Formação Continuada em MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 9° Ano – 3° Bimestre/ 2014

Plano de Trabalho

Razões Trigonométricas e Circunferência

Tarefa 2

Cursista: Talita Corrêa de Araujo

Tutor: Maria Cláudia

Sumário

INTRODUÇÃO

O principal objetivo deste plano de trabalho é fazer com que o aluno desperte curiosidade pela aprendizagem tornando-a mais significativa. Para isso foi feito uso de pesquisa bibliográfica em diferentes instrumentos: livros, revistas, monografias e internet. O plano de trabalho elaborado traz em sua abordagem dinâmicas de ensino que fogem do método tradicional, priorizando a busca histórica, a problematização e a contextualização do conteúdo a ser ministrado.

Como suporte para alcançar tal objetivo, busco atingir os seguintes objetivos específicos: investigar a importância da trigonometria, apresentando exemplos práticos, que despertem o interesse dos alunos pelo assunto; pesquisar como foram construídos os conceitos relativos à trigonometria, na sua origem, através de abordagem histórica; verificar quem foram os principais colaboradores para o desenvolvimento da trigonometria; reconhecer quais áreas a trigonometria abrange e qual é a influência que ela causa; e identificar, e interpretar alguns problemas que envolvam trigonometria no cotidiano.

Kaleff (1994) em relação ao ensino da matemática cita que “durante séculos a geometria foi ensinada na sua forma dedutiva, até mesmo para adolescentes que quase sempre recorriam a memorização (decorando) para enfrentar as dificuldades lógicas apresentadas pelo método dedutivo”. Entende-se assim que atualmente torna-se importante que o aluno aprenda a aprender, deixando de ser um copiador de conhecimento.

Devemos ressaltar que a Trigonometria objetivou a elaboração dos estudos das funções trigonométricas, relacionadas aos ângulos e aos fenômenos periódicos. A partir do século XV, a modernidade dos cálculos criou novas situações teóricas e práticas relacionadas aos estudos dos ângulos e das medidas. Com a criação do Cálculo Diferencial e Integral, pelos cientistas Isaac Newton e Leibniz, a Trigonometria ganhou moldes definitivos no cenário da Matemática, sendo constantemente empregada em outras ciências, como Medicina, Engenharia, Física (ondulatória, óptica), Química, Geografia, Astronomia, Biologia, Cartografia, Navegação entre outras

Trabalhar geometria a partir de situações mais próximas à realidade do aluno pode torná-la mais significativa, facilitando sua aprendizagem.

Por fim ressalta-se que é de total responsabilidade de nós professores, o despertar do interesse, no aluno, em relação aos assuntos propostos, pois a Matemática é a construção permanente de conceitos, onde em cada um há uma maneira diferente de absorvê-los, basta apenas descobrir sua melhor maneira para que haja literalmente uma construção matemática, de forma competente, com curiosidade, interesse, desenvolvimento intelectual e lógico.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1: Conhecendo as Razões Trigonométricas

- Habilidade relacionada: Identificação das Razões Trigonométricas

- Pré – requisitos: Reconhecer um Triângulo Retângulo e o Teorema de Pitágoras – para saber identificar a Hipotenusa e os Catetos.

- Tempo de duração: 120 minutos

- Recursos Educacionais utilizados: "Mini-Apostila" produzida pelo professor e uma outra Folha com atividades – Ficha 01

- Organização da Turma: duplas

- Objetivos: determinar o seno, o cosseno e a tangente dos ângulos agudos de um triângulo retângulo.

- Metodologia adotada: de início, a turma será dividida em duplas, onde receberão uma “mini-apostila” com um breve relato histórico contendo informações de como foi construído os conceitos relativos a trigonometria, em que áreas podem ser aplicadas, quem foram os principais colaboradores para o desenvolvimento da trigonometria e os conceitos referentes as razões trigonométricas.

Após a leitura paragrafada dessa apostila, as duplas receberão uma folha com diversas questões, onde terão que identificar os principais elementos do triângulo retângulo (cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa) e em seguida, deverão encontrar (calcular) o valor do seno, do cosseno e da tangente de um ângulo agudo.

MINI-APOSTILA: Busca Histórica e a Contextualização do conteúdo razões Trigonométricas

Não há sentido em aprender diversos conceitos matemáticos sem que exista uma compreensão da aplicação destes conceitos, mesmo que em situações hipotéticas.

Vejamos algumas aplicações da trigonometria:

* Determinação da altura de um certo prédio;

* Um engenheiro precisa saber a largura de um rio para construir uma ponte, o trabalho dele é mais fácil quando ele usa dos recursos trigonométricos;

* Um cartógrafo (desenhista de mapas) precisa saber a altura de uma montanha, o comprimento de um rio, etc. Sem a trigonometria ele demoraria anos para desenhar um mapa.

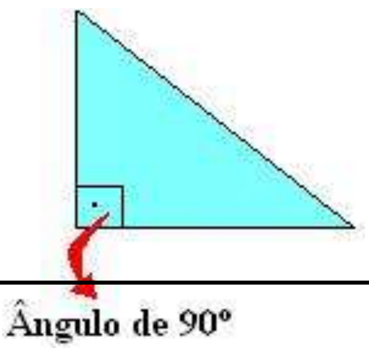
Tudo isto é possível calcular com o uso da trigonometria. O surgimento da trigonometria está ligado à necessidade do homem relacionar ângulos a distâncias pouco acessíveis. A ferramenta auxiliar utilizada para o desenvolvimento da trigonometria é o triângulo, onde relações particulares entre os ângulos e a medida de seus lados foram estabelecidas. Esse estudo recebeu o nome de razões trigonométricas denominadas seno, cosseno e tangente.

Os estudos iniciais estão relacionados aos povos babilônicos e egípcios, sendo desenvolvidos pelos gregos e indianos. Através da prática, conseguiram criar situações de medição de distâncias inacessíveis. Hiparco de Niceia (190 a.C – 125 a.C) foi um astrônomo grego que introduziu a Trigonometria como ciência, por meio de estudos ele implantou as relações existentes entre os elementos do triângulo. O Teorema de Pitágoras possui papel importante no desenvolvimento dos estudos trigonométricos, pois é através dele que desenvolvemos fórmulas teóricas comumente usadas nos cálculos relacionados a situações práticas cotidianas.

