

CIRLENE ROCHA DE OLIVEIRA

POLÍGONOS E ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

**Trabalho apresentado ao curso de Formação
Continuada da Fundação CECIERJ –
Consórcio CEDERJ**

Orientador: Bianca Coloneze (Tutora)

Grupo 1

Série: 9º ano do Ensino Fundamental II

**Rio de Janeiro
2014**

Introdução

O estudo dos polígonos e áreas de figuras planas no ensino fundamental ocorre desde as séries iniciais, quando então os alunos são apresentados aos conceitos iniciais destes assuntos. O estudo da geometria plana é fundamental para o desenvolvimento do aluno, pois engloba noções de estatística, álgebra e aritmética, por isso é essencial aprimorar os conceitos que envolvem este estudo.

As atividades propostas têm como objetivo levar os alunos a reconhecer os polígonos regulares, diferenciando-os de outras figuras geométricas, e aprofundar o conhecimento sobre as diagonais dos polígonos, apresentando os conceitos para determinar a quantidade de diagonais, e também tem como objetivo aprimorar o reconhecimento da unidade de medida de superfície, o metro quadrado, levando em conta o conhecimento que o aluno tem a respeito do estudo das figuras geométricas planas.

Os trabalhos realizados visam despertar no aluno o interesse pelo estudo das figuras geométricas, bem como relacionar a matemática com a humanidade, fazendo com que o aluno perceba a importância deste estudo e estabeleça uma relação com a realidade.

Habilidade relacionada

- Identificar polígonos regulares e seus elementos: lados, vértices, diagonais, ângulos internos e externos.
- Calcular o número de diagonais dos polígonos regulares.
- Reconhecer o metro quadrado como unidade de medida de superfície.
- Resolver problemas significativos envolvendo o cálculo de áreas de figuras planas.

Pré-requisitos

- Conhecer figuras geométricas planas.

- Reconhecer ângulos nas figuras geométricas.
- Reconhecer o m^2 como medida de superfície.
- Ter conhecimento sobre o cálculo de área de quadrados, retângulos, triângulos e paralelogramos.
- Resolver fórmulas simples.

Tempo de duração

- 9 aulas (450 minutos)

Recursos educacionais utilizados

- Folha ofício, jornal, folha de atividades, lápis, borracha, calculadora, tesoura, régua, fita métrica, fita adesiva e cola.

Objetivos

Ao final das atividades o aluno deverá ser capaz de:

- Reconhecer os polígonos regulares e seus elementos.
- Calcular o número de diagonais de um polígono.
- Reconhecer a unidade de medida-padrão de superfície, o metro quadrado.
- Reconhecer a representação do metro quadrado em outras figuras geométricas.
- Resolver problemas que envolvam o cálculo de áreas de figuras planas.

ATIVIDADE 1 – Reconhecendo polígonos

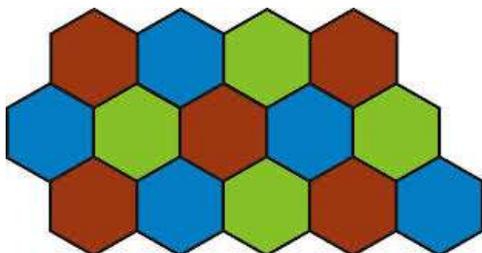
Mosaicos

O mosaico é uma expressão artística na qual o autor organiza pequenas peças coloridas e as cola em uma superfície plana, formando imagens.

As peças utilizadas em um mosaico podem ser pequenos fragmentos de pedras, granitos, vidros, mármore e outros materiais.

Esse tipo de arte já existe há milênios. Egípcios, persas, bizantinos, árabes, mouros, hindus e chineses já usavam esta técnica de decoração em pisos, tetos, painéis, templos e palácios.

Mosaicos ainda são usados nos dias de hoje. São exemplos de mosaico o calçadão de Copacabana, a disposição dos pisos e azulejos de uma casa, e também observamos a presença dos mosaicos em elementos da natureza.



Podemos criar um mosaico a partir de figuras geométricas planas utilizando somente polígonos regulares.

Então vamos conhecer as diferenças entre polígonos e polígonos regulares?

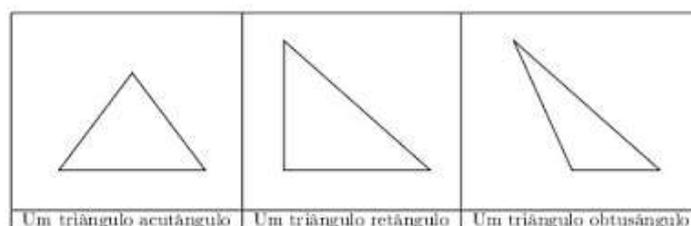
➤ **Polígonos**

Poli=muitos; gonos=ângulos

Polígonos = muitos ângulos

Os polígonos são figuras geométricas planas cujo contorno é fechado e formado apenas por segmentos de reta que não se cruzam.

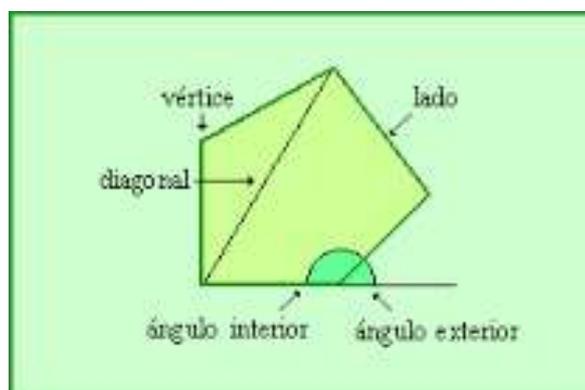
Exemplos de polígonos: os triângulos



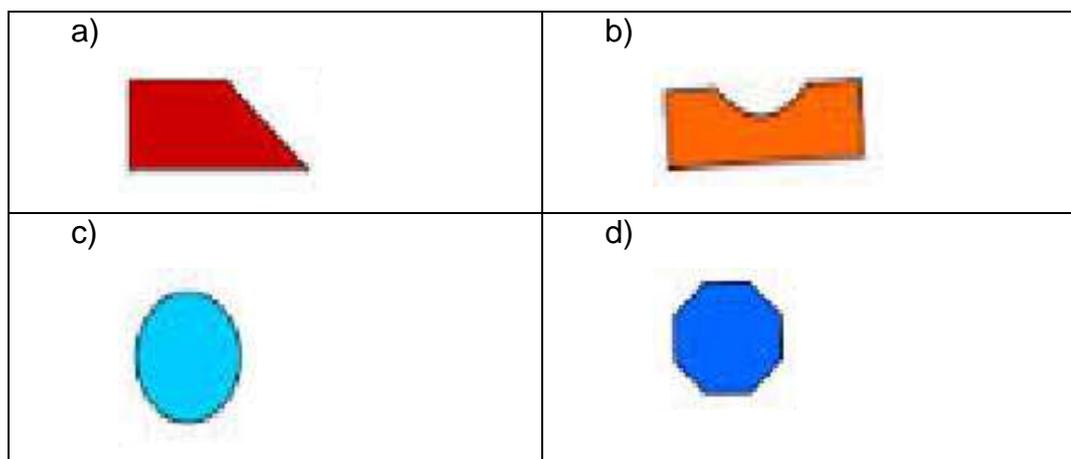
- 1) Você conhece outros tipos de polígonos? Desenhe e nomeie pelo menos outros dois tipos de polígonos diferentes que você conhece.

➤ **Elementos dos polígonos:**

Lados, diagonais, vértices, ângulos externos e ângulos internos.



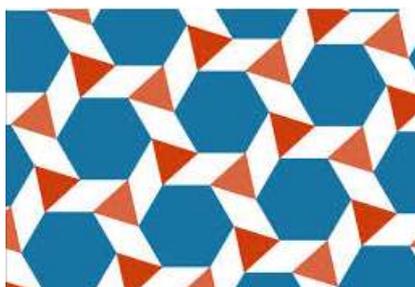
- 2) Observe as figuras abaixo e classifique-as em polígonos e não-polígonos. Depois escreva quantos lados, quantos vértices e quantos ângulos têm cada polígono.



➤ **Polígonos regulares**

São todos os polígonos que possuem todos os lados e todos os ângulos com medidas congruentes (iguais).

- 3) Na figura abaixo foi criado um mosaico a partir de vários polígonos.



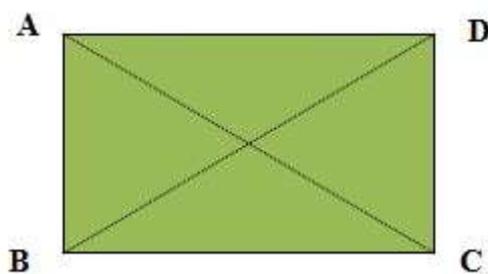
- Identifique e nomeie estes polígonos.
- Qual deles é regular? Por quê?
- Estes polígonos regulares possuem todos os ângulos iguais? Justifique.
- Dê outro exemplo de polígono regular.

Após a realização das atividades é importante que o aluno consiga identificar os polígonos regulares a partir do reconhecimento da congruência das medidas dos lados e dos ângulos internos.

ATIVIDADE 2 – Diagonais dos polígonos regulares

Chamamos de diagonal do polígono o segmento de reta que une dois de seus vértices não consecutivos.

O número de diagonais de um polígono é proporcional ao seu número de lados. Observe:



Diagonais de um polígono

1) Quantos lados têm esse polígono?

Podemos perceber que este polígono tem quatro vértices, e que em cada vértice foi traçado uma diagonal.

Diagonais \overline{AC} ; \overline{BD} ; \overline{CA} ; \overline{DB}

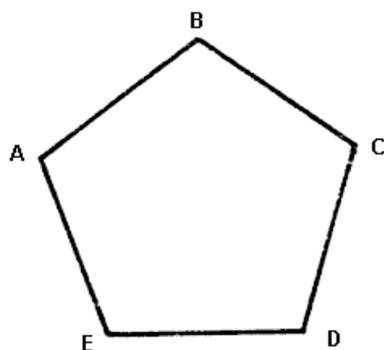
2) O que aconteceu com as diagonais \overline{AC} e \overline{CA} ? E as diagonais \overline{BD} e \overline{DB} ?

3) Então, quantas diagonais têm este polígono?

Neste momento os alunos devem perceber a duplicidade das diagonais e que o polígono só tem duas diagonais.

Agora é com você.

- 1) No polígono regular abaixo trace as respectivas diagonais e depois continue respondendo as questões.



- 2) Quantos lados e quantos vértices têm este polígono?
- 3) Qual é o nome deste polígono?
- 4) Observe as diagonais que você traçou e identifique quantas diagonais saem de cada vértice.
- 5) Agora escreva os pares de diagonais onde o segmento de reta é o mesmo, e identifique quantas diagonais têm este polígono.
Lembrando o exemplo anterior: $\overline{AC} = \overline{CA}$
- 6) Podemos dizer que o total de diagonais deste polígono é igual ao número de diagonais do polígono? Justifique.

Os alunos devem perceber que de cada vértice saem dois segmentos de reta, e como são cinco vértices temos a identificação de dez

diagonais, porém devido à duplicidade dos segmentos de reta ocorridas o número de diagonais do polígono representa a metade dos segmentos de reta

Vejam que o número de diagonais que parte de um vértice é igual à quantidade de lados do polígono menos 3.

Para um polígono de **N lados**, teremos **N-3 diagonais** partindo de um vértice. Assim, podemos montar uma pequena tabela:

Número de lados	4	5	6	N
Número de diagonais de um vértice				N - 3

Podemos determinar a quantidade de diagonais sem precisar traçá-las no polígono. Através da fórmula:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

Na fórmula, observamos que:

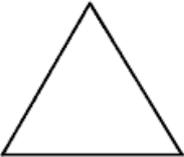
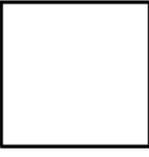
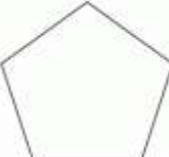
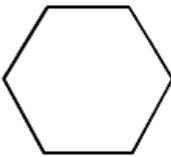
n indica o número de lados

n - 3 determina o número de diagonais que partem de um único vértice

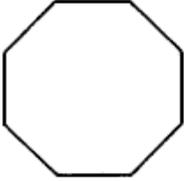
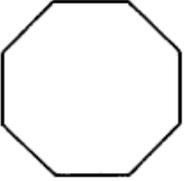
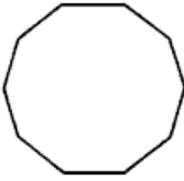
E a divisão por dois elimina a duplicidade de diagonais ocorridas em um polígono.

Vamos conhecer outros polígonos

7) Cada polígono recebe um nome de acordo com o número de lados. A tabela abaixo apresenta outros polígonos, complete-a com a informações pedidas.

				
	Triângulo equilátero	Quadrado	Pentágono	Hexágono

Nº lados				
Nº vértices				
Nº diagonais				

				
	Heptágono	Octógono	Octógono	Decágono
Nº lados				
Nº vértices				
Nº diagonais				

Ao final da atividade os alunos devem ser capazes de relacionar o nome do polígono ao seu número de lados e também de serem capazes de calcular as diagonais de qualquer polígono.

ATIVIDADE 3 – Conhecendo o metro quadrado

O quadrado

Quantas vezes você já ouviu falar de metro quadrado? Muitas, não é mesmo?

Agora responda: você sabe qual porção do piso da sala corresponde a 1 m²?

A atividade que você está prestes a começar a fazer irá, entre outras coisas, mostrar-lhe qual é o tamanho de 1m². Vamos lá?

- 1) Pegue quatro folhas de jornal e una-as. Com o auxílio de uma fita métrica, forme um quadrado com lado medindo 1m.

Dica: Utilize o contorno da folha de jornal para garantir o ângulo reto.

- 2) E aí? O tamanho desse quadrado ficou acima ou abaixo da sua expectativa?
- 3) Agora responda: em relação ao quadrado que você havia construído, qual é o tamanho de um quadrado com lado medindo a metade, ou seja, $\frac{1}{2}$ m?

Professor, aproveitamos esse primeiro momento para apresentar o m^2 à turma. Você pode, por exemplo, falar que a Polícia utiliza o m^2 para fazer estimativa de quantidade de pessoas num evento ao ar livre.

A sua supervisão para a confecção de um quadrado no item 1 é muito importante, pois os alunos podem ter dificuldade em fazer um quadrado, por isso indicamos que se utilize o lado da folha de jornal.

No item 3, a resposta esperada é a metade e o que pretendemos fazer a seguir é mostrar que isso é errado.

- 4) Vamos verificar se a sua resposta está correta?
Pegue mais jornal e agora faça um quadrado com lado medindo $\frac{1}{2}$ m.
- 5) E aí? A sua resposta estava correta?
- 6) Qual é a relação entre esses dois quadrados?

Para responder a essa pergunta veja quantas vezes o quadrado menor cabe no quadrado maior.

Mais uma vez, oriente a confecção do quadrado de $\frac{1}{2}$ m de lado. Ele certamente não será perfeito, mas deve ser bem feito.

No item 5, os alunos devem perceber que a sua resposta estava incorreta.

Já no item 6, os alunos devem perceber que, se tivessem 4 quadrados com lado $\frac{1}{2}$ m, conseguiriam formar o quadrado de lado 1 m e, portanto, o quadrado de lado $\frac{1}{2}$ m corresponde à quarta parte do quadrado de lado 1 m.

Como pode a metade virar a quarta parte? Será que existe uma explicação para esse fato?

Sim, existe! E você mesmo é capaz de dá-la.

- 7) Antes de qualquer coisa, você deve estar atento ao fato de a grandeza que relaciona os tamanhos dos quadrados é a área. E aí? Como calculamos a área de um quadrado?

- 8) Calcule a área dos dois quadrados construídos com jornal e compare as suas medidas. O que aconteceu?

Mais uma vez reforçamos o quão importante é incentivar os alunos a pensarem e a exporem as suas opiniões e, sobretudo, a argumentarem.

No item 7 chamamos a atenção dos alunos para o fato de a grandeza a ser considerada para comparar os dois quadrado ser a área. Esse é um bom momento para retomar ou apresentar aos alunos a diferença entre perímetro, área e até volume. Os alunos devem lembrar que a área de um quadrado é obtida elevando-se ao quadrado o comprimento do seu lado.

No item 8, se seus alunos obtiverem o valor 0,25, vale a pena uma pequena explicação sobre o fato de 0,25 ser a quarta parte de 1 ou $\frac{1}{4}$. De qualquer maneira, eles podem ter dificuldade para comparar os números, seja na forma decimal ou fracionária, então, aproveite essa oportunidade para esclarecer possíveis dúvidas.

ATIVIDADE 4 – O m² em outras figuras geométricas

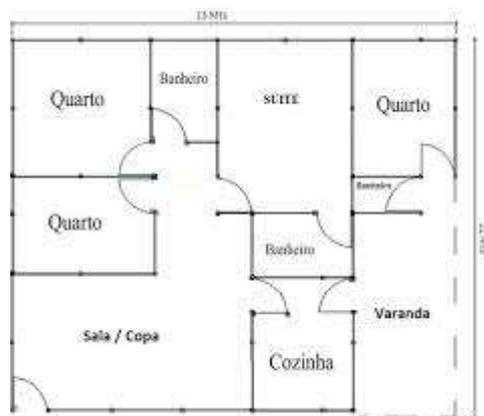
Muitas vezes nos perguntamos: qual é a área a área da superfície construída? Como podemos calcular a área de um retângulo? E de um triângulo.

Algumas regiões planas se assemelham a polígonos conhecidos como triângulo, quadrado, retângulo, losango, paralelogramo, trapézio, pentágono, hexágono, entre outros, onde cada um possui uma fórmula específica para determinar a área de sua superfície.

Na figuras abaixo podemos ver superfícies que possuem as formas das figuras geométricas.



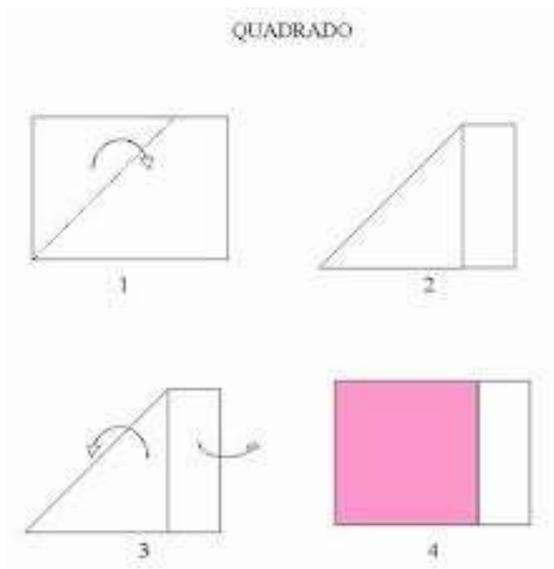
Campo de futebol



Planta baixa de uma casa

Nesta atividade vamos construir outras figuras geométricas, todas com um m² de área.

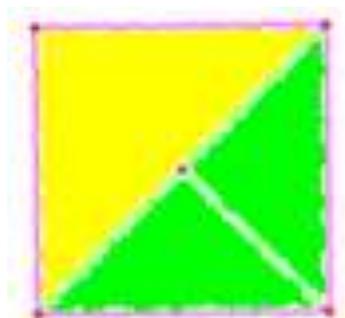
Dobre uma folha de papel ofício e corte-a para obter um quadrado. Depois faça mais dois quadrados iguais a este.



- 1) Vamos considerar que este quadrado tem 1 metro de lado, logo sua área é de 1 m^2 . Agora trace a diagonal do quadrado e descubra quanto mede a diagonal de um metro quadrado.

Professor, neste momento talvez seja preciso relembrar como calcular a medida da diagonal do quadrado.

- 2) Recorte cada quadrado em três partes formando três triângulos (observe a figura abaixo).
Observe as medidas dos lados dos triângulos e classifique-os em triângulos isósceles, equiláteros ou escalenos.

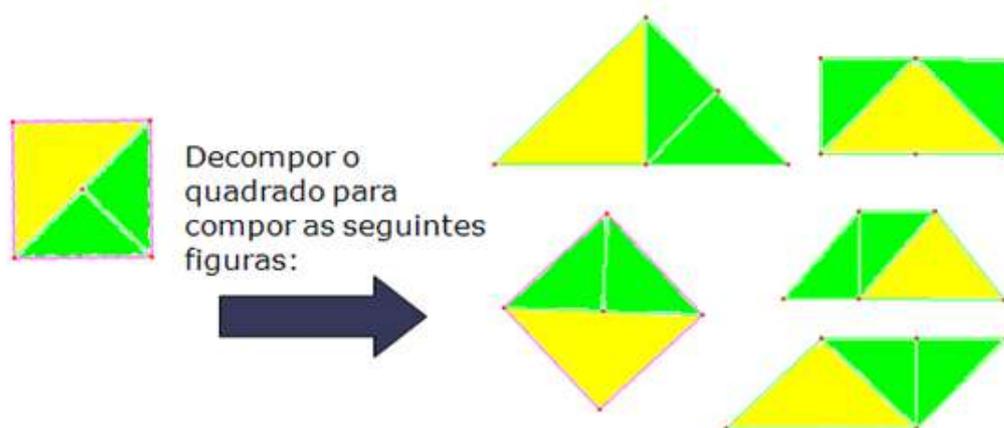


Não esqueça que esta figura representa um metro quadrado.

- 3) Cada quadrado formou três triângulos. Agora, com os triângulos de cada quadrado você irá formar outras três figuras geométricas, como um quebra-cabeça.
- 4) Você consegue identificar as figuras formadas? Cada figura recebe um nome. Vamos identificá-las?

Neste momento é importante que os alunos usem a criatividade para formar as figuras.

Professor, observe abaixo a sugestão para a composição das novas figuras geométricas.



- 5) Qual é a área de cada figura geométrica que você formou?

O objetivo é que os alunos percebam que as formas geométricