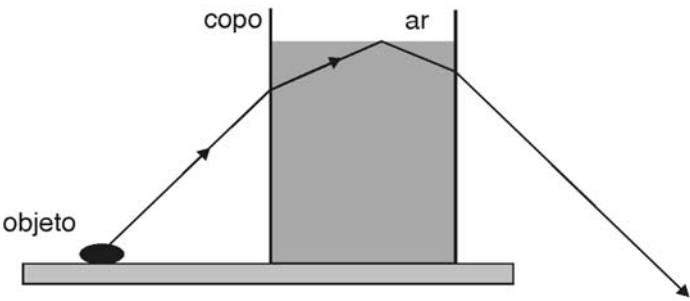


Figura 24: Reflexão total em um copo de água

Assista ao vídeo  
FIBRAS ÓPTICAS.

As fibras ópticas são uma aplicação moderna do fenômeno da reflexão total de que você já deve ter ouvido falar. Elas são feitas de finos fios de quartzo transparente. Os fios podem ser dobrados e até se pode dar um nó neles sem que isso impeça a luz de propagar-se dentro deles, fazendo múltiplas reflexões totais, como mostrado esquematicamente na Figura 25. Elas são usadas na Medicina (pode-se, por exemplo, observar o interior do estômago em funcionamento), nas Telecomunicações e até em objetos decorativos.

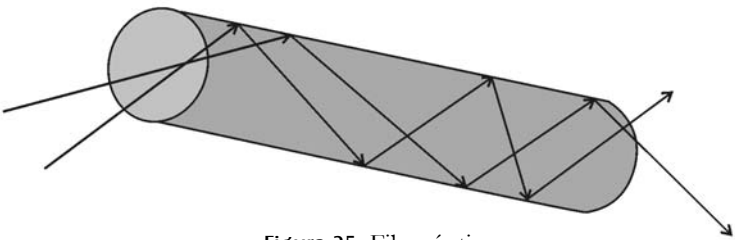


Figura 25: Fibra óptica

## Refração da luz branca

Várias vezes dissemos que o índice de refração também depende da cor da luz que se refrata. Isso tem algumas conseqüências, que apresentaremos a seguir, através de um exemplo.

A Figura 26 mostra a luz solar ou branca incidindo sobre um prisma triangular de vidro, mas ao sair, do outro lado, está separada em várias cores (na realidade, não há uma passagem brusca de uma cor para outra, como no desenho, mas sim contínua e gradual).

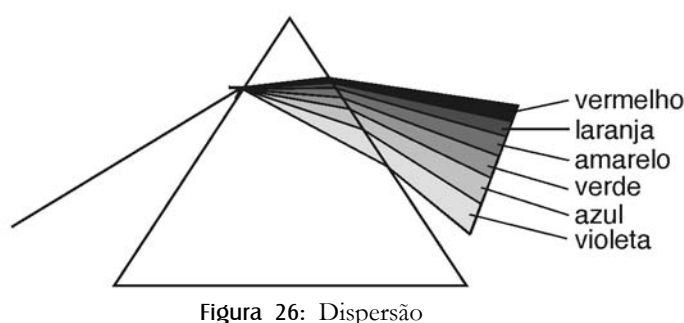


Figura 26: Dispersão

Veja no  
**Complemento 7** a  
descrição do trabalho  
de Newton.

A luz branca parece ser a mais simples, mas é, pelo contrário, formada por luzes de várias cores combinadas. Ao passar pelo prisma de vidro, a pequena diferença no índice de refração de cada cor faz com que cada raio se desvie em ângulos diferentes. Ao violeta corresponde o maior desvio e, portanto, o maior índice de refração. O menor desvio ocorre para o vermelho.

Se fizermos uma cor, ou seja, uma região estreita do feixe colorido, incidir sobre outro prisma, não ocorre nova separação em outras cores.

A dependência entre índice de refração e cor é denominada dispersão; esse fenômeno é responsável, também, pela formação do arco-íris.

## Leituras e exercícios 3

### Leitura

Leia, sobre esses mesmos assuntos, a seção 12.3 do livro *Física*, de Antonio Máximo e Beatriz Alvarenga: *Velocidade da Luz*, *A Luz também se Refrata*, *Índice de Refração*, *As Leis da Refração da Luz*, *Dispersão da Luz Branca* e *O Arco-Íris*. Leia também a seção *Cor de um Objeto*; resolva os exercícios 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27 e 30 desse capítulo.

### Exercício 4

Um raio luminoso que se propaga em um meio homogêneo penetra em outro meio. Em cada um dos casos indicados na Figura 27 abaixo, desenhe a normal e o raio refratado.

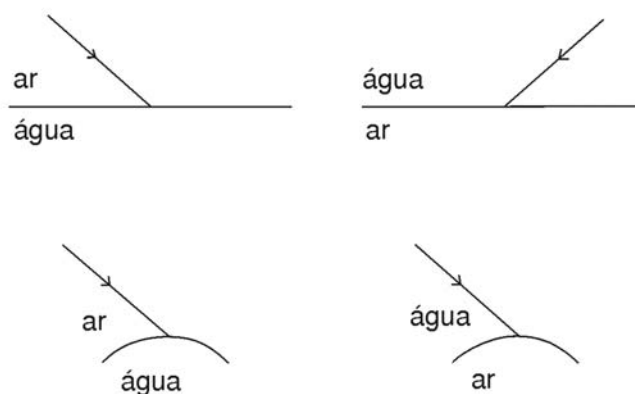


Figura 27

### Exercício 5

Podemos classificar os objetos em dois tipos: *objetos refletores* e *objetos refratores*. Observe o ambiente em que você está, e tente classificar os objetos ao seu redor nessas duas categorias. A seguir, leia no livro *Física 2 – Física Térmica e Óptica*, do GREF, o texto *Abertura do curso de Ótica*.

## Questionário 2

Responda novamente às perguntas encontradas no início desta aula, no questionário **O que sei sobre as propriedades de propagação da luz e de sua interação com a matéria?** e compare com o que você escreveu naquele momento em seu caderno.

Chegamos ao final da segunda aula!

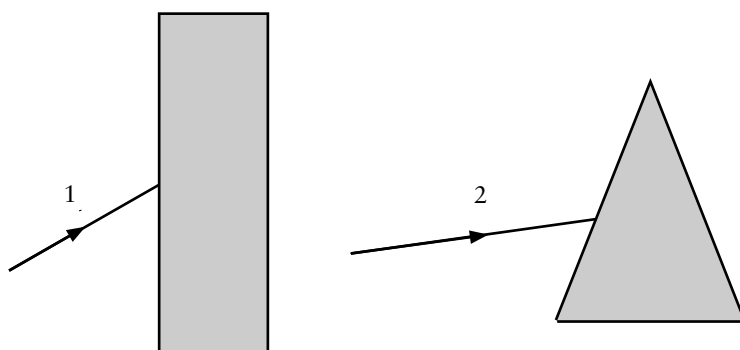
## Exercícios Programados 2

1. Um raio luminoso, propagando-se no ar, refrata-se ao passar desse meio para a glicerina. O ângulo de incidência do raio luminoso é de  $30^\circ$ . Os índices de refração absolutos do ar e da glicerina são  $n_{\text{ar}}=1$  e  $n_{\text{gli}}=1,4$ .

- Determine o ângulo de reflexão e o ângulo de refração.
- Desenhe, *com uma régua e um transferidor*, os raios luminosos refletido e refratado.
- Cacule a velocidade da luz na glicerina.
- Determine o ângulo de reflexão total quando a luz que está se propagando na glicerina encontra a superfície de separação do ar e da glicerina.

2. A figura mostra uma placa e um prisma de acrílico que são atravessados por raios laser. Denominamos 1 o raio que atinge a placa e 2 o raio que atinge o prisma. O índice de refração absoluto do acrílico é 1,5. O índice de refração absoluto do ar é 1.

- Meça o ângulo de incidência do raio que incide na placa de acrílico. Desenhe com transferidor o raio refletido.
- Meça o ângulo de incidência do raio que incide na superfície do prisma. Desenhe com transferidor o raio refletido.
- Calcule o ângulo de refração do raio 1 na primeira superfície da placa. Desenhe com um transferidor o raio refratado que penetra na placa. Meça com um transferidor o ângulo de incidência que o raio que penetra na placa faz com a segunda superfície. Calcule o ângulo de refração do raio que sai da placa para o ar. Desenhe esse raio.
- Calcule o ângulo de refração do raio 2 na primeira superfície do prisma. Desenhe com um transferidor o raio refratado que penetra no prisma. Meça com um transferidor o ângulo de incidência que o raio que penetra no prisma faz com a segunda superfície. Calcule o ângulo de refração do raio que sai do prisma para o ar. Desenhe esse raio.



## Gabarito

1. Um raio luminoso, propagando-se no ar, refrata-se ao passar desse meio para a glicerina. O ângulo de incidência do raio luminoso é de  $30^\circ$ . Os índices de refração absoluta do ar e da glicerina são  $n_{\text{ar}}=1$  e  $n_{\text{gli}}=1,4$ .

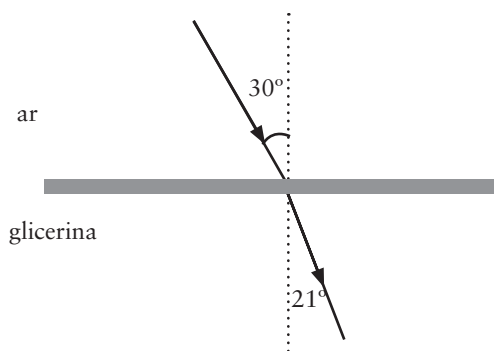
- a. Determine o ângulo de reflexão e o ângulo de refração.

a. Segundo a Lei da Reflexão, o ângulo de incidência é sempre igual ao ângulo de reflexão, assim,  $\theta_i = \theta_{\text{refl}} = 30^\circ$ .

O ângulo de refração é obtido usando a Lei de Snell:

$$\text{sen } \theta_{\text{refr}} = \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{glicerina}}} \text{sen } \theta_i = \frac{1}{1,4} \text{sen } 30^\circ \Rightarrow \theta_{\text{refr}} \cong 21^\circ$$

- b. Desenhe, **com uma régua e um transferidor**, os raios luminosos refletido e refratado.



- c. Calcule a velocidade da luz na glicerina.

$$n_{\text{glicerina}} = \frac{c}{v_{\text{glicerina}}} = \frac{300000 \text{ km/s}}{v_{\text{glicerina}}} \Rightarrow v_{\text{glicerina}} = \frac{300000 \text{ km/s}}{n_{\text{glicerina}}} = \frac{300000 \text{ km/s}}{1,4}$$

- d. Determine o ângulo de reflexão total quando a luz que está se propagando na glicerina encontra a superfície de separação do ar e da glicerina.

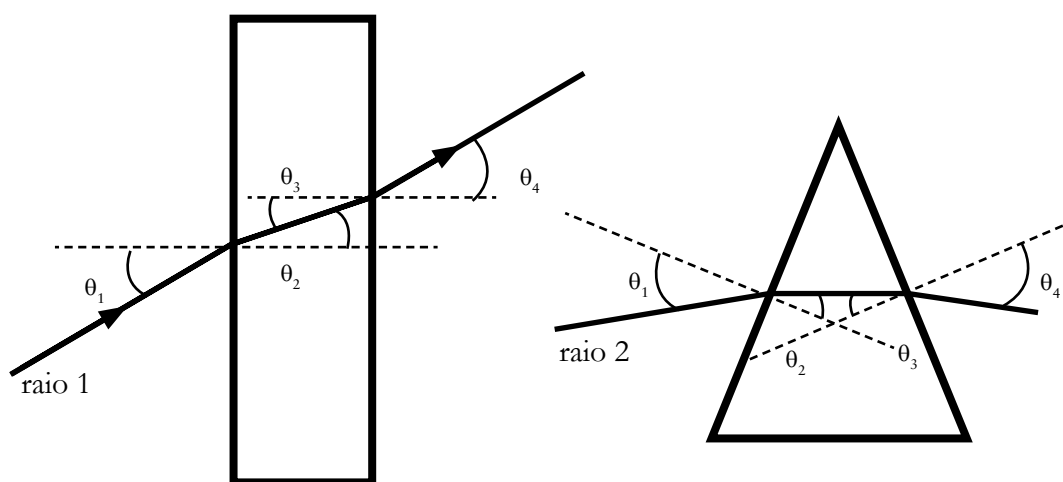
Ao se propagar da glicerina para o ar existe um ângulo limite de incidência para o qual o ângulo de refração é igual a  $90^\circ$ . Acima desse ângulo limite não ocorrerá mais refração e a luz é totalmente refletida. Usando a Lei de Snell temos:

$$n_{\text{glicerina}} \text{sen } \theta_L = n_{\text{ar}} \text{sen } \theta_{\text{refr}} = 1 \text{sen } 90^\circ = 1 \Rightarrow 1,4 \text{sen } \theta_L = 1 \Rightarrow \text{sen } \theta_L = \frac{1}{1,4} = 0,71 \Rightarrow \theta_L = \text{arcsen}(0,71) \cong 46^\circ$$

Logo, todo raio que, propagando-se na glicerina em direção ao ar, incidir com um ângulo maior que esse ângulo limite, ou seja,  $46^\circ$  será totalmente refletido.

2. A figura mostra uma placa e um prisma de acrílico que são atravessados por raios laser. Denominamos 1 o raio que atinge a placa e 2 o raio que atinge o prisma. O índice de refração absoluto do acrílico é 1,5. O índice de refração absoluto do ar é 1.

- Meça o ângulo de incidência do raio que incide na placa de acrílico. Desenhe com transferidor o raio refletido.
- Meça o ângulo de incidência do raio que incide na superfície do prisma. Desenhe com transferidor o raio refletido.
- Calcule o ângulo de refração do raio 1 na primeira superfície da placa. Desenhe com um transferidor o raio refratado que penetra na placa. Meça com um transferidor o ângulo de incidência que o raio que penetra na placa faz com a segunda superfície. Calcule o ângulo de refração do raio que sai da placa para o ar. Desenhe esse raio.
- Calcule o ângulo de refração do raio 2 na primeira superfície do prisma. Desenhe com um transferidor o raio refratado que penetra no prisma. Meça com um transferidor o ângulo de incidência que o raio que penetra no prisma faz com a segunda superfície. Calcule o ângulo de refração do raio que sai do prisma para o ar. Desenhe esse raio.



### 1. Lâmina

Denominamos  $\theta_1$  o ângulo de incidência,  $\theta_2$  o ângulo de refração na primeira superfície,  $\theta_3$  o ângulo de incidência na segunda superfície e  $\theta_4$  o ângulo de refração na segunda superfície.

O ângulo  $\theta_1$  mede  $30^\circ$ . O ângulo  $\theta_2$  deve ser calculado pela Lei de Snell, isto é,  $\text{sen}(30^\circ) = 1,5 \text{sen}(\theta_2) \Rightarrow \theta_2 = 19,5^\circ$ . A luz penetra em um meio mais denso aproximando-se da normal. Como as superfícies das placas são paralelas, a luz incide na segunda superfície com um ângulo  $\theta_3 = \theta_2 = 19,5^\circ$ . Consequentemente, pela Lei de Snell temos que  $\text{sen}(\theta_4) = 1,5 \text{sen}(\theta_3) \Rightarrow \theta_4 = 30^\circ$ . A placa apenas desloca o raio incidente lateralmente.

## 2. Prisma

Denominamos  $\theta_1$  o ângulo de incidência,  $\theta_2$  o ângulo de refração na primeira superfície,  $\theta_3$  o ângulo de incidência na segunda superfície e  $\theta_4$  o ângulo de refração na segunda superfície. O ângulo  $\theta_1$  mede  $30^\circ$ . O ângulo  $\theta_2$  deve ser calculado pela Lei de Snell, isto é,  $\text{sen}(30^\circ) = 1,5 \text{sen}(\theta_2) \Rightarrow \theta_2 = 19,5^\circ$ . A luz penetra em um meio mais denso aproximando-se da normal. A medida com o transferidor do ângulo de incidência na segunda superfície do prisma fornece um ângulo  $\theta_3 = 21^\circ$ . Consequentemente, pela Lei de Snell temos que  $\text{sen}(\theta_4) = 1,5 \text{sen}(\theta_3) \Rightarrow \theta_4 = 32,5^\circ$ . Nesse caso há um desvio nítido do raio incidente.



# Espelhos planos e esféricos: as imagens formadas

## Objetivos

Desenvolver sua capacidade de previsão em relação a imagens formadas por espelhos – planos e esféricos – e observar algumas das aplicações práticas dos espelhos.

## Introdução

Esta terceira aula tem como finalidade desenvolver sua capacidade de prever a forma, o tamanho e a posição das imagens formadas por espelhos planos e esféricos e compreender algumas das aplicações práticas dos espelhos.

Ela é composta por uma atividade inicial de reflexão, uma atividade prática (a ser realizada em sua casa) e dois textos, além de atividades complementares (leituras, exercícios e exemplos).

**O que sei sobre formação de imagens em espelhos?** propõe uma atividade de reflexão cujo objetivo é a *organização* de seus conhecimentos prévios sobre formação de imagens em espelhos planos e esféricos.

Na **Prática 2** são sugeridos cinco experimentos com a finalidade de desenvolver sua capacidade de encontrar a posição de imagens formadas por dispositivos ópticos (espelhos, lentes etc.).

**Espelhos planos** é um texto que apresenta um resumo sobre o assunto.

**Leituras e exercícios 4** apresenta as leituras no livro e os exercícios sugeridos sobre este tópico.

**Espelhos esféricos** é um outro texto, agora sobre espelhos esféricos.

**Leituras e exercícios 5** é a atividade final desta aula.

Realize os trabalhos propostos de forma sistemática, isto é, à medida que são sugeridos neste texto. Use seu caderno para anotações e comentários, além de resolução de atividades. Não deixe de fazer nenhum dos experimentos sugeridos, nem os exercícios. Discuta com seus colegas e com os tutores.

Bom trabalho!

## O que sei sobre formação de imagens em espelhos?

As questões apresentadas a seguir pretendem fazer com que você reflita e organize as idéias que você tem, de sua vida e de seus estudos anteriores, a respeito da formação de imagens por espelhos planos e esféricos. Escreva em seu caderno, de forma organizada, as respostas às questões. Não consulte livros nem notas de aulas, mas não deixe de respondê-las. A comparação entre suas idéias e seus conhecimentos sobre formação de imagens por espelhos, antes e depois de trabalhar esta aula, é importante para que você avalie e compreenda como está a sua aprendizagem.

### Questionário 3

1. Um cego é capaz de *ver* um objeto? Por quê?
2. Um homem que enxerga está em uma sala escura e limpa (sem poeira). Ele será capaz de *ver* a luz que se origina de uma lanterna acesa quando ela é apontada para os seus olhos? Por quê?
3. E se a luz emitida pela lanterna apontar no sentido oposto aos seus olhos? Por quê?
4. E se houver uma cartolina colocada entre seus olhos e a lanterna? Por quê?
5. Um objeto *não emite luz*. É possível vê-lo quando ele é colocado em um quarto escuro? Por quê?
6. E em um quarto *iluminado*? Por quê?
7. Quais são as condições necessárias e suficientes para um observador *enxergar* um objeto?
8. O que é um *raio luminoso*?
9. Quantos raios luminosos são emitidos por um *ponto luminoso*?
10. O que é um *espelho plano*?
11. Um objeto pontual luminoso é colocado na frente de um espelho plano. Como podemos localizar a *posição da imagem* desse ponto?
12. A imagem de um objeto produzida por um *espelho plano* é idêntica ao objeto? Justifique a sua resposta.
13. O que é uma *superfície convexa*?

14. O que é uma *superfície côncava*?
15. O que é um *espelho esférico*?
16. Que tipos de espelhos esféricos você conhece?
17. Um objeto luminoso pontual é colocado na frente de um espelho esférico. Quantas *imagens* desse objeto um espelho esférico forma? Justifique a sua resposta.
18. Por que as imagens produzidas por *espelhos curvos* em algumas situações parecem *deformadas e borradas*? Justifique.
19. O que são *raios paraxiais*?
20. O que é uma *imagem virtual*?
21. O que é uma *imagem real*?
22. Você conhece algumas *aplicações práticas* de espelhos planos e esféricos?

## Prática 2

Esta prática tem o objetivo de desenvolver sua capacidade de encontrar experimentalmente a posição de imagens formadas por dispositivos ópticos (espelhos, lentes etc.). É composta por cinco experimentos cujos nomes são:

**Experimento 6 – Formação de imagens pelo método dos raios**

**Experimento 7 – Formação de imagens por um espelho plano**

**Experimento 8 – Visão de profundidade**

**Experimento 9 – Localização de imagens pelo método da paralaxe**

**Experimento 10 – Localização de imagens em espelhos curvos**

Esses experimentos devem ser feitos em sua casa. Antes de iniciá-los, providencie o material necessário.

### *Material necessário para a Prática 2*

- placa de isopor
- papel A4
- lápis
- alfinetes com cabeça esférica com diâmetro aproximado de 4mm
- régua
- transferidor
- espelho com 20cm de largura e 2cm de altura
- base para manter o espelho na vertical
- copo ou objeto cilíndrico com diâmetro da ordem de 8cm
- papel de alumínio
- caneta esferográfica (de preferência vermelha)

Este material é barato e de fácil aquisição. A caixa *Experimentos caseiros*, disponível para aquisição pelo aluno (como material didático do CEDERJ) contém quase todo o material necessário.

## Experimento 6

### Formação de imagens pelo método dos raios

#### Informação preliminar

Um ponto luminoso emite um número incontável de raios luminosos. A intersecção desses raios luminosos ocorre no ponto luminoso.

#### Objetivo

Apresentar o MÉTODO DOS RAIOS. Esse método consiste em desenhar experimentalmente as trajetórias dos raios luminosos emitidos por um ponto luminoso.

#### Material utilizado

- placa de isopor
- papel milimetrado
- lápis
- alfinetes com cabeça esférica com diâmetro aproximado de 4 mm
- régua

#### Atividade experimental

Fixe uma folha de papel A4 em uma placa de isopor.

Coloque o alfinete 1, verticalmente, sobre o papel na posição indicada na Figura 28,

onde  $AE = \frac{1}{2} AB$ ,  $EF = \frac{1}{3} BD$

Feche um olho e, com o outro (colocado no mesmo nível da placa), observe o alfinete 1, como mostra a Figura 28.

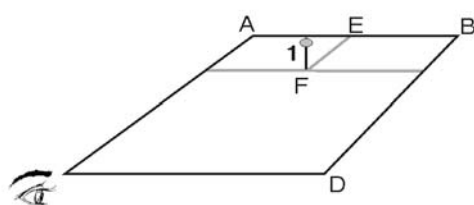


Figura 28

Coloque o alfinete 2 sobre o papel, verticalmente, entre seu olho e o alfinete 1 (como na Figura 29). Os alfinetes devem ficar separados por uma distância de aproximadamente 5

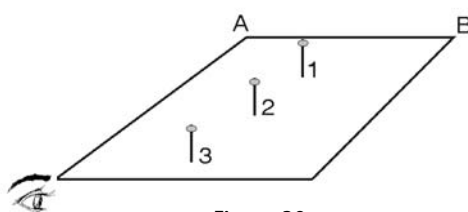


Figura 29

O MÉTODO DOS RAIOS é utilizado para construir as imagens dos objetos formados em “detetores” – o nosso cérebro, filmes fotográficos, anteparos...

Coloque o alfinete 3 sobre o papel, verticalmente, entre seu olho e o alfinete 2, de tal forma que os três alfinetes fiquem alinhados, isto é, formem uma linha reta. Quando o alinhamento for perfeito, você verá apenas o alfinete 3, que é o mais próximo.

Retire os alfinetes 2 e 3 e desenhe uma reta que passe pelos dois *furinhos* deixados por eles na folha de papel A4 (seja cuidadoso).

Chamaremos essa reta de *raio 2-3*.

Repita com os alfinetes 4 e 5, e 6 e 7 o mesmo procedimento utilizado com os alfinetes 2 e 3 (veja Figura 30). Escolha direções diferentes.

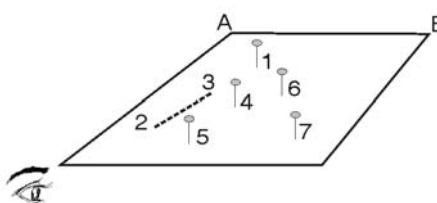


Figura 30

As novas retas serão chamadas de *raio 4-5* e *raio 6-7*.

Retire o alfinete 1 e prolongue os raios 2-3, 4-5 e 6-7.

### Perguntas

1. As retas que denominamos *raios* representam as trajetórias de raios luminosos provenientes do alfinete? Por quê?
2. O ponto de encontro dos seus raios coincide com o furinho produzido pelo alfinete 1 no isopor? O resultado experimental que você alcançou está razoável? Por quê?
3. Quantos raios você precisa traçar para encontrar a posição do alfinete 1?

## Experimento 7

### Formação de imagens por um espelho plano

#### Objetivo

Desenvolver sua capacidade de aplicar o método dos raios para localizar experimentalmente a posição de *imagens* formadas por dispositivos ópticos (espelhos, lentes etc.).

#### Material utilizado

- placa de isopor
- papel milimetrado
- lápis
- alfinetes com cabeça esférica com diâmetro aproximado de 4mm
- régua
- transferidor
- espelho com 20cm de largura e 2cm de altura
- base para manter o espelho vertical

#### Atividade experimental

Fixe uma folha de papel A4 sobre uma placa de isopor. Coloque o alfinete 1 verticalmente sobre o papel na posição apresentada na Figura 31a.

$$AE = \frac{1}{2} AB, \quad ED = \frac{1}{3} BF$$

Coloque o espelho no meio do papel, como mostra a Figura 31a. Desenhe com cuidado a linha I-J no papel, para marcar a posição do espelho.

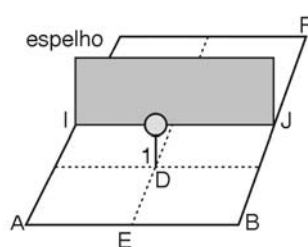


Figura 31a

Utilize o método dos raios para desenhar quatro raios emitidos pela imagem do alfinete. Denominaremos esses raios traçados de raio 2-3, raio 4-5, raio 6-7 e raio 8-9. Na Figura 31b, esses raios estão mostrados.

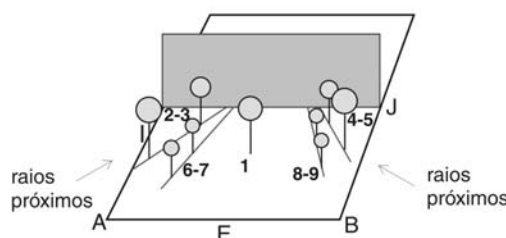


Figura 31b

Lembre-se: toda  
medida experimental  
tem incerteza!

Prolongue os raios 2-3 e 6-7 para encontrar a posição da *imagem* do alfinete. Se quiser, retire o espelho de sua posição, pois ela já está marcada no papel.

Meça a distância perpendicular  $d_1$  entre a imagem do alfinete 1 e a reta sobre a qual fica o espelho e compare com a distância perpendicular  $d$  do alfinete 1 ao espelho.

Medidas:

$d_1 = ( \quad \pm \quad )$

$d = ( \quad \pm \quad )$

Conclusão:

Repita as operações anteriores para os raios 4-5 e 8-9.  
Oriente o raio 2-3 no sentido que aponta para fora do espelho (veja a Figura 32).

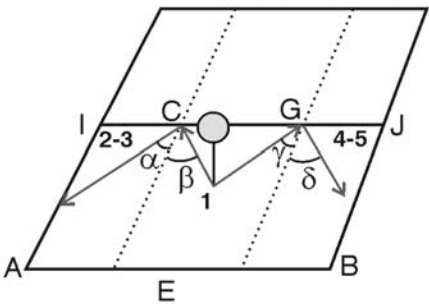


Figura 32

Trace uma reta ligando o alfinete 1 ao ponto de interseção do raio 2-3 com a reta I-J (C). Oriente a reta 1-C com o sentido correspondente a afastar-se do alfinete.

Meça os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  formados pelos raios 2-3 e a reta 1-C com a reta perpendicular ao espelho (reta normal).

Trace uma reta ligando o alfinete 1 ao ponto de interseção do raio 4-5 com a reta I-J (G). Ligue o alfinete 1 ao ponto G pela reta 1-G. Oriente a reta 1-G no sentido de afastar-se do espelho. Desenhe a reta normal que passa pelo ponto G. Meça os ângulos  $\delta$  e  $\gamma$  entre o raio 4-5 e a normal e a reta 1-G e a normal.

Medidas:

$\alpha = ( \quad \pm \quad ) \quad \beta = ( \quad \pm \quad )$

$\delta = ( \quad \pm \quad ) \quad \gamma = ( \quad \pm \quad )$



*Perguntas*

1. A posição da imagem do alfinete no espelho plano depende da direção de observação?
2. A reta poligonal orientada 1-C-2-3 é a trajetória de um raio luminoso? Por quê?
3. Os raios que parecem ser emitidos pela imagem do alfinete 1 são os raios refletidos no espelho? Por quê?
4. Um ser humano entra em um quarto com pouca iluminação e vê dois objetos absolutamente iguais. Ele é capaz de dizer se os dois objetos são de verdade ou se um deles é a imagem do outro formada em um espelho plano?

## Experimento 8

### Visão de profundidade

#### *Informação preliminar*

Uma pessoa **sem visão de profundidade** é incapaz de avaliar a separação entre dois objetos situados frontalmente.

Um alfinete e uma bolinha de papel são colocados em pontos diferentes de uma mesma reta  $Ox$  sobre uma mesa, como na Figura 33a. A Figura 33b representa a projeção desses objetos no plano  $YZ$  (perpendicular à mesa). Um observador com visão de profundidade quando olha segundo  $Ox$  percebe que os objetos estão em pontos separados. Um observador sem visão de profundidade percebe os dois objetos como estando juntos (como na Figura 33b).

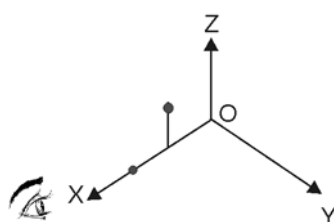


Figura 33a

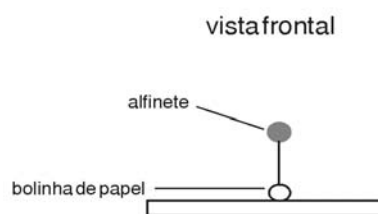


Figura 33b

#### *Objetivo*

Analisar a visão de profundidade do ser humano quando a observação dos objetos é realizada:

- com os dois olhos;
- apenas com um dos olhos.

#### *Material utilizado*

- placa de isopor
- papel
- bolinha de papel (bem pequena)
- alfinetes com cabeça esférica com diâmetro aproximado de 4mm

*Atividade experimental**Primeira Parte*

Amassando um pedacinho de papel, faça uma bolinha de cerca de 2mm de diâmetro.

Coloque os seus olhos ao nível do plano da placa de isopor.

Coloque a bolinha de papel sobre a mesa.

A seguir, tente atingi-la com o alfinete, que deverá ser colocado inicialmente no ar, perpendicular ao plano da mesa (veja a Figura 34). Durante sua descida, o alfinete tem que ser mantido na vertical.

Quando você tiver a sensação de que o alfinete atingiu a bolinha, prenda-o na placa de isopor.

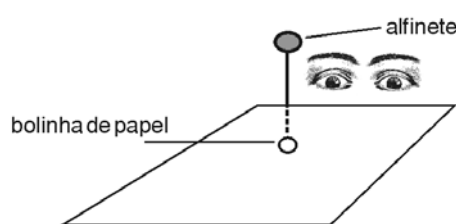


Figura 34

Observe de cima, então, o alfinete e a bolinha (como na Figura 35) para verificar se o alfinete realmente tocou a bolinha de papel.

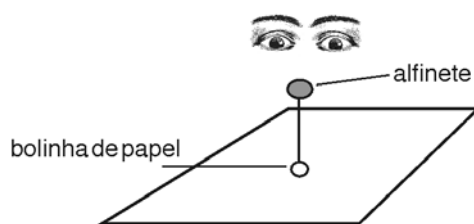


Figura 35

Repita esse procedimento várias vezes e conte o número de vezes que você acerta a bolinha.

.....  
Se você acertou a bolinha muitas vezes,  
sua visão de profundidade é boa.  
.....

Segunda Parte

Feche um dos olhos e coloque o outro no nível do plano da placa de isopor (veja a Figura 36).

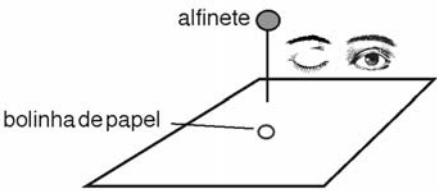


Figura 36

A seguir, tente atingir a bolinha com um alfinete. O alfinete deverá ser colocado inicialmente no ar e perpendicular ao plano da mesa (Figura 36), como na atividade anterior. Durante sua descida, o alfinete tem que ser mantido na vertical.

Quando você tiver a sensação de que o alfinete atingiu a bolinha, prenda-o na placa de isopor.

Ainda com o olho fechado, afaste ligeiramente a sua cabeça para *a direita*.

Se, ao olhar lateralmente, você vir o alfinete e a bolinha ainda juntos, abra o outro olho e observe o sistema de cima, para verificar se a bolinha e o alfinete realmente estão juntos.

Se o alfinete e a bolinha estiverem separados, anote quem está mais à direita. A seguir abra o seu olho e veja de cima o sistema, a fim de verificar se a bolinha e o alfinete realmente estão separados. O objeto que aparece mais à esquerda estava mais próximo de você quando a observação era frontal.

Repita esse processo várias vezes e conte o número de vezes em que você acertou a bolinha com o alfinete.

.....  
Você verificará que o número de acertos é pequeno. Um ser humano que utiliza apenas um dos seus olhos para observar objetos não tem visão de profundidade.  
.....

O procedimento anterior poderia ter sido feito com um movimento de cabeça ligeiramente para a esquerda. Veja que, nesse caso, se o alfinete e a bolinha estão realmente separados, aquele que parece mais à direita estava mais próximo de você quando a observação era frontal.

## Experimento 9

### Localização de imagens pelo método da paralaxe

#### Informações preliminares

A Geometria mostra que um triângulo é univocamente determinado quando são fornecidos um dos seus lados e dois ângulos adjacentes.

Os agrimensores utilizam um equipamento, o teodolito, para medir a distância de objetos muito afastados. Esse instrumento funciona da seguinte maneira: escolhem-se inicialmente dois pontos próximos (por exemplo, os pontos A e B da Figura 37) e mede-se a distância AB entre eles. A seguir, coloca-se o instrumento no ponto A e no ponto B, e determinam-se os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ . Com a determinação desses dois ângulos e da distância AB, é possível determinar todas as outras informações (distância OA, ângulo  $\gamma$ , por exemplo).

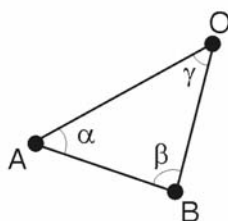


Figura 37

O cérebro humano utiliza um processo análogo ao do teodolito para avaliar a distância de um objeto (ponto O na Figura 37). O objeto é observado de duas posições diferentes (A e B), uma vez que os olhos são separados. O cérebro tem um processo para avaliar os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  e a distância AB entre os olhos. Por isso, um ser humano que enxerga com os dois olhos tem visão de profundidade, é capaz de avaliar corretamente a distância de um objeto em relação a si.

A pessoa que observa objetos apenas com um dos olhos utiliza um único ponto de observação, não conseguindo avaliar corretamente a distância de um objeto a si. O mecanismo que o olho utiliza nesse caso é uma avaliação através da focalização dos dois objetos na retina. Vimos, no experimento anterior, que esse mecanismo é ineficiente, pois esse ser humano não tem visão de profundidade. Ele só poderá avaliar a distância entre os dois objetos movendo a cabeça para outro ponto de observação. Esse procedimento, adotado neste experimento, é conhecido por MÉTODO DA PARALAXE.

“Univocamente de-terminado”

– só existe um jeito de construir esse triângulo, não existem dois triângulos diferentes satisfazendo a essas condições.



teodolito

#### PARALAXE

É o nome dado à observação de um mesmo objeto de dois pontos de visão diferentes.

MÉTODO DOS  
RAIOS:  
veja o  
Experimento 6.

Objetivo

Utilizar a paralaxe, com um dos olhos fechados, para localizar experimentalmente a posição de uma imagem formada por um dispositivo óptico (espelho, lente etc.). O método consiste em colocar um objeto 2 (real) na posição em que se supõe estar localizada a imagem e observar o objeto e a imagem de pontos de visão diferentes. Quando a imagem e o objeto 2 se separam com o movimento da cabeça, deve-se movimentar o objeto 2 para tentar novamente a coincidência. O experimento é finalizado quando o objeto não se separa da imagem quando mudamos o ponto de visão. Esse método é de grande utilidade quando é associado ao MÉTODO DOS RAIOS.

A suposta posição da imagem é encontrada com o método dos raios e o erro experimental na posição da imagem é diminuído com o método da paralaxe.

Material necessário

- placa de isopor
- papel A4
- alfinetes com cabeça esférica com diâmetro aproximado de 4mm
- espelho com 20cm de largura e 2cm de altura
- base para manter o espelho na posição vertical

Atividade experimental

Coloque o alfinete 1 na frente do espelho e o alfinete 2 atrás do espelho, na suposta posição da imagem do alfinete 1 (Figura 38a). Ao olharmos o alfinete 2 e a imagem do alfinete 1 na direção rasante do espelho e na posição frontal, devemos ver um único alfinete completo (veja Figura 38b).

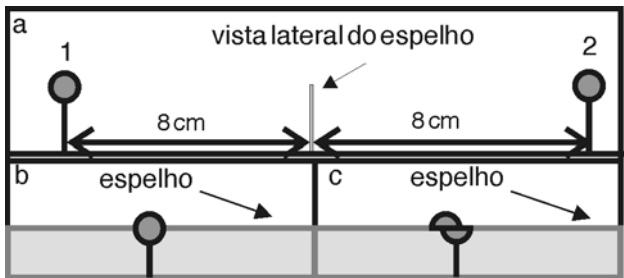


Figura 38

Agora observe o alfinete 2 e a imagem do alfinete 1 e movimente a cabeça para a direita ou para a esquerda. O alfinete 2 estará na posição da imagem se você continuar vendo um alfinete completo como na Figura 38b.

No caso de o alfinete *se partir* (Figura 38c), movimente ligeiramente o alfinete 2 para frente ou para trás. Faça várias tentativas até conseguir que o alfinete continue completo. Nesse caso, o alfinete 2 está na posição da imagem do alfinete 1.

## Experimento 10

### Localização de imagens em espelhos curvos

#### Informações preliminares

Entre os espelhos curvos mais comuns podemos citar os espelhos esféricos, cilíndricos e parabólicos. Um espelho cilíndrico é uma superfície cilíndrica espelhada. Podemos produzir um espelho cilíndrico convexo de baixa qualidade cobrindo um copo cilíndrico (ou qualquer outro objeto cilíndrico) com uma folha de papel laminado sem amassados, deixando a face menos opaca para o exterior.

#### Objetivo

Demonstrar que a imagem de um objeto em um espelho curvo depende da posição do observador, e introduzir o conceito de *raios paraxiais*.

#### Material necessário

- placa de isopor
- papel branco
- alfinetes com cabeça esférica com diâmetro aproximado 4mm
- régua
- transferidor
- copo ou objeto cilíndrico com diâmetro da ordem de 8cm
- papel de alumínio (em bom estado, sem amassados)

#### Atividade experimental

Fixe uma folha de papel A4 em uma placa de isopor.

Cubra a superfície externa do copo com papel alumínio, deixando exposta a parte mais brilhante. Coloque o copo sobre o papel A4 e, com um lápis, marque o contorno do copo, como na Figura 39.

Retire o copo e trace a corda  $AB$  no seu contorno circular. Desenhe a reta  $MI$ , que é perpendicular à corda  $AB$  e passa pelo seu ponto médio  $M$ . Prolongue a reta  $MI$ .

Coloque, na posição vertical, o alfinete sobre a reta  $MI$  a uma distância do ponto 1 equivalente ao raio do contorno. Recoloque o copo na sua posição.

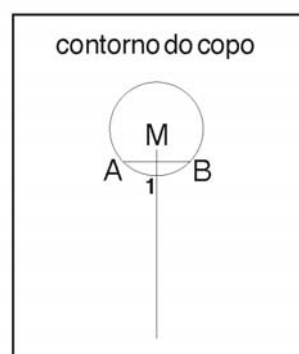


Figura 39

RAIOS PARAXIAIS

Aplique o método dos raios alinhando alfinetes com a imagem do alfinete que está sobre a reta M1. Escolha inicialmente três direções próximas à reta M1. Trace três raios. Esses raios são chamados **PARAXIAIS**.

Encontre a interseção dos raios paraxiais.

De uma direção que forma um ângulo um pouco maior que  $90^\circ$  com a reta M1, observe a imagem do alfinete que está sobre a reta. Utilize o método dos raios para traçar experimentalmente dois raios muito próximos emitidos por essa imagem nessa direção. Esses raios *não são paraxiais*. Encontre o ponto de interseção desses raios.

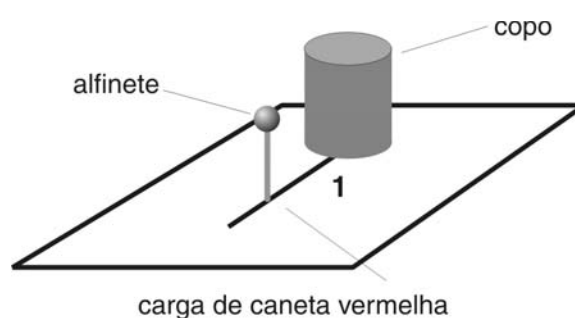


Figura 40

Encontre a posição do centro do círculo e trace uma reta (reta normal) ligando esse centro com o ponto de interseção de um dos raios não paraxiais com o círculo. Encontre o ângulo de reflexão e compare com o ângulo de incidência. Avalie o seu resultado experimental.

*Pergunta*

Marque a resposta correta:

- ( ) A posição da imagem em um espelho curvo não depende do ponto de observação.
- ( ) A posição da imagem em um espelho curvo depende do ponto de observação.

Por quê?



## Espelhos planos

Aquilo que aprendemos sobre reflexão da luz em superfícies lisas e polidas vamos aplicar agora a um objeto muito útil para nós: o **ESPELHO PLANO**. Se você lembra, usamos as superfícies lisas e polidas (como a de um espelho) para apresentar a reflexão e as leis da reflexão. Com elas poderemos explicar o funcionamento dos espelhos planos e, mais adiante, o de outros tipos de espelhos.

### ESPELHO PLANO

Para facilitar seu entendimento, vamos considerar uma fonte de luz puntiforme  $O$ , como mostra a Figura 41, ao lado:

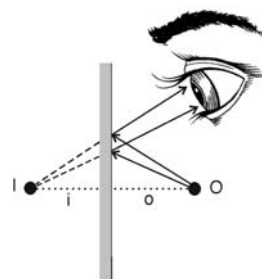


Figura 41

Desenhamos dois dos raios luminosos que saem da fonte e incidem no espelho plano. Obedecendo às leis da reflexão, os raios incidentes refletem-se no espelho e os raios refletidos chegam ao olho. Como mostra a figura, os raios refletidos começam no espelho, mas o olho vê um feixe luminoso que parece divergir de um ponto  $I$  situado atrás do espelho, onde se cruzam os prolongamentos dos raios refletidos. Esse ponto é a **imagem** do objeto  $O$ . Como você pode ver na figura, a imagem  $I$  não emite raios luminosos, mas é como se eles viessem de lá. Quando isso acontece, dizemos que se trata de uma **IMAGEM VIRTUAL**.

### IMAGEM VIRTUAL

Note que imagem virtual não significa que ela só existiria na cabeça (cérebro) do observador, pois se no lugar do olho pusermos uma câmera fotográfica essa imagem pode ser fotografada normalmente.

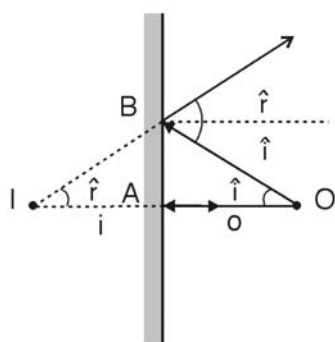


Figura 42

Usando a Figura 42, vamos aplicar as leis da reflexão e obter um interessante resultado. Os triângulos  $OAB$  e  $IAB$  têm o lado  $AB$  em comum e os ângulos iguais (você sabe responder por quê?). Isso faz com que eles sejam iguais entre si. Se eles são iguais entre si, então as distâncias  $D_I$  e  $D_O$  são iguais!

Em outras palavras, num espelho plano vemos a imagem de um ponto luminoso como se ela estivesse lá dentro do espelho, afastada dele pela mesma distância que o ponto luminoso aqui fora.

É claro que tudo acontece da mesma forma se o objeto em vez de ser uma fonte ou ponto luminoso for um objeto iluminado. Por quê?

Imagine o que acontece se, em vez de uma fonte ou objeto puntiforme, tivermos uma fonte ou objeto extenso. Basta aplicarmos o resultado anterior a cada ponto do objeto, como mostrado na Figura 43.

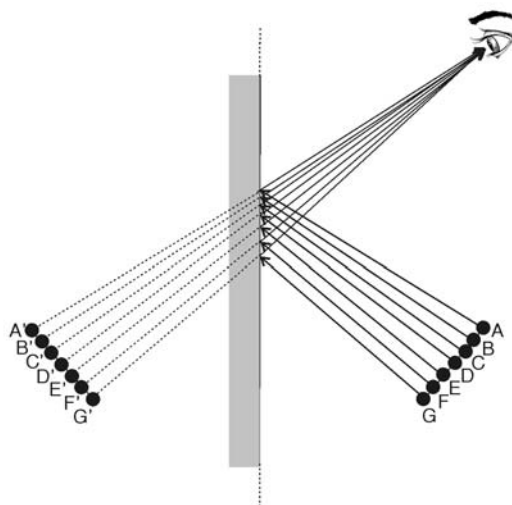


Figura 43

O objeto e sua imagem têm o mesmo tamanho e cada ponto fica na mesma perpendicular ao espelho que a sua imagem ( $A$  e  $A'$ ,  $B$  e  $B'$  etc.). Agora você já sabe explicar como se forma a sua imagem em um espelho? E por que o seu braço direito aparece como sendo o esquerdo da sua imagem?

## Leituras e exercícios 4

### Leitura

Leia sobre os assuntos *Espelhos planos*, *Imagem virtual* e *Imagem de um objeto extenso* na seção 12.2 do Capítulo 12 do livro de Antônio Máximo e Beatriz Alvarenga, *Física – volume único*.

Resolva os exercícios de fixação de 6 até 10.

### Exercício 6

Uma moeda é colocada na frente de um espelho plano, como mostra a Figura 44. Os observadores localizados nos pontos *A*, *B* e *C* concordam em relação à forma, ao tamanho e à posição da imagem da moeda? Justifique sua resposta.

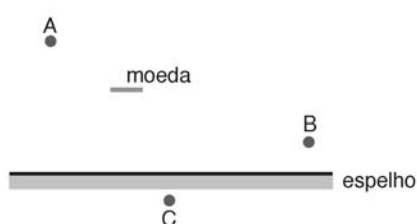


Figura 44

### Exercício 7

Um alfinete é colocado na frente de um espelho, na posição representada na Figura 45.

Utilize o diagrama de raios para localizar a imagem do alfinete.

Em que espaço deve se localizar um observador para que ele veja a imagem do alfinete? Por quê?



Figura 45

**Exercício 8**

A imagem de um alfinete em um espelho plano está sendo observada por dois estudantes localizados no pontos *A* e *B* (veja a Figura 46). O professor cobre o trecho *CD* do espelho com um pano negro. A partir dessa situação, marque as afirmativas corretas:

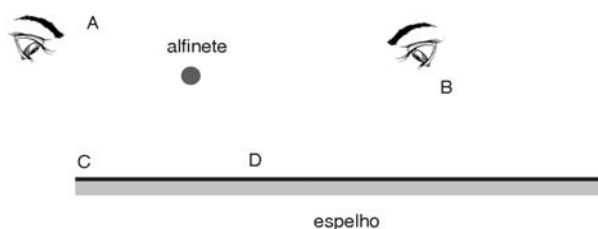


Figura 46

- (a) A imagem do alfinete desaparece para os dois estudantes.
- (b) A imagem do alfinete desaparece apenas para o estudante A. O estudante B passa a vê-la menos luminosa.
- (c) A imagem do alfinete desaparece apenas para o estudante A. Para o estudante B ela continua igual.
- (d) A imagem do alfinete desaparece apenas para o estudante B. O estudante A passa a vê-la menos luminosa.
- (e) A imagem do alfinete desaparece apenas para o estudante B. Para o estudante A ela continua igual.

**Exercício 9**

Uma bolinha de gude é colocada entre dois espelhos, sobre a bissetriz do ângulo formado entre eles (Figura 47). Qual é o número máximo de imagens que podem ser observadas nos casos em que:

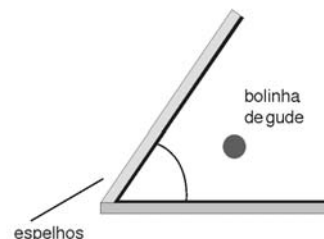


Figura 47

- (a) o ângulo entre os espelhos é de  $90^\circ$ ?
- (b) o ângulo entre os espelhos é de  $60^\circ$ ?

**Exercício 10**

Dois observadores enxergam a imagem completa de um objeto extenso colocado na frente de um espelho plano. Marque a resposta correta:

- (a) Os dois observadores concordam em relação à posição e à forma da imagem e discordam em relação ao tamanho.
- (b) Os dois observadores vêem imagens idênticas localizadas no mesmo ponto.

## Espelhos esféricos

### Espelhos esféricos côncavos e convexos

A palavra “calota” nos lembra daquela tampa que se põe sobre o centro da roda do carro, sendo hoje em dia quase plana em alguns modelos. Na Geometria, entretanto, sabemos que calota é o nome que se dá a uma região retirada de uma superfície esférica. Uma calota lisa e polida forma um **ESPELHO ESFÉRICO**.

Se a reflexão da luz ocorrer na superfície interna, dizemos tratar-se de um **ESPELHO CÔNCAVO**; se na superfície externa, de um **ESPELHO CONVEXO**. Essas denominações se aplicam mesmo no caso em que a superfície do espelho não seja esférica.

**ESPELHO ESFÉRICO**

**ESPELHO CÔNCAVO**

**ESPELHO CONVEXO**

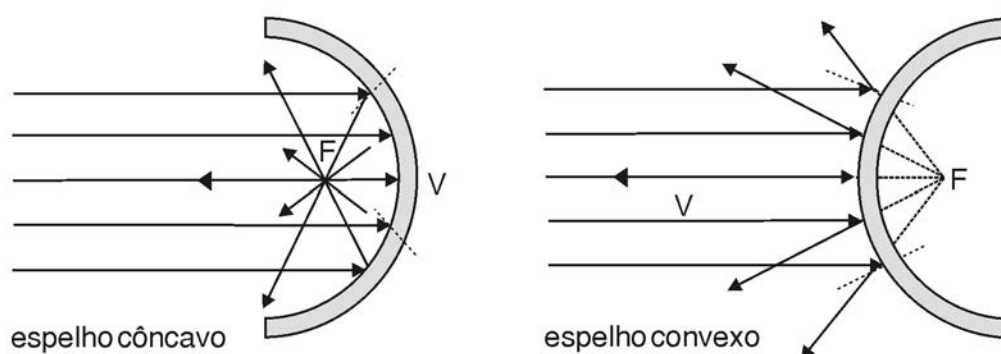


Figura 48: Espelhos esféricos

Na Figura 48 feixes luminosos paralelos incidem em um espelho côncavo e num convexo. Os raios se refletem nas superfícies curvas obedecendo às leis da reflexão, sendo que em cada ponto da superfície a normal tem a direção de um raio da esfera. O ponto V, onde a normal é paralela ao feixe incidente, é denominado **VÉRTICE**. Mostraremos mais adiante que, em determinadas condições, os raios refletidos no espelho convergem para um ponto F sobre o eixo do espelho, denominado **FOCO**. No espelho convexo, o foco é o ponto de onde divergem os prolongamentos para trás dos raios refletidos.

**VÉRTICE**

**Foco**

Nos dois tipos de espelho a distância entre o foco e o vértice, ao longo do denominado **EIXO DO ESPELHO**, é chamada de **DISTÂNCIA FOCAL** e representada pela letra  $f$ . Sendo  $R$  o raio da esfera de onde foi retirada a calota, mostraremos mais adiante que:

**EIXO DO ESPELHO**

**DISTÂNCIA FOCAL**

$$f = \frac{R}{2}$$

**ABERRAÇÃO ESFÉRICA** – veja “A equação dos espelhos esféricos” e o glossário.

.....

Se, no espelho côncavo, colocarmos uma fonte puntiforme (como uma pequena lâmpada), na posição do foco F, os raios luminosos vindos da fonte se refletirão no espelho e sairão como um feixe paralelo. É exatamente o inverso do que ocorre na Figura 17 e é assim que se forma o feixe paralelo de uma lanterna. Na prática prefere-se usar um espelho denominado parabólico (sua superfície é um parabolóide de revolução), pois este não apresenta o fenômeno da **ABERRAÇÃO ESFÉRICA**, que estudaremos mais adiante.

.....

Imagens no espelho côncavo

Na Figura 48, vimos que, no espelho côncavo, um raio paralelo ao eixo do espelho passa pelo foco F e, inversamente, um raio que passe pelo foco F emerge paralelo ao eixo. Isso nos dá uma maneira de construir a imagem de um objeto, como mostrado na Figura 49.

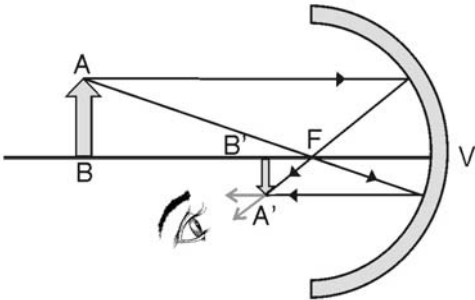


Figura 49: Imagem real no espelho côncavo

O espelho forma uma imagem invertida A'B' do objeto AB. Na figura, mostra-se que a imagem A' do ponto A se forma no ponto de encontro do raio refletido paralelo com o que passa pelo foco. Da mesma maneira se formam as imagens dos demais pontos do objeto.

Você já deve ter notado que essa imagem tem algo diferente da que vimos no caso do espelho plano. Agora ela não é formada pelo prolongamento para trás (para dentro do espelho) dos raios luminosos. O olho agora vê raios que convergem para a imagem, por exemplo para o ponto A', e depois divergem e chegam ao olho do observador; os raios realmente passam pelo ponto A' – dizemos que, nesse caso, o espelho forma uma **IMAGEM REAL**. Se, por exemplo, pusermos uma folha branca de papel no lugar do olho, aparecerá uma imagem projetada sobre ela.

IMAGEM REAL

O espelho côncavo também pode formar imagens virtuais, como mostrado na Figura 50, em que o objeto encontra-se entre o foco e o vértice. Note que a imagem é direita (não é invertida) e é maior que o objeto, o que faz com que nessa situação o espelho côncavo seja usado como espelho de barbear ou de maquiagem.

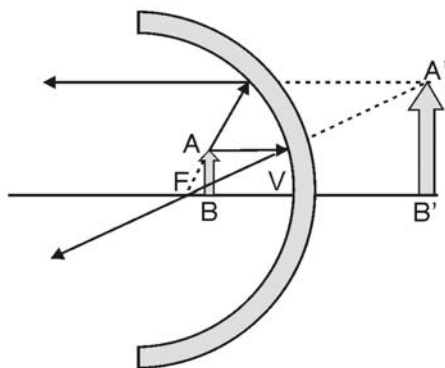


Figura 50: Imagem virtual no espelho côncavo

## Imagens no espelho convexo

O espelho convexo sempre forma imagens virtuais, direitas e menores que o objeto. O modo de construir as imagens é o mesmo usado para o espelho côncavo, com a diferença de que agora o foco encontra-se atrás do espelho.

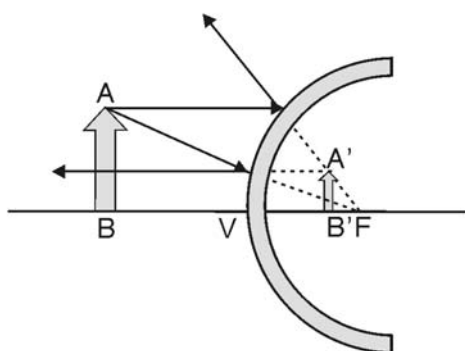


Figura 51: Imagem no espelho convexo

## A equação dos espelhos esféricos

**O e I:** objeto puntiforme e sua imagem

**V:** vértice

**o e i:** distâncias do objeto e da imagem ao vértice

**R:** raio de curvatura

$\alpha$ : ângulo do raio incidente com o eixo

$\beta$ : ângulos de incidência e reflexão

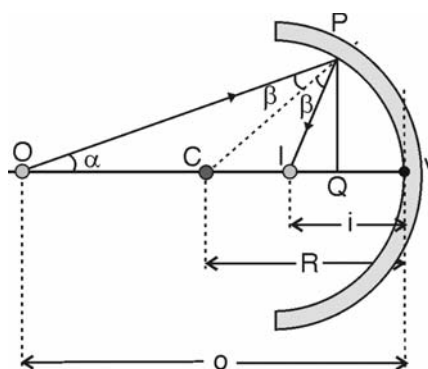
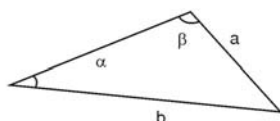


Figura 52: Grandezas no espelho esférico

A lei dos senos é uma propriedade de triângulos:



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

Vamos deduzir a equação que relaciona os valores de  $i$ ,  $o$  e  $f$  para um espelho esférico. Usaremos para a dedução um espelho côncavo. Aplicaremos a lei dos senos aos triângulos OCP e CIP.

Usando-se a lei dos senos ao triângulo OCP, obtemos:

$$\frac{o - R}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \alpha}$$

o que implica que

$$\sin \beta = \frac{o - R}{R} \sin \alpha$$

Portanto, dadas a posição O do objeto e a inclinação  $\alpha$  que o raio faz com o eixo do espelho, o ângulo  $\beta$  (de incidência do raio no espelho) está determinado.

Do triângulo OIP, vemos que o ângulo CIP vale  $\pi - (\alpha + 2\beta)$ . Como  $\sin(\pi - (\alpha + 2\beta)) = \sin(\alpha + 2\beta)$ , a lei dos senos aplicada ao triângulo CIP fornece

$$\frac{R - i}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin(\alpha + 2\beta)}$$

o que significa que  $i$  vale

$$i = R \left[ 1 - \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + 2\beta)} \right]$$

Utilizando-se o valor de  $\sin \beta$  obtido, temos uma equação que relaciona as distâncias do objeto e da imagem,  $o$  e  $i$ , porém elas dependeriam do ângulo  $\alpha$ : no espelho esférico, *raios com diferentes inclinações cruzam o eixo em diferentes posições*, resultando em diferentes imagens para o mesmo ponto objeto puntiforme, dando origem a uma deformação da imagem chamada de **ABERRAÇÃO ESFÉRICA**.



Pode-se obter uma imagem nítida se apenas raios pouco inclinados em relação ao eixo do espelho forem usados; dizemos, nesse caso, que apenas **raios paraxiais** são usados. Na Figura 52, observamos que o ângulo PCI é um ângulo externo do triângulo OCP, e vale  $\text{PCI} = \alpha + \beta$ . Como em radianos podemos escrever que o ângulo vale o arco subtendido pelo ângulo (PV) dividido pelo raio do círculo (R), temos que, em radianos:

$$\alpha + \beta = \frac{PV}{R}$$

Para que  $\alpha$  e  $\beta$  sejam sempre pequenos, PV deve ser pequeno em comparação com o raio: basta usarmos uma calota esférica pequena em relação ao tamanho da esfera.

Nessa denominada APROXIMAÇÃO PARAXIAL, para qualquer ângulo  $\theta$  podemos fazer  $\sin\theta \sim \theta$  e então:

APROXIMAÇÃO PARAXIAL

Substituindo-se a primeira na segunda

$$\frac{o-R}{R} = \frac{\beta}{\alpha} \quad \text{e} \quad \frac{R-i}{R} = \frac{\beta}{\alpha + 2\beta} = \frac{\beta/\alpha}{1 + 2\beta/\alpha}$$

$$\frac{R-i}{R} = \frac{(o-R)/R}{1 + 2(o-R)/R} = \frac{o-R}{R + 2o - 2R} = \frac{o-R}{2o-R}$$

$$2oR - R^2 - 2oi + iR = oR - R^2$$

$$oR + iR = 2oi$$

Dividindo-se membro a membro por  $ioR$ :

$$\frac{1}{i} + \frac{1}{o} = \frac{2}{R}$$

Observe que:

- A distância da imagem  $i$  varia com a distância do objeto  $o$  e depende do raio de curvatura  $R$  do espelho. Não depende porém do ângulo que o raio luminoso forma com o eixo, pois estamos dentro da aproximação paraxial.
- Se pusermos o objeto na posição de sua imagem, a nova imagem será formada na posição onde o objeto se encontrava. É um exemplo da reversibilidade dos raios luminosos.

- Nós já sabemos que quando o objeto está muito distante a imagem se forma no foco, cuja distância ao vértice indica-se por  $f$ . Se fizermos

$$o \rightarrow \infty \Rightarrow f = \frac{R}{2}$$

obtemos então a forma usual da equação dos espelhos esféricos,

$$\frac{1}{i} + \frac{1}{o} = \frac{1}{f}$$

Equação dos  
espelhos esféricos  
na aproximação  
paraxial.

Sinal algébrico de  $i$  e  $f$

Para usar e interpretar corretamente os resultados da aplicação da equação dos espelhos esféricos, é fundamental compreender a convenção de sinais. Se você fizer algumas construções geométricas e compará-las com o cálculo algébrico, utilizando a equação dos espelhos esféricos, você poderá facilmente confirmar a validade da seguinte convenção de sinais:

- se  $i > 0$ , a imagem é real
- se  $i < 0$ , a imagem é virtual
- $o > 0$  (objeto real)

Referimo-nos à equação obtida como sendo a equação dos espelhos esféricos, ainda que a tenhamos provado apenas para o caso de um espelho côncavo. Você poderá, nos exercícios, verificar que ela também vale para os espelhos convexos, desde que lhes seja atribuído um sinal negativo para o raio de curvatura  $R$ , ou seja, para os espelhos convexos  $f < 0$ .

No diagrama da Figura 53, resume-se a convenção:

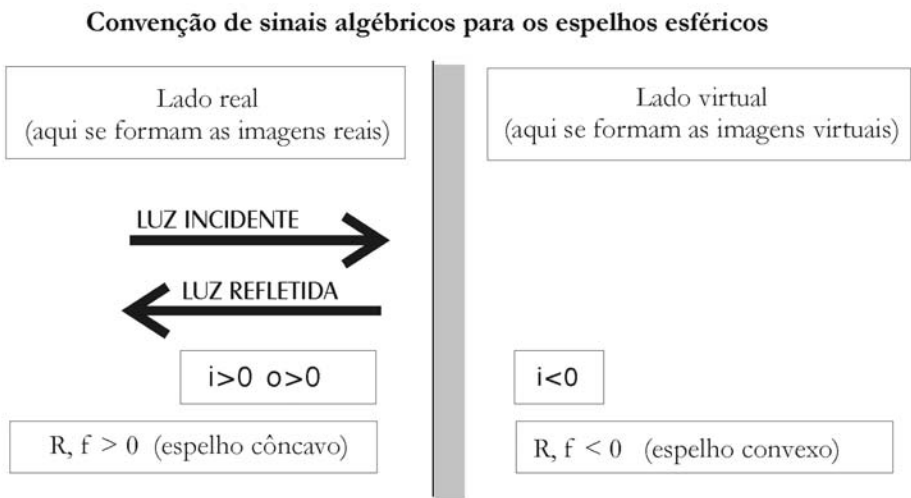


Figura 53

## Aumento transversal

Na Figura 54 obtém-se uma expressão para o AUMENTO TRANSVERSAL (ou ampliação linear), tomando-se com sinal positivo as distâncias medidas para cima e com sinal negativo as medidas para baixo. Então o objeto terá um comprimento  $+y$  (tamanho da seta AB) e a imagem um comprimento  $-y'$  (tamanho da seta A'B'). O resultado obtido vale tanto para espelhos côncavos (como o usado na demonstração), como para espelhos convexos.

AUMENTO  
TRANSVERSAL

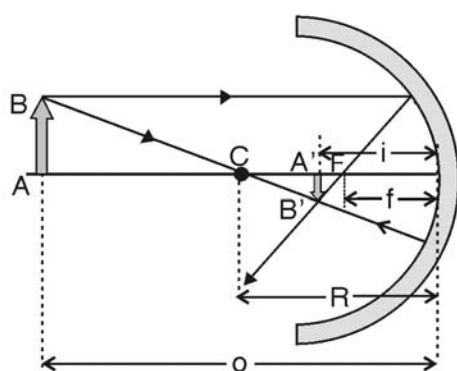


Figura 54: Aumento lateral nos espelhos esféricos

Da semelhança dos triângulos ABC e A'B'C, temos que:

$$-\frac{y'}{y} = \frac{A'C}{AC} = \frac{R-i}{o-R} = +\frac{i}{o} \left( \frac{\frac{R}{i}-1}{1-\frac{R}{o}} \right)$$

Utilizando a equação dos espelhos, você poderá mostrar que o termo entre parênteses vale 1 e, portanto, o aumento transversal de um espelho esférico, indicado por  $m_T$ , é dado por:

$$m_T \equiv \frac{y'}{y} = -\frac{i}{o}$$

Verifique também que

- se  $m_T < 0$ , a imagem é real e invertida em relação ao objeto;
- se  $m_T > 0$ , a imagem é virtual e sem inversão.

## Leituras e exercícios 5

### Leitura

Leia sobre os assuntos *Espelhos côncavos e convexos*, *O que é uma imagem real*, *Imagens em um espelho côncavo*, *Imagens em um espelho convexo* e *O espelho convergente de Arquimedes* na seção 12.2 do Capítulo 12 do livro de Antonio Máximo e Beatriz Alvarenga, *Física – volume único*. Não deixe de refazer os exemplos.

Desse mesmo Capítulo 12, resolva os exercícios de fixação de números de 11 até 19.

Leia sobre o assunto *Espelhos parabólicos* na seção 2.5.3, da Parte 2 – *Sistemas ópticos que possibilitam a visão das coisas*, do livro *Física 2 (Física Térmica e Óptica)* do grupo GREF.

Dessa mesma Parte 2 leia o problema resolvido 2.12 (onde é descrito o funcionamento de um *holofote*).

### Exercício 11

Um espelho cilíndrico convexo tem um diâmetro de 7 cm. O ponto C é o centro do espelho.

Uma carga de caneta esferográfica vermelha é colocada verticalmente na frente do espelho sobre a reta PC, a uma distância de 3,5 cm do ponto 1 da Figura 55.

As linhas denominadas por P1, P2, P3 e P4 representam as trajetórias de raios luminosos espalhados pela carga de caneta. Os raios P1, P2, P3 e P4 se refletem no espelho, dando origem respectivamente aos raios P'1, P'2, P'3 e P'4.

Utilize uma régua e um transferidor para traçar esses raios refletidos. Prolongue todos os raios refletidos utilizando para isso retas pontilhadas.

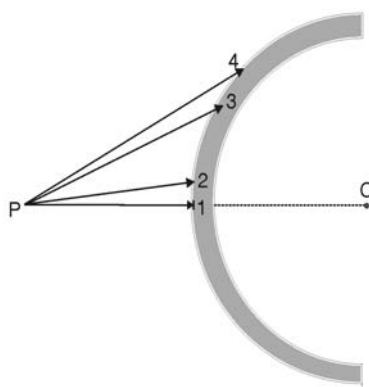


Figura 55

**Responda:**

- a) O prolongamento de todos os raios refletidos convergem para um único ponto?
- b) Um observador E que está próximo à reta PC olha na direção do raio P1. Em que ponto ele vê a imagem da carga?
- c) Um observador F que está próximo ao raio refletido P'4 olha na direção desse raio para o ponto 4. Em que ponto ele vê a imagem da carga?
- d) Coloca-se sobre o espelho uma fita opaca. Ela passa pelo ponto 1 e é paralela à carga. O que acontece com as imagens vistas por E e F?
- e) Coloca-se sobre o espelho uma fita opaca. Ela passa pelo ponto 4 e é paralela à carga. O que acontece com as imagens vistas por E e F?

**Questionário 4**

Responda novamente, no seu caderno, às perguntas do Questionário 3, **O que sei sobre formação de imagens em espelhos?**. Compare-as com as suas respostas antes de iniciar esta unidade.

Chegamos ao final da terceira aula. Nesta aula, aprendemos a descobrir experimentalmente onde estão e como são as imagens formadas em diversos tipos de espelhos. Verificamos experimentalmente que, no caso geral, cada ponto de um objeto pode ter várias imagens. Discutimos as equações e aproximações teóricas no modelo da óptica geométrica que nos permitem entender estas observações.

## Exercícios programados 3

### Exercício 1

A fonte luminosa representada no desenho a seguir emite raios que se refletem num espelho plano. Desenhe, na **Figura 1**, as normais e os raios refletidos associados aos raios 1 e 2.

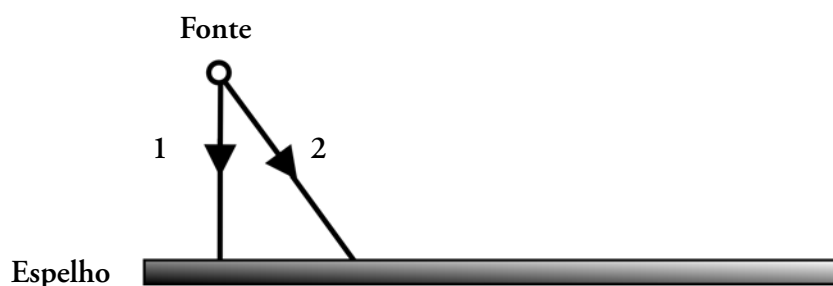


Figura 1

2. Os observadores A e B fecham um de seus olhos e tentam enxergar com o outro olho a imagem da fonte que está na frente de um espelho (**Figura 2**). Cada observador está representado por um olho.

(a) Desenhe na **Figura 2** dois raios que penetram em cada olho aberto após sofrer reflexão no espelho.

(b) Prolongue esses raios para encontrar a posição da fonte para cada um dos observadores. A bolinha preta da figura é a pupila do olho (abertura por onde a luz penetra no olho).

(c) A posição da imagem é a mesma para todos os observadores? Justifique.

(d) Faça o experimento 7 do Módulo 1 para verificar se as suas conclusões estão corretas.

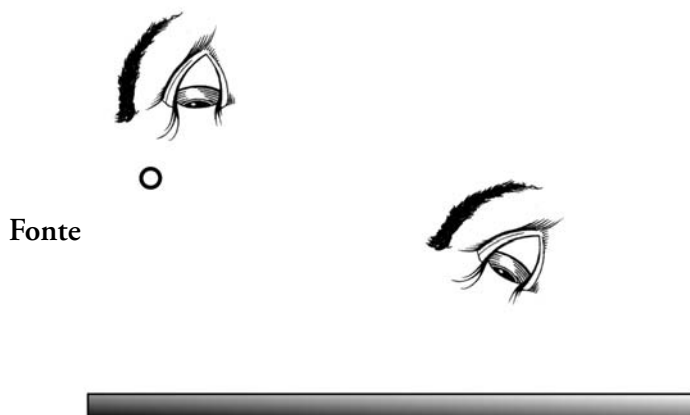


Figura 2

## Exercício 2

Um pequeno objeto encontra-se no ponto O do fundo de um aquário que contém água limpa. Os raios luminosos se refratam na superfície da água. Considere os índices de refração da água igual a 1,33 e do ar igual a 1.

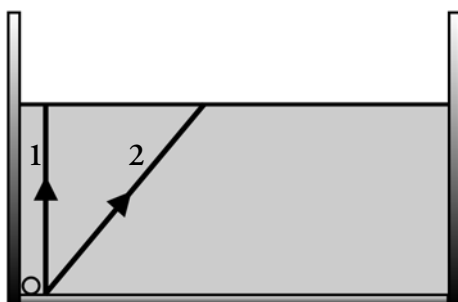


Figura 3

1. Desenhe na **Figura 3** as normais e os raios refratados associados aos raios 1 e 2.

Os observadores A e B, com um de seus olhos fechados, olham para os pontos C e D (**Figura 4**). Cada observador está representado por um olho.

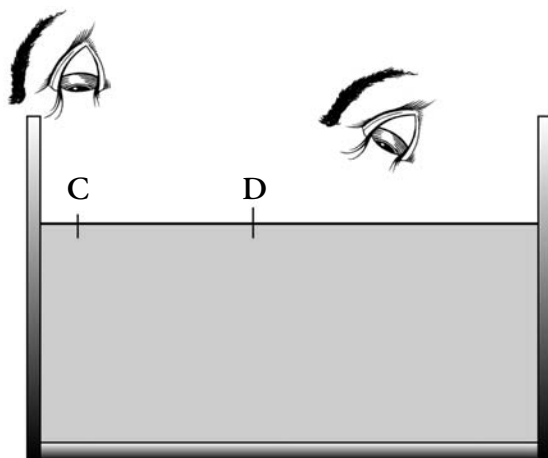


Figura 4

2. Desenhe na **Figura 4** dois raios que penetram em cada olho aberto após sofrer refração na água.

3. Prolongue esses raios para encontrar a posição da imagem do objeto para cada um dos observadores. A bolinha preta da figura é a pupila do olho (abertura por onde a luz penetra no olho).

4. A posição da imagem é a mesma para todos os observadores? Justifique.

5. Faça essa experiência com uma pequena moeda colocada no fundo de um recipiente de vidro preenchido com água e verifique se a sua conclusão está correta. Tente explicar a diferença, se ela existir.

## Gabarito

### Exercício 1

1. A fonte luminosa representada no desenho a seguir emite raios que refletem num espelho plano. Desenhe, na Figura 1, as normais e os raios refletidos associados aos raios 1 e 2.

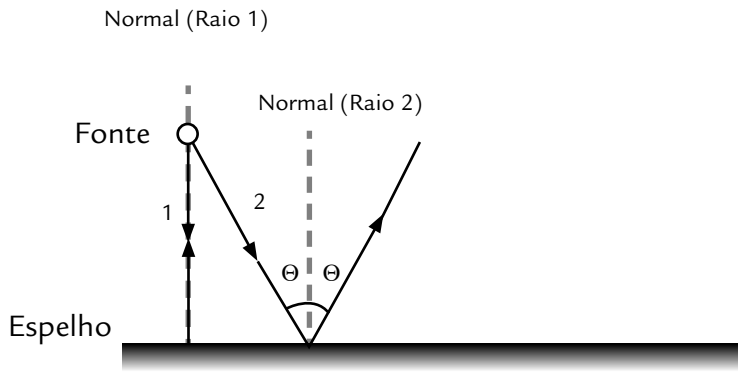


Figura 1

As normais associadas a cada raio estão representadas na Figura 1 por linhas pontilhadas. O raio refletido associado ao raio 1 (incidência normal) está sobre a mesma reta que o raio incidente.

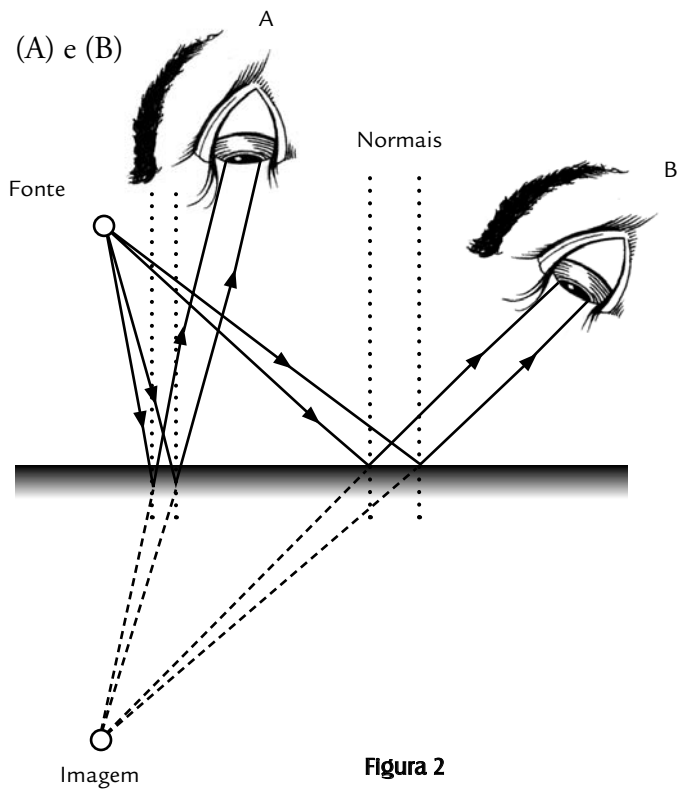


Figura 2

2. Os observadores A e B fecham um de seus olhos e tentam enxergar com o outro olho a imagem da fonte que está na frente de um espelho (Figura 2). Cada observador está representado por um olho.



c) A posição da imagem é a mesma para todos os observadores? Justifique.

*Sim, prolongando-se quaisquer raios refletidos, eles se interceptarão no mesmo ponto (na posição da imagem). Esta é uma propriedade intrínseca dos espelhos planos.*

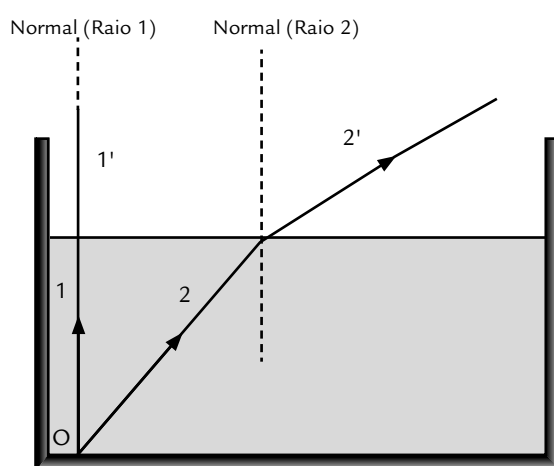
d) Faça o experimento 7 do Módulo 1 para verificar se as suas conclusões estão corretas.

*Individual.*

## Exercício 2

Um pequeno objeto encontra-se no ponto O do fundo de um aquário que contém água limpa. Os raios luminosos se refratam na superfície da água. Considere os índices de refração da água igual a 1,33 e do ar igual a 1.

1. Desenhe, na **Figura 3**, as normais e os raios refratados associados aos raios 1 e 2.



**Figura 3**

2. Desenhe na **Figura 4** dois raios que penetram em cada olho aberto após sofrer refração na água.

3. Prolongue esses raios para encontrar a posição da imagem do objeto para cada um dos observadores. A bolinha preta da figura é a pupila do olho (abertura por onde a luz penetra no olho).

Para encontrar os raios refratados devemos usar a lei de Snell:

*Raio 1:*

$$1,33 \sin 0^\circ = 1 \sin \theta_2, \text{ então } \sin \theta_2 = 0; \boxed{\theta_2 = 0^\circ}$$

Raio 2:

$$1,33 \sin 40^\circ = 1 \sin \theta^\circ, \text{ então } \boxed{\theta_2 = 59^\circ}$$

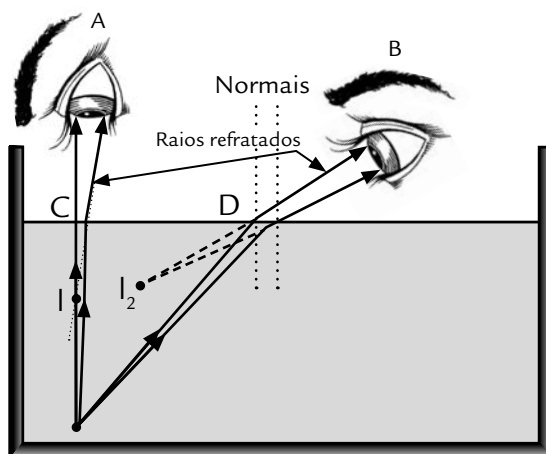


Figura 4

4. A posição da imagem é a mesma para todos os observadores? Justifique.

*Não. A posição da imagem depende de onde o observador se encontra, como é ilustrado na figura. Para o observador A, a imagem se encontra no ponto  $I_1$  e para o observador B, no ponto  $I_2$ . Para ambos, a imagem do objeto parece estar mais próxima à superfície, pois o raio incidente ao passar da água para o ar se refrata, formando um ângulo com a normal maior que o ângulo do raio incidente, já que o raio está partindo de um meio mais refringente para um menos refringente. Assim, o **prolongamento dos raios refratados** formam uma imagem virtual do objeto mais próxima à superfície.*

5. Faça essa experiência com uma pequena moeda colocada no fundo de um recipiente de vidro preenchido com água e verifique se a sua conclusão está correta. Tente explicar a diferença, se ela existir.

*Individual.*

# Meios ópticos transparentes: as imagens formadas

## Objetivos

Desenvolver a capacidade de prever a forma, o tamanho e a posição das imagens formadas em meios ópticos transparentes.

## Introdução

Esta aula tem como finalidade desenvolver sua capacidade de prever a forma, o tamanho e a posição de imagens produzidas em meios ópticos transparentes por efeitos de refração. Ela é constituída de quatro partes.

**O que sei sobre formação de imagens por meios ópticos transparentes?** é uma atividade de reflexão que deverá organizar seus conhecimentos prévios sobre formação de imagens por esses meios.

A **Prática 3** é constituída por dois experimentos que têm como finalidade desenvolver a sua capacidade de encontrar experimentalmente a posição de imagens formadas.

**Superfícies transparentes planas e esféricas** contêm textos que resumem as propriedades dessas superfícies.

Em **Leituras e exercícios 6** há indicações de leituras sobre esses assuntos nos livros *Física*, de Beatriz Alvarenga e Antonio Máximo, e *Física 1 (Termometria e Óptica)*, do GREF, e exercícios sugeridos.

## O que sei sobre a formação de imagens por meios ópticos transparentes?

As questões apresentadas a seguir têm como finalidade investigar e organizar os seus conhecimentos e idéias prévias sobre formação de imagens em meios transparentes. Escreva em seu caderno, de forma organizada, as respostas às questões. Não consulte livros ou notas de aulas, mas não deixe de respondê-las. A comparação entre suas idéias e conhecimentos sobre formação de imagens por meios ópticos transparentes, antes e depois de trabalhar esta unidade é importante para o seu aprendizado.

### Questionário 5

1. O que é um *meio óptico transparente*? Dê exemplos.
2. Por que você consegue enxergar uma pedra que está no fundo de uma piscina com água limpa, e não vê uma pedra que está no fundo de uma piscina com água barrenta?
3. Um *objeto puntiforme luminoso* está no interior de uma piscina com água limpa. A imagem deste objeto tem sua posição alterada quando você se move, mudando o ponto de observação? Por quê?
4. Por que, em algumas situações, um *objeto extenso* que está no fundo de uma piscina *parece deformado*? Explique.
5. Uma esfera com paredes de vidro transparentes e finas está completamente preenchida com água limpa. Um objeto pontual e luminoso está no seu interior. A imagem deste objeto tem sua posição alterada quando você se move, mudando o ponto de observação? Por quê?

## Prática 3

Esta prática tem o objetivo de desenvolver sua capacidade de encontrar experimentalmente a posição de imagens formadas por *dispositivos ópticos refratores*, como lentes e outros. É composta pelos experimentos:

**Experimento 11 - Formação de imagens por refração em superfícies planas**

**Experimento 12 - Formação de imagens por refração em superfícies curvas**

Esses experimentos devem ser feitos em sua casa. Antes de iniciá-los, providencie o material necessário.

### *Material necessário para a Prática 3*

- aquário de vidro com seção quadrada (lado 10cm)
- copo de vidro cilíndrico (diâmetro da ordem de 8cm)
- carga de caneta esferográfica cheia
- massa de vidraceiro (ou massa de modelar)
- placa de isopor
- folha de papel A3
- palitos roliços de madeira
- régua

Esse material é barato e de fácil aquisição. A caixa *Experimentos Caseiros*, disponível para aquisição pelo aluno (como material didático do CEDERJ) contém quase todo o material necessário.

Tome suas medidas com cuidado, mesmo que para isso você aparentemente gaste muito tempo.

O método dos raios foi apresentado e discutido no Experimento 6 da Prática 2 (Aula 3).

## Experimento 11

### Formação de imagens por refração em superfícies planas

#### Objetivo

Utilizar o método dos raios para localizar experimentalmente imagens formadas por dispositivos refratores planos.

#### Material utilizado

- aquário de vidro com seção quadrada
- carga de caneta esferográfica cheia
- massa de vidraceiro (ou massa de modelar)
- placa de isopor
- folha de papel A3
- palitos roliços de madeira
- régua

#### Atividade experimental

Coloque o aquário sobre uma placa de isopor coberta com uma folha de papel A3. O aquário deve ficar no meio da folha de papel. Não se esqueça de prender a folha de papel no isopor. Desenhe o contorno do aquário no papel sem retirá-lo de sua posição. Retire o aquário e trace no papel a reta MN normal à aresta AB passando pelo ponto médio desta aresta. Recoloque o aquário na posição marcada.

Prenda a carga de caneta esferográfica com um pequeno pedaço de massa de vidraceiro no fundo do aquário sobre a reta MN, próximo a sua parte posterior, oposta à aresta AB (a distância pode ser da ordem de 0,5cm, como na Figura 56).

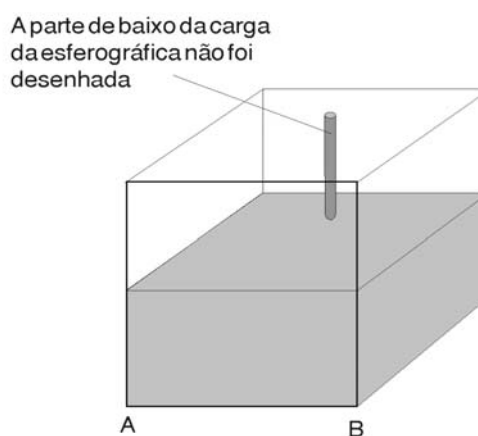


Figura 56

Preencha parcialmente o aquário com água (como na Figura 56).

Colocando-se na posição frontal, como indica a Figura 57, feche um dos olhos e observe a carga de caneta esferográfica. Mexa a cabeça ligeiramente para a direita ou esquerda, utilizando o **método da paralaxe** para verificar se a carga da caneta esferográfica e sua imagem coincidem.

O método da paralaxe foi apresentado e discutido no Experimento 9 da Prática 2 (Aula3).

Responda: em relação a você, a imagem da parte imersa da carga de caneta esferográfica está mais próxima, mais afastada ou à mesma distância que a parte da carga que está fora da água? Tente explicar a sua observação.

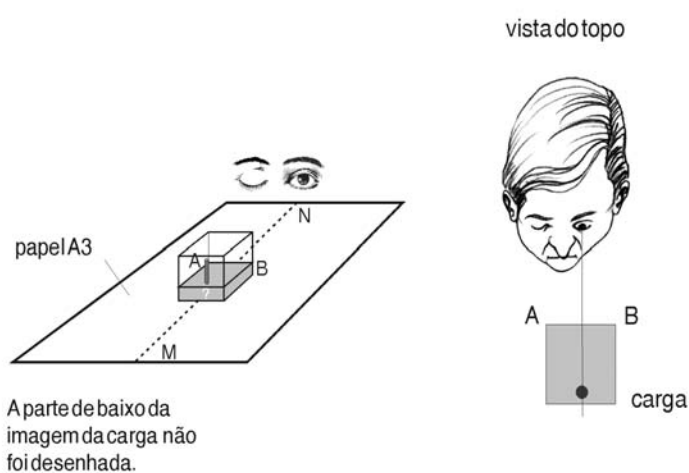


Figura 57

Com auxílio dos palitos, e usando o **método dos raios**, construa dois raios (próximos à reta MN) que permitam localizar experimentalmente a imagem da parte imersa da carga da caneta esferográfica. A localização da imagem obtida é consistente com sua observação?

Utilize um outro ponto de observação bem diferente do anterior, mas ainda no plano frontal, para construir outros dois raios próximos e refazer a sua observação. Mas cuidado! Observe a imagem formada por refração apenas na superfície mais próxima de você. O que acontece com a posição da imagem?

Marque a resposta correta.

- ( ) A posição da imagem de um objeto formada pela refração da luz em uma superfície polida plana não depende da posição do observador.
- ( ) A posição da imagem de um objeto formada pela refração da luz em uma superfície polida plana depende da posição do observador.

Nos livros, na maioria das vezes em que são analisadas as imagens formadas por recipientes transparentes que contêm um líquido transparente, despreza-se a influência das paredes do recipiente. Com a finalidade de verificar se essa aproximação é verdadeira para o nosso experimento, retire a água do aquário e utilize o método dos raios para obter experimentalmente a posição da imagem da carga de caneta esferográfica observada a partir da posição representada na Figura 57.



## Experimento 12

### A formação de imagens por refração em superfícies curvas

#### Objetivo

Utilizar o método dos raios para localizar experimentalmente imagens formadas por dispositivos refratores curvos.

#### Material utilizado

- copo de vidro cilíndrico (diâmetro da ordem de 8cm)
- placa de isopor
- carga de caneta esferográfica cheia
- folha de papel A3
- massa de vidraceiro (ou massa de modelar)
- régua
- palitos roliços de madeira

#### Atividade experimental

Coloque o copo sobre uma placa de isopor coberta por uma folha de papel A3. O copo deve ficar no meio da folha de papel. Não se esqueça de prender a folha de papel no isopor.

Desenhe o contorno do copo no papel sem retirá-lo de sua posição. Retire o copo e trace no papel a reta MN mostrada na Figura 58. Recoloque o copo na posição marcada.

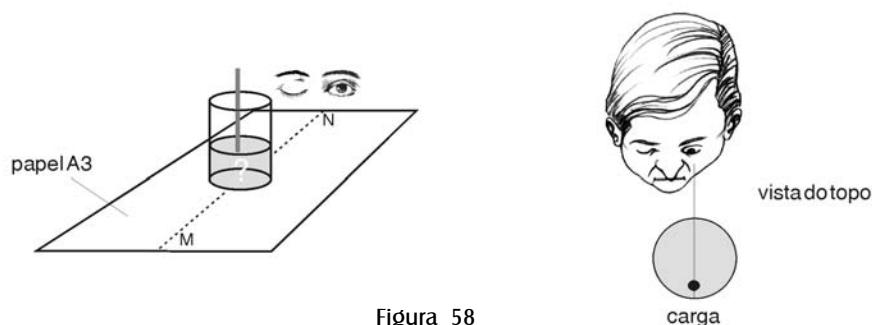


Figura 58

Prenda a carga de caneta esferográfica verticalmente sobre a reta MN, com pequeno pedaço de massa de vidraceiro, ao fundo do copo. A distância entre a carga da caneta e a parede do copo deve ser da ordem de 0,5 cm, e a caneta deve estar próxima à parte do copo mais afastada de você - como na Figura 58. Preencha-o parcialmente com água.

O método dos raios foi apresentado e discutido no Experimento 6 da Prática 2 (Aula 3).

O MÉTODO DA PARALAXE foi apresentado e discutido no Experimento 9 da Prática 2 (Aula3).

Colocando-se na posição frontal (representada na Figura 58), feche um dos olhos e observe a carga da caneta esferográfica. Movimente a cabeça ligeiramente para um lado e para o outro para verificar, pelo MÉTODO DA PARALAXE, se a carga de caneta esferográfica e a sua imagem estão no mesmo ponto do espaço.

Responda: em relação a você, a imagem da parte imersa da carga de caneta esferográfica está mais perto, mais afastada ou à mesma distância que a parte da carga que está fora da água? Tente explicar a sua observação.

Com auxílio dos palitos, e usando o *método dos raios*, construa dois raios (próximos à reta MN) que permitam localizar experimentalmente a imagem da parte imersa da carga da caneta esferográfica. A localização da imagem obtida é consistente com sua observação?

Utilize um outro ponto de observação bem diferente do anterior, mas ainda no plano frontal, para construir outros dois raios próximos e refazer a sua observação. O que acontece com a posição da imagem?

Marque a resposta correta.

- ( ) A posição da imagem de um objeto formada pela refração da luz em uma superfície polida curva **não depende** da posição do observador.
- ( ) A posição da imagem de um objeto formada pela refração da luz em uma superfície polida curva **depende** da posição do observador.

Três estudantes discutem os resultados dessa experiência. Após a leitura dos argumentos abaixo, diga com quais deles você concorda, de quais você discorda e explique suas razões.

**Estudante 1** – “Acho que a imagem da parte inferior da carga da caneta está mais perto de mim do que a sua parte superior. Quanto mais perto alguma coisa está do meu olho, maior ela parece. Como a imagem da parte inferior da barra parece maior, deve estar mais próxima”.

**Estudante 2** – “O argumento parece razoável, mas o resultado do método dos raios informa que a imagem da parte imersa da carga da caneta está mais afastada”.

**Estudante 3** – “Nada disto faz sentido: se a imagem está atrás da carga, como é que essa carga não me impede de ver a sua imagem?”

Desloque a carga da caneta para a parte da frente do copo (a distância da carga de caneta esferográfica pode ser da ordem de 0,5 cm, na Figura 59).

Colocando-se na posição frontal (como na Figura 59), feche um dos olhos e observe a carga da caneta esferográfica. Movimente a cabeça ligeiramente para um lado e para o outro para verificar, pelo *método da paralaxe*, se a carga de caneta esferográfica e sua imagem estão no mesmo ponto do espaço.

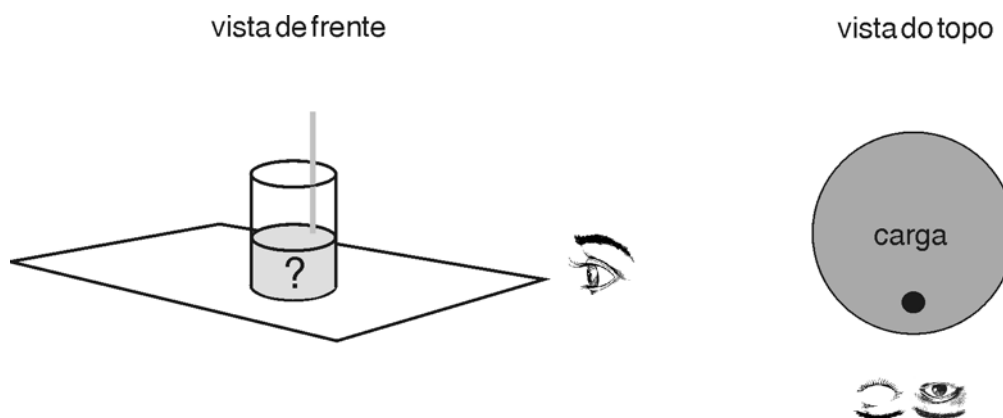


Figura 59

Responda: em relação a você, a imagem da parte imersa da carga de caneta esferográfica está mais próxima, mais afastada ou à mesma distância que a parte que está fora da água? Tente explicar a sua observação.

Discuta suas dúvidas e as respostas obtidas por você com o tutor.

## Superfícies transparentes planas e esféricas

### Superfícies refratoras planas: dióptro plano

Vamos aplicar o que você aprendeu na Aula 2 sobre o fenômeno da refração e as leis que o descrevem. Você já deve conhecê-lo, pois já teve oportunidade de perceber que a profundidade da água em uma piscina parece mudar e que os objetos parcialmente mergulhados em água (ou outro líquido transparente) parecem quebrados.

Na Aula 3 você viu como são formadas as imagens através da reflexão da luz em espelhos planos ou esféricos. Agora veremos que imagens também podem ser formadas por refração. O que ocorre na piscina com o objeto que parece quebrar-se envolve a refração em uma superfície plana, que separa dois meios homogêneos e transparentes. Esse sistema óptico é denominado **DIOPTRO PLANO**. Em outra seção estudaremos o que ocorre se a superfície for esférica, o que tem uma grande importância prática, como você verá.

Na Figura 60 temos um objeto puntiforme  $O$  (luminoso ou iluminado), dentro da piscina, sendo visto por alguém.

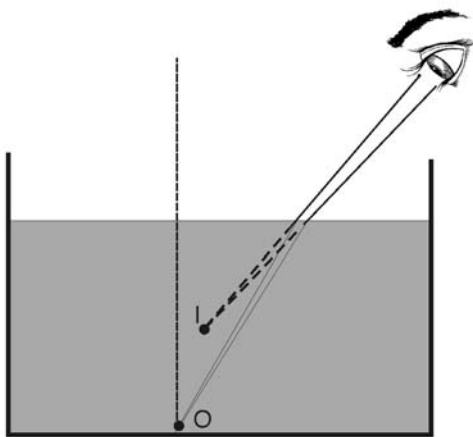


Figura 60: Formação de imagem num dióptro plano

O feixe luminoso sai do objeto e, ao refratar-se na superfície de separação entre a água e o ar, afasta-se da **normal** (você sabe por quê?). A pessoa não vê o objeto  $O$ , mas sim sua imagem virtual  $I$ , que está mais próxima da superfície que o objeto. Na Figura 61 temos a situação inversa, com o observador na água e o objeto no ar. Ele verá a imagem do objeto mais afastada da superfície.

A lei da refração foi discutida na Aula 2.

#### DIOPTRO PLANO

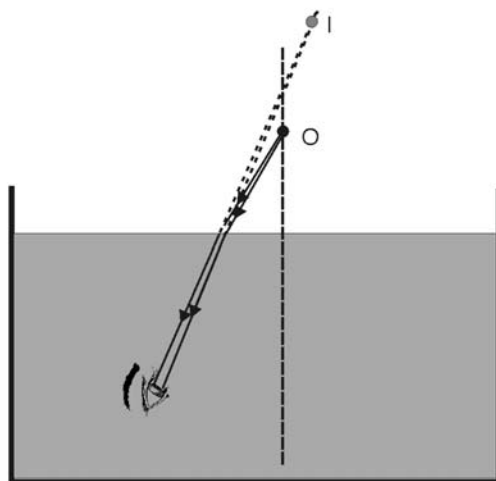


Figura 61: Formação de imagem num dióptro plano

No diagrama da Figura 62a temos dois objetos puntiformes,  $O$  e  $O'$ , em uma mesma profundidade, porém a diferentes distâncias horizontais ao observador. Os ângulos de incidência e refração são maiores para o objeto mais afastado, e isso faz com que sua imagem virtual  $I'$  forme-se mais próximo da superfície. Se, por exemplo, considerarmos todos os pontos do fundo da piscina, concluiremos que ela parecerá mais funda próximo ao observador e mais rasa nos pontos mais afastados.

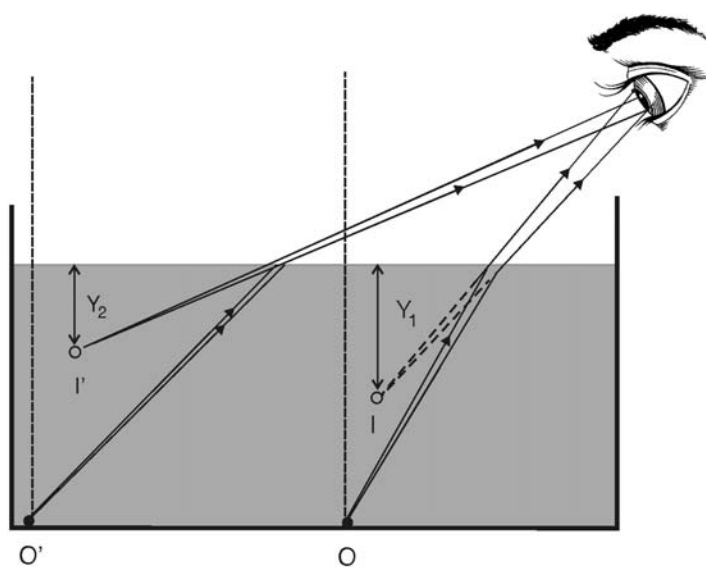


Figura 62a: Formação de imagem num dióptro plano

.....

No Complemento 8, apresentamos um programa de computador que nos permitiu fazer os cálculos para construir as figuras que você está vendo nesta seção. Esses cálculos ficam muito simples usando-se computação algébrica. A linguagem particular que utilizamos é chamada MAPLE.

.....

Podemos obter uma equação que fornece a profundidade aparente de um objeto no fundo de uma piscina quando a observação é feita de forma quase vertical – isto é, quando os raios luminosos que entram no olho estão quase perpendiculares à superfície da piscina (ver Figura 62b).

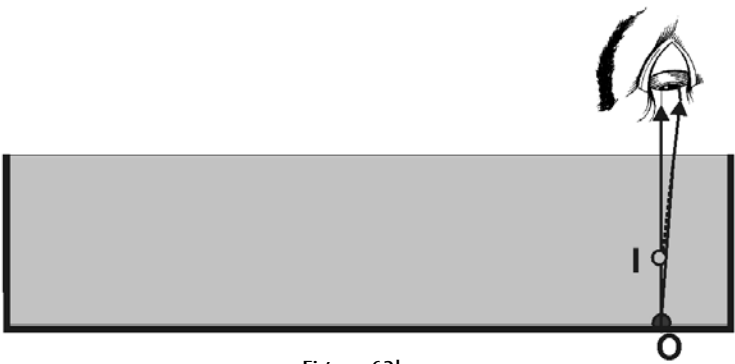


Figura 62b

## A profundidade aparente de um objeto

Na Figura 63, repetimos de forma exagerada (e sem o olho) a situação representada na Figura 62a, quando a observação do objeto é feita próxima à vertical. A profundidade do objeto O vale  $y_o$ , e a profundidade da imagem I vale  $y$ . Podemos calcular facilmente uma relação entre estas duas profundidades.

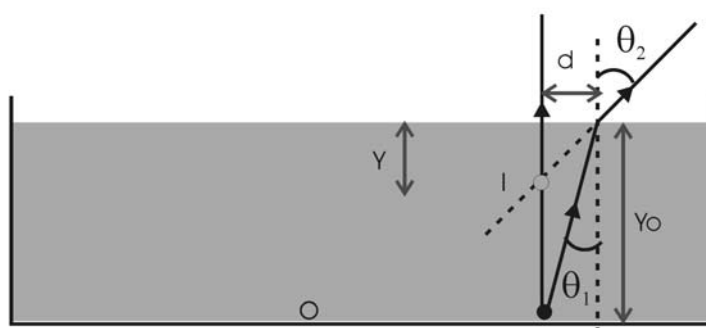


Figura 63: Objeto no fundo de uma piscina, visto de cima

Pela definição de tangente de um ângulo, sabemos que

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{d}{y_o}, \operatorname{tg} \theta_2 = \frac{d}{y}$$

Como os ângulos são pequenos, podemos aproximar a tangente do ângulo pelo seu seno, isto é, escrever

$$\operatorname{sen} \theta_1 \cong \frac{d}{y_o}, \operatorname{sen} \theta_2 \cong \frac{d}{y}$$

A lei da refração nos diz que

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow y = y_o \frac{n_2}{n_1}$$

Como o meio 2 é menos refringente do que o meio 1, isto é,  $n_2 < n_1$ , a profundidade aparente – a distância entre a imagem vista e a superfície – é menor do que a profundidade real.

No caso em que  $n_2 = 1$  (como o ar) e  $n_1 = 1,3$  (como a água), obteremos

$$y = y_o \frac{1,0}{1,3} = 0,77 y_o$$

A imagem é vista a uma profundidade cerca de 1/4 menor do que a profundidade real.

## Objeto parcialmente mergulhado em um líquido

E por que um objeto parcialmente mergulhado parece quebrar-se? Na Figura 64 as imagens virtuais  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$ , de três pontos da vareta,  $A$ ,  $B$  e  $C$ , formam-se em uma profundidade menor, criando a ilusão da quebra da vareta.

A parte 'quebrada' permanece reta? Sim, se do ponto de observação os ângulos  $\theta_2$  forem pequenos, pois nesse caso as profundidades de todos os pontos mergulhados parecerão reduzidas pelo mesmo fator  $n_2/n_1$ .

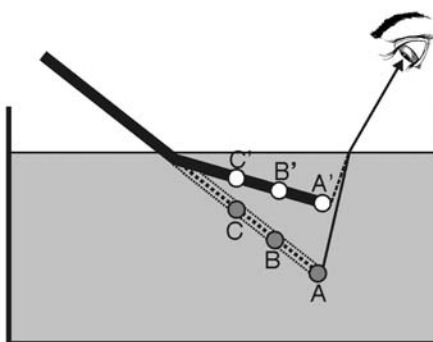


Figura 64: Objeto parcialmente mergulhado em um líquido

É muito importante notar que na Figura 64 (e nas anteriores: Figuras 60, 61, 62 e 63) o desenho mostra uma representação indicativa da posição da imagem virtual, como é vista por um observador (representado pelo olho no desenho) que está olhando de uma posição acima do líquido. **Não** é o que se veria se a parede do recipiente que contém o líquido fosse transparente, e assim pudéssemos realmente olhar lateralmente através dela. Arranje um recipiente assim e verifique!



## A lâmina de faces paralelas

A lâmina de faces paralelas é formada por dois dióptros planos paralelos. Um exemplo é uma placa de vidro no ar, como mostrado na Figura 65. Há três meios homogêneos envolvidos, mas estudaremos apenas o caso em que os dois meios mais afastados são idênticos (por exemplo, o ar), com índice de refração menor que o do meio intermediário (por exemplo, vidro).

Na Figura 65, os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  são iguais. Pelo princípio de reversibilidade dos raios luminosos, se invertermos o sentido das flechas as trajetórias dos raios não mudam, então o raio emergente e o incidente formam o mesmo ângulo com a normal e são, portanto, paralelos. Você também pode provar isso escrevendo as equações da refração nas duas superfícies. A lâmina de faces paralelas produz apenas um deslocamento lateral do raio luminoso.

Na passagem de um meio transparente para outro, como você já sabe, parte da luz sofre reflexão. Na Figura 65 estão representadas (em cinza) três dessas reflexões e uma refração secundária.

Ângulos alternos internos – consulte, em seu material de Geometria.

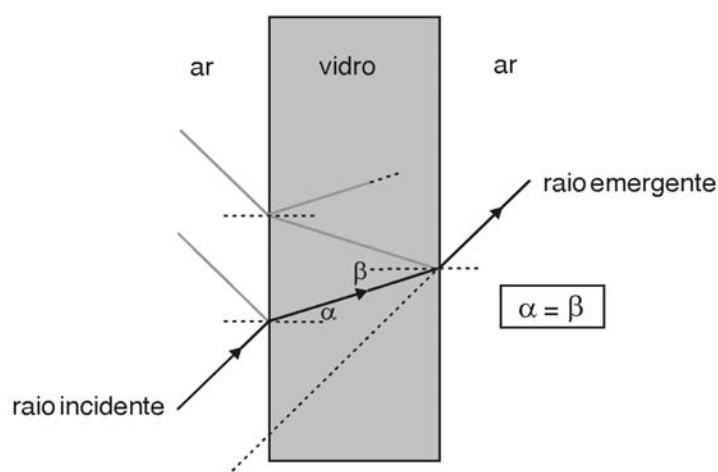


Figura 65: Lâmina de faces paralelas

## Formação de imagem na lâmina de faces paralelas

Na Figura 66 você poderá verificar que a imagem virtual forma-se mais próxima da lâmina que o objeto. É o que você observará, por exemplo, se olhar através de um vidro espesso.

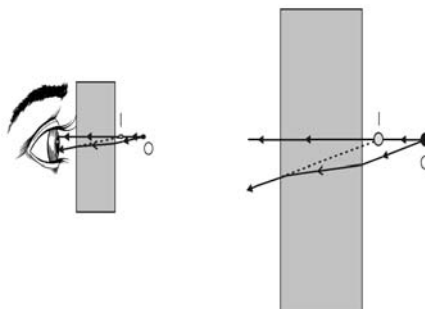


Figura 66: Formação de imagem na lâmina de faces paralelas.

A figura da direita é uma ampliação de parte da figura da esquerda

## Formação de imagens em meios não homogêneos

As imagens virtuais, como você já sabe, apesar do nome, não são ilusões que a pessoa imagina ou pensa que vê, pois podem ser fotografadas. Há um fenômeno, envolvendo imagens virtuais em meios não homogêneos, que você já deve ter visto em filmes, geralmente passados em um deserto, onde o personagem em busca de água vê palmeiras refletidas no que parece um lago. Mesmo cansado, consegue chegar lá e, desesperado, no lugar do lago só encontra areia. São as chamadas miragens, que não devem ser confundidas com visões ou alucinações que o personagem, depois de muito tempo ao sol e sem conseguir água, acaba tendo.

Sem precisarmos ir a um deserto, é bem possível que você já tenha visto miragens num passeio de carro por uma estrada asfaltada, num dia de muito sol. Parece que ao longe há poças d'água no asfalto que, ao nos aproximarmos, desaparecem.

O que ocorre é o que está mostrado na Figura 67, onde o observador, além dos raios luminosos que vêm diretamente da árvore até seus olhos (não mostrados na figura), vê uma imagem virtual e invertida da árvore, formada pelo prolongamento de raios que atingem seus olhos depois de seguirem uma trajetória curva (na figura mostra-se apenas um deles). Raios próximos também se encurvam, formando uma imagem da luz que vem do céu e que parece um lago ou poça. No caso da estrada, vêem-se apenas as “poças”.

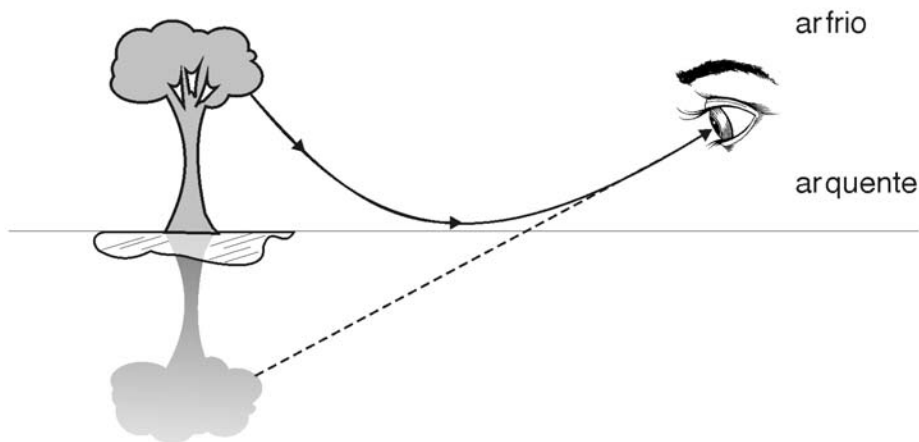


Figura 67: Miragem

Você deve estar estranhando que o raio luminoso faça uma curva. O que ocorre é que, quanto mais próximo do chão iluminado pelo sol, mais quente é o ar, e o ar quente torna-se mais “leve” ou “fino”: dizemos que ele tem densidade menor. Esse ar menos denso tem um índice de refração menor que o do ar acima dele. Dessa forma o índice de refração diminui gradualmente em direção ao solo.

Assista ao vídeo  
**Propagação da luz num meio não homogêneo.**

Por simplicidade, essa diminuição contínua está representada na Figura 68 por apenas quatro camadas de ar. Note que, como esperado (por quê?) o raio luminoso refrata-se, afastando-se da normal à medida que passa para as camadas mais baixas, o que resulta em uma trajetória curva. Numa dada camada ocorre a reflexão total e o raio inicia uma trajetória de volta às camadas mais altas. Tente explicar essa parte da trajetória.

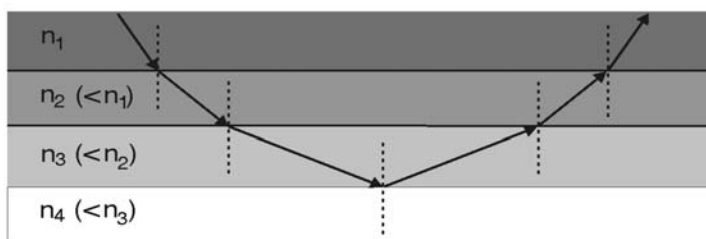


Figura 68: Refração e reflexão total em meio não homogêneo

DIOPTRO ESFÉRICO

Superfícies refratoras esféricas: dioptro esférico

Estudaremos agora a formação de imagens por refração em uma superfície esférica, que separa dois meios homogêneos e transparentes. Esse sistema óptico é denominado **DIOPTRO ESFÉRICO**, e a equação que descreve a formação de imagens nesse sistema apresenta muitas semelhanças com a que descreve a formação de imagens por reflexão nos espelhos esféricos, que você estudou na Aula 3.

Na Figura 69, raios luminosos provenientes de um objeto puntiforme  $O$  incidem numa superfície refratora esférica convexa, de raio de curvatura  $R$ . O meio contendo a luz incidente tem índice de refração  $n_1$ , e o outro meio tem índice de refração  $n_2$ , maior. Uma imagem real do objeto forma-se no segundo meio.

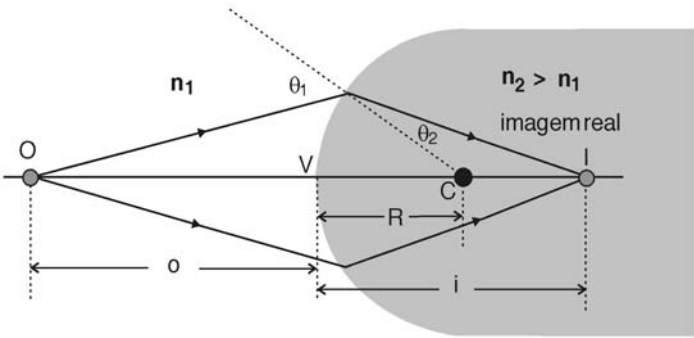


Figura 69: Dioptro esférico: superfície refratora convexa,  $n_2 > n_1$

Na Figura 70, o segundo meio também tem o índice de refração maior, mas agora a superfície refratora é côncava e a imagem formada é virtual.

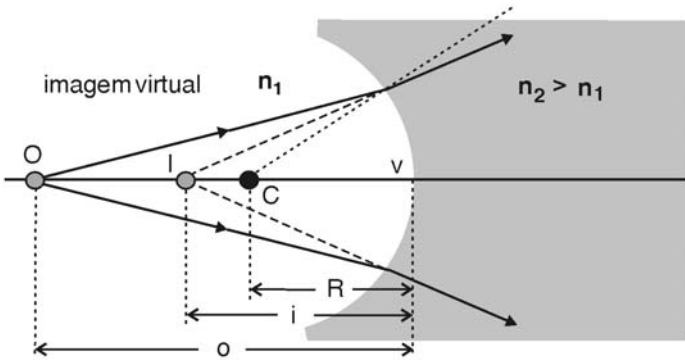


Figura 70: Dioptro esférico: superfície refratora côncava,  $n_2 > n_1$

Uma outra situação está mostrada na Figura 71. A superfície refratora também é côncava (explique!). Agora, contudo, o índice de refração do segundo meio é o menor, e a imagem formada é real.

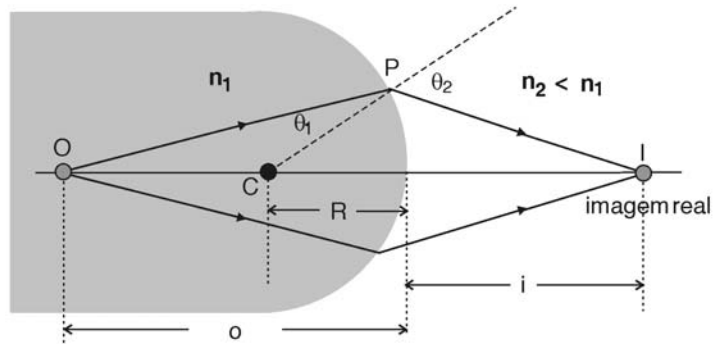


Figura 71: Dióptro esférico: superfície refratora côncava,  $n_2 < n_1$

## Equação dos dioptrios esféricos

Da mesma forma que para os espelhos esféricos, podemos chegar a uma equação que relacione a distância objeto e a distância imagem, após efetuarmos algumas aproximações.

Usaremos uma superfície convexa e  $n_2 > n_1$ , como mostrado na Figura 72, mas o resultado final vale em qualquer caso desde que seja obedecida a convenção de sinais apresentada no final desta seção. Na figura,  $R$ ,  $o$  e  $i$  são positivos.

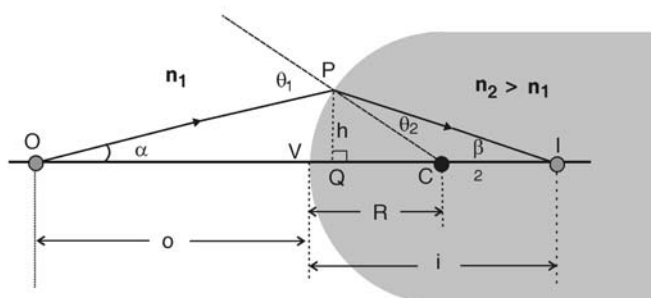


Figura 72: Grandezas no dióptro esférico

A lei dos senos aplicada aos triângulos PCO e PCI dá:

$$\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{o + R}{\sin \theta_1} \quad , \quad \frac{R}{\sin \beta} = \frac{i - R}{\sin \theta_2}$$

onde sabemos que:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Dividindo-se membro a membro as duas primeiras equações e usando a relação acima, obtemos:

$$\frac{i - R}{o + R} = \frac{n_1 \sin \alpha}{n_2 \sin \beta}$$

Novamente, como no caso dos espelhos esféricos, a distância da imagem  $i$  depende do ângulo  $\alpha$  entre o raio luminoso e o eixo. Usaremos mais uma vez a aproximação paraxial, na qual os ângulos são suficientemente pequenos para termos  $\theta \cong \sin \theta \cong \tan \theta$ ; da Figura 72 observamos o quanto valem as tangentes dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , e escrevemos

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cong \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \frac{h/o}{h/i} = \frac{i}{o}$$

Usando-se esse resultado, a equação que havíamos obtido fica

$$\frac{i - R}{o + R} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{i}{o}$$

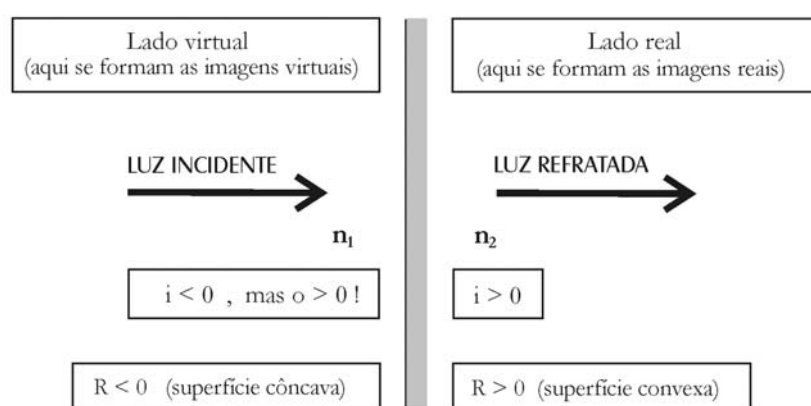
Você poderá mostrar que este resultado pode ser escrito como:

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

que é a equação dos dióptros esféricos.

Esta equação pode ser utilizada para qualquer dióptro, desde que obedeça à convenção de sinais representada na Figura 73. Observe que ela é diferente da convenção para os espelhos esféricos. Compare as duas e tire suas conclusões.

Figura 73: Convenção de sinais para dióptros esféricos



Volte à equação obtida anteriormente – a equação dos dióptros esféricos. Aplique essa equação nos casos mostrados nas Figuras 70 e 71, obedecendo à convenção de sinais, e verifique que ela funciona sempre. Não esqueça que  $n_1$  é sempre o índice de refração do meio que contém a luz incidente!

## Leituras e exercícios 6

### Leitura

Leia sobre os assuntos *Formação da imagem de um objeto por refração* na seção 12.3 do Capítulo 12, do livro de Antonio Máximo e Beatriz Alvarenga, *Física - volume único*.

Desse mesmo Capítulo 12, resolva os exercícios de fixação de números de 28 e 29.

Não se esqueça de verificar se as suas soluções estão corretas. Em caso de dúvida, procure o tutor no pólo.

### Exercício 12

Sobre um galho de árvore está pousado um passarinho. A distância entre a superfície da água e o galho é 2,0 metros de altura. Calcule a altura aparente entre a superfície da água e o galho, vista por um mergulhador que está dentro da água, exatamente embaixo do pássaro, a uma profundidade de 1,0 metro.

(Volte à discussão na seção sobre profundidade aparente e obtenha novamente a equação lá discutida, aplicando-a então aos dados deste problema).

### Exercício 13

Uma moeda é colocada em um prato fundo como mostra a Figura 74. Um observador olha tangente ao prato e não enxerga a moeda. O prato recebe água e a moeda aparece para o observador. Explique por que a moeda apareceu.



Figura 74

### Exercício 14

Uma carga de caneta esferográfica cheia é colocada em um copo com água, e fixada no fundo do copo por um pequeno pedaço de massa de vidraceiro. A carga está na posição vertical. A Figura 75 mostra a vista de topo do copo e da carga da caneta. A posição da carga está representada na figura pelo ponto O.



Um raio luminoso espalhado pela carga refrata-se na superfície da água e passa a se propagar em uma direção que faz um ângulo  $\alpha$  com o diâmetro da seção reta do copo (a refração nas paredes do copo foi desprezada). Um observador enxerga a imagem da carga dessa maneira.

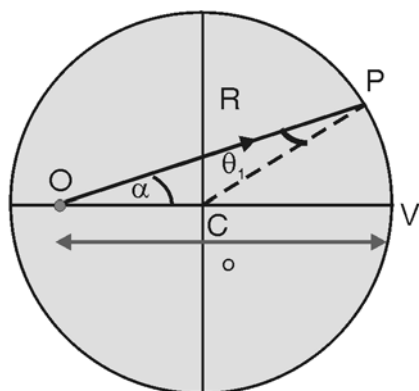


Figura 75

São conhecidos o raio  $R = 4$  cm do copo, a distância  $o = 7,5$  cm entre a carga e o vértice  $V$ , e o ângulo  $\alpha = 8^\circ$  que o raio luminoso  $OP$  (raio 1) faz com o diâmetro  $OV$ . O índice de refração da água em relação ao ar vale 1,3.

- Utilize a lei dos senos no triângulo  $OCP$  para calcular o ângulo de incidência  $\theta_1$ .
- Utilize a lei da refração para calcular o ângulo de refração  $\theta_2$ .
- Em uma folha de papel milimetrado, reproduza o desenho acima em escala desenhando também o raio refratado e seu prolongamento. Repita os cálculos anteriores para ângulos  $\alpha = 10^\circ$  (raio 2),  $\alpha = 48^\circ$  (raio 3) e  $\alpha = 50^\circ$  (raio 4).
- Os raios refratados associados aos raios 1 e 2 formam a imagem da caneta para um observador que recebe os raios refratados próximos ao raio 1. Encontre essa imagem.
- Repita o item (d) para um observador que recebe os raios refratados próximos ao raio refratado associado ao raio (3).
- As imagens obtidas em (e) e (f) coincidem?

## Questionário 6

Refça o Questionário 5, feito ao início desta aula. Compare as respostas que você está escrevendo agora com as respostas que você deu antes de nossa discussão.

Chegamos ao final da quarta aula. Nesta aula, você observou imagens formadas em dioptros planos e esféricos: aprendeu a localizá-las experimentalmente, e a explicar qualitativa e quantitativamente suas observações experimentais. Tudo que você precisou foi aplicar seus conhecimentos de Geometria e as leis da Óptica Geométrica no caso em que o raio de luz muda de meio. É possível que aqui você deva fazer uma pausa, olhar para trás e verificar o que realmente aprendeu até agora...

# Lentes e instrumentos ópticos

## Objetivos

Estudar as imagens produzidas por lentes; entender o funcionamento básico do olho humano e de alguns instrumentos ópticos.

## Introdução

Esta aula tem como finalidade desenvolver sua capacidade de prever a forma, o tamanho e a posição de imagens produzidas por lentes, de entender o funcionamento do olho humano, no que diz respeito à formação de imagens, discutir os defeitos de visão mais comuns e de compreender o funcionamento de alguns instrumentos ópticos simples (máquinas fotográficas, lunetas etc.). Ela é constituída de seis partes.

**O que sei sobre formação de imagens por lentes e sobre instrumentos ópticos?** é uma atividade de reflexão, para ajudar você a organizar seus conhecimentos prévios sobre esses tópicos.

A **Prática 4** é constituída por um experimento para desenvolver a sua capacidade de encontrar experimentalmente a posição de imagens formadas por lentes.

**Lentes** corresponde a um texto que resume as propriedades das lentes.

Em **Leituras e exercícios 7** há indicações de leituras sobre os assuntos abordados nos textos nos livros *Física*, de Beatriz Alvarenga e Antonio Máximo, com exemplos e exercícios sugeridos.

**Instrumentos ópticos** contém textos resumindo as propriedades ópticas do olho humano e dos instrumentos ópticos mais comuns (lupa, luneta, microscópio, câmera fotográfica).

Em **Leituras e exercícios 8** há indicações de leituras sobre os assuntos abordados nos textos dos livros *Física*, de Beatriz Alvarenga e Antonio Máximo, e *Física 1 (Termometria e Óptica)*, do GREF, com exemplos e exercícios sugeridos.

Bom trabalho!

## O que sei sobre a formação de imagens em lentes e sobre instrumentos ópticos?

As questões apresentadas a seguir têm como finalidade investigar e organizar os seus conhecimentos e idéias prévias sobre formação de imagens em lentes e a aplicação prática das lentes em alguns instrumentos ópticos. Escreva em seu caderno, de forma organizada, as respostas às questões. Não consulte livros ou notas de aulas, mas não deixe de respondê-las. A comparação entre suas idéias e conhecimentos sobre formação de imagens em lentes antes e depois de trabalhar esta unidade é importante para o seu aprendizado.

### Questionário 6

1. O que é uma *lente*? Dê exemplos.
2. O que é uma *lente cilíndrica*?
3. O que é uma *lente delgada*? Dê exemplos.
4. O que são *lentes convergentes*? Dê exemplos.
5. O que são *lentes divergentes*? Dê exemplos.
6. Por que, em algumas situações, as imagens produzidas por lentes parecem *deformadas*? Justifique.
7. O *olho humano* contém uma lente convergente ou divergente?
8. O que é a *retina* do olho?
9. A *imagem* que se forma *na retina* é real ou virtual?
10. Quais são os defeitos dos olhos que produzem *miopia*, *hipermetropia* e *astigmatismo*?
11. Você sabe como funcionam uma *máquina de fotografia*, uma *luneta* e um *microscópio*?

## Prática 4

Esta prática tem o objetivo de desenvolver sua capacidade de encontrar experimentalmente a posição de imagens formadas por *lentes*. É composta pelo experimento

### Experimento 13 – Uma lente cilíndrica: imagens reais e virtuais

#### *Material necessário para a Prática 4*

- copo de vidro cilíndrico (diâmetro da ordem de 8cm)
- carga de caneta esferográfica cheia
- massa de vidraceiro (ou massa de modelar)
- placa de isopor
- folha de papel A3
- palitos roliços de madeira
- lanterna (lâmpada) e lâmpada (comum, por exemplo de um abajur) de 60 W / 120 V
- régua

Esse material é barato e de fácil aquisição. A caixa “*Experimentos Caseiros*”, disponível para aquisição pelo aluno (como material didático do CEDERJ) contém quase todo o material necessário.

Faça suas medidas com cuidado, mesmo que para isso você aparentemente precise de muito tempo. Capriche: sua atenção e cuidado na realização dos experimentos facilitará seu trabalho mais tarde.

## Experimento 13

### Uma lente cilíndrica: imagens reais e imagens virtuais

#### Objetivo

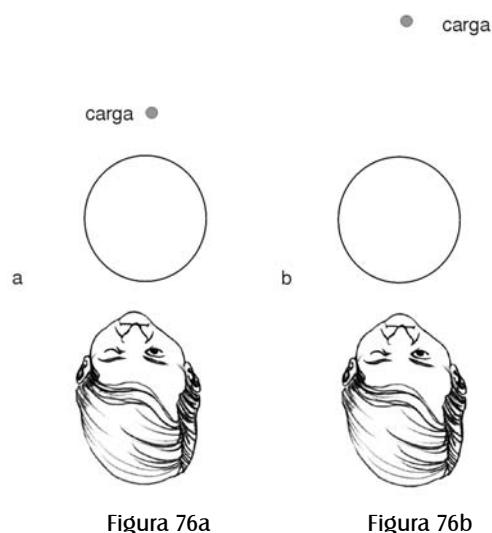
Aprender a identificar e entender as propriedades das imagens reais e virtuais formadas por uma *lente* cilíndrica (constituída por um recipiente circular com água).

#### Material utilizado

O material está listado na página anterior.

#### Atividade experimental

Coloque o copo parcialmente cheio de água em cima de uma folha de isopor coberta com papel A3. Faça uma base com massa de vidraceiro para fixar verticalmente a carga da caneta no papel atrás do copo. Na Figura 76a, a carga está fora do copo e próxima dele (a uma distância de cerca de 0,5 cm), e na Figura 76b está mais afastada (a uma distância de cerca de 8,0 cm).



Feche um dos olhos e observe a carga de caneta esferográfica colocando-se na posição representada na Figura 76a, na qual a carga está bem próxima do copo. Em relação a você, a imagem da parte da carga da caneta que é vista através da água está na frente, dentro ou atrás do copo? Tente explicar a sua observação.

Feche um dos olhos e observe a carga de caneta esferográfica, colocando-se na posição representada na Figura 76b, com a carga um pouco mais afastada do copo. Em relação a você, a imagem da parte da carga da caneta que é vista através da água está na frente, dentro ou atrás do copo? Tente explicar a sua observação.

Desenhe o contorno do recipiente no papel, sem retirá-lo de sua posição. Utilize o método dos raios para localizar experimentalmente a posição da imagem da parte da carga da caneta que é vista através da água na situação da Figura 76a. A localização da imagem obtida pelo método dos raios é consistente com a sua observação?

Utilize o *método dos raios* para localizar experimentalmente a posição da imagem da parte da carga de caneta vista através da água na situação da Figura 76b. A localização da imagem obtida pelo *método dos raios* é consistente com sua observação?

Substitua agora a carga de caneta por uma lanterna, e observe a luz emitida.

No caso da situação descrita na Figura 76b, isto é, com a lâmpada da lanterna acesa a cerca de 8 cm da borda do copo, e usando uma folha de papel branco ou um pedaço de cartolina branca como anteparo, procure, movendo esse anteparo, a posição da imagem da lâmpada. Você consegue localizá-la?

Repita para o caso da situação descrita na Figura 76a, na qual a lâmpada da lanterna fica bem próxima ao copo (a menos de 1 cm). É possível projetar a imagem do filamento da lâmpada no anteparo? (Para procurar essa imagem, você deverá evitar que as pilhas fiquem na provável posição da imagem, e sua “lanterna” deve estar com a lâmpada afastada das pilha usando fios mais longos).

Com uma lâmpada de 60 W/120 V, repita o experimento na situação da Figura 76b. Anote as diferenças que você observou, e discuta-as.

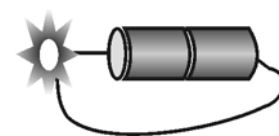
Dizemos que uma imagem é **REAL** quando é possível projetá-la em um anteparo colocado na posição em que ela se encontra, e que uma imagem é **VIRTUAL** quando isso não ocorre.

Marque a resposta correta.

- ( ) A imagem formada na situação da figura 76a é real, e na situação da figura 76b é virtual.
- ( ) A imagem formada na situação da figura 76b é real e na situação da figura 76a é virtual.

O **método dos raios** foi apresentado e discutido no Experimento 6 da Prática 2 (Aula 3).

Construindo uma “lanterna”: ligue duas pilhas de 1,5 V em série (use um suporte de pilhas) prenda a pilha num bocal para a lâmpada solde os fios no bocal.



**IMAGEM REAL**  
**IMAGEM VIRTUAL**

Desligue a lâmpada e coloque uma figura assimétrica e plana perpendicular ao eixo vertical do recipiente (veja Figura 77). Observe a imagem da figura. Descreva sua observação e tente explicar utilizando a *Lei de Snell*.

Marque a resposta correta:

- ( ) Toda imagem real aparece invertida (de cabeça para baixo).
- ( ) Pode existir uma imagem real que não é invertida.

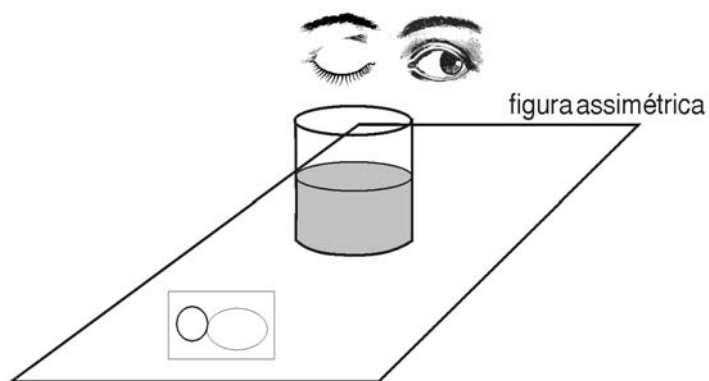


Figura 77



## Lentes

Você já deve ter visto ou usado **lentes** muitas vezes: em óculos, máquinas fotográficas, binóculos, lunetas, microscópios. No cinema, são usadas lentes para a projeção da imagem dos filmes.

Uma **LENTE** é um sistema óptico que consiste de dois ou mais dióptros, sendo pelo menos um deles curvo (não plano). As lentes que possuem apenas dois dióptros são denominadas lentes simples; se forem mais de dois, denominam-se lentes compostas.

Uma lente simples é feita de material transparente (vidro, plástico ou outros) e possui duas faces. A face curva ou não plana é, em geral, esférica. Na Figura 78 são mostrados alguns tipos de lentes e suas denominações.

### LENTE

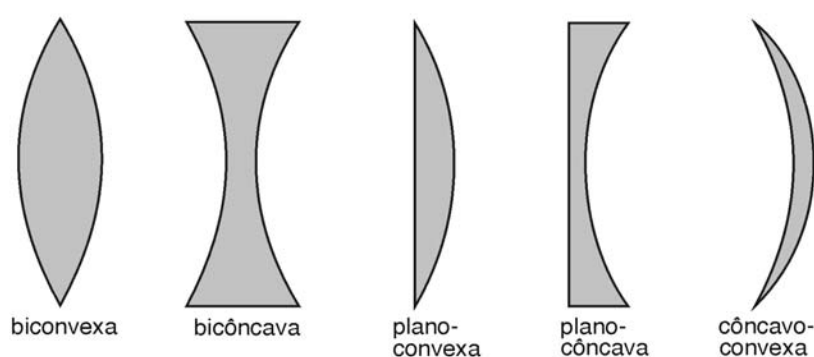


Figura 78: Alguns tipos de lentes

As lentes podem ser ainda classificadas por sua espessura, como finas (delgadas) ou grossas (espessas), conforme seja possível ou não desprezar os efeitos de sua espessura. As lentes apresentam comportamento parecido com o dos espelhos esféricos, que você já estudou. Os raios luminosos são agora refratados (em vez de refletidos), mas haverá também convergência (ou divergência) para um foco e formação de imagens, que podem ser reais ou virtuais.

Como a luz pode incidir por dois lados, agora temos dois focos,  $F_1$  e  $F_2$ . Mais à frente vamos demonstrar que, se o meio em ambos os lados da lente for o mesmo e a lente for delgada, a distância de qualquer um deles à lente é a mesma, representada pela letra  $f$  e denominada distância focal da lente.

## Lentes convergentes e divergentes

Na Figura 79, mostra-se o trajeto de dois raios de um feixe que emana de um ponto luminoso (objeto  $O$ ) e incide sobre uma lente biconvexa espessa. Suponha que a lente esteja envolta em um meio menos refringente do que o material de que é feita, por exemplo, uma lente de vidro no ar. Um dos raios coincide com o eixo da lente, não sofrendo desvios, pois cruza perpendicularmente as duas superfícies. Outro raio refrata-se nas duas superfícies da lente e termina por convergir para o eixo, formando uma imagem  $I$  do objeto  $O$ , na interseção com o primeiro raio. Nesse caso podemos dizer que a lente biconvexa é uma lente convergente.

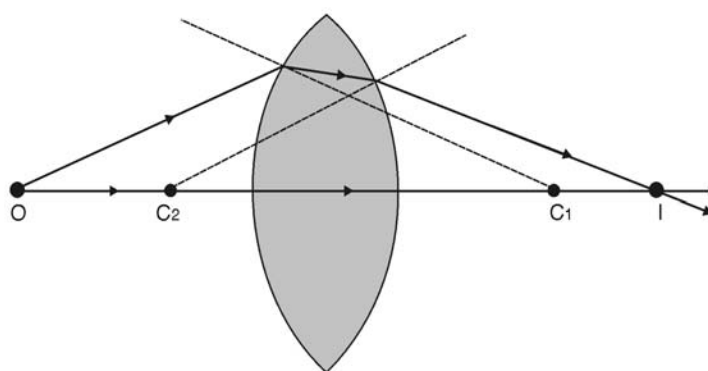


Figura 79: Lente convergente

Nas mesmas condições, como mostrado na Figura 80, numa lente bicôncava, o segundo raio diverge do eixo e seu prolongamento para trás intercepta o primeiro raio, formando aí uma imagem virtual do objeto  $O$ . Dizemos que a lente bicôncava é uma lente divergente.

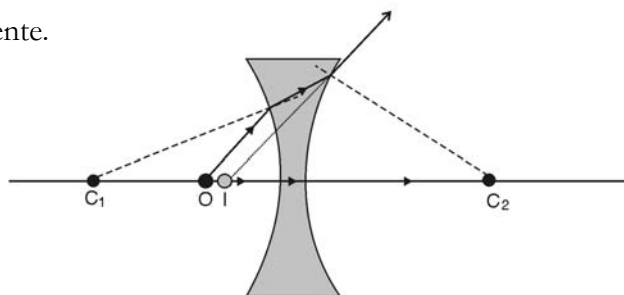


Figura 80: Lente divergente

Nas Figuras 79 e 80,  $C_1$  e  $C_2$  são os centros de curvatura das superfícies. Duas linhas tracejadas com início neles mostram a direção da normal nos pontos em que o segundo raio cruza as superfícies.

Ao estudarmos as propriedades das lentes, verificamos que:

- Todas as lentes que têm a parte central mais grossa que as bordas são **LENTE CONVERGENTE**.
- Todas as lentes que têm as bordas mais grossas que a parte central são **LENTE DIVERGENTE**.

LENTE CONVERGENTE

LENTE DIVERGENTE

## Centro óptico de uma lente: raio principal

Vimos que o raio luminoso que coincide com o eixo da lente não sofre desvio. Vamos mostrar agora que qualquer raio que incida sobre a lente e emerja paralelamente à direção de incidência passa através de um ponto denominado centro óptico. Em casos particulares, esse ponto coincidirá com o centro geométrico da lente. Na Figura 81, dois segmentos representando planos tangentes às superfícies esféricas, e paralelos entre si, foram desenhados nos pontos A e B. Por essa construção, os raios geométricos  $R_1$  e  $R_2$  serão também paralelos entre si e os triângulos  $AOC_1$  e  $BOC_2$  serão semelhantes (por quê?), portanto:

$$\frac{\overline{OC_1}}{\overline{OC_2}} = \frac{R_1}{R_2}$$

Como numa lente  $R_1$  e  $R_2$  são fixos, então a posição do ponto O é também fixa, o que completa a demonstração.

A Figura 81 mostra que o raio comporta-se como se estivesse atravessando uma lâmina de faces paralelas que, como você já estudou, produz um desvio lateral proporcional à espessura da mesma. Para uma lente fina (ou delgada), que estudaremos em detalhe mais adiante, o desvio lateral é muito pequeno e pode ser desprezado. Nesse caso qualquer raio luminoso que passe pelo ponto O atravessará a lente sem desvio, exatamente como acontece com os raios que coincidem com o eixo. A qualquer um desses raios damos o nome de **RAIO PRINCIPAL**. Além disso, numa lente delgada, simplesmente coloca-se o ponto O no centro geométrico.

**RAIO PRINCIPAL**

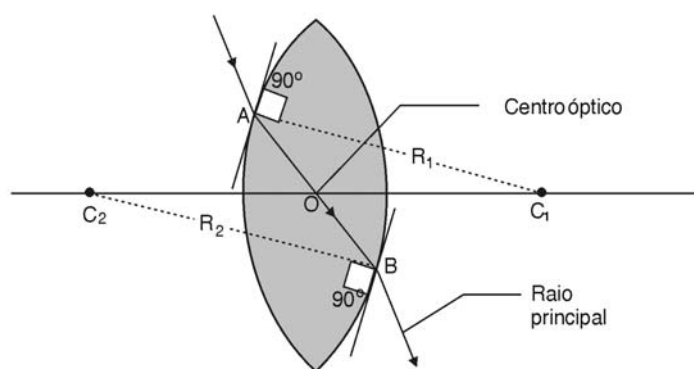


Figura 81: Centro óptico e raio principal

## Formação de imagens em lentes convergentes

Nas figuras a seguir, mostramos três situações de formação de imagens em uma lente convergente (no caso, uma lente biconvexa). As figuras referem-se ao que ocorre em lentes de pequena espessura, o que se representa na construção supondo-se que o desvio que ocorre num plano central, indicado pela linha tracejada – é a aproximação das lentes delgadas, que estudaremos mais adiante. É importante notar também que todos os casos se referem à situação mais comum, que é a de a lente encontrar-se envolta em um meio cujo índice de refração é menor que o do material do qual ela é feita. Em geral o meio é o ar e o material da lente é o vidro, acrílico etc.

Na Figura 82, o objeto encontra-se afastado da lente de uma distância maior que  $2f$ , ou seja  $o > 2f$ ; nesse caso imagem formada é real, invertida e menor. Observe a construção e compare com a dos espelhos esféricos: o raio paralelo aqui também converge para o foco  $F_1$ , que está do outro lado, e o raio que passa pelo foco  $F_2$  sai paralelo do outro lado. Desenhamos também um raio principal.

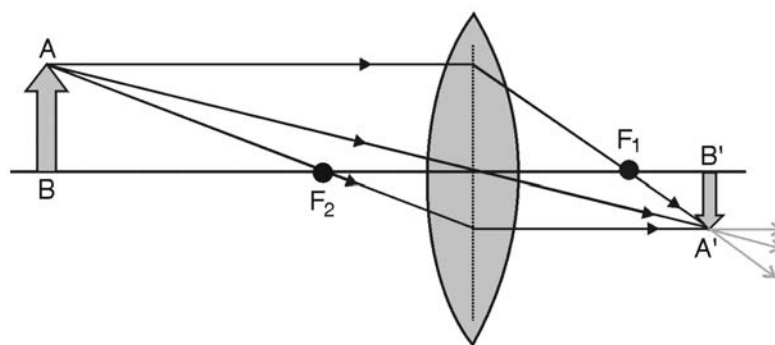


Figura 82: Formação de imagem real na lente convergente:  $o > 2f$ .

Na Figura 83, o objeto encontra-se mais próximo da lente do que antes, porém ainda a uma distância maior que  $f$ , ou seja  $2f > o > f$ ; nesse caso a imagem é mais afastada, real, invertida e maior. Esse é o arranjo usado em projetores de transparências (*slides*), projetores de cinema, etc. Uma tela colocada na posição de A'B' mostrará essa imagem ampliada.

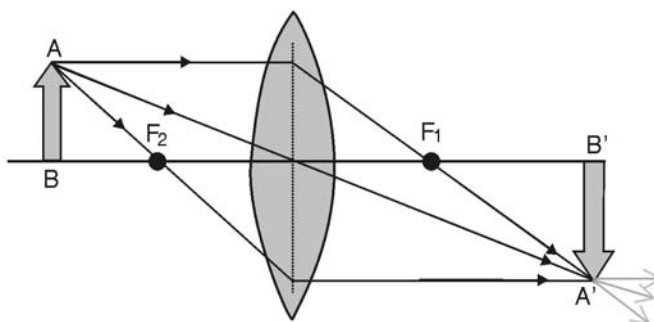


Figura 83: Formação de imagem real na lente convergente:  $2f > o > f$ .

Finalmente, na Figura 84 o objeto encontra-se a uma distância da lente menor que  $f$  e a imagem formada é virtual, direita e maior. É o que ocorre numa lupa (ou lente de aumento) e em outros instrumentos ópticos.

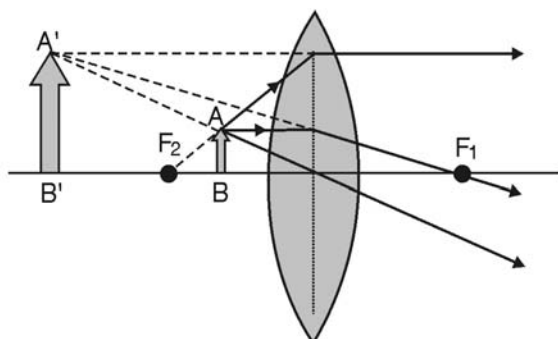


Figura 84: Formação de imagem virtual na lente convergente

## Formação de imagens em lentes divergentes

Na Figura 85, mostramos a formação da imagem em uma lente divergente (no caso, uma lente bicôncava). Note que a imagem é virtual. Se você puser o objeto em outras distâncias e construir as imagens, poderá verificar que numa lente divergente elas serão sempre virtuais, direitas e menores.

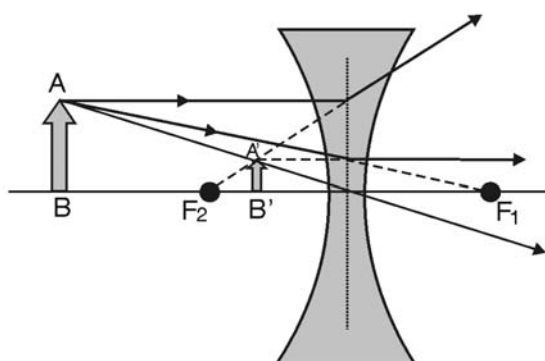


Figura 85: Formação de imagens em lentes divergentes

## Representação simplificada

Em muitos textos é comum, em vez de fazer-se um desenho completo, representar-se as lentes delgadas, convergentes e divergentes, por um simples segmento de reta (Figura 86).



Figura 86: Representação simplificada das lentes delgadas

## Foco e plano focal

Para construirmos as imagens nas lentes delgadas, vimos que era útil usar um raio paralelo ao eixo, pois este ou convergia para um foco, ou seu prolongamento para trás divergia de um foco.

Na Figura 87 mostra-se isso para o caso de uma lente convergente, onde um feixe de raios incide paralelamente ao eixo.

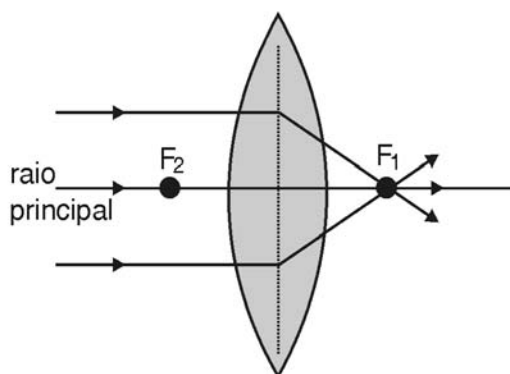


Figura 87: Focalização de raios incidentes paralelos ao eixo da lente

Na Figura 88 mostra-se o caso em que um feixe de raios, paralelos entre si, incide na lente com uma inclinação em relação ao eixo. Eles também convergem para um ponto. O ponto para onde eles convergem situa-se em um plano perpendicular ao eixo e contém o foco  $F_1$ . Esse plano denomina-se **PLANO FOCAL**. Um outro plano focal conterá  $F_2$ .

**PLANO FOCAL**

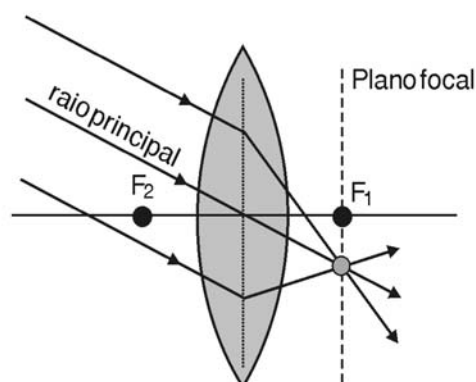


Figura 88: Focalização de feixe paralelo inclinado em relação ao eixo da lente

Quando um objeto está muito distante, os raios luminosos que chegam até a lente são quase paralelos — diz-se que o objeto está no infinito. Representa-se isso pela equação:  $o \rightarrow \infty$ , onde  $o$  é a distância do objeto.

A imagem de objetos distantes, portanto, forma-se no plano focal.

## Equação das lentes delgadas

A equação que obtivemos para os dioptrios esféricos na aproximação paraxial pode ser usada para obter-se uma relação válida para lentes esféricas delgadas. Uma lente esférica possui duas superfícies refratoras, com raios de curvatura  $R_1$  e  $R_2$ , sendo que as lentes plano-côncava e plano-convexa são casos particulares, nos quais um dos raios é infinito.

Ao material da lente atribuiremos um índice de refração  $n_2$  e consideraremos que os índices de refração dos meios situados em ambos os lados da lente são iguais, valendo  $n_1$ .

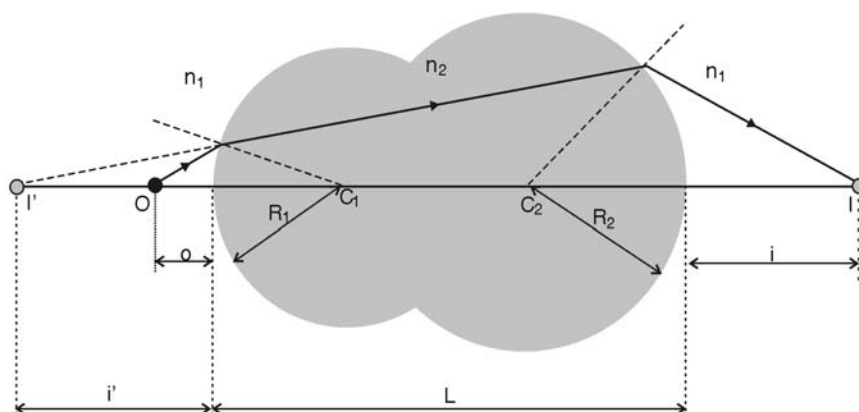


Figura 89: Lente espessa

Na Figura 89 temos uma lente espessa, formada por dois dioptrósféricos.

A primeira superfície forma uma imagem virtual (prolongamento para trás do raio refratado) e, portanto,  $i' < 0$ . A aplicação da equação dos dioptrósféricos ao primeiro deles fornece:

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{-|i'|} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

A imagem virtual formada funciona como objeto real para a segunda superfície, portanto:

$$\frac{n_2}{|i'| + L} + \frac{n_1}{i} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$

Para uma lente delgada,  $L$  tende a zero. Fazendo isso e somando membro a membro as duas equações, obtemos:

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_1}{i} = (n_2 - n_1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Normalmente a lente está imersa no ar, para o qual podemos tomar  $n_1 = 1$ , e indicaremos apenas por  $n$  o índice refração do material da lente. A equação das lentes delgadas assume então a forma denominada fórmula dos fabricantes de lentes:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Como no caso dos espelhos esféricos, se tomarmos um objeto “no infinito” (feixe paralelo de raios incidentes)

$$\lim_{o \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{o} \right) = 0 \quad , \quad i \rightarrow f$$

**FOCO IMAGEM**

sua imagem se formará no **FOCO DA IMAGEM** da lente, então:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Note que, se a distância da imagem tendesse a infinito, a mesma expressão seria obtida no lado direito, nos permitindo concluir que agora o objeto é que estaria a uma distância  $f$  da lente, no denominado **FOCO OBJETO**.

**FOCO OBJETO**

Podemos agora escrever a equação das lentes delgadas na sua forma mais conhecida, ou fórmula de Gauss para as lentes:

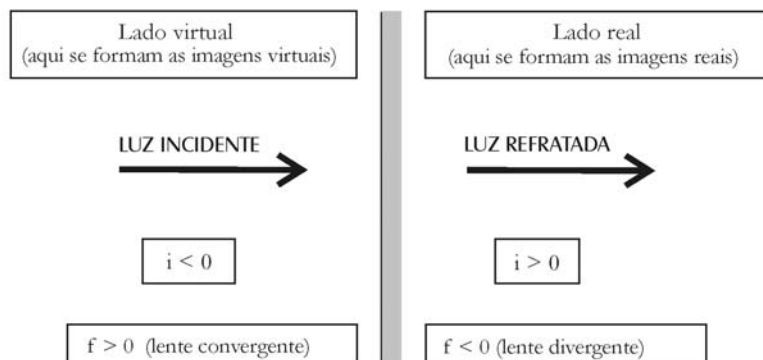
$$\boxed{\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}}$$

que tem a mesma forma da equação dos espelhos esféricos.



A convenção de sinais para o uso dessa equação é a seguinte:

Figura 90: Convenção de sinais para lentes



## Aumento Transversal

Na Figura 91 obtém-se a expressão para o aumento transversal (ou ampliação linear), tomando-se com sinal positivo as medidas para cima e com sinal negativo as medidas para baixo. Então o objeto terá um comprimento  $+y$  e a imagem o comprimento  $-y'$ . O resultado obtido vale tanto para lentes delgadas convergentes quanto para as divergentes.

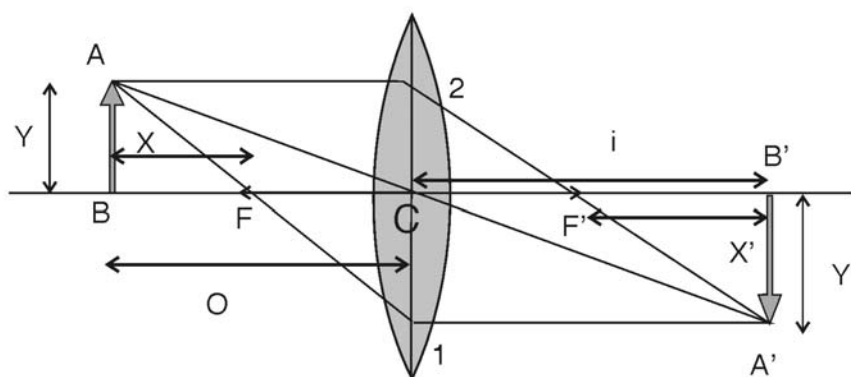


Figura 91

Para a lente biconvexa, a Figura 91 nos permite obter, usando a semelhança dos triângulos ABC e A'B'C, que

$$m_T = \frac{y'}{y} = -\frac{i}{o}$$

Por outro lado, os triângulos semelhantes ABF e CF1, e A' B' F' e CF'2 fornecem:

$$\frac{y}{x} = -\frac{y'}{f} \quad , \quad \frac{y'}{x'} = -\frac{y}{f}$$

Comparando os dois resultados anteriores, obtemos novas relações para o aumento transversal

$$m_T = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f}$$

A equação das lentes delgadas proposta por Newton é obtida facilmente da relação anterior:

$$x x' = f^2$$

Verifique que:

- se  $m_T < 0$ , a imagem é real e invertida em relação ao objeto
- se  $m_T > 0$ , a imagem é virtual e sem inversão.

A expressão para o aumento lateral de uma lente delgada mostra que a imagem de um objeto diminuirá à medida que o objeto se distancia da lente.

## Leituras e exercícios 7

### Leitura

Leia sobre os assuntos *O que é uma lente?*, *Lentes convergentes e divergentes*, *Imagens em uma lente convergente*, *Imagens em uma lente divergente* na seção 12.4, intitulada *Lentes e instrumentos ópticos*, do Capítulo 12 do livro de Antonio Máximo e Beatriz Alvarenga, *Física - volume único*.

Deste mesmo Capítulo 12, resolva os exercícios de fixação de números de 35 até 38.

Não se esqueça de verificar se as suas soluções estão corretas. Em caso de dúvida, procure o tutor no pólo.

### Exercício 15

Uma lente convergente forma uma imagem de um objeto luminoso que é projetada em um anteparo (ver Figura 92a). O que acontece com a imagem projetada no anteparo:

- quando o anteparo é aproximado da lente;
- quando o anteparo e o objeto são mantidos nas posições iniciais e a lente é retirada;
- quando o anteparo e a lente são mantidos nas posições iniciais e, como mostrado na Figura 92b, coloca-se um cartão preto entre o objeto e a parte superior da lente.

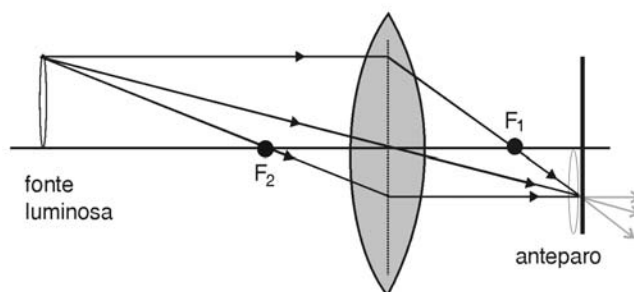


Figura 92a

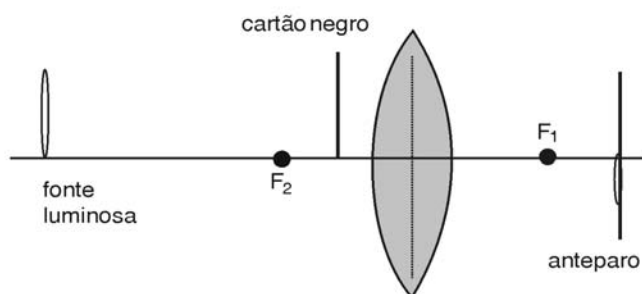


Figura 92b

## Instrumentos ópticos

CÓRNEA

PUPILA

ÍRIS

CRISTALINO

RETINA

O principal instrumento óptico é para nós o olho, que, num esquema simplificado, está mostrado na Figura 93. Os raios luminosos vêm do objeto e passam por uma membrana transparente, a **CÓRNEA**, onde sofrem uma primeira e importante refração (o índice de refração da córnea é semelhante ao da água); passam então por uma abertura denominada **PUPILA**, controlada pelos pequenos músculos da **ÍRIS** (que dá a cor aos olhos) e são finalmente focalizados com precisão por uma lente convergente, o **CRISTALINO**, que forma uma imagem real sobre a superfície da **retina**, no fundo do olho. Terminações nervosas na retina enviam a informação da imagem ao cérebro.

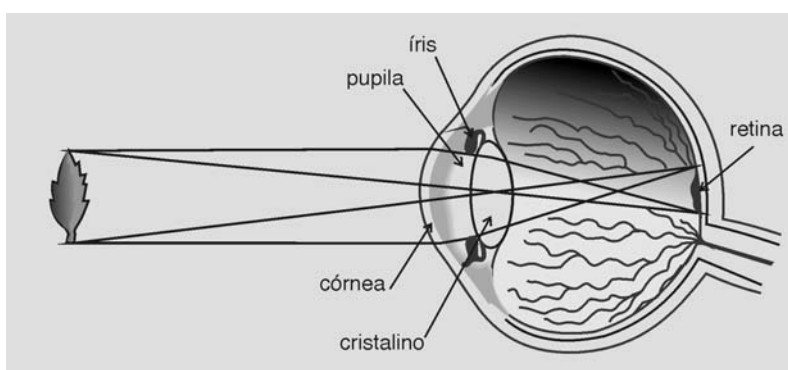


Figura 93: O olho humano

O cristalino difere das lentes comuns em vários aspectos, que não discutiremos aqui; um deles porém deve ser citado: o cristalino é uma lente de distância focal  $f$  variável! Diferente do que ocorre numa câmera fotográfica, que estudaremos mais adiante, a distância da imagem  $i$  no olho (distância cristalino-retina) é fixa. Para que as imagens nítidas sempre se formem a essa distância, pela equação das lentes delgadas, a distância focal deve então variar conforme a distância do objeto.

O cristalino é mantido em posição atrás da íris por ligamentos, que estão conectados a músculos. Quando esses músculos estão relaxados, o cristalino fica alongado, com raios de curvatura maiores e distância focal aumentada. Quando um objeto se aproxima do olho os músculos se contraem, o cristalino se deforma e reduz sua distância focal.

Num olho normal, quando os músculos estão completamente relaxados, um objeto distante (no *infinito*) forma uma imagem nítida na retina, como mostrado na Figura 94. Na Figura 95 mostra-se o que ocorre quando o objeto se aproxima; é a chamada acomodação do olho.

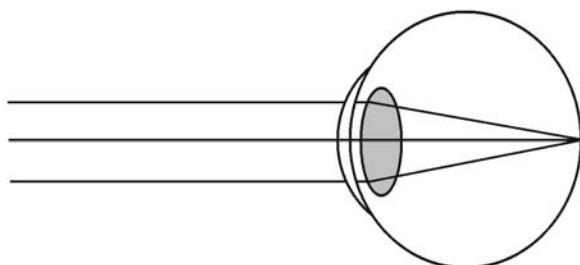


Figura 94: Olho normal focalizando objeto distante

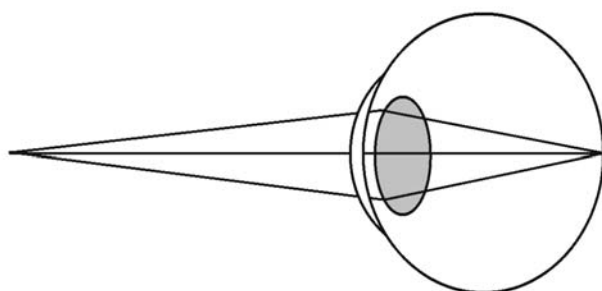


Figura 95: Olho normal focalizando objeto próximo: acomodação

.....

O nome cristalino, algo enganador por não tratar-se de um cristal, data do ano 1000, tendo sido introduzido nos trabalhos de ibn al Haitham, conhecido como Alhazen do Cairo, que descreveu o olho como sendo dividido em três regiões: aquosa, cristalina e vítrea.

.....

.....

Os mamíferos, em geral, acomodam o olho como nós. Peixes movem a própria lente do olho, aproximando-a ou afastando-a da retina, como ocorre numa máquina fotográfica. Aves de rapina efetuam a acomodação alterando a curvatura da córnea.

.....

**OLHO MÍOPE**

Num **OLHO MÍOPE**, quando os músculos que atuam no cristalino estão completamente relaxados, sua distância focal é insuficiente para focalizar objetos distantes (porém focaliza bem os objetos próximos). Isso é corrigido com o uso de lentes divergentes, como mostrado na Figura 96. Você saberia explicar por que os óculos de uma pessoa míope fazem seus olhos parecerem menores?

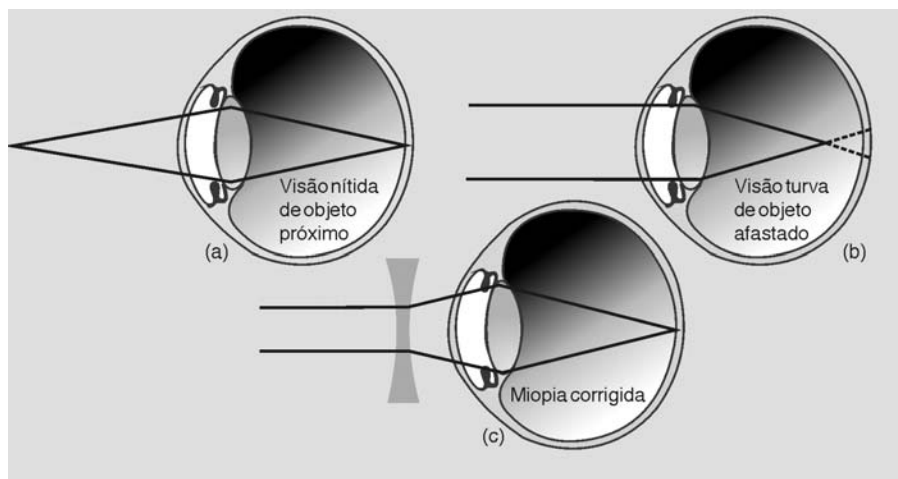


Figura 96: Olho míope

**OLHO HIPERMÉTROPE**

Num **OLHO HIPERMÉTROPE** o cristalino focaliza bem objetos distantes, mas não consegue reduzir sua distância focal para focalizar bem os objetos próximos. Isso é corrigido com o uso de lentes convergentes, como mostrado na Figura 97. Você saberia explicar por que os óculos de uma pessoa hipermetrópe fazem seus olhos parecerem maiores?

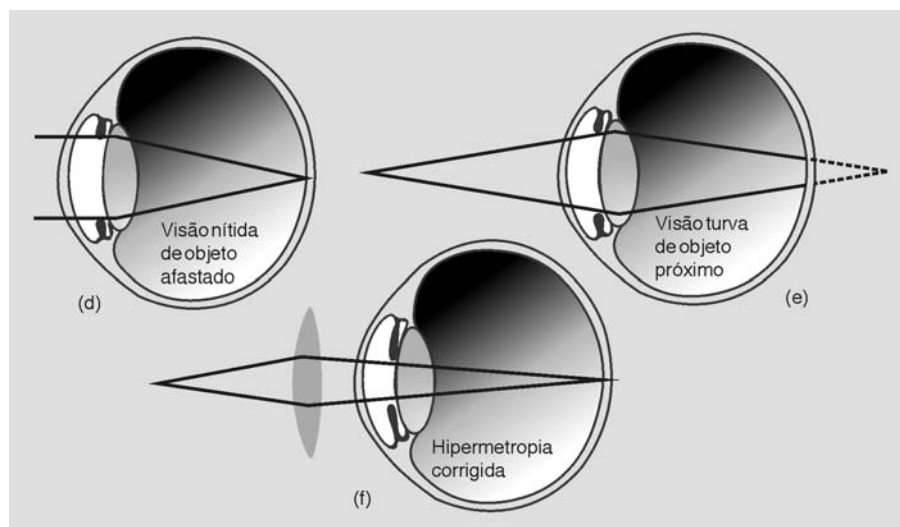


Figura 97: Olho hipermetrópe

Um outro defeito do olho, muito comum, é o chamado **ASTIGMATISMO**. Vimos que a distância focal de uma lente esférica depende do índice de refração do material e dos raios de curvatura de cada superfície. Se houver uma deformação da superfície, ou seja, se ela for assimétrica em torno do eixo da lente, o raio de curvatura não será o mesmo em cada plano contendo o eixo: o resultado é uma distância focal que depende do plano considerado. O astigmatismo consiste em uma assimetria da córnea, podendo, nos casos mais simples, ser corrigido com o uso de lentes cilíndricas; casos mais complicados requerem formatos mais elaborados.

### ASTIGMATISMO

## Ampliação em instrumentos ópticos

Os instrumentos ópticos que descreveremos a seguir, a lupa ou lente de aumento, o microscópio e a luneta astronômica, têm como função produzir uma imagem ampliada de um objeto. Mas o que queremos dizer por “imagem ampliada”?

1. Já nos referimos à ampliação transversal ou linear,  $m_T$  - nesse caso estamos comparando o comprimento da imagem com o do objeto. Obtivemos que  $m_T = -i/o$  (na seção Ampliação transversal).
2. Podemos nos referir à ampliação angular,  $m_A$  - nesse caso estamos comparando o “ângulo visual” (que será explicado a seguir) da imagem com o do objeto.

No caso dos instrumentos ópticos, o que importa é a ampliação angular. Vamos entender isso observando a Figura 98. O observador vê o objeto A, que é grande e distante, com o mesmo tamanho que o objeto B, que é pequeno e próximo. Um exemplo seria a Lua e uma moeda, ou uma estrela e a cabeça de um alfinete. Por outro lado, se aproximarmos o objeto B (agora indicado por B') ele parecerá maior do que antes, ainda que seu comprimento não tenha mudado.

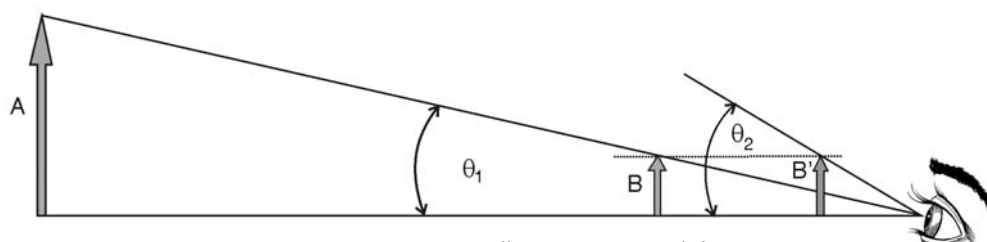


Figura 98: ampliação e ponto próximo

Na Figura 98, os objetos A e B apresentam ao observador o mesmo ângulo visual  $\theta_1$ , por isto eles aparecem com o mesmo tamanho. Já B' apresenta um ângulo visual  $\theta_2 > \theta_1$ , tornando-se maior. Não podemos porém continuar aproximando o objeto do olho, pois numa certa distância (que varia de pessoa para pessoa e com a idade), o chamado ponto próximo, o cristalino não consegue mais formar uma imagem nítida.

### ÂNGULO VISUAL

PONTO PRÓXIMO

As figuras ilustram o que ocorre. Na Figura 99 temos um objeto formando uma imagem nítida na retina. Na Figura 100 temos a distância mínima de aproximação nítida  $d_p$ , ou **ponto próximo**, a imagem na retina é maior e o cristalino ainda consegue acomodar-se. Aproximando-se ainda mais, a imagem cresce, mas torna-se desfocada como mostrado na Figura 101.

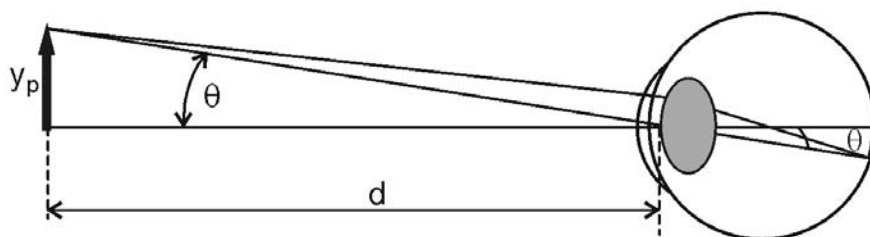


Figura 99: Objeto afastado: imagem nítida pequena, na retina

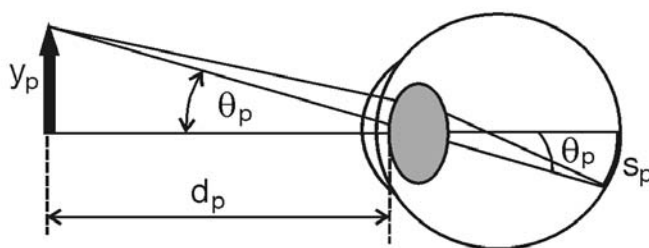


Figura 100: Objeto no ponto próximo: imagem nítida de máximo tamanho, na retina

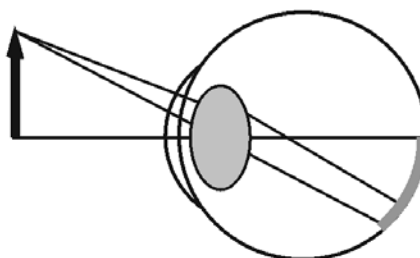


Figura 101: Objeto mais perto que o ponto próximo: imagem maior desfocada, na retina

PODER DE AMPLIAÇÃO

O **PODER DE AMPLIAÇÃO** (ou *ampliação angular*) de um instrumento óptico é definido como a razão entre o tamanho da imagem formada na retina, quando se olha um objeto através do instrumento, e o tamanho que tem a imagem na retina quando, sem o auxílio do instrumento, se olha o mesmo objeto colocado numa posição normal de visualização. No caso de objetos pequenos, a serem observados com lupas ou microscópios, toma-se como posição normal de visualização o ponto próximo ( $s_p$  na figura).



## A lupa ou lente de aumento

Na Figura 102 observa-se o objeto AB, que mede  $y_p$ , através de uma lente convergente, que recebe o nome de lupa ou lente de aumento. Já sabemos que, como o objeto está entre o foco e a lente, a imagem é virtual e direita, de comprimento  $y$ . O ângulo visual é  $\theta$ , e a imagem na retina mede  $s$ .

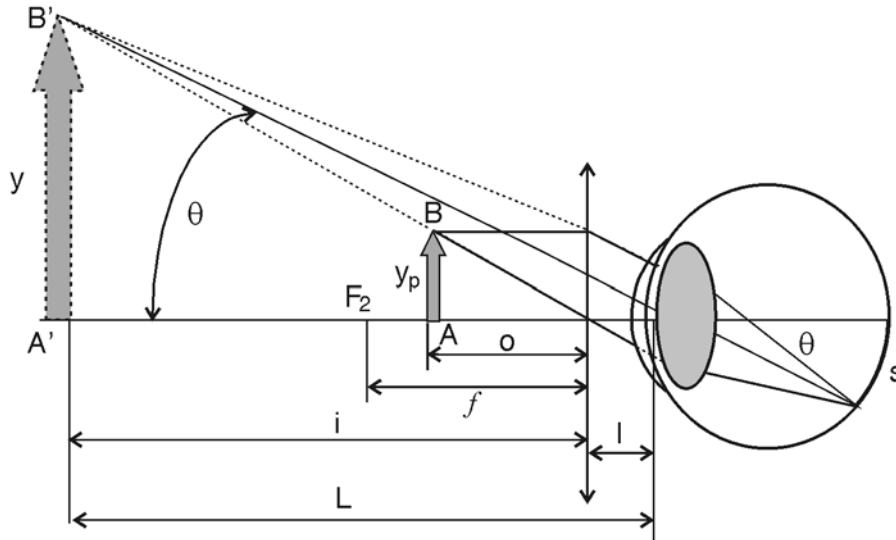


Figura 102: Lupa ou lente de aumento

Comparando com a Figura 100, indicando por  $x$  a distância fixa do cristalino à retina, podemos escrever

$$\theta_p = \frac{s_p}{x} ; \theta = \frac{s}{x}$$

então

$$m_A = \frac{s}{s_p} = \frac{\theta x}{\theta_p x} = \frac{\theta}{\theta_p}$$

Na aproximação paraxial os ângulos são pequenos, portanto podemos escrever que

$$m_A = \frac{y/L}{y_p/d_p} = m_T \frac{d_p}{L} = -\frac{i}{o} \frac{d_p}{L}$$

Usando a equação das lentes delgadas, podemos escrever agora (lembrando que  $i$  é negativo,  $i < 0$ ):

$$m_A = \left(1 - \frac{i}{f}\right) \frac{d_p}{L} = \left(1 + \frac{L - \ell}{f}\right) \frac{d_p}{L}$$

Há dois casos importantes:

1. A lupa é usada próxima do olho, com o cristalino no plano focal da lente, ou seja  $l = f$ . Então,

$$m_A = \left(1 + \frac{L - \ell}{f}\right) \frac{d_p}{L} = \left(1 + \frac{L}{f} - 1\right) \frac{d_p}{L} = \frac{d_p}{f}$$

2. A situação mais comum: põe-se o objeto no outro plano focal. O olho pode ficar a qualquer distância; pode-se, por exemplo, segurar a lupa com o braço esticado, para aproximá-la do objeto. Nesse caso a imagem virtual forma-se no infinito,  $L \rightarrow \infty$ , pois são paralelos os raios que chegam ao olho, como mostra a Figura 103. Isso é bom, pois assim o olho normal permanecerá relaxado, sem necessidade de acomodação. Então,

$$m_A = \lim_{L \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{L - \ell}{f}\right) \frac{d_p}{L} = \lim_{L \rightarrow \infty} \left(\frac{d_p}{L} + \frac{L}{f}\right) \frac{d_p}{L} = \frac{d_p}{f}$$

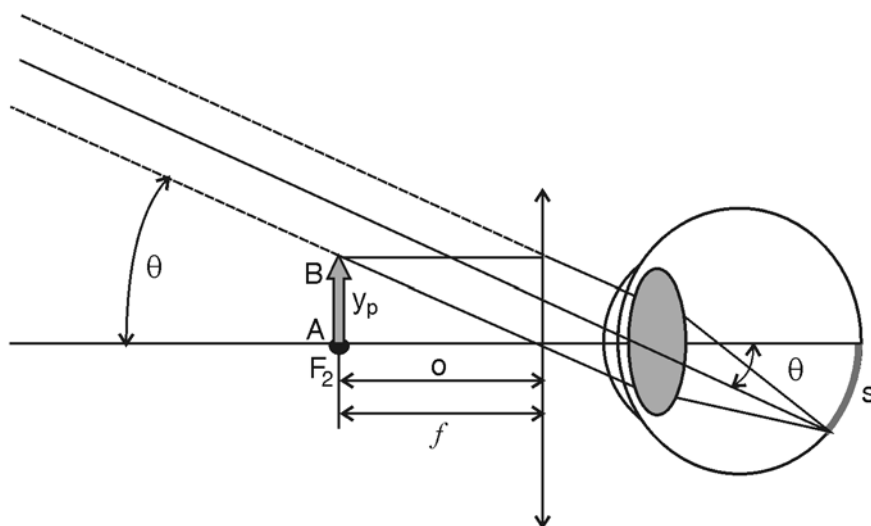


Figura 103: Lupa: objeto no foco, imagem no infinito

Para aumentarmos o poder de ampliação da lupa é necessário diminuir o valor de  $f$ , reduzindo-se o raio de curvatura. Mas para nos mantermos dentro da aproximação paraxial, temos que pegar regiões esféricas cada vez menores. Então as lupas de maior poder de ampliação têm de ser pequenas. Pelo mesmo motivo, lupas de grande campo visual, como as lupas de leitura ou a de Sherlock Holmes, formadas por regiões esféricas maiores, possuem raios de curvatura grandes e um menor poder de ampliação.

## O microscópio composto

O microscópio composto é usado na observação de objetos próximos muito pequenos (micróbios etc.). Na sua versão mais simples, consiste de um tubo com uma lente em cada extremidade. O objeto é colocado próximo ao foco de uma delas, chamada de **OBJETIVA**, que forma uma primeira imagem real e ampliada transversalmente do objeto. Essa imagem real forma-se muito próxima do foco da outra lente, a **OCULAR**. Em outras palavras, a objetiva traz o objeto (aumentado) para perto do observador. Este então o examina com uma lupa, a ocular, que produz uma imagem virtual com ampliação angular. No processo de focalização do microscópio, o observador ajusta a ocular de modo que a imagem virtual se forme no infinito (raios paralelos) e o olho não necessite de acomodação, como mostrado na Figura 104.

OBJETIVA

OCULAR

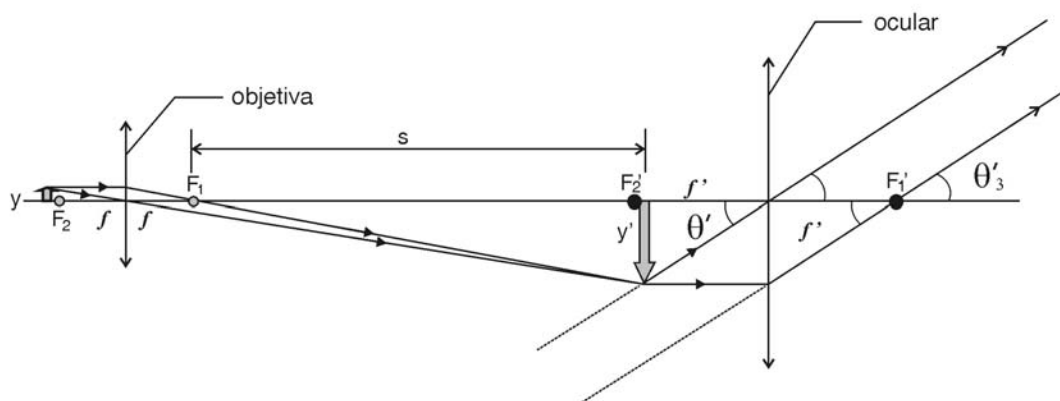


Figura 104: Imagem no microscópio (olho relaxado)

No microscópio, a distância  $s$  é muito maior que as distâncias focais das lentes. A imagem real formada pela objetiva tem, como vimos (onde aqui  $s$  é a distância entre a imagem e o foco), uma ampliação linear

$$m_T = \frac{y'}{y} = -\frac{s}{f}$$

O ângulo visual do objeto no ponto próximo seria

$$\theta = \frac{y}{d_p}$$

e o da imagem formada pelo instrumento é

$$\theta' = \frac{y'}{f'}$$

Portanto, a ampliação angular é:

$$m_A = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{y' d_p}{y f'}$$

O poder de ampliação do microscópio é então:

$$m_A = -\frac{s d_p}{f f'}$$

## Luneta astronômica

A luneta astronômica (Figura 105) é usada na observação de objetos como a Lua, planetas e estrelas, que são muito grandes mas nos parecem pequenos por estarem muito distantes de nós. Na sua forma mais simples é, como o microscópio, constituída por um tubo com uma lente em cada extremidade. Agora, porém, o objeto encontra-se muito afastado da objetiva, no 'infinito' (os raios incidem nela na forma de um feixe paralelo), e a imagem real do objeto forma-se no seu plano focal. Além disso, a objetiva é agora uma lente de distância focal grande.

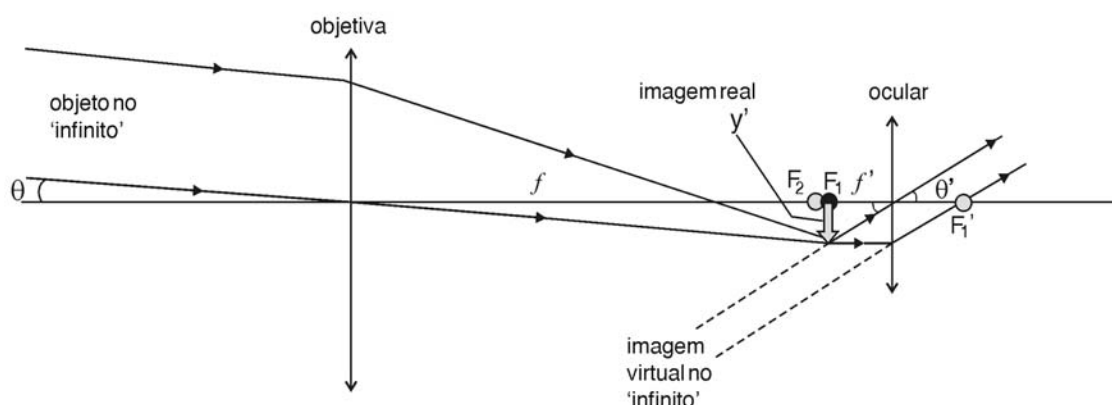


Figura 105: Luneta astronômica (olho relaxado)

Na Figura 105 vemos que ao objeto distante corresponde um ângulo visual  $\theta$ , que é o mesmo da imagem real em relação à objetiva. Por outro lado, à imagem virtual formada pela ocular (que é a imagem vista pelo observador) corresponde um ângulo visual  $\theta'$ , igual ao da imagem real. Então, da figura:

$$\operatorname{tg} \theta \approx \theta = \frac{y'}{f} \quad \text{e} \quad \operatorname{tg} \theta' \approx \theta' = \frac{y'}{f'},$$

portanto, o poder de ampliação da luneta astronômica (ou telescópio refrator) é:

$$m_A = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f}{f'}$$

Ora, nós já aprendemos que não podemos diminuir muito a distância focal de uma lupa, e a ocular funciona como uma! Assim, para aumentarmos o poder de ampliação de uma luneta astronômica, aumenta-se a distância focal da objetiva. Por isso os telescópios refratores são longos; quanto mais longos, maior a ampliação!

## A máquina fotográfica

O princípio básico de qualquer máquina fotográfica origina-se na *câmara obscura*, ou câmara escura, que é simplesmente um quarto escuro ou uma caixa, com um pequeno orifício em uma das paredes. A luz que passa pelo furo projeta uma imagem invertida da paisagem ou de objetos na parede oposta (Figura 106).

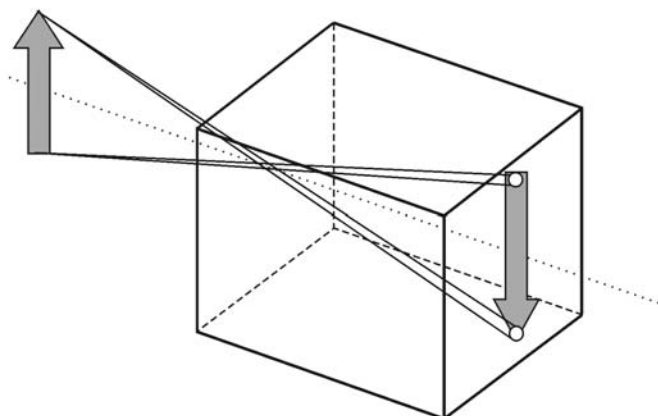


Figura 106: Câmara escura

.....

O princípio da câmara obscura era conhecido de Aristóteles, cujas observações foram preservadas por eruditos árabes durante a Idade Média. Um deles, Alhazen, utilizou-a para estudar com segurança eclipses solares há mais de 800 anos. As anotações de Leonardo da Vinci, no Renascimento, contêm várias descrições dela.

.....

A câmara fotográfica resultou da colocação de um material sensível à luz, que registrasse de modo permanente a imagem projetada. O uso da câmara escura simples como máquina fotográfica apresenta o inconveniente de que o furo tem de ser bem pequeno para obter-se uma imagem nítida. Como você pode ver na figura, cada ponto do objeto ilumina uma pequena região da imagem. Se aumentarmos o furo, essas regiões aumentam e a imagem torna-se menos nítida, vindo a desaparecer se o furo for muito grande.

### Tópico avançado

Se diminuirmos demais o furo, a imagem torna-se menos nítida novamente! Esse é um novo comportamento da luz, que NÃO pode ser explicado pelo modelo da óptica geométrica.

No Experimento 3 da Aula 1 você viu o comportamento da luz mudar ao atravessar fendas estreitas.

Um furo pequeno diminui muito a quantidade de luz que chega na imagem. Isso significa que um filme fotográfico exigiria tempos de exposição muito longos, tornando o processo pouco prático e mesmo impossível, no caso de objetos em movimento. Por este motivo as câmeras ou máquinas fotográficas modernas usam lentes que permitem focalizar a imagem sem demasiada redução da abertura de entrada da luz.

A Figura 107 mostra esquematicamente o arranjo básico de uma câmera fotográfica. Diferente do que ocorre no olho, a distância focal da lente é fixa, assim para obter-se uma imagem nítida sobre o filme, a lente é movida para frente ou para trás pois a distância da imagem  $i$  varia (por quê?). Todavia, para objetos mais afastados, a imagem nítida forma-se sempre próxima ao plano focal. Dessa forma, em algumas câmeras não há essa regulação e a distância da imagem (distância lente-filme) é mantida igual à distância focal.

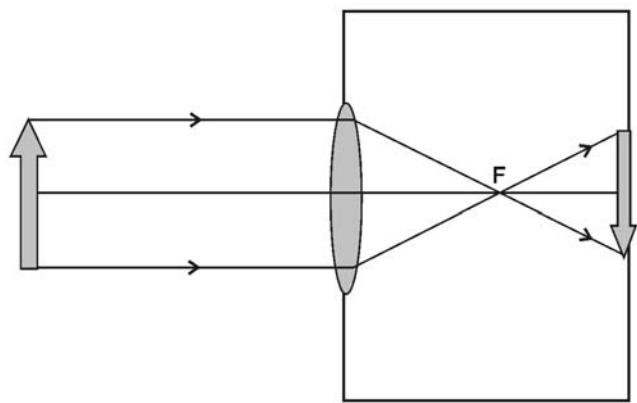


Figura 107: Esquema simplificado de uma máquina fotográfica

.....  
As câmeras fotográficas variam muito no preço e complexidade do sistema óptico, pois usa-se um sistema de lentes (e não apenas uma) para corrigir distorções, aproximar objetos distantes, aumentar o ângulo visual fotografado. Pode variar também a maneira de visualizar os objetos a serem fotografados, pois algumas usam um visor direto simples, outras uma segunda lente (câmera reflex), e outras um prisma pentagonal (câmera pentax) para visualização através da própria lente da câmera.  
.....

## Leituras e exercícios 8

### Leitura

Leia sobre os assuntos *O olho humano*, *Defeitos de visão*, *A máquina fotográfica*, *O projetor*, *A lupa*, *O microscópio*, *A luneta astronômica* na seção 12.4 intitulada *Lentes e instrumentos ópticos*, do Capítulo 12 do livro de Antonio Máximo e Beatriz Alvarenga, *Física - volume único*.

Deste mesmo Capítulo 12, resolva os exercícios de fixação de números de 40 até 44.

Não se esqueça de verificar se as suas soluções estão corretas. Em caso de dúvida, procure o tutor no pólo.

Leia sobre o assunto *O olho humano e os Defeitos da Visão* na seção 2.2, *A formação de Imagens e os Defeitos da Visão* na seção 2.3, *Aperfeiçoamento da Visão obtida pelo Olho: Instrumentos Ópticos e Observação da Parte 2-Sistemas ópticos que possibilitam a visão das coisas* do livro *Física 2 (Física Térmica e Óptica)* do grupo GREF.

### Exercício 16

A acomodação do cristalino, mudando a sua distância focal, permite que um olho normal de uma pessoa jovem possa ver com nitidez desde uma distância muito grande (você é capaz de ver estrelas muito distantes) até o chamado *ponto próximo*. O ponto próximo pode ser encontrado aproximando-se lentamente dos seus olhos a capa de um livro que contém o seu título. Quando as letras perderem a nitidez você encontrou o seu *ponto próximo*. Encontre o seu *ponto próximo* e meça a distância entre os seus olhos e ele. (Essa distância varia de uma pessoa para outra; seu valor é de aproximadamente 25 cm).

### Exercício 17

Faça a Atividade 3 (Teste de visão/Óculos) da Parte 2-Sistemas ópticos que possibilitam a visão das coisas do livro *Física 2 (Física Térmica e Óptica)* do grupo GREF.

### Leitura

Leia sobre o assunto *Processos Luminosos na Máquina Fotográfica*, na seção 1.2 da Parte 1-Processos luminosos: interação com a luz do livro *Física 2 (Física Térmica e Óptica)* do grupo GREF.

## Questionário 7

Responda novamente em seu caderno às perguntas do Questionário 6, no início desta Aula. Compare as respostas que você escreveu agora com as que você obteve antes de começar esta Aula.

Chegamos ao final da quinta Aula. Nesta aula, discutimos a formação de imagens pelas lentes e as aplicações ao nosso dia-a-dia dessas idéias na construção de instrumentos ópticos. Com isso, estamos próximos da conclusão de nosso primeiro módulo da disciplina. E com uma constatação: um modelo extremamente simples como o da óptica geométrica permite a compreensão de um grande número de fenômenos observados e a construção de instrumentos muito úteis para a ampliação de nossa visão.



## E para terminar...

Construímos durante este período de trabalho um primeiro modelo para descrever alguns dos fenômenos associados à luz. Mais do que isso, entendemos um pouco o que significa a Física, em seus vários aspectos: observar fenômenos da natureza, fazer medidas, refletir sobre as observações, analisar o que é mais importante e o que pode ser em uma primeira etapa não levado em consideração etc.

Conhecemos hoje em dia um conjunto de fenômenos que devem ser razoavelmente explicados por qualquer modelo para a luz: a reflexão, a refração, a difração, a interferência, a polarização, a dispersão, a emissão e absorção da luz por átomos (matéria).

O modelo geométrico nos permitiu entender algumas das características da interação da luz com a matéria – o que ocorre quando existe apenas reflexão e refração – sem fazer nenhuma hipótese sobre a natureza e estrutura dos raios luminosos. A luz se comporta como um raio que se propaga em linha reta com velocidades diferentes em meios diferentes.

A discussão sobre a natureza da luz foi objeto de muitas discussões, e duas idéias eram preponderantes: a luz seria um conjunto de corpúsculos movendo-se (e interagindo com os outros corpúsculos que compõem a matéria) ou a luz seria uma onda que se propaga (mudando suas características ao mudar de meio). Esse debate incluiu nomes ilustres da história da ciência: Newton, Descartes, Huygens, Young, entre muitos outros, até o século XIX. No entanto o fato é que a idéia de que existe um raio luminoso (independente do que isso significava) funcionava em quase todas as situações conhecidas.

Novos experimentos no final do século XIX permitiram a observação de fenômenos que exigiam a concepção da luz como uma onda: a difração da luz através de fendas, observado no Experimento 3 da Prática 1. Muitos trabalhos de cunho experimental e teórico levaram à conclusão de que o modelo “correto” era o modelo ondulatório. Esse modelo descreve a luz como uma onda que se propaga (inclusive no vácuo). O modelo geométrico é um limite do modelo ondulatório – e isso é demonstrável matematicamente, o que define os limites de validade do modelo. Esse limite é dado pela relação matemática entre o comprimento de onda da radiação luminosa e o tamanho dos objetos com os quais ela interage (as fendas, anteparos etc). Nomes ilustres estão associados ao desenvolvimento e estabelecimento desse modelo: Maxwell, Hertz, Young. Esse modelo descreve a reflexão, a refração, a interferência, a difração e a polarização da luz.

Leia no volume 2  
do GREF – Óptica  
a seção 1.3 sobre  
Natureza da Luz.

Nessa época, porém, alguns fenômenos envolvendo a emissão e absorção de luz pela matéria (pelos átomos que compõem a matéria) já são conhecidos – o efeito fotoelétrico era um deles – e não podem ser entendidos com um modelo ondulatório. O efeito fotoelétrico correspondia à retirada de elétrons de superfícies metálicas (elétrons que podiam ser observados sob forma de corrente) pela incidência de luz sobre essa superfície.

No início do século XX, em 1905, Einstein publica um artigo sugerindo a existência de um “corpúsculo” de luz, mais tarde denominado fóton. Mas o modelo ondulatório era tão bem-sucedido que não havia como abandoná-lo integralmente.

Esse, dentre outros trabalhos (experimentais e teóricos), deu origem a um outro modelo, ainda mais elaborado (que você estudará se prosseguir seus estudos em Física), um modelo em que a luz não é nem onda nem partícula, mas uma outra entidade que ora se manifesta como onda ora como partícula. Esse modelo nos permite explicar – quando a luz se manifesta como uma partícula, um corpúsculo – o efeito fotoelétrico. Além também de nos permitir entender o limite que conduz à ótica física (ondulatória) e compreender uma enorme quantidade de fenômenos inexplicáveis pelos modelos geométrico e ondulatório. Essas aplicações estão presentes em sua vida: você utiliza *lasers*, usa células fotoelétricas, entre muitos outros.

Resumindo, você iniciou um caminho. Fazer ciência é entender que modelos são construídos para explicar fenômenos, e que é bom que eles expliquem mais do que eles se propunham inicialmente, mas o fato de isso não acontecer não nos obriga a jogar fora o primeiro modelo. Modelos diferentes coexistem – no tempo, no espaço. E que a ciência é um assunto fascinante, que nunca acaba, sempre tem algo novo para ser observado e explicado. E é essa visão que as crianças e adolescentes devem ter da ciência: se ouvir música é agradável intelectualmente, entender ciência também pode ser – mesmo sem nenhuma pretensão de se tornar um músico ou um cientista. Faz parte da cultura humana.

## Os olhos emitem luz...

A imagem das histórias em quadrinho está sempre presente em nossa mente. Os olhos emitem raios que envolvem o objeto visto e que nos permitem vê-lo... Uma idéia absurda? Ela pode ser derrubada (você pode pensar o que a contradiz?), mas é uma idéia interessante.

Esta idéia foi expressa na Antiguidade por vários filósofos da natureza. Um texto do século II a.C., conhecido hoje em dia, apresenta esta idéia de forma clara. O texto é de Heron, um filósofo (hoje em dia ele seria chamado de um físico, ou melhor, um engenheiro) da chamada Escola de Alexandria.

.....

A Escola de Alexandria constituiu o centro da cultura grega após o declínio de Atenas. Foi fundada em 332 a.C. na costa egípcia do Mediterrâneo por Alexandre, o Grande. Sua biblioteca foi destruída pelo fogo numa batalha naval. A essa escola pertenceram Euclides, onde ele escreveu o *Elementos de Geometria*; Hiparco, que compilou catálogos de posições estelares usados até hoje, e estudou Arquimedes. Heron escreveu um tratado sobre Mecânica e um outro, denominado *Catoptrics*, contendo a teoria dos espelhos e suas aplicações práticas.

.....

A seguir, transcrevemos um trecho do texto original de Heron em *Catoptrics* traduzido para o inglês<sup>1</sup>.

*Praticamente todos que escreveram sobre dióptrica tiveram dúvida sobre por que os raios procedentes de nossos olhos são refletidos por espelhos e por que as reflexões ocorrem em ângulos iguais. Mas a proposição que nossa vista esteja dirigida em linhas retas procedentes do nosso órgão de visão pode ser substanciada como a seguir. Pois tudo que se move com velocidade invariável move-se em uma linha reta. As setas que vemos lançadas de arcos podem servir como um exemplo. Pois, devido à força impulsiva, o objeto em movimento tenta dirigir-se para a menor distância*

<sup>1</sup> Morris R. Cohen e I.E. Drabkin, *A Source Book on Greek Science* (versão livre de M.F. B.).

*possível, já que ele não tem tempo para um movimento mais lento, isto é, para o movimento sobre uma trajetória mais longa. A força impelidora não permite um tal retardo. E assim, devido a sua velocidade, o objeto tende a se mover no caminho mais curto. Mas a mais curta de todas as linhas que tem as mesmas extremidades é uma linha reta. Que os raios procedentes de nossos olhos movam-se com velocidade infinita pode ser concluído a partir da seguinte consideração. Quando, após termos nossos olhos fechados, os abrimos e olhamos para o céu, no ato, não é necessário nenhum intervalo de tempo para que os raios visuais atinjam o céu. De fato, vemos as estrelas logo que olhamos para cima, embora a distância seja, como podemos dizer, infinita. Mais uma vez, se a distância fosse maior, o resultado seria o mesmo, de forma que, claramente, os raios são emitidos com velocidade infinita. Portanto eles não vão sofrer nem interrupção, nem curvatura, nem quebra, mas vão se mover sobre a trajetória mais curta, uma linha reta.*

Neste pequeno trecho podemos encontrar algumas frases bastante interessantes, refletindo idéias curiosas sobre a luz e sua propagação:

- os olhos emitem raios de luz,
- os raios são refletidos em ângulos iguais aos ângulos de incidência,
- a luz se propaga em linha reta, e
- a velocidade da luz é infinita.

Apesar das dificuldades sempre presentes quando lemos um texto escrito em outras épocas, quando às vezes os termos usados não têm o mesmo significado que apresentam hoje, para nós, é sempre instrutiva (e necessária) a leitura de originais. Existem alguns argumentos bastante bonitos e interessantes nesse texto que merecem discussão e aprofundamento se você assim o desejar (consulte referências).

# Unidades de medida

A Física é uma ciência basicamente experimental. Os fenômenos naturais são *observados* e *medidos*, e essas medidas são utilizadas para comparação com modelos para explicações ou previsões.

Para realizar uma medida, porém, é necessário ter um *padrão*, isto é, algo que se convençione que seja a *unidade de medida* daquele tipo de grandeza. Uma medida deve significar o mesmo para você e para seu colega distante. Assim, usar como padrão o seu “pé” para medir comprimentos pressupõe que o tamanho dos pés é o mesmo – razoável?

As medidas também são de tipos diferentes: tempos e comprimentos não são grandezas similares. Há três medidas básicas para todas as determinações experimentais na área de Mecânica, em função das quais todas as outras podem ser obtidas: medidas de comprimento, tempo e massa.

Existem padrões definidos para realização dessas medidas. O Sistema Internacional de Unidades (SI) foi adotado em 1960, durante a 11ª Conferência de Pesos e Medidas, em Paris. Ele é baseado no sistema métrico de unidades, cujas características principais são:

- ele é decimal
- os prefixos de múltiplos e submúltiplos são simples (exemplos: quilo = 1000, mili = um milionésimo, deci = um décimo, e assim por diante).

O *Sistema Internacional* define as unidades básicas de medidas (em Mecânica), as medidas de comprimento, tempo e massa, como tendo as unidades básicas – e abreviações corretas

**SI**, ou Sistema  
Internacional de  
Unidades.

comprimento	metro	<i>m</i>
tempo	segundo	<i>s</i>
massa	quilograma	<i>kg</i>

As definições oficiais desses padrões são [Sociedade Brasileira de Metrologia]:

- *massa*: o quilograma (kg) é a unidade de massa; é a massa do protótipo internacional do quilograma.
- *tempo*: o segundo (s) é a duração de 9.192.631.770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do átomo de césio 133.

- *comprimento*: o metro (m) é o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo, durante um intervalo de tempo de  $1/299.792.458$  de segundo.

Com frequência, chamamos o SI de MKS – ou seja, o sistema de unidades em que comprimentos (M) são dados em metros, massas (K) em quilogramas e intervalos de tempo (S) em segundos.

Para ler mais a respeito do Sistema Internacional de Unidades, consulte o primeiro capítulo do livro de Antonio Máximo e Beatriz Alvarenga, ou o primeiro capítulo do volume 1 (seções 1.5, 1.6 e 1.7) do livro de H. Moyses Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, vol. 1 – Mecânica.

Você pode também consultar os *sites*:

- do INMETRO (Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial) criado para substituir o antigo INPM (Instituto Nacional de Pesos e Medidas), no qual você encontra uma lista de *sites* de interesse em todo o mundo.

*[www.inmetro.gov.br](http://www.inmetro.gov.br)*

- da Sociedade Brasileira de Metrologia

*[www.sbmetrologia.org.br](http://www.sbmetrologia.org.br)*

## Incerteza numa medida experimental

Toda vez que um experimentador realiza uma medida, o resultado que ele obtém não é apenas um número. Essa medida possui unidades, e possui também o que chamamos de **incerteza da medida**, ou **erro da medida**.

Uma medida experimental determina da melhor maneira possível um valor da grandeza física – cujo valor exato é sempre desconhecido. A expressão que é fornecida para o resultado da medida deve indicar esse fato, e isso é feito através da determinação da incerteza experimental.

A incerteza em uma medida representa, entre outras, a impossibilidade de construção de instrumentos absolutamente precisos – uma régua que leia bilionésimos de centésimos de milímetro, ou menores – e de existência de observadores absolutamente exatos. Quando temos uma régua em nossa mão, o que podemos afirmar é que existe uma região, uma *faixa de valores* dentre os quais o nosso resultado está.

Um exemplo está apresentado na “régua” mostrada na Figura 108. A régua está dividida em unidades, e o objeto está mostrado. Imaginemos, inicialmente, que o nosso método de medida seja absolutamente correto. Isso significa que – neste caso – não nos enganamos na definição do que é o zero da medida, e que as unidades fornecidas pelo fabricante são precisas.

Qual é, em unidades da régua, o comprimento deste objeto?

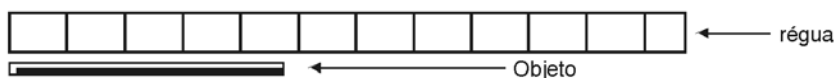


Figura 108

Podemos afirmar “com certeza” que o valor medido está entre 4 e 5 unidades. Mais provavelmente, entre 4,5 e 5 unidades. Isso significa que não podemos escrever “o resultado vale 4,8 unidades” – isso absolutamente não estaria correto. Mas podemos dizer “o resultado está entre 4,0 e 5,0” e expressá-lo como “ $4,5 \pm 0,5$ ”. Ou talvez algo como “ $4,8 \pm 0,2$ ”, se tivermos muita confiança em nós mesmos e na régua apresentada.

Assim, qualquer medida experimental representa uma *faixa de valores*. Essa faixa é sempre expressa por um *valor central* e por uma *largura* em torno dessa faixa; e um *grau de confiabilidade* da medida está naquela faixa. A existência dessa faixa não é um “erro”. É algo intrínseco a qualquer processo de medida, e decorre das limitações do equipamento utilizado, do método de medida escolhido e da habilidade e capacidade do experimentador.

Podemos fazer uma estimativa simples para essa incerteza ou erro experimental no caso de medidas que são feitas diretamente, como para o tamanho medido com a régua citado acima. O nosso processo de medida é comparar o comprimento do objeto com um padrão, fornecido pela régua. E isso significa determinar na régua os dois extremos que correspondem ao “início” e ao “final” do objeto cujo comprimento queremos medir. O comprimento é a diferença entre essas duas determinações, ou então a leitura direta na régua do “final” se colocamos o zero da régua no “início” de nosso objeto. Qualquer fabricante de um instrumento de medida divide seu instrumento da melhor maneira que pode. Assim, se ele não faz subdivisões além do milímetro numa régua é porque seu instrumento não pode fazer corretamente leituras inferiores ao milímetro. Portanto, uma boa regra inicial é observar a faixa definida pelo fabricante. Vejamos o exemplo associado à medida do tamanho da barra da Figura 109.

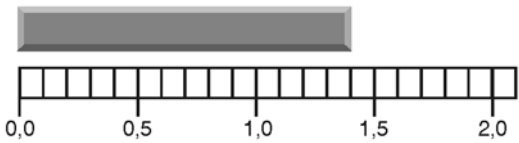


Figura 109

Uma leitura razoável da régua para descrever o tamanho da barra da Figura 109 seria um valor entre 1,35 e 1,45 cm (essa régua faz leituras em centímetros). Escreveríamos o tamanho do objeto então como

$$\text{tamanho do objeto} = (1,40 \pm 0,05) \text{ cm}$$

Com essa expressão, estamos indicando que o nosso valor está dentro da *faixa* com valor central 1,40 cm e largura 0,05 – o “erro experimental”.

Os físicos experimentais convencionam que, sob as condições mais usuais de realização de medidas, a largura expressa um grau de confiança de cerca de 67% – isto é, a probabilidade de que o resultado fique na faixa considerada (entre o valor central mais a largura e o valor central menos a largura) é de 67%. E também que há 99,9% de probabilidade de o resultado sempre estar na faixa definida por três vezes a largura.

Esse assunto será bastante explorado em disciplinas posteriores, e envolve conceitos estatísticos. Sugerimos a leitura do texto de Vuolo<sup>1</sup> citado como referência caso haja o desejo de aprofundamento no assunto.

<sup>1</sup> José Henrique Vuolo, *Fundamentos da Teoria de Erros*.



No caso de **medidas indiretas**, isto é, medidas que não são feitas diretamente a partir de uma leitura de um instrumento, como por exemplo o perímetro ou a área do objeto acima, temos um conjunto de regras para calcular essas incertezas – o que chamamos de *cálculo da propagação dos erros*. Você estudará essas regras e suas justificativas em cursos posteriores; aqui indicaremos sempre como proceder para fazer um cálculo, pelo menos estimado, dessa incerteza, ou melhor, da *faixa de valores* em que temos uma *confiança* (de 67% – podemos por enquanto “arredondar para cima”, pensando em 100%) de encontrar o nosso resultado.

A questão da incerteza na medida nos remete a um outro assunto, meio espinhoso – **algarismos significativos**. Traduzindo: ao determinar uma velocidade a partir da medida da distância percorrida e do tempo decorrido,

$$\begin{aligned} \text{distância percorrida} &= 5,0 \pm 0,2 \text{ m} \\ \text{tempo decorrido} &= 3,0 \pm 0,1 \text{ s} \end{aligned}$$

obtemos

$$\text{velocidade} = 1,666666666.....$$

Onde parar? Onde aproximar? Devemos escrever 1,7 ou 1,67 ou 1,667 ou...? Se não sabemos fazer a chamada “propagação do erro”, essa pergunta é de difícil resposta. Se a propagação for estimada, e tomarmos a incerteza com um único algarismo, obtemos para a velocidade

$$\text{velocidade} = 1,666666666..... \pm 0,1 \text{ m/s}$$

Ou seja, se aceitamos a idéia de faixa de valores, é claro que o resultado que melhor expressa a velocidade é

$$\text{velocidade} = 1,7 \pm 0,1 \text{ m/s}$$

Só faz sentido então expressar a velocidade com dois algarismos – só dois algarismos “têm significado”, isto é, são significativos. A inclusão de outros algarismos perde o sentido, pois o segundo – o 7 – já é incerto: o resultado está na faixa entre 1,6 e 1,8. Também a medida da distância só tem dois algarismos significativos: a faixa de valores é entre 4,8 e 5,2 m, e a medida do tempo decorrido corresponde à faixa entre 2,9 e 3,1 s. As duas medidas originais possuem dois algarismos significativos – razoavelmente o resultado da divisão das duas também só dá dois algarismos significativos.

Assim, passamos a entender que todas as vezes que dizemos que um resultado “vale 4,7” o que queremos dizer é que o último algarismo “é duvidoso”, isto é, temos uma faixa de valores estimada entre 4,6 e 4,8 (poderia até ser maior). E aí dizemos que nosso resultado possui dois algarismos significativos; se escrevêssemos 4,70, a faixa corresponderia a 4,69 e 4,71 – e isso é completamente diferente!

Se refletirmos por um instante sobre esses conceitos, vemos que eles têm mais lógica do que parece. *A idéia principal é que ao realizarmos uma medida experimental não determinamos um valor exato, e sim uma faixa de valores* (com convenções a respeito do significado de cada um dos elementos que compõem essa faixa). Portanto, qualquer que seja a forma que escolhemos para expressar esse valor, a forma representa essa faixa. Se escolhermos a notação mais usada ( $1,7 \pm 0,1$ ), estamos informando de maneira clara e inequívoca o que queremos. Se escolhermos só fornecer o valor 1,7 a informação está um pouco mais escondida, mas ainda está lá.

### Referência

José Henrique Vuolo, *Fundamentos da Teoria de Erros*, Editora Edgard Blücher Ltda.

## A lei da reflexão

A óptica foi objeto de especulação desde tempos muito antigos. Já na época dos gregos, os “filósofos” desenvolveram teorias sobre o que era a luz, sobre as cores e a visão. A observação de imagens em superfícies espelhadas dá origem à lei da reflexão, cuja primeira formulação explícita é encontrada num texto de Euclides<sup>1</sup>.

Um texto sobre a teoria dos espelhos contida em *Catoptrics*, de Heron<sup>2</sup>, é talvez um dos primeiros registros escritos sobre o assunto. Nesse texto, há uma justificativa para a lei da reflexão, com base num “princípio de caminho mínimo” e argumentos geométricos.

1. (...) *A ciência da visão é dividida em três partes: óptica, dióptrica e catóptrica. A óptica foi adequadamente tratada por nossos predecessores, e em particular por Aristóteles, e a dióptrica foi por nós mesmos tratada em outro local na forma tão extensa quanto pareceu necessário. Mas a catóptrica, também, é claramente uma ciência merecedora de estudo e ao mesmo tempo produz efeitos<sup>3</sup> que despertam curiosidade no observador. Pois com o auxílio desta ciência espelhos são construídos mostrando o lado direito como o lado direito, e, analogamente, o lado esquerdo como o lado esquerdo, enquanto espelhos comuns por sua natureza têm a propriedade contrária e mostram os lados opostos. Também é possível com a ajuda de espelhos ver as nossas costas, e ver a nós mesmos invertidos, de cabeça para baixo, com três olhos, e dois narizes, e feições distorcidas, como se em intensa aflição. O estudo da catóptrica, no entanto, é útil não apenas em nos fornecer óculos divertidos mas também para objetivos necessários. Pois quem não concordaria em ser muito útil podermos ser capazes de observar, por acaso, enquanto estamos dentro de nossa própria casa, quantas pessoas estão na rua e o que elas estão fazendo? (...) Tal sendo então o alcance da ciência, eu penso ser necessário e apropriado descrever as opiniões de meus predecessores, para que minha descrição não seja incompleta.*

2. *Praticamente todos que escreveram sobre dióptrica e óptica tiveram dúvidas sobre por que os raios procedentes de nossos olhos são refletidos pelos*

Euclides trabalhou no Museu de Alexandria entre 320 e 260 a.C. Escreveu o tratado *Elementos*, síntese da Geometria grega.

Heron de Alexandria viveu e trabalhou por volta de 62 d.C., e foi uma das mais notáveis figuras dessa escola; escreveu um tratado sobre Mecânica e um outro denominado *Catoptrics*, contendo a teoria dos espelhos e suas aplicações práticas.

<sup>1</sup> Sabra cita, no capítulo 3 de seu livro, a Proposição XIX do seu texto sobre óptica, usando essa lei em conexão com um problema de determinação de alturas. Há também referência sobre essa lei em outros textos antigos.

<sup>2</sup> Texto retirado de *A Source Book in Greek Science*, pág. 261/262, com versão livre (M.F.B.).

<sup>3</sup> No texto inglês, *spectacle*, que pode significar não só *óculos*, mas também pode significar *espetáculo*.

O texto apresentado no Complemento 1 está neste item, no qual o autor justifica que a luz anda “pelo caminho mais curto, uma linha reta”.

*espelhos e por que as reflexões ocorrem em ângulos iguais. (...)*

3. (...) *Vamos agora mostrar que raios incidentes em espelhos e também sobre a água e sobre todas as superfícies planas são refletidos. A característica essencial de corpos polidos é que suas superfícies são compactas. Assim, antes de serem polidos, espelhos têm algumas porosidades sobre as quais os raios caem e não podem ser refletidos. Mas esses espelhos são polidos por esfregamento até que todas as porosidades são preenchidas por uma substância fina; então os raios incidentes sobre a superfície compacta são refletidos. Pois assim como uma pedra arremessada violentamente sobre um corpo compacto como uma tábua ou parede reflete, enquanto uma pedra jogada sobre um corpo macio, tal como lã ou semelhante, não o faz (pois a força projetante acompanha a pedra e então, no caso do obstáculo rígido, desiste, não sendo capaz de continuar a acompanhar a pedra ou movê-la para a frente, enquanto no caso do obstáculo macio, a força meramente diminui e é separada da pedra), também os raios que são emitidos por nós com grande velocidade, como mostramos, refletem-se quando atingem um corpo com superfície compacta. (...)*

4. *Que os raios incidentes sobre superfícies polidas são refletidos foi, então, em nossa opinião, adequadamente provado. Agora, pela mesmo argumento, isto é, considerando a velocidade da incidência e a reflexão, provaremos que esses raios são refletidos em ângulos iguais no caso de espelhos planos ou esféricos. Para a nossa demonstração deve-se novamente utilizar linhas mínimas. Eu digo, portanto, que todos os raios incidentes (de um dado ponto) refletidos até um dado ponto por espelhos esféricos e planos, os mais curtos são aqueles que são refletidos em ângulos iguais; e se esse é o caso a reflexão por ângulos iguais está em conformidade com a razão.*

Em texto atribuído a Ptolomeu (*Optica III*), há uma demonstração experimental das leis da reflexão<sup>4</sup>:

*Na busca do conhecimento em todos os campos não apenas devemos começar com alguns princípios gerais, como também fazer hipóteses que são definidas e evidentes seja do ponto de vista de seus efeitos práticos ou de sua consistência interna. Apenas a partir de tais hipóteses pode-se obter as demonstrações subseqüentes.*

<sup>4</sup> Texto retirado de *A Source Book in Greek Science*, pág. 269/270, com versão livre (M.F.B.).

*Os princípios básicos exigidos para o estudo de espelhos são três em número, e são objeto de conhecimento básico, conhecidos em e de si mesmos. São: (1) objetos vistos em espelhos são vistos na direção do raio visual que é refletido do espelho para o objeto, dependendo da posição do olho; (2) imagens em espelhos parecem estar sobre a perpendicular desenhada do objeto à superfície do espelho, e produzida; (3) a posição do raio refletido a partir do olho para o espelho e do espelho para o objeto é tal que cada das duas partes contém o ponto de reflexão e faz ângulos iguais com a perpendicular ao espelho naquele ponto.*

As idéias de Heron e Ptolomeu são elaboradas – numa forma considerada definitiva até o século XVI – por Ibn al-Haytham, ou Alhazen. A sua teoria consistiu no tratamento mecânico mais completo da reflexão até o surgimento do trabalho de Descartes, e provavelmente era conhecido deste<sup>5</sup>.

Al-Haytham afirma que a luz era algo emitido por todas as forças autoluminosas, e em todas as direções. Essa luz viajaria em linha reta. Explicou o reflexo em superfícies polidas com base em sua teoria da luz: as superfícies não “recebiam” luz, mas a enviavam de volta diretamente<sup>6</sup>. No seu tratado sobre a óptica, afirma que a luz é refletida por causa de uma propriedade do corpo refletor, a sua “força de repulsão” ou oposição. O argumento é que essa força é mais forte em corpos polidos do que nos corpos ásperos, pois um corpo polido tem suas partes mais comprimidos não permitindo que a luz seja dissipada através delas. O fato de as superfícies serem compactas, e não duras, é o que é responsável pela reflexão da luz. Explorou as observações experimentais para a lei da reflexão, fazendo analogias com colisões de esferas rígidas com paredes.

As razões para a ocorrência de reflexão da luz foram objeto de discussão durante muito tempo.

Descartes apresenta, em sua *Dióptrica*, uma tentativa de explicar a reflexão da luz com base na analogia mecânica com o movimento de uma bola. No seu sistema filosófico, essa explicação ganha um novo aspecto. A propagação da luz não é um movimento real, e sim uma propriedade do meio que o transmite. A idéia de colisão é a única e básica forma de ação no meio material ao qual a luz pertence – para que um corpo se mova, é necessário que outro corpo em movimento entre em contato com ele e lhe transmita parte de seu movimento. Para ele, a luz era uma tendência ao movimento que se propagava instantaneamente. Ele teve problemas para explicar a reflexão; superou-os supondo que essa tendência ao movimento obedecia às mesmas leis que o próprio movimento.

<sup>5</sup> Sabra, pág. 72.

<sup>6</sup> Colin A. Ronan, vol. 2, pág. 110-112.

Claudius Ptolomeu nasceu no Egito, em cerca de 100 d.C.; aparentemente passou toda a sua vida de trabalho em Alexandria e morreu por volta de 170 d.C. Seu grande trabalho é *Almagest*, um vasto compêndio de Astronomia grega. Escreveu um trabalho sobre óptica, cujo original está perdido (existe só uma tradução).

Al-Haytham nasceu em 965, no Iraque, e era conhecido no Ocidente como Alhazen. Seu trabalho foi conhecido no Ocidente e muito citado por cientistas do século XVII.

René Descartes  
(1596-1650), filósofo  
e matemático francês,  
formulou uma nova  
concepção matemática  
do universo.  
Seus trabalhos  
fundamentais foram  
o *Discurso do Método* e  
*Princípios da Filosofia*.

A lei da reflexão foi objeto de discussão em todos os modelos sucessivos apresentados para a luz, a partir dessa época. A controvérsia basicamente estava associada à explicação do comportamento da luz. Os modelos ondulatório e corpuscular começam a surgir explicitamente; seus defensores começam a ampliar e melhorar as argumentações a favor e contra cada um deles. Descartes, Kepler, Huygens, Newton, entre outros, provocam um debate estimulante das idéias que hoje em dia temos a impressão de compreender de maneira mais correta.

A lei da reflexão é um fato experimental, o mais básico e o mais facilmente verificado experimentalmente. Qualquer modelo formulado para explicar o comportamento da luz, suas características, deveria conseguir explicá-lo, antes de qualquer outro fenômeno.

Os historiadores da ciência discutem exaustivamente os termos usados, e as referências citadas (e outras) podem ser consultadas pelos interessados em aprofundamento. A compreensão de que as idéias científicas evoluem no tempo, e que uma leitura dos originais muitas vezes é fundamental, foi o motivo para a colocação de alguns desses textos aqui. Não fizemos comentários sobre os textos, pois esse é o papel de um curso de história da ciência.

### Referências

A.I. Sabra, *Theories of Light from Descartes to Newton*, Cambridge University Press, 1981.

Colin A. Ronan, *História Ilustrada da Ciência da Universidade de Cambridge*, volumes 1 a 4, edição brasileira de Jorge Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1984.

Morris R. Cohen e I.E. Drabkin, *A Source Book in Greek Science*, Harvard University Press, 1975.

## A determinação da velocidade da luz

No Complemento 1, reproduzimos um texto antigo em que a idéia de que a luz se propaga instantaneamente – que a velocidade da luz é infinita – está explicitamente exposta:

*“os raios são emitidos com velocidade infinita”.*

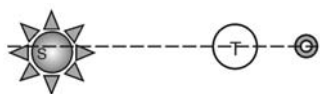
A idéia que a velocidade da luz é infinita foi expressa na Antiguidade já por Aristóteles. Para ele<sup>1</sup>, *“a luz era um estado ou qualidade que o meio adquiria subitamente do objeto luminoso”*. Mesmo havendo a visão dominante da propagação instantânea da luz, alguns estudiosos afirmaram que a propagação da luz exigia um intervalo de tempo finito, embora imperceptível. Um deles foi Ibn al-Haytham, que em seus textos às vezes falava em a luz ser mais rápida ou mais lenta em algum meio.

Por muitos séculos, essa foi a idéia preponderante: a velocidade da luz era infinita. Com Descartes, no século XVII, essa idéia assume um caráter mais profundo, inseparável de sua visão de mundo. O meio seria um veículo para a luz, e a natureza do meio era determinada pela concepção de matéria cartesiana: a natureza de uma substância corpórea consiste unicamente em ser extensa; então dois corpos de mesma extensão tinham a mesma quantidade de matéria. Portanto, a matéria seria rigorosamente incompressível. E, num meio incompressível e inelástico, segundo Descartes, qualquer pressão é transmitida instantaneamente. A luz seria uma pressão que se propaga num instante sem movimento real<sup>1</sup>.

Numa carta (a alguém cujo nome não é citado), Descartes diz<sup>1</sup>

*Eu disse a você recentemente, quando estivemos juntos, não na verdade o que você escreve, que a luz se move em um instante, mas que (o que você considera a mesma coisa) ela atinge nossos olhos a partir do objeto luminoso em um instante; e eu até adicionei que isso era para mim tão certo que se fosse demonstrado ser falso eu estaria pronto a confessar que não sei absolutamente nada de filosofia.*

<sup>1</sup> A.I. Sabra, *Theories of Light from Descartes to Newton*, pág. 46 em diante (versão livre de M.F.B.)



Ole Røemer, astrônomo dinamarquês, trabalhou no observatório de Paris (inaugurado em 1671 e dirigido por Cassini), um dos dois primeiros observatórios do Ocidente (o outro era o Observatório de Greenwich).

Jean-Leon Foucault (1819-1868), físico francês, inventou o giroscópio, demonstrou com um pêndulo o movimento de rotação da Terra e mediu a velocidade da luz.

Hyppolyte Fizeau (1819-1896), físico francês, que fez a primeira medida direta da velocidade da luz.

James Clerk Maxwell (1831-1879), físico escocês, sintetizou a teoria eletromagnética da luz.

Descartes chegou a sugerir um argumento experimental para justificar essa teoria, que envolvia eclipses da Lua. A idéia seria que, quando ocorre um eclipse da Lua, o Sol, a Terra e a Lua estão alinhados; mas a luz que atinge a Terra vindo da Lua (a percepção do eclipse) percorreu uma distância muito maior do que a luz que atinge a Terra vindo do Sol – e então o Sol deveria ser visto algum tempo antes do eclipse na posição do eclipse. E os resultados astronômicos não indicavam nenhum lapso de tempo entre os dois eventos.

A primeira determinação experimental da velocidade da luz foi feita por Røemer, em 1675. Em vez de utilizar eclipses da Lua, Røemer verificou que o eclipse dos satélites de Júpiter (muito brilhantes) apareciam com atraso para ele, um observador na Terra. Ele estimou que a luz levaria onze minutos para chegar à Terra a partir do Sol, o que daria uma velocidade de cerca de 193 mil quilômetros por segundo (cerca de metade do valor atualmente aceito). A observação experimental que o levou a fazer a proposta de uma velocidade finita para a luz não teve porém sua interpretação aceita majoritariamente.

A idéia da velocidade finita para a luz proposta e medida por Røemer só ganha campo após o trabalho de Huygens, que propõe um modelo ondulatório para a luz. Nesse modelo, a luz é uma série de ondas de choque que se empurram através de uma substância (invisível) – o éter.

Mesmo com todas as discussões que permearam os anos seguintes, entre os seguidores dos modelos ondulatório e corpuscular para a luz, o fato experimental estava estabelecido: a velocidade de propagação da luz não era infinita, era muito grande; e poderia ser determinada experimentalmente.

Foucault e Fizeau foram dois outros físicos que propuseram métodos diferentes para medida da velocidade da luz. Fizeau utilizava uma roda dentada girando rapidamente e um espelho, e Foucault usava dois espelhos, um fixo e outro girando, e determinavam na Terra (sem uso de observações astronômicas) a velocidade da luz.

Em 1861, Maxwell estabelece definitivamente um modelo ondulatório para o eletromagnetismo. Ele conclui que<sup>2</sup>

*A velocidade das ondas transversais em nosso meio hipotético, calculada a partir dos experimentos eletromagnéticos dos Srs. Kohlrausch e Weber, concorda tão exatamente com a velocidade da luz, calculada pelos experimentos óticos do Sr. Fizeau, que é difícil evitar a inferência de que a luz consiste nas ondulações transversais do mesmo meio que é a causa dos fenômenos elétricos e magnéticos.*

<sup>2</sup> H.M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica, vol. 3 – Eletromagnetismo*, pág. 271.



A velocidade da onda eletromagnética, segundo o resultado de Maxwell, seria

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

onde  $\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo e  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo (cujos valores são conhecidos). Usando os valores medidos para essas duas constantes,

$$v = 2,999792 \times 10^8 \text{ m/s}$$

A confirmação experimental da teoria eletromagnética da luz foi obtida por Hertz em 1888, quando ele produziu ondas eletromagnéticas e mostrou que elas tinham propriedades análogas às da luz.

Heinrich Hertz  
(1857-1894), alemão.

Todas as ondas conhecidas até então envolviam a existência de um meio para sua propagação. O meio de propagação da luz deveria permear todo o espaço, ter densidade desprezível, e praticamente não interagir com a matéria – o denominado éter.

As experiências de Michelson-Morley, realizadas no período entre 1881 e 1887, nas quais eles tentavam medir a velocidade do éter, constituíram um dos marcos na evolução das idéias, com a proposta da teoria da relatividade restrita.

Albert Abraham  
Michelson (1853-  
1931), americano.

Hoje em dia a determinação da velocidade da luz é feita com grande precisão experimental, e por processos que usam modelos ligados à teoria quântica da matéria; o valor aceito para essa velocidade é de

Edward Morley,  
colaborador de  
Michelson.

$$c = 2,99792 \dots \times 10^8 \text{ m/s}$$

Ou seja, a distância entre a Terra e a Lua é percorrida pela luz em cerca de 1,5 s – o que talvez explique por que Descartes usou o argumento de que a luz tinha velocidade de propagação “infinita”.

Distância entre a  
Terra e a Lua:  
3,80 x 10<sup>5</sup> km.

## Referências

- A.I. Sabra, *Theories of Light from Descartes to Newton* (1981).  
 Morris R. Cohen, I. E. Drabkin (editores), *A Source Book in Greek Science*.  
 H.M.Nussenzveig, Curso de Física Básica, vol 3 – *Eletromagnetismo*.  
 H.M.Nussenzveig, Curso de Física Básica, vol. 4 – *Ótica, Relatividade, Física Quântica*.



## A lei da refração da luz

No livro V de *Óptica*, atribuído a Ptolomeu, lemos<sup>1</sup>:

*Raios visuais podem ser alterados de duas maneiras: (1) por reflexão, isto é, o retorno a partir de objetos, chamados espelhos, que não permitem penetração [do raio visual], e (2) pela inclinação [isto é, refração] no caso de meios que permitem a penetração e têm uma designação comum [“transparente”] pelo motivo que o raio visual penetra neles.*

Claudius Ptolomeu escreveu um trabalho sobre óptica cujo original está perdido (existe só uma tradução).

*Nos livros precedentes, lidamos com espelhos (...). Resta-nos considerar aqui as ilusões envolvidas quando os objetos são vistos em meios através dos quais a visão penetra.*

*Mas foi mostrado no que precede: (1) que este tipo de inclinação de raios visuais não ocorre em todos os líquidos e meios rarefeitos, mas que uma quantidade definida de inclinação ocorre apenas no caso desses meios, que têm alguma semelhança com o meio do qual o raio visual se origina, de forma que a penetração possa ocorrer, (2) que um raio visual procede ao longo de uma linha reta e pode naturalmente inclinar-se apenas na superfície que forma um limite entre dois meios de diferentes densidades, (3) que a inclinação ocorre não apenas na passagem de um meio mais rarefeito e fino para um mais denso, mas também na passagem de um meio mais denso para um mais rarefeito, e (4) que esse tipo de inclinação não ocorre para ângulos iguais, mas que os ângulos, medidos a partir da perpendicular, apresentam uma relação quantitativa definida.*

*Devemos agora considerar o efeito de incrementos particulares nos ângulos em discussão. Vamos, porém, primeiro apontar o que a refração tem em comum com a reflexão; especificamente, que nos dois casos a imagem parece estar no prolongamento da linha reta formando a parte inicial do raio que passa do olho e é refletido ou refratado para o objeto.*

<sup>1</sup>Morris R. Cohen e I.E. Drabkin, *A Source Book on Greek Science*, Harvard University Press, 1975, pág. 271-272, em versão livre (M.F.B.).

*Isto é, a imagem aparece na intercessão desse raio (produzido) que passa do olho para a superfície refletora ou refratora, e a perpendicular do objeto à mesma superfície. Segue-se portanto, no caso da refração, da mesma forma que no caso da reflexão, que o plano passando por esse raio alterado é perpendicular à superfície na qual a alteração ocorre.*

*A partir dessa base, conclusões relevantes seguem-se, a respeito da natureza da percepção e envolvendo uma relação quantitativa, como vimos na passagem lidando com os princípios dos espelhos.*

*Isso é bem claro e óbvio e nós podemos entendê-lo imediatamente com auxílio de uma moeda colocada num vaso (...). Suponhamos que a posição do olho seja tal que o raio visual emanando dele e passando bem acima da borda do vaso atinja um ponto mais alto do que a moeda. Então, deixando a moeda permanecer em sua posição, derrame água lentamente no vaso até que o raio que passe bem sobre a borda se curve para baixo e caia sobre a moeda. O resultado é que os objetos que não eram anteriormente vistos são então vistos ao longo da linha reta passando do olho até um ponto acima da posição verdadeira do objeto. Mas o observador não suporá que o raio visual se inclinou para os objetos, mas que os objetos eles próprios flutuam e ficam elevados na direção do raio. Os objetos, portanto, apareceram na perpendicular desenhada a partir deles para a superfície da água, de acordo com os princípios apresentados acima.*



Neste e em outros textos, a idéia de que existem raios visuais partindo do olho e a percepção de que ao mudar de meio o raio luminoso tem sua direção alterada estão claramente expostas. Também vê-se que Ptolomeu fez um primeiro estudo experimental da refração<sup>2</sup>. Chegou perto da lei correta sobre a refração, construindo tabelas a respeito dos ângulos de refração<sup>3</sup>.

Essas observações experimentais, sobre o grau de desvio na passagem de meios mais densos para menos densos e vice-versa, deram origem, muitos séculos depois, a uma elaborada teoria da refração, por Ibn an-Haytham. Nessa teoria, ele afirmava que a luz move-se com grande velocidade em corpos transparentes, e que sua

<sup>2</sup> A.I. Sabra, *Theories of Light from Descartes to Newton*, pág. 93.

<sup>3</sup> O método de medida e as tabelas construídas por Ptolomeu estão na pág. 278 de *A Source Book in Greek Science*. No livro de Alan Chalmers *A Fabricação da Ciência* (Editora UNESP) há um apêndice correspondendo a um artigo publicado pelo autor (*A extraordinária pré-história da refração*) onde ele alega que os dados de Ptolomeu não são reprodutíveis, aparentemente levando à conclusão de que ele os ajustou de acordo com alguma hipótese sua.

velocidade era maior em corpos mais rarefeitos (tal como o ar) do que em um corpo denso (como a água ou o vidro). A justificativa disso estava no fato de que todos os corpos transparentes resistem ao movimento da luz; quanto maior a densidade, maior a resistência que eles oferecem. Ao incidir obliquamente sobre uma superfície entre dois meios, as componentes perpendicular e paralela à superfície continuam a existir, mas sentem uma mudança na resistência, fazendo com que o caminho da luz se incline diferentemente em relação à normal.

Os gregos, inclusive Ptolomeu, chegaram perto das definições trigonométricas. No entanto, foi Al-Batani (século IX), um astrônomo de Bagdá, quem abandonou o antigo sistema grego de cordas de ângulos e adotou a proporção trigonométrica conhecida como seno. No entanto, mesmo com as tabelas dos ângulos de incidência e de refração, a lei correta da refração (envolvendo os senos dos ângulos determinados) só foi obtida bem mais tarde.

Durante muito tempo, todas as explicações sobre a refração referiam-se ao trabalho de Al-Haytham. Em data não muito certa, por volta de 1621, Willibrord Snell descobre a relação precisa entre os senos dos ângulos de incidência e refração<sup>4</sup>. O seu trabalho manuscrito está perdido, tendo sido visto por Huygens e outros. A publicação da relação é feita por Descartes, em seu *Dióptrica*. A questão sobre se ele conheceria ou não o trabalho de Snell é controversa<sup>5</sup>. No entanto, a demonstração dessa lei apresentada no segundo capítulo do texto, partindo de seus princípios fundamentais da Óptica, é considerada insuficiente por alguns autores<sup>6</sup>. O argumento baseia-se na comparação da refração da luz com o comportamento de um projétil ao passar por uma superfície que oferece maior ou menor resistência, como Al-Haytham sugeria. Em um texto contido em seu caderno, lê-se a seguinte passagem:

*Como a luz só pode ser produzida na matéria, onde há mais matéria ela é produzida mais facilmente, sendo todo o resto igual; portanto, ela penetra mais facilmente através de um meio mais denso do que em um meio mais rarefeito. Assim a refração é feita no último afastando-se da perpendicular, e no primeiro aproximando-se da perpendicular. (...)*

Snell (Snellius),  
astrônomo e  
matemático flamengo,  
nasceu em Leydem em  
1580 (ou 81) e morreu  
em 1626.

<sup>4</sup> Há citações a um trabalho anterior de Thomas Harriott, por volta de 1598, em que a lei da refração teria sido obtida: J.W. Shirley, "An early experimental determination of Snell's law", em *American Journal of Physics*, vol. 19 (1951) pág. 507-508.

<sup>5</sup> A.I. Sabra, *Theories of Light from Descartes to Newton*, pág. 99 em diante.

<sup>6</sup> Sobre a vida e obra de Descartes, consultar Descartes: *Uma Biografia Intelectual*, de Stephen Gaukroger, tradução de Vera Ribeiro, Editora UERJ/Contraponto Editora Ltda., Rio de Janeiro, 1999.

Pierre de Fermat, 1601-1655, francês, deu contribuições fundamentais para a maioria das áreas da Matemática em seu tempo.

A demonstração de Descartes foi considerada polêmica; vários contemporâneos, como Fermat, apontaram alguns problemas. A lei estava correta, mas sua interpretação continuou objeto de discussão nos trabalhos de Fermat, Huygens, Newton, entre outros. Fermat formulou um princípio: que a natureza realiza suas ações da forma mais simples e mais econômica. A aplicação para a luz era imediata: o caminho mais simples e mais rápido é a linha reta. Se ampliarmos o postulado, falando também em “caminho mais fácil”, explica-se o comportamento da luz ao passar de um meio para outro. Se meios diferentes oferecem diferentes resistências, não há por que a linha reta ser o caminho menos resistente entre dois pontos em meios diferentes. No entanto, demonstrar a lei da refração segundo seus princípios revelou-se um assunto árduo. Ele considerava que a lei experimental não era suficiente; que era necessária uma sólida fundamentação (um modelo) que justificasse a lei a partir de princípios básicos. Não tinha inclusive certeza se a lei dos senos era a forma correta.

Citando seus trabalhos<sup>7</sup>,

*Eu resolvi (...) esse obstáculo [a respeito de sua incerteza quanto à forma da lei] com o meu conhecimento de que há um número infinito de proporções que, embora diferentes da verdadeira, aproximam-se dela de forma tão insensível que podem enganar o mais habilidoso e o mais exato dos observadores.*

*(...)*

*a recompensa para meu esforço foi o mais extraordinário, o mais imprevisto e o mais feliz possível. Pois, após ter passado por todas as equações, multiplicações, antíteses e outras operações de meu método, e tendo finalmente concluído o problema que será apresentado num trabalho separado, eu obtive que meu princípio dá exata e precisamente a mesma proporção para refrações que as oferecidas pelo Sr. Descartes.*

*Eu fiquei tão surpreso com esse resultado inesperado que considero difícil recuperar-me de meu assombro. Repeti meus cálculos muitas vezes, e o resultado sempre foi o mesmo.*

<sup>7</sup>A.I.Sabra, versão livre (M.F.B.) pág. 142-144.

Um outro trabalho de importância sobre a luz foi desenvolvido por Huygens, lançando as bases para o modelo ondulatório. Supôs, *a priori*, antes mesmo do resultado da determinação por Røemer da velocidade da luz, que a luz não se propagava instantaneamente. Propõe que a luz é comparável ao som, isto é, um fenômeno ondulatório. E sugere a idéia básica de sua explicação para as propriedades da luz: na superfície de uma onda luminosa, cada ponto pode ser visto como o centro de uma onda secundária propagando-se com a mesma velocidade da onda principal inicial<sup>8</sup>:

*cada partícula da matéria na qual a onda se espalha precisa não apenas comunicar seu movimento à partícula vizinha que está na linha reta desenhada a partir do ponto luminoso, mas também parte desse movimento necessariamente a todos que toca e que se opõe naturalmente a seu movimento. Então acontece que em torno de cada partícula é criada uma onda da qual essa partícula é o centro.*

Com o princípio das ondas secundárias, ele consegue fazer uma construção geométrica justificando a lei da refração. Com isso, obtém que quando o ângulo de refração é menor que o correspondente ângulo de incidência, a velocidade da luz deve ter sido diminuída pela refração. E como a luz ao passar de um meio mais rarefeito para um meio mais denso se aproxima da normal, conclui que a velocidade da luz é maior nos meios mais rarefeitos. Consegue também explicar o fenômeno da reflexão total ocorrendo na passagem da luz de um meio mais denso (no qual a velocidade é menor) para um meio mais rarefeito.

O trabalho de Newton sobre a luz é apresentado em seu livro *Óptica*. Nele, apresenta uma grande quantidade de demonstrações experimentais, e obtém leis físicas a partir dessas observações, testando-as, rejeitando-as e assim construindo um modelo físico. Seu modelo foi entendido como um modelo corpuscular da luz, a partir do qual as cores e os fenômenos luminosos conhecidos poderiam ser explicados. A partir de seu modelo, ele obtém que a velocidade da luz é maior em meios mais densos.

Em 1850, Foucault consegue montar um experimento para comparar as velocidades da luz na água e no ar. Obtém que a luz se propaga mais lentamente na água, o meio mais denso. Com isso, o modelo newtoniano sofre um duro abalo – do ponto de vista experimental.

Christian Huygens,  
holandês, nasceu  
em 1626.

<sup>8</sup> *Tratado da Luz*, Huygens, citado em Sabra, pág. 212.

A discussão só se resolve posteriormente com o estabelecimento do modelo ondulatório da luz. No entanto, a leitura dos textos originais, com as tentativas de estabelecer teorias que explicassem de forma coerente os fatos experimentais, é extremamente interessante, pois nos faz refletir sobre como na realidade os modelos científicos são construídos, elaborados, refutados e eventualmente, durante um certo tempo, estabelecidos como o modelo físico aplicável aos fenômenos em consideração.

**Referências:**

A.I. Sabra, *Theories of Light from Descartes to Newton*, Cambridge University Press, 1981.  
Colin A. Ronan, *História Ilustrada da Ciência da Universidade de Cambridge*, volumes 1 a 4,  
Morris R. Cohen e I.E. Drabkin, *A Source Book in Greek Science*.



## Newton e a dispersão da luz

O tratado sobre Óptica de Isaac Newton<sup>1</sup> foi concluído em 1702. Nele, Newton apresenta a sua teoria sobre a luz e as cores. A leitura desse livro (já acessível numa tradução brasileira) nos permite o acesso a um texto revelador sobre o processo de construção de um modelo em ciência.

O tratado é apresentado na forma de várias proposições e teoremas, obtidos através da cuidadosa observação experimental e comprovados em outros experimentos diferentes. Um exemplo disso são os experimentos de refração de luzes coloridas e a decomposição da luz do sol em raios coloridos. Citamos a seguir algumas definições e três teoremas apresentados no seu livro.

Isaac Newton (1642-1727), inglês, um dos mais famosos nomes da Física. Publicou os **Principia**, no qual apresenta os princípios da Mecânica, e um tratado sobre **Óptica**, entre outros.

### *Definição – Refrigência dos raios*

*A refrigência dos raios de luz é a tendência de serem refratados ou desviados da trajetória quando passam de um corpo ou meio transparente para o outro. E uma refrigência maior ou menor dos raios é a tendência de se desviarem em maior ou menor grau da sua trajetória em incidências semelhantes no mesmo meio.*

### *Definição – Reflexibilidade*

*A reflexibilidade dos raios é a sua tendência a serem refletidos ou a voltar para o mesmo meio, vindos de qualquer outro meio sobre cuja superfície incidem. E os raios que voltam com maior ou menor facilidade são os raios mais ou menos reflexíveis.*

### **Teorema 1**

As luzes que diferem em cor diferem também em grau de refrigência.

### **Teorema 2**

A luz do sol consiste em raios que se refratam diferentemente.

### **Teorema 3**

A luz do sol consiste em raios que diferem de reflexibilidade, e os raios que são os mais reflexíveis do que os outros são os mais refratáveis.

<sup>1</sup> Isaac Newton, *Óptica*, EDUSP – Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996, tradução, introdução e notas por André Koch Torres de Assis.

Newton vai demonstrar esses teoremas – demonstração aqui significando uma verificação experimental – fazendo experiências em que a luz do sol atravessa um prisma de vidro e produz as cores do espectro. Esse fenômeno não era novo, e desde muito tempo já se sabia quais cores eram produzidas quando a luz solar atravessava prismas e globos cheios de água. Por exemplo, Sêneca (século I d.C.) e Vitelo (século XIII) já falavam desses fenômenos. Na época de Newton, mas anteriormente a ele, pelo menos quatro pesquisadores já haviam discutido em seu tratado de Óptica as cores produzidas por um prisma<sup>2</sup>: Descartes, Marcus Marci, Poyle (1627-1691) e Grimaldi (1618-1663).

Segundo historiadores<sup>3</sup>, a primeira vez que Newton realizou a experiência de fazer a luz do sol passar por um prisma foi no início de 1666.

Newton apresentou uma figura para representar essa experiência em seu *Lectiones Opticas*<sup>4</sup> de 1672.

O trecho em que Newton apresenta parte da descrição do experimento em que obteve a decomposição da luz solar é:

*Numa sala bem escura coloquei em um orifício de 1/3 de polegada de diâmetro que fiz na folha da janela um prisma de vidro por onde a luz solar que entrasse pelo orifício pudesse ser refratado para cima em direção à parede oposta da sala formando ali uma imagem colorida do sol. Nessa experiência e nas seguintes o eixo do prisma (isto é, a reta que, passando pelo meio do prisma de uma extremidade à outra, é paralela à aresta do ângulo refrator) era perpendicular aos raios incidentes. Ao redor desse eixo girei o prisma e vi a luz refratada na parede (ou seja, a imagem colorida do sol) primeiro descer e depois subir. Entre a subida e a descida, quando a imagem parecia estacionária, detive o prisma e fixei-o naquela posição, para que não se movesse mais. Pois nessa posição as refrações da luz nos dois lados do ângulo refrator, isto é, na entrada e na saída dos raios no prisma, eram iguais...*

<sup>2</sup> T.S. Kuhn, “Newton’s Optical Papers”, in Cohen, pág. 27 a 45; e Sabra, p. 62, nota 56.

<sup>3</sup> Westfall, pág. 161 a 167; Shapiro, pág. 10 a 14 e T. S. Kuhn em Cohen, pág. 33, nota 11.

<sup>4</sup> Shapiro, pág. 50.

## Referências

I.B. Cohen (editor), *Isaac Newton's Papers and Letters on Natural Philosophy*, Harvard University Press, segunda edição, 1978.

Isaac Newton, *Óptica*, EDUSP - Editora da Universidade de São Paulo, tradução, introdução e notas por André Koch Torres Assis.

A. Shapiro, *Theories of Light from Descartes to Newton: A.I. Sabra*, Cambridge University Press, Cambridge, 1981.

R. Westfall, *Never at Rest – A Biography of Isaac Newton*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980.

Tradução para o português: *A vida de Isaac Newton*, Editora Nova Fronteira, Rio de Janeiro, 1990.



## Computando algebricamente a profundidade aparente numa piscina

A imagem do fundo de uma piscina (*fundo aparente*) pode ser construída graficamente desenhando-se para cada direção dois raios próximos, encontrando-se os ângulos de refração desses raios na superfície da água, desenhando-se os raios refratados, prolongando-se os raios refratados e encontrando-se a sua interseção (veja a Figura 60 da Aula 4).

Esse procedimento é simples se usamos um programa de computação algébrica. O programa escolhido foi o MAPLE V. A programação foi realizada de uma forma direta, sem sofisticções, com a finalidade de ensinar para o estudante interessado os comandos mais simples desse programa. Com este cálculo, obteremos a posição da imagem de um ponto no fundo de uma piscina com profundidade  $H$  visto por um observador que se encontra a uma distância horizontal  $d$  do ponto e a uma distância  $h$  da superfície da água.

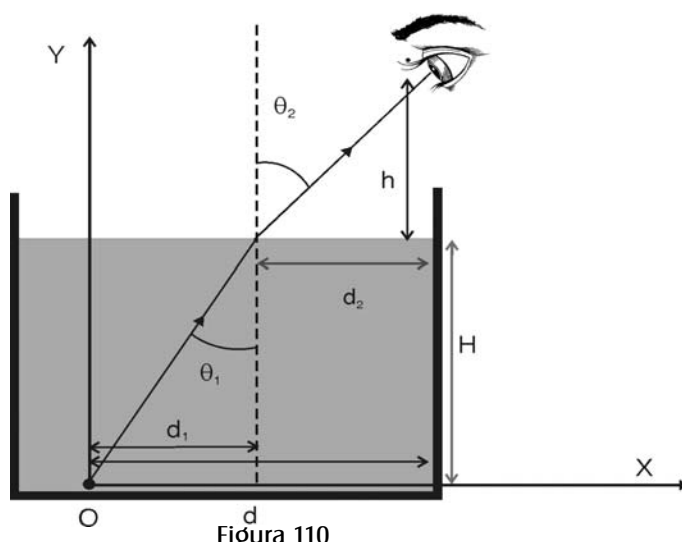


Figura 110

Vamos fazer inicialmente alguns cálculos que serão usados na elaboração do programa. Todos os parâmetros utilizados estão indicados na Figura 110.

A lei da refração fornece o ângulo de refração  $\theta_2$  a partir do ângulo de incidência  $\theta_1$  e do índice de refração  $n$  da água (o índice de refração do ar é considerado igual a 1):

$$\theta_2(n, \theta_1) = \arcsin(n \sin(\theta_1))$$

Todos os cálculos efetuados aqui utilizam apenas conceitos básicos de Geometria Plana, Trigonometria e Geometria Analítica.

A distância horizontal  $d_1$  entre o ponto O do fundo da piscina e a normal à superfície da água que passa pelo ponto de incidência do raio (como na figura) é uma função do ângulo de incidência  $\theta_1$  e da profundidade da piscina  $H$ :

$$d_1(H, \theta_1) = H \operatorname{tg}(\theta_1)$$

A equação da reta que representa o raio refratado proveniente da reflexão de um raio emitido pelo ponto O do fundo da piscina, que dista  $d$  do olho, é

$$y_r(n, H, \theta_1, x) = \cot g(\theta_2(n, \theta_1)) x + b$$

O valor de  $b$  é obtido impondo-se a condição  $y_r(n, H, \theta_1, d_1(H, \theta_1)) = H$ .

A distância  $d_2$  entre o olho e o ponto em que o raio emitido em O toca a superfície da água é uma função de  $\theta_2$  e  $h$ :

$$d_2(n, \theta_1, h) = h \operatorname{tg}(\theta_2(n, \theta_1))$$

A interseção entre as retas que representam dois raios refratados próximos (repetindo a figura com outro raio – volte à Figura 60 da Aula 4) pode ser obtida através da equação:

$$y_r(n, H, \theta_1, x) = y_r(n, H, \theta_1 + \epsilon, x)$$

A coordenada  $x_I$  da imagem é fornecida pela equação anterior. A coordenada da  $y_I$  imagem é  $y_I = y_r(n, H, \theta_1, x_I)$ .

Listamos a seguir o programa que permite encontrar as coordenadas  $x_I$ ,  $y_I$  da imagem I do ponto O.

Todos os comandos do MAPLE estão representados em letras azuis e em negrito. As equações descritas acima serão reescritas e resolvidas com a linguagem MAPLE. Para obter uma descrição detalhada de qualquer comando no MAPLE digite o símbolo de interrogação acompanhado da função cujas propriedades deseja conhecer. Por exemplo, iniciaremos o programa com o comando **restart**. Esse comando limpa a memória do computador. Para obter maiores informações sobre ele digite **? restart**.

**>? restart**

O sinal **>** representado acima aparece naturalmente na tela de trabalho do MAPLE a cada vez que uma sentença é iniciada. Ele aparece toda vez que você finaliza um comando e aperta a tecla *Enter*.

A notação usada pode parecer complicada, mas ela está feita de acordo com a forma aceita pelo programa.

É importante ressaltar que o MAPLE interpreta todos os argumentos de funções trigonométricas como expressos em radianos – e você deve cuidar de fazer a transformação correta. Ou, se você quiser utilizar ângulos expressos em graus, tem de utilizar o comando **convert(20\*degrees,radians)**.

Para se informar melhor sobre as definições de funções, consulte

**? operators[functional]** ou **? unapply** ou **? proc**.

O MAPLE não faz reduções numéricas espontaneamente. Elas são obtidas com a função *evalf*. Por exemplo, para obter o valor decimal de  $\frac{3}{4}$ , 0,75, você tem que digitar **evalf(3/4)**.

O ponto-e-vírgula (;) finaliza qualquer comando no MAPLE.

*Programa para calcular a posição da imagem I do ponto O:*

```
> theta2:=(n,theta1)->arcsin(n*sin(theta1));
> d1:=unapply(tan(theta1)*H,H,theta1);
> d2:=unapply(tan(theta2(n,theta1))*h,n,h,theta1);
> d:=unapply(d1(H,theta1)+d2(n,h,theta1),n,H,h,theta1);
> yr:=unapply(cot(theta2(n,theta1))*x+b,n,theta1,x);
> yr(n,theta1,d1(H,theta1))=H;
> solve(%,b);
> b:=unapply(%,n,H,theta1);
> subs(b=b(n,H,theta1),yr(n,theta1,x));
> yr:=unapply(%,n,H,theta1,x);
```

A substituição na expressão anterior de  $\theta_1 = 0$  fornece uma reta vertical e o MAPLE dirá que não existe solução.

```
> yr(n,H,0,d1(n,theta1));
> y1:=yr(n,H,theta1,x);
> y2:=yr(n,H,theta1+epsilon,x);
> solve(y1=y2,x);
> x_I:=unapply(%,n,H,theta1,epsilon);
> y_I:=unapply(yr(n,H,theta1,x_I(n,H,theta1,epsilon)),n,H,theta1,epsilon);
```

Podemos calcular a distância horizontal  $db$  da imagem até o olho.

```
> dh:=unapply(d(n,H,h,theta1)x_I(n,H,theta1,epsilon),n,H,h,theta1,epsilon);
```

As expressões para  $x_I$  e  $y_I$  mostram que a posição da imagem depende do ponto de observação e que ela não está sobre a reta vertical que passa por O (da Figura 110). Vamos atribuir valores aos parâmetros  $n$ ,  $h$  e  $H$  para obter a posição da imagem em alguns ângulos de incidência. Adotaremos  $\epsilon = (1/1000)^\circ$  ( $\epsilon$  representa o acréscimo angular entre o primeiro raio e o raio vizinho). Calcularemos a posição da imagem para diversos valores do ângulo  $\theta_i$ . Cuidado! O valor máximo do ângulo de incidência  $\theta_i$  é limitado pelo índice de refração  $n$  da água, a profundidade da água  $H$  e pelo comprimento  $L$  da piscina. Ele tem de ser menor do que o ângulo limite (menor que  $\theta_L = \arcsen(1/n)$ ) e menor do que o ângulo  $\theta_1$  associado à distância  $d = L$ .

```
> n:=1.3;H:=2;h:=1;L:=25;
> theta[limite]:=arcsin(1/n);
> evalf(convert(%,degrees));
> d(n,H,h,theta1)=L;
> so:=[solve(%,theta1)];
> theta[limite2]:=so[1];
> evalf(convert(%,degrees));
> epsilon:=convert(1/1000*degrees,radians);
> ang1:=convert(1*degrees,radians);
> theta[limite2]:=evalf(arccot(H/L));
> evalf(convert(%,degrees));
> ang2:=convert(50.217*degrees,radians);
> x_I(n,H,ang1,epsilon);
> evalf(%);
> y_I(n,H,ang1,epsilon);
> evalf(%);
> evalf(x_I(n,H,ang2,epsilon));
> evalf(y_I(n,H,ang2,epsilon));
> evalf(d(n,H,h,ang2));
> evalf(dh(n,H,h,ang2,epsilon));
```



Se você tentar encontrar o valor de  $y_I$  substituindo diretamente  $\theta_1=0$ , o MAPLE dará uma mensagem de erro. Tente obter o resultado escolhendo valores de  $\theta_1$  cada vez menores e verifique que o resultado tende para um valor constante. Se você já estudou limite de uma função vai entender por que isso ocorre. No MAPLE existe o *operator* limite (**limit**). Caso esteja curioso, utilize a ajuda, ? **limit**.

O fundo aparente da piscina (a imagem do fundo) pode ser obtido fazendo-se o gráfico de  $y_I$  em função da distância horizontal ( $dh$ ) da imagem ao olho. Para isso, vamos utilizar uma opção do MAPLE que permite construir um gráfico cartesiano  $(x,y) = [dh(\theta_1), y_I(\theta_1)]$ , onde  $\theta_1$  é um parâmetro.

```
>plot([dh(n,H,h,theta1,epsilon),y_I(n,H,theta1,epsilon)],theta1=ang1...ang2);
```

A Figura 60 da Aula 4 foi construída a partir da resolução numérica (algébrica) desse problema, pois a solução analítica envolve funções transcendentais e várias aproximações.

A utilização de programas de computação, tanto algébricos quanto de cálculo, faz com que nossas perspectivas de resolução de problemas e trabalhos em Física e em Ciências fiquem extremamente ampliadas e facilitadas. Caso tenha interesse, procure os tutores para aprender mais sobre o MAPLE.



## Glossário

### Aberração

Termo usado em Óptica.

Do *Dicionário de Física Ilustrado*, de Horácio Macedo

Num sistema óptico, afastamento dos raios luminosos em relação à trajetória que lhes é prescrita pela teoria dos raios *paraxiais*, na qual todo raio que passa por um ponto passa também, rigorosamente, pelo *ponto conjugado*. Segundo essa teoria, a imagem de um ponto é sempre um ponto, a de uma reta é sempre uma reta etc.

Os afastamentos verificados em relação a essas trajetórias simplificadas são classificáveis em dois grandes grupos: os devidos à *dispersão* dos meios refringentes, não só responsáveis pela aberração cromática; e os que existem com luz monocromática, responsáveis pelas aberrações monocromáticas ou geométricas.

A aberração cromática provoca a irisação das imagens (ficam coloridas) formadas nos sistemas em que ocorre. Pode ser uma aberração cromática lateral, quando a *ampliação lateral* do sistema é diferente para diferentes comprimentos de onda, ou longitudinal, quando a *ampliação longitudinal* depende do comprimento de onda. Corrige-se essa aberração mediante componentes ópticos de índices de refração diferentes e com dispersões diferentes. Essa correção é especialmente importante nos telescópios refratores, nas objetivas de microscópios e nas oculares de grande aumento.

As aberrações monocromáticas não se devem à dispersão nem a defeitos do sistema óptico: são consequência do próprio caminho dos raios, que não é a trajetória simples admitida na teoria dos raios paraxiais.

### Catóptrica

Termo usado em Óptica.

Do *Dicionário de Física Ilustrado*, de Horácio Macedo

“Diz-se dum sistema em que ocorrem reflexões da luz. Contrapõe-se a *dióptrico*, em que ocorrem refrações.”

**Coerência**

É uma propriedade que caracteriza duas ou mais ondas de mesma frequência, o mesmo comprimento de onda e uma diferença de fase constante no tempo.

Podemos dividir com um dispositivo óptico a luz emitida por uma fonte em duas ondas luminosas. Nas fontes luminosas usuais essas ondas só serão coerentes quando a luz dividida vier de uma região cujas dimensões são da ordem de grandeza do comprimento de onda da onda eletromagnética. Duas ondas luminosas obtidas pela divisão da luz emitida por uma fonte *laser* são sempre coerentes.

**Dioptria**

Termo usado em Óptica.

Do *Dicionário de Física Ilustrado*, de Horácio Macedo

“Medida que dá a potência de uma lente, igual ao inverso de sua distância focal expressa em metros. Geralmente, omite-se a dimensão da dioptria (inverso de metro) dizendo-se que a lente tem uma, duas, três, etc. dioptrias.

Às lentes divergentes associam-se dioptrias negativas.

Símbolo: dptr”

**Dióptrico**

Termo usado em Óptica.

Do *Dicionário de Física Ilustrado*, de Horácio Macedo

“Diz-se de um sistema óptico em que ocorrem refrações. Contrapõe-se a *catóptrico*, em que ocorrem reflexões. Utiliza-se o adjetivo também substantivado.”

**Fase de uma função harmônica**

É o argumento de uma função harmônica (do tipo seno, cosseno). Por exemplo, na função harmônica  $f(t) = A \sin(\omega t + \delta)$ , a fase é  $\omega t + \delta$ .

### Feixe de luz monocromático

Diz que uma luz é monocromática quando ela é composta por uma radiação com apenas um comprimento de onda. Nenhuma luz real é inteiramente monocromática. Há sempre uma mistura de comprimentos de onda dentro de uma determinada faixa ( $\lambda \pm \Delta\lambda$ ). A luz pode ser considerada monocromática quando a variação de comprimento de onda não contribui para a barra de erro associada às medidas do experimento.

### Heterogêneo

Palavra de origem grega, é o antônimo de homogêneo. O grego *heterogenés* significa de outro gênero.

Algo é dito *heterogêneo* sempre que é composto de partes que têm diferentes naturezas, que são de diferentes composições ou desiguais.

### Homogeneidade

Esta palavra é usada em Física para caracterizar um sistema cujas propriedades físicas e químicas são as mesmas em diferentes pontos; isto é, cujas propriedades não mudam de ponto a ponto.

### Homogêneo

É uma palavra de origem grega, *homogenés*.

Um meio, uma substância, qualquer coisa é dita *homogênea* quando todos os seus pedaços, todas as suas partes têm a mesma natureza; quando não podemos perceber nessas partes, por menores que elas sejam, nenhuma desigualdade.

### Isotrópico

*É algo que apresenta as mesmas propriedades físicas em todas as direções.*

O conceito de isotropia e o conceito de homogeneidade são diferentes. Um sistema pode ser homogêneo, isto é, ter as mesmas propriedades físicas e químicas em todos os seus pontos, e não ser isotrópico. Para isso, é suficiente que exista em todos os pontos uma propriedade física que dependa da direção em que ela é observada. Por exemplo, em alguns materiais homogêneos, como a calcita e o quartzo, a velocidade da luz depende de sua direção de propagação.

**Imagem - imagem real - imagem virtual**

Termos usados em Óptica.

Do *Dicionário de Física Ilustrado*, de Horácio Macedo

O conjunto dos *pontos conjugados* de um objeto. A imagem é *real* quando pode ser projetada num anteparo; *virtual* quando não pode ser projetada.

As *aberrações* do sistema óptico introduzem, em geral, deformações na imagem, que não reproduz fielmente o objeto. Essas distorções são eliminadas pela *correção* do sistema.

A imagem pode ter as mesmas dimensões que o objeto, ser maior ou menor que este. Essas relações são caracterizadas pelo *aumento* do sistema óptico.

**Laser**

Parte do texto foi retirado do *Dicionário de Física Ilustrado*, de Horácio Macedo.

Fonte de luz monocromática, coerente e colimada, cujo princípio de funcionamento é análogo ao dos *masers*.

Maser é um dispositivo em que se amplifica (aumenta a intensidade) uma radiação mediante um sistema molecular ou atômico, ou em que se produz, de maneira coerente, essa radiação. Seu funcionamento, em linhas gerais, é o seguinte:

Num sistema em equilíbrio, existe uma distribuição das partículas constitutivas (moléculas, íons ou átomos) entre os diversos níveis de energia. Qualquer que seja a distribuição, o número de partículas num estado excitado é sempre menor que o número de partículas no estado fundamental. Quando uma radiação de energia apropriada (e, portanto, com uma frequência determinada) incide sobre o sistema, parte das partículas excita-se; ao retornarem ao estado fundamental, ocorre a reemissão da radiação.

Se, por um processo especial, consegue-se criar uma população muito grande de elementos num estado excitado, o sistema fica num estado instável e, ao voltar para o estado estável, não excitado, há a emissão simultânea e coerente da radiação correspondente à diferença entre os níveis fundamental e excitado. Esse retorno pode ser estimulado por pequena quantidade da radiação que é emitida.

Esses princípios gerais são utilizados de maneira específica em diversos modelos de *masers*.

## Modelo

A palavra *modelo* tem um significado específico para os cientistas, em particular para os físicos. A distinção entre esse significado e o significado da linguagem coloquial pode ser observada a partir da leitura de um dicionário como o *Aurélio*. Entre os vários significados, constam:

Modelo, *s.m.*

1. *Objeto destinado a ser reproduzido por imitação.*
2. *Representação em pequena escala de algo que se pretende executar em grande.*  
(...)
13. *Fís. Conjunto de hipóteses sobre a estrutura ou o comportamento de um sistema físico pelo qual se procuram explicar ou prever, dentro de uma teoria científica, as propriedades do sistema. (...)*

Existe uma outra definição, usada em economia, também registrada no dicionário *Aurélio*:

Modelo Econômico. *Sistema de equações matemáticas representativo de uma teoria econômica. [Representa uma visão simplificada de economia que permite análise rigorosa da teoria econômica e baseia-se em determinados postulados bem definidos e que são impostos pelo autor. Também se diz simplesmente modelo.]*

Essa definição apresenta algumas das características de um modelo em ciência. O texto a seguir<sup>1</sup> ilustra as noções do que é um modelo em ciências exatas:

*Os cientistas usam, muitas vezes, um sistema conhecido para ajudá-los a compreender o desconhecido. O sistema conhecido é chamado modelo do novo. Geralmente (mas não sempre) o modelo é algo que foi observado diretamente pelos sentidos – isto é, é macroscópico – enquanto o fenômeno estudado é produzido por coisas pequenininhas – isto é, microscópicas, que não podem ser vistas diretamente. Um modelo, nesse sentido científico, não deve ser confundido com uma simples réplica miniaturizada (ou ampliada) como o modelo de um avião ou trem. É uma **analogia**, mais do que uma espécie de cópia ou animação (como um trem de pensamento é uma seqüência de pensamentos, um seguindo o outro como vagões de uma composição).*

<sup>1</sup> COTTON, S. Albert; LYNCH, Lawrence, D. e MACEDO, Horácio. *Curso de Química*, Rio-São Paulo: Fórum Editora, capítulo 1, pág. 13.

*Na realidade, o modelo não precisa ser uma coisa física. Muitas vezes pode ser um modelo matemático, isto é, um grupo de equações. Nesse caso, é chamado de modelo teórico. A idéia básica, porém, permanece a mesma: explicar algo novo e não familiar ou algo invisível em termos do que é familiar ou visível.*

*É claro que nenhum modelo pode ser inteiramente fiel ao fenômeno real que representa, mas pode ser de grande auxílio na interpretação do que foi observado. Se você acompanhar a analogia do modelo, conceberá muitas vezes novas experiências. Os resultados dessas experiências podem reforçar ainda mais o modelo ou demonstrar suas limitações. Em ambos os casos, você terá adquirido mais informações sobre o sistema real.*

Um modelo em Física ou em alguma outra ciência exata é, portanto, uma versão simplificada de um fenômeno real que queremos estudar. Essa versão simplificada deve manter as características mais importantes do fenômeno que desejamos estudar, ignorando os efeitos menores; assim, é dado destaque às características que são mais relevantes na descrição do que é observado. Para construir esse modelo, devemos fazer hipóteses simplificadoras e procurar expressar esse modelo através de relações matemáticas entre as grandezas físicas que concluímos serem importantes para a descrição do fenômeno.

### Objeto real

Um objeto é *real* quando nas suas fronteiras existe energia luminosa. Uma vela colocada na frente de um espelho é um objeto real.

### Objeto virtual

Um objeto é *virtual* quando não existe energia luminosa na sua fronteira. Esse tipo de objeto aparece quando se fazem associações de dispositivos ópticos. Por exemplo, a imagem de uma vela produzida em um espelho plano pode ser utilizada como objeto virtual para outro espelho.



## Óptica

A palavra *óptica* – e sua variação *ótica* – tem sua origem numa palavra grega, *optiké*, e refere-se à parte da Ciência e da Física em particular que se ocupa dos fenômenos relacionados à luz visível.

Existe uma controvérsia a respeito da utilização do termo *óptica* ou *ótica*. Alguns especialistas desta área de pesquisa em Física preferem o termo *óptica* para que não haja confusão com aspectos ligados à audição (nervo ótico é o nervo auditivo, nervo óptico é o nervo associado à visão). Optamos neste texto pelo uso da palavra *óptica* em virtude dessa preferência dos especialistas no assunto.

## Pontual

Do dicionário *Aurélio*:

- exato, preciso, regular com relação ao tempo;
- que chega, parte, ou cumpre as obrigações à hora marcada;

e o que nos interessa particularmente:

- que tem a natureza ou as propriedades de um ponto geométrico;
- constituído por, ou reduzido a um ponto: imagem pontual, defeito pontual, fonte pontual, fonte de rádio pontual;
- mat.: série de pontos dispostos em linha.

Portanto, algo é dito pontual quando tem a natureza ou as propriedades de um ponto geométrico, ou que pode ser reduzido a um ponto.

## Puntiforme

Também do dicionário:

- que tem a forma ou a aparência de um ponto.



## Referências bibliográficas

- CHALMERS, Alan. *A Fabricação da Ciência*, São Paulo: Editora UNESP, 1994.
- COHEN, I.B. (ed.). *Isaac Newton's Papers and letters on Natural Philosophy*. 2.ed. Boston: Harvard University Press, 1978.
- COHEN, Morris R.; DRABKIN, I.E. *A Source Book in Greek Science*. Boston: Harvard University Press, 1975.
- Grupo de Reelaboração do Ensino de Física - GREF. *Física. v. 2: Física Térmica e Óptica*. São Paulo: EDUSP, 1991.
- HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. *Fundamentos de Física. v.4: Ótica e Física Moderna*. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC, 1995.
- HECHT, Eugene; ZAJAK, Alfred. *Optics*. 2.ed. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1979. (World Student Series Edition).
- HOLANDA, Aurélio Buarque de. *Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa*. 2.ed. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1986.
- KOOGAN, Abrahão; HOUAISS, Antônio. *Enciclopédia e Dicionário Ilustrado*. Rio de Janeiro: Edições Delta, 2000.
- MACEDO, Horácio. *Dicionário de Física*. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1976.
- MÁXIMO, Antônio; ALVARENGA, Beatriz. *Física: volume único*. Rio de Janeiro: Editora Scipione, 1999.
- McDERMOTT, Lillian C.; SCHAFFER, Peter S.; The Physics Education Group/ Department of Physics/University of Washington. *Tutorials in Introductory Physics*, Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002.
- NEWTON, Isaac. *Óptica*. São Paulo: EDUSP, 1996.
- NUSSENZVEIG, H. Moysés. *Curso de Física Básica. v.3: eletromagnetismo*. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1997.
- NUSSENZVEIG, H. Moysés. *Curso de Física Básica. v.4: ótica, relatividade, física quântica*. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1998.
- RONAN, Colin A. *História Ilustrada da Ciência da Universidade de Cambridge*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editores, 1987. 4 vol.
- SABRA, A. I. *Theories of Light from Descartes to Newton*, New York: Cambridge University Press, 1981.

VUOLO, José Henrique. *Fundamentos da Teoria de Erros*. 2.ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1998.

WESTFALL, R. S. *A vida de Isaac Newton*. Editora Nova Fronteira, Rio de Janeiro, 1990.

WESTFALL, R. S. *Never at Rest: A Biography of Isaac Newton*. New York: Cambridge University Press, 1980.

## Agradecimentos

Aos professores do Instituto de Física da UFRJ,

Ildeu de Castro Moreira,

Leandro Salazar de Paula e

Carlos Eduardo M. de Aguiar,

pelas sugestões e comentários.

Aos estudantes do Instituto de Física da UFRJ,

Carlos Eduardo da Silva Luz e

Valdecí Telmo,

por terem lido e testado o material apresentado.

Aos funcionários do Instituto de Física da UFRJ,

Agostinho Mendes da Cunha,

pela participação na elaboração dos vídeos,

Francisco de Souza Oliveira,

pela participação na elaboração dos experimentos.

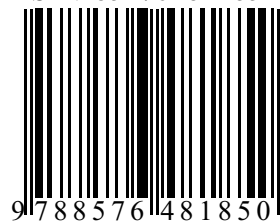
À funcionária do CEDERJ,

Elizabeth Britto

pela participação na elaboração dos experimentos.



ISBN 85-7648-185-5



**UENF**  
Universidade Estadual  
do Norte Fluminense



*Universidade Federal Fluminense*



SECRETARIA DE  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA



**Ministério  
da Educação**