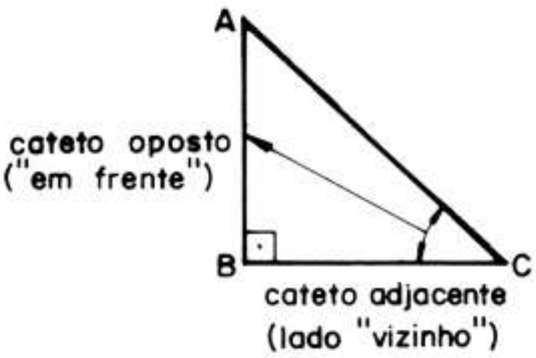
Por hora veremos a aplicação de três leis trigonométricas que se aplicam em qualquer situação em que se tenha um triângulo retângulo.

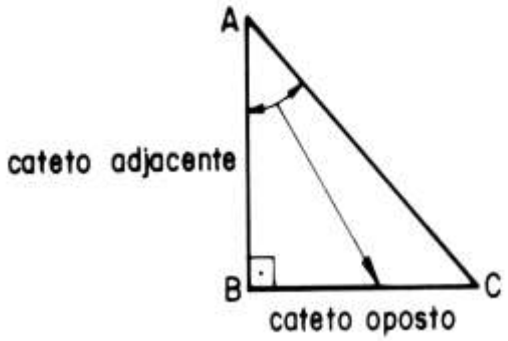
Primeiro, o que é um triângulo retângulo?

É uma figura geométrica plana, composta por três lados e três ângulos internos. O que diferencia esse triângulo dos demais é que um dos seus ângulos inteiros é sempre igual a 90° (ângulo reto).



Os lados de um triângulo retângulo recebem nomes específicos: O lado que for oposto ao ângulo reto será chamado de hipotenusa e os outros dois lados serão chamados de cateto, resultado do Teorema de Pitágoras, estudado no 2º bimestre. E os catetos recebem nomes especiais conforme sua posição em relação a um ângulo agudo considerado. Veja:





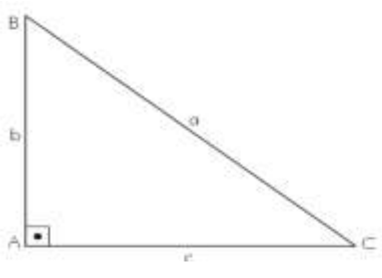
Podemos calcular a razão entre as medidas dos lados desses triângulos. As razões entre as medidas de dois lados de um triângulo retângulo (chamadas razões trigonométricas) recebem nomes de:

· **Razão Seno (Sen)**

· **Razão Cosseno (Cos)**

· **Razão Tangente (Tg)**

Para o cálculo dessas razões, relacionamos **hipotenusa (H), cateto oposto (co)** e **cateto adjacente (ca)**.



 # Seno de um ângulo agudo:

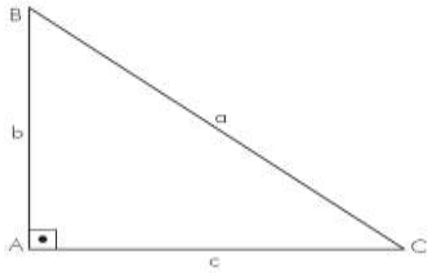
Seja o triângulo retângulo, temos: *a* é a medida da hipotenusa; *b* e *c* são as medidas dos catetos.

Definimos:

Seno de um ângulo agudo **é a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa**.

$$\boxed{Sen\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{co}{H}}$$

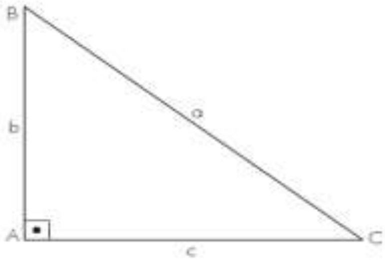
 # Cosseno de um ângulo agudo:



Cosseno de um ângulo agudo **é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa**.

$$Cos\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{ca}{H}$$

 # Tangente de um ângulo agudo:



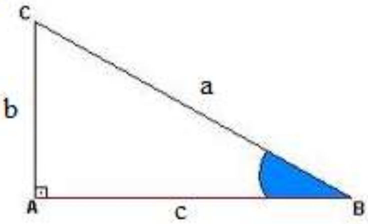
Tangente de um ângulo agudo **é a razão entre a medida do cateto oposto e a medida do cateto adjacente a esse ângulo.**

$$Tg\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}} = \frac{co}{ca}$$

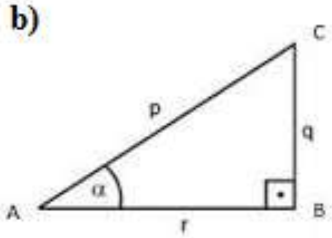
FICHA 01:

1) Identifique os elementos cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa nos triângulos retângulos abaixo:

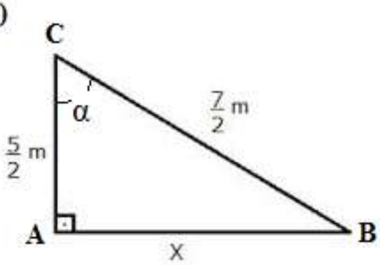
a)



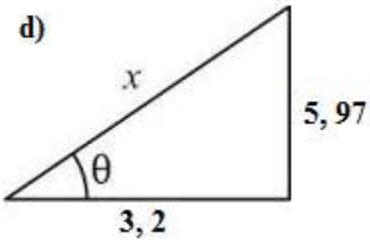
b)



c)

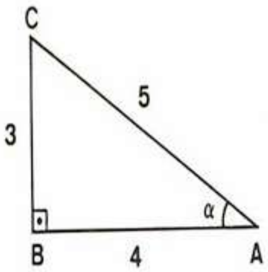


d)

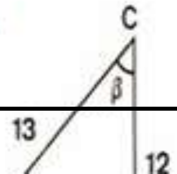


2) Nos triângulos retângulos abaixo, calcule os valores para seno, cosseno e tangente para cada ângulo dado nas figuras:

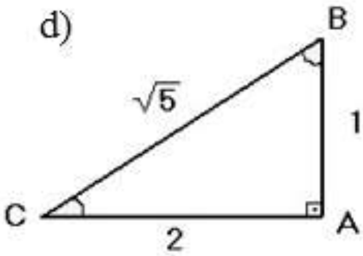
a)



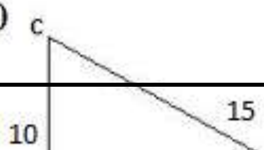
b)

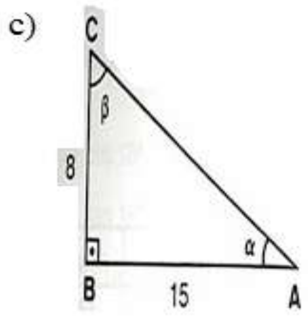


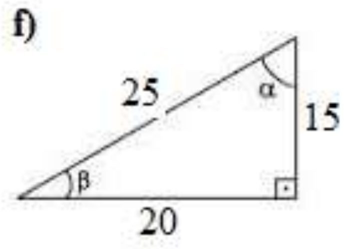
d)



(e)







Atividade 2: Ângulos Notáveis – 30°, 45° e 60° e uma tabela muito importante

- Habilidade relacionada: Utilização dos valores de Seno, Cosseno e Tangente de ângulos notáveis para resolver problemas.

- Pré – requisitos: Teorema de Pitágoras e conhecimentos sobre as Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo (Seno, Cosseno e Tangente).

- Tempo de duração: 240 minutos – 4 tempos de aula

- Recursos Educacionais utilizados: Quadro branco, caneta e uma Folha com atividades – Ficha 02

- Organização da Turma: Grupos com quatro alunos

- Objetivos: Interpretar a tabela de razões trigonométricas e resolver problemas envolvendo triângulos retângulos.

- Metodologia adotada: de início, o professor fará com os alunos o cálculo das razões trigonométricas através de exemplos e a montagem da tabela com os ângulos notáveis; Depois a turma será dividida em grupos de quatro alunos cada, onde receberão uma folha com diversas questões, onde terão que utilizar a tabela trigonométrica com os ângulos notáveis e calcular o valor do seno, do cosseno e da tangente desses ângulos.

Cálculo das Razões Trigonométricas

As situações que envolvem razões trigonométricas surgem através de situações problemas e estão constantemente relacionadas a um triângulo retângulo. Os métodos resolutivos envolvendo modelos trigonométricos exigem os conhecimentos relacionados às razões trigonométricas, sendo utilizadas as relações seno, cosseno e tangente.

Apresento a vocês, alunos, uma tabela mostrando os valores dos ângulos notáveis, que são 30°, 45° e 60°; Certamente perguntarão... O QUE SÃO ÂNGULOS NOTÁVEIS? Começaremos respondendo que são chamados de notáveis pois é possível determinar o valor exato de seus senos, cossenos e tangentes utilizando apenas alguns conceitos básicos de geometria.

Respondida a primeira dúvida, montaremos a tabela, cantando uma “musiquinha”, para que se torne fácil sua compreensão e lembrar de como montar a mesma. Já escrito inicialmente os ângulos e as razões trigonométricas, cantemos:

1, 2, 3 ...
3, 2, 1 ...
RAIZ PRA TODO MUNDO
(na forma de fração, o dois entrará como denominador)
E DOIS PRA CADA UM.

OBSERVAÇÃO: No final, relembraremos que a raiz quadrada de 1 é o próprio 1, portanto será resolvida. E nas outras não existem um valor exato para elas, então manterão a raiz. Para calcularmos o valor da tangente, lembraremos que, a tangente é a razão entre seno e cosseno, logo, calcularemos a tangente dividindo o valor do seno pelo cosseno para cada ângulo notável.

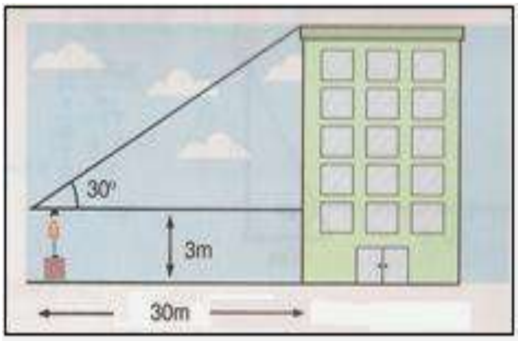
Montada a tabela, ficará escrita dessa forma:

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

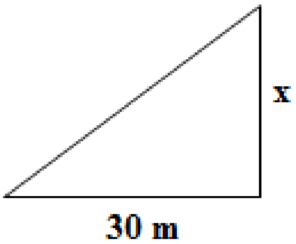
Para finalizar essa atividade, veremos alguns exemplos onde são utilizadas as razões trigonométricas e depois resolveremos alguns exercícios e situações-problema propostos na FICHA 01, para fixação da aprendizagem e utilização da tabela montada,

Visualizaremos melhor cada conceito estudado a partir de algumas situações encontradas no seu dia-a-dia.

Exemplo 1: Veremos uma situação, onde um observador coloca-se a 30m de distância de um edifício e assim o observa segundo um ângulo de 30º, conforme mostra a figura. Esse mesmo observador quer calcular a altura do edifício medida a partir do solo horizontal. Use $\sqrt{3} = 1{,}73$



Resolução:



x = cateto oposto ao ângulo

30 = cateto adjacente ao ângulo

$$Tg\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}} = \frac{co}{ca}$$

$$\text{Tg } 30^\circ = \frac{x}{30}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{30}$$

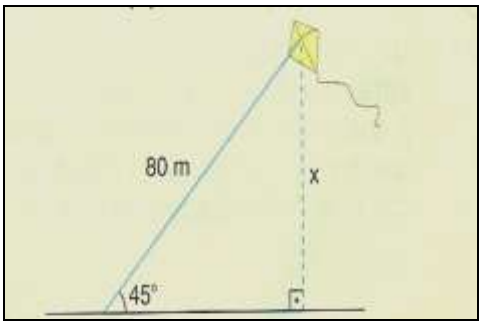
$$3x = 30\sqrt{3}$$

$$x = \frac{30\sqrt{3}}{3}$$

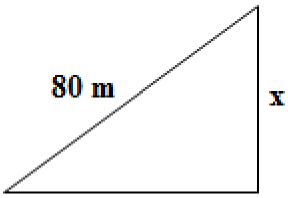
$$x = 10\sqrt{3} \qquad x = 10 \cdot 1{,}73 \qquad x = 17{,}3m$$

$17{,}3 + 3{,}0 = 20{,}3m \Rightarrow$ A altura do prédio a partir da horizontal é 20,3 metros.

Exemplo 2: Nessa outra situação, uma pipa é presa a uma linha esticada que forma um ângulo de 45º com o solo. O comprimento da linha é 80m. Então, pergunta-se: Qual a altura da pipa em relação ao solo. Dado $\sqrt{2}$ = 1,41



Resolução:



x = cateto oposto ao ângulo

80 = hipotenusa

$$\boxed{\text{Sen } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{co}{H}}$$

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{x}{80}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{80}$$

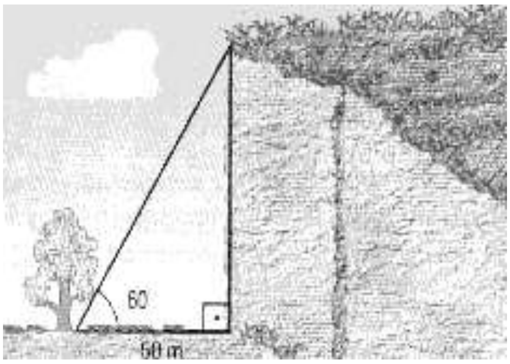
$$2x = 80\sqrt{2}$$

$$x = \frac{80\sqrt{2}}{2}$$

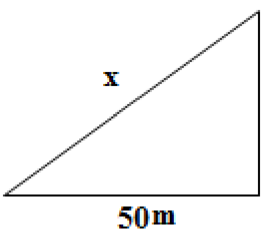
$x = 40\sqrt{2}$ $\qquad$ $x = 40 \cdot 1{,}41$ $\qquad$ $x = 56{,}40m$

A altura da pipa em relação ao solo é 56, 40 metros.

Exemplo 3: Aqui, uma pessoa repara que o ângulo de elevação do pé de uma árvore, a 50 m da base de uma encosta ao topo da mesma é de 60º. Ela resolve esticar um cabo de aço para ligar o pé da árvore ao topo da encosta, mas não sabe quantos metros de cabo deverá comprar para fazer tal ligação. Então é lançado o desafio: Você saberia dizer quantos metros desse cabo será usado?



Resolução:



x = hipotenusa

50 = cateto adjacente ao ângulo

$$\boxed{\cos \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{ca}{H}}$$

$$\text{Cos } 60° = \frac{50}{x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{x}$$

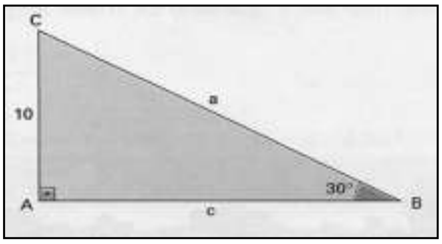
$$x = 100m$$

$\Rightarrow$ A quantidade de cabo que será usado é 100 metros.

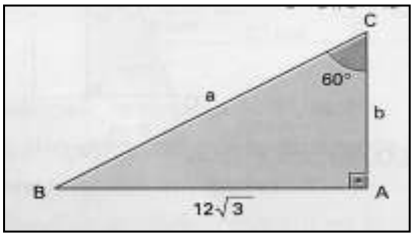
Os cálculos acima demonstrados possuem a finalidade de encontrar as medidas desconhecidas relacionando medidas de ângulos com medidas de comprimento, sempre buscando o auxílio das relações trigonométricas existentes. Nos modelos cotidianos, em que a representação geométrica sugere a figura de um triângulo retângulo, também devem ser usadas as definições e propriedades das relações trigonométricas na busca por resultados.

FICHA 02:

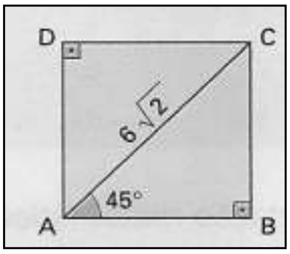
1) Determine no triângulo retângulo ABC as medidas **a** e **c** indicadas:



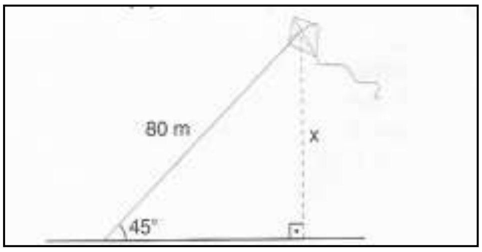
2) Considerando o triângulo retângulo ABC, determine as medidas **a** e **b** indicadas:



3) A diagonal de um quadrado mede $6\sqrt{2}$ cm, conforme nos mostra a figura. Nessas condições, qual é o perímetro desse quadrado?

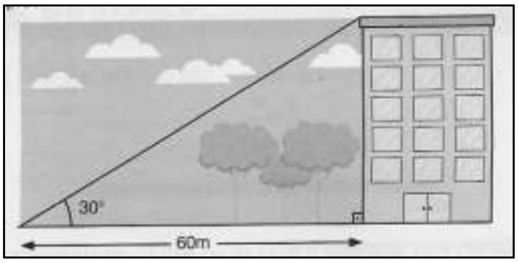


4) Uma pipa é presa a um fio esticado que forma um ângulo de 45º com o solo. O comprimento do fio é 80m. Determine a altura da pipa em relação ao solo.

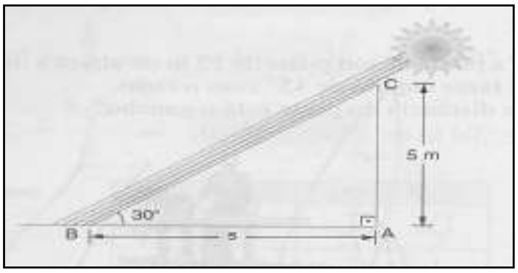


5) Em um triângulo ABC, retângulo em **A**, o ângulo **B** mede 30º e a hipotenusa mede 5cm. Determine as medidas dos catetos $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ desse triângulo:

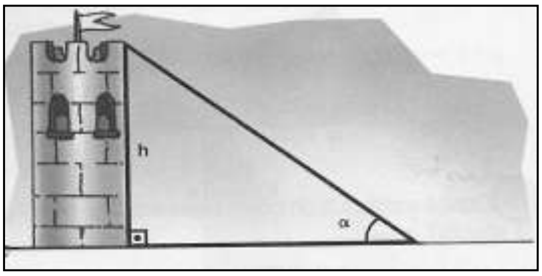
6) Determine a altura do prédio da figura seguinte:



7) Qual é o comprimento da sombra de uma árvore de 5 m de altura quando o sol está 30º acima do horizonte?

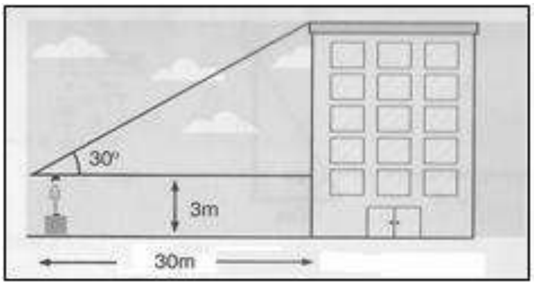


8) A uma distância de 40m, uma torre é vista sob um ângulo α, como mostra a figura. Determine a altura h da torre se α = 30º.

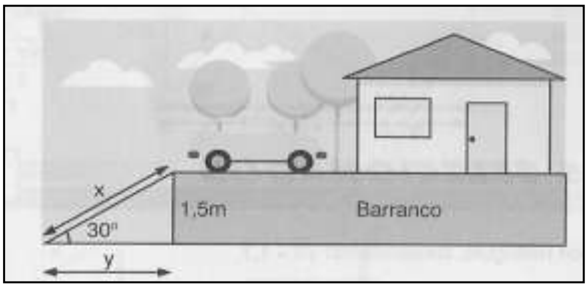


9) Para determinar a altura de um edifício, um observador coloca-se a 30m de distância e assim o observa segundo um ângulo de 30º, conforme mostra a figura. Calcule a altura do edifício medida a partir do solo horizontal.

Use $\sqrt{3} = 1,73$.



10) Observe a figura e determine:



(a) Qual é o comprimento da rampa?

(b) Qual é a distância do início da rampa ao barranco?

11) Dois níveis de uma praça estão ligados por uma rampa de 3 m de comprimento e 30º de inclinação, conforme a figura. Devem-se construir sobre a rampa 6 degraus de mesma altura. A altura de cada degrau será:

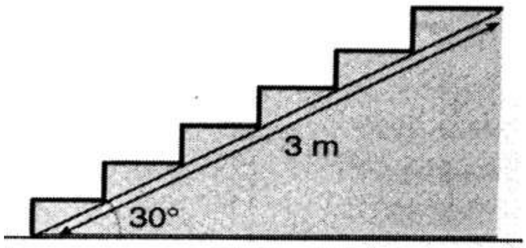
(a) 0,20 m

(b) 0,25 m

(c) 0,28 m

(d) 0,23 m

(e) 0,27 m



12) Qual o comprimento da sombra de um poste de 5 m no instante em que os raios solares estão formando um ângulo de 60º com o solo?

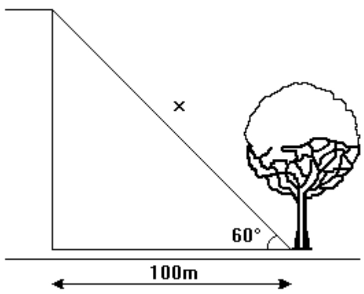
13) Uma torre vertical de altura 12m é vista sob um ângulo de 30° por uma pessoa que se encontra a uma distância x da sua base e cujos olhos estão no mesmo plano horizontal dessa base. Determine a distância x.

14) Uma pessoa, cujos olhos distam 170 cm do chão afasta-se 2 m de um poste e passa a ver sua extremidade sob um ângulo de 60º em relação à horizontal. Qual é a altura do poste?

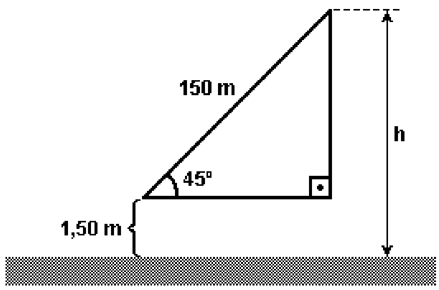
15) Uma pessoa está distante 80 m da base de um prédio e vê um ponto mais alto do prédio sob um ângulo de 45° em relação à horizontal. Qual é a altura do prédio?

16) A base de um canteiro de forma retangular tem 50 m de comprimento. Sabe-se que a diagonal desse retângulo forma com a base um ângulo cuja medida é de 60°. Quanto mede a outra dimensão desse retângulo?

17) O ângulo de elevação do pé de uma árvore ao topo de uma encosta é de 60°. Sabendo-se que a árvore está distante 100 m da base da encosta, que medida deve ter um cabo de aço para ligar a base da árvore ao topo da encosta?



18) Um menino com altura de 1,50 m empina um papagaio, em local apropriado, com um carretel de 150 m de linha, conforme a figura a seguir. A altura do papagaio, em relação ao solo, quando ele der toda a linha do carretel é:



Atividade 4: Encontrando o Número PI - π

- Habilidade relacionada: Conhecer como se chegar ao número Pi – π, medindo raio, diâmetro e calculando o comprimento e chegar a conclusão do valor de Pi – π.

- Pré – requisitos: Saber efetuar a divisão com números naturais e decimais.

- Tempo de duração: 120 minutos – 2 tempos de aula

- Recursos Educacionais utilizados: folha A4, barbante, cartolina, fósforos, caneta, régua, lápis

- Organização da Turma: Duplas

- Objetivos: "Descobrir" o número Pi e identificá-lo nas circunferências.

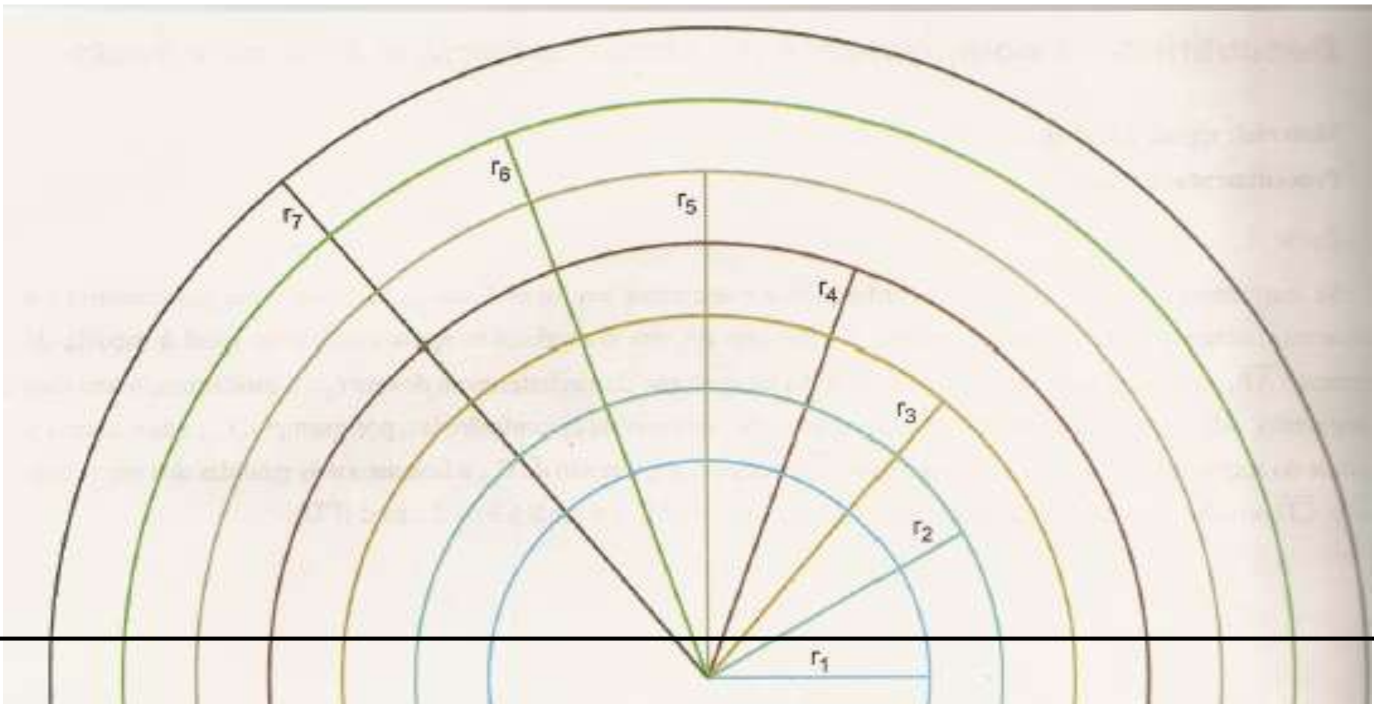
- Metodologia adotada: Contada a história de como surgiu o número Pi, os alunos terão que "provar" que esse número valerá para qualquer tipo de circunferência, resolvendo diversos exemplos. Serão entregues aos alunos uma folha de A4 com o desenho de circunferências com várias medidas e uma tabela para ser completada com os dados obtidos a partir das circunferências. E aprenderão a calcular o pi de outras formas, sem ser pelo já usado e desenvolvido atualmente.

HISTÓRIA DO PI:

Os egípcios sabiam trabalhar muito bem com as razões. Descobriram logo que a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro é a mesma para qualquer circunferência.

Desde muito antes de Cristo, sabe-se que a razão C / D é constante. A procura desta constante foi tarefa árdua de grandes matemáticos ao longo da história. Os gregos antigos já sabiam que a razão entre a circunferência (comprimento) de um círculo com o seu diâmetro resultava em uma constante (que hoje chamamos de PI). Por definição, "Pi" é a razão entre a circunferência de um círculo e seu diâmetro. "PI" será sempre o mesmo valor não importando o tamanho do círculo.

Calculando Pi no método atual:



Para cada circunferência, complete a tabela abaixo, determinando o raio R, o diâmetro D, o comprimento C e o quociente entre o comprimento e o diâmetro ($\pi = C/D$).

Circunferência			
Raio (R)	**Diâmetro (D)**	**Comprimento (C)**	$\mathbf{\frac{C}{D}}$

Conclusão 1: o valor de π é aproximadamente 3,14.

Conclusão 2: o retângulo abaixo mostra a relação entre o comprimento de uma circunferência, o diâmetro e o número π

$$\boxed{C = d.\pi}$$

A relação entre o comprimento, o raio e π é mostrada abaixo.

$$\boxed{C = 2.r.\ \pi = 2.\pi.r}$$

Piada sobre circunferência: Na França existia uma pessoa que se chamava Pierre (π r) e no quintal de sua casa existia uma grande árvore. Um dia Pierre (π r) tentou medir a largura desta árvore e abraçou-a mas não conseguiu . Ele pediu ajuda ao seu vizinho que coincidentemente chamava-se Pierre (π r) e juntos conseguiram abraçar a árvore. Logo foram necessários dois Pierre para medir a largura da árvore. Por isso que o comprimento da circunferência é **$2.\pi .r$**

Calculando Pi com fósforos:

Uma outra forma de calcular Pi é a partir de fósforos (quantos mais melhor) e uma cartolina. Desenhe na cartolina linhas horizontais paralelas com uma distância entre si igual ao tamanho dos fósforos. Depois atire da forma mais aleatória possível os fósforos para cima da cartolina. Duas coisas podem acontecer: ou os fósforos tocam uma linha (não podem tocar as duas linhas ao mesmo tempo) ou não tocam em linha nenhuma. Agora é só uma questão de contar. Conte o número de fósforos que atirou (N) e o número de fósforos que cruzaram linhas (C). Depois, o valor de Pi é aproximado por **2 x N/C**. Este método é também conhecido como o método da agulha de Buffon. O Conde de Buffon viveu no século XVIII e foi um naturalista francês que ainda antes Darwin apresentou ideias sobre a evolução das espécies.

Atividade 4: Circunferência e Círculo

- Habilidade relacionada: Reconhecer e diferenciar círculo de uma circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

- Pré – requisitos: Saber utilizar o compasso, régua e fita métrica. Saber representar os números decimais e identificá-los na fita métrica.

- Tempo de duração: 240 minutos – 4 tempos de aula

- Recursos Educacionais utilizados: Quadro branco, caneta e uma Folha com atividades – Ficha 03.

- Organização da Turma: Duplas

- Objetivos: Compreender os primeiros conceitos de circunferência e círculo; diferenciar círculo de circunferência, conceituá-los, reconhecer seus elementos e saber representá-los; Determinar a medida do comprimento de uma circunferência, reconhecer o número π, calcular a área de um círculo com seu raio conhecido;

- Metodologia adotada: A metodologia de trabalho proposta e desenvolvida com os alunos em sala de aula dá a oportunidade a eles de construírem o seu próprio conhecimento, construindo e utilizando modelos concretos e manipulando-os os quais lhes permitiram dar significado à linguagem e às ideias geométricas, aprendendo a matemática de maneira natural e com entusiasmo, sem limitar-se ao conhecimento formal de definições, resultados, técnicas e demonstrações.

Primeiro abordarei como surgiram as primeiras ideias de circunferência e círculo, exemplificando e conceituando cada um. Depois, desenvolverei o assunto, com exercícios propostos na FICHA 03;

Durante as atividades experimentais os alunos serão observados quanto ao grau de dificuldade e satisfação em realizá-las, as resoluções obtidas e o tempo necessário para o rendimento do aluno. Além das atividades experimentais serão aplicados alguns exercícios para avaliar a aprendizagem dos alunos.

Breve relato:

Os alunos devem aprender sobre o assunto abordado Círculo e Circunferência, para que possam distinguir ambos e saberem efetuar cálculo envolvendo área do círculo e o comprimento da circunferência. É importante também que conheçam e reconheçam essa forma geométrica em sua volta. Saber o que é um círculo e como se faz o "cálculo", por exemplo, saber a "quantidade de coisa que cabe" dentro de um círculo, que podemos medir a roda de um carro, de uma bicicleta, que a medida de seu comprimento pode variar de acordo com o tamanho do objeto a ser medido, etc...

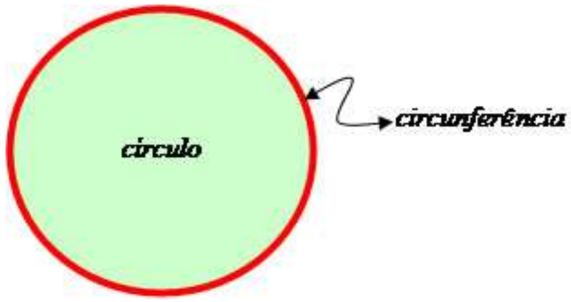
Logo que os gregos atinaram que a Terra tinha a forma esférica, puseram-se a imaginar artifícios para determinar o tamanho dessa esfera.

Nesse sentido, a primeira ideia que surgiu foi a de reduzir o problema da determinação do tamanho da Terra a um problema de geometria plana.

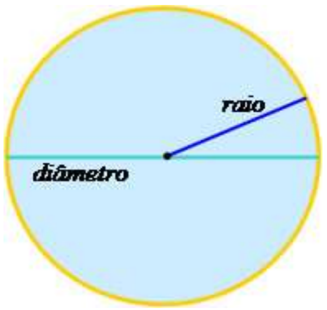
Os gregos expressavam o tamanho da Terra dando o valor da circunferência dos meridianos terrestres e não em termos do raio ou diâmetro da Terra. A razão era simples: podemos calcular a circunferência usando raciocínio de proporções (detalhes adiante), enquanto que a determinação do raio ou diâmetro, a partir da circunferência, envolve o conhecimento do valor numérico de PI, com várias casas decimais.

Os estudos relacionados à Geometria são responsáveis pela análise das formas encontradas na natureza. Tais estudos formulam expressões matemáticas capazes de calcular o perímetro, a área, o volume e outras partes dos objetos. Duas figuras importantes são o círculo e a circunferência. Mas qual a diferença entre as duas formas?

De acordo com a Geometria Euclidiana, circunferência é o espaço geométrico de uma região circular que compreende todos os pontos de um plano, localizados a uma determinada distância, denominada raio, de um ponto chamado centro. Podemos definir o círculo como a região interna da circunferência. A circunferência limita o círculo, observe a ilustração a seguir:



A circunferência e o círculo possuem um elemento denominado diâmetro, que constitui em um segmento que passa pelo centro da figura. Outro segmento importante pertencente às duas figuras é o raio, que corresponde à metade do diâmetro. Observe a figura:



Cálculo do comprimento de uma circunferência

Toda vez que multiplicamos o pi **(**π**)** pelo diâmetro**,** temos o comprimento da circunferência, lembrando também que o diâmetro é **2.(r).**

Esse cálculo foi responsável pela insônia de muitos matemáticos, mas essa busca levou-os a descoberta do **pi (**π**)**.

Esse número π **(pi)** é o quociente entre a medida do comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro, usamos para o cálculo um valor aproximado do π (pi = 3,14).

Vamos determinar o comprimento de uma circunferência de um CD, analisando o seguinte problema: Qual é a medida aproximada do raio da Terra, sabendo que o seu diâmetro (Linha do Equador) é de 40.000 km de comprimento?

Dados do problema:

r = ?

C = 40.000 km

Sabendo que a fórmula é C = d.π , vamos calcular assim:

$$C = 2.\ r.\ \pi$$

$$40.000 = 2(3.14)\ r$$

$$\frac{40\ 000}{2(3.14)} = r$$

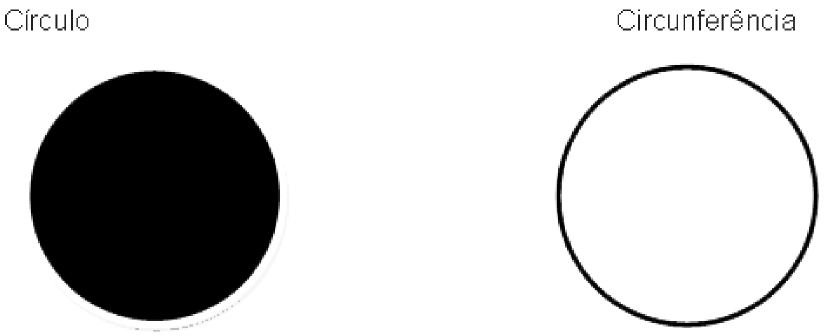
$$\frac{40\ 000}{6{,}28} = r$$

$$6369{,}42 \cong r$$

Logo o comprimento do contorno da Terra é aproximadamente 6369,42 km.

Até agora vimos conceitos e exemplos de comprimento da circunferência. Vamos trabalhar agora com a área do círculo. Qual a diferença entre eles?

Observe as duas figuras, com certeza você vai entender.



Veja agora como **calcular a área do círculo**:

Para calcular a área de um círculo basta aplicar a fórmula:

$$\boxed{A = \pi \cdot r^2}$$

Vamos agora calcular a área de um círculo cujo raio mede 5 cm.

Organizando o nosso pensamento temos:

r = 5 cm

A = ?

Então basta aplicar a fórmula $A = \pi . r^2$:

$$A = 3{,}14 \ . \ (5)^2$$

$$A = 3{,}14 \ . \ (25)$$

$$A = 78{,}5 \ cm^2$$

FICHA 03:

1) Calcule o comprimento de uma circunferência de raio r = 10 cm.

2) Calcule o comprimento de uma circunferência cujo diâmetro mede 12 cm.

3) Calcule o raio de uma circunferência cujo comprimento é 120 cm.

4) O raio da roda de uma bicicleta mede 25cm. Qual o comprimento da circunferência da roda?

5) Com um fio de arame deseja-se construir uma circunferência de diâmetro 10cm. Qual dever ser o comprimento do fio?

6) Uma praça circular tem 200 m de raio. Quantos metros de grade serão necessários para cercá-la?

7) O comprimento da linha do equador da Terra tem aproximadamente 40.000 km. Qual é o raio da Terra?

8) O comprimento de uma circunferência é de 31, 40 cm. Quanto mede o seu raio?

9) O pneu de um veículo, com 80 cm de diâmetro, ao dar uma volta completa percorre, aproximadamente, uma distância de quantos metros?

10) Um ciclista de uma prova de resistência deve percorrer 500 km sobre uma pista circular de raio 200m. Qual o número aproximado de voltas que ele deve percorrer?

11) Calcule a área de um círculo cujo o raio mede 8 cm.

12) Calcule a área de um círculo cujo diâmetro mede 20 cm.

13) Em um restaurante, uma família pediu uma pizza grande, de 43cm de diâmetro, e outra família pediu duas médias, de 30 cm de diâmetro. Qual família comeu mais pizza?

14) A área de um círculo é de 10π cm². Quanto mede a sua circunferência?

15) A roda de uma bicicleta tem 0,90 m de diâmetro. Nessas condições:

a) Qual é o comprimento da circunferência dessa roda?

b) Quantas voltas completas a roda dá, num percurso de 9.891m?

16) Se uma pessoa der 10 voltas completas em um jardim circular, ela percorrerá 2.198m. Qual é o diâmetro desse jardim?

17) Calcule o comprimento de uma circunferência de raio 40 cm. (Use $\pi = 3{,}14$)

18) Medindo o comprimento de uma circunferência com um barbante, obteve-se 94,2 cm. Qual a medida do raio e do diâmetro dessa circunferência? (Use $\pi = 3{,}14$)

19) O raio da roda de uma bicicleta mede 25cm.

(a) Qual o comprimento da circunferência da roda?

(b) Quantos centímetros a bicicleta percorrerá após a roda efetuar 30 voltas? (Use $\pi = 3{,}14$)

20) Considerando que uma circunferência tem 25cm de raio, responda e assinale a opção correta. (Use $\pi = 3{,}14$)

(a) essa circunferência tem 1.570 cm de comprimento;

(b) essa circunferência tem 75 cm de diâmetro;

(c) essa circunferência tem 157 cm de comprimento.

21) O raio de uma circunferência mede 10 cm. Determine o comprimento da circunferência? (Use $\pi = 3{,}14$)

22) Em cada item abaixo, determine o comprimento da circunferência: (Use $\pi = 3{,}14$)

(a) o raio mede 5 cm;

(b) o diâmetro mede 30 cm.

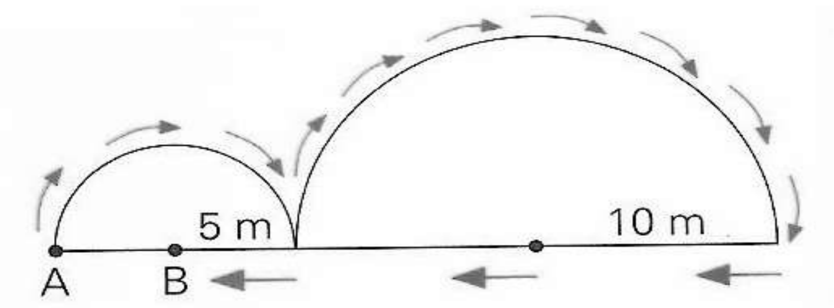
23) O comprimento da circunferência de uma das rodas de uma bicicleta mede 125,6 cm. Determine o raio. (Use π = 3,14)

24) Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá uma pessoa na roda gigante em 6 voltas?

25) Calcule o comprimento de uma circunferência de raio igual a 10 cm.

26) Com um fio de arame deseja-se construir uma circunferência de diâmetro 12cm. Qual deve ser o comprimento do fio?

27) A figura abaixo representa o trajeto que uma formiga faz para ir de A até B, utilizando o caminho indicado com setas. Qual a distância que ela percorre?



AVALIAÇÃO

A avaliação envolve aluno e professor, onde o professor deve avaliar qualitativamente a maneira de quanto o aluno se desenvolveu em cada uma das competências relacionadas aos temas estudados; deverá ser avaliada também a participação da turma, coletiva e individualmente.

As Fichas apresentadas neste Plano de Trabalho, nas páginas 08, 15, 16, 17, 18, 27 e 28 poderão ser avaliadas, individualmente, e ser pontuado conforme critérios do professor.

Poderá ser aplicado outro tipo de avaliação em forma de Simulado, escrito e individual, para investigação da capacidade de utilização dos conhecimentos adquiridos ao longo das aulas e raciocínio lógico, para resolver problemas do cotidiano envolvendo Triângulos, Razões Trigonométricas, Comprimento da Circunferência e Área do Círculo.

FONTES DE PESQUISA

Referências na Internet

< www.coladaweb.com >. Matemática. Fábio Válio de Camargo.

< www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=609 >. Matematiquês. História**.** A História do Pi. Amintas.

< www.sixhat.net/formas-de-determinar-pi.html > 3.14 formas de determinar o valor de Pi @sixhat.

< sesi.webensino.com.br/sistema/.../Leitura_de_Mundo.html >. 9ª Fase - Círculo e circunferência.

< www.brasilescola.com > Matemática. Círculo ou Circunferência? Brasil Escola. Marcos Noé.

< www.mat.ufrgs.br/~portosil/erath.html >. Erathostenes e a medida da Terra - UFRGS. J. F Porto da Silveira.

< www.brasilescola.com/matematica/trigonometria.htm >. Trigonometria**.** Estudo da Trigonometria - Brasil Escola. Marcos Noé Pedro da Silva.

< www.mundoeducacao.com/.../calculo-das-razoes-trigonometricas.htm >. Cálculo das razões trigonométricas - Mundo Educação. Marcos Noé Pedro da Silva.

< www.infoescola.com >. Matemática - Trigonometria **-** InfoEscola. Professor Ailton Feitoza.

< http://profdrico.sites.uol.com.br/trigono2.html >. Jean Paulo de Deus e Silva Sonza.

< www.unesp.br/prograd/PDFNE2004 >. Atividades Experimentais de Geometria. Rita de Cássia Pavani Lamas.

< www.coladaweb.com >. Matemática é Tudo!!! Círculo e Circunferência. Daiane Fernandes.

< http://www.feg.unesp.br/extensao/teia/index.php/projetoteia do saber >. Descobrindo o Valor de Pi. Marcos Antônio da Silva Corrêa.

< www.professorjoaomatematica.xpg.com.br/apostilas/rmt.pdf > . Relações Métricas e Trigonometria no Triângulo Retângulo. Professor João.

< www.professorguilherme.net >. Professor Guilherme.

< pessoal.sercomtel.com.br/matematica/trigonom/trigon1/mod114.htm >. Matemática Essencial: Trigonometria no Triângulo Retângulo. Cristiano A.Santos, Leonidas Marchesini Jr. e Ulysses Sodré.

< www.portalimpacto.com.br/.../relacoes_trigonometricas_no_triangul...>.1 Triângulo Retângulo. 2 Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo. Curso Impacto.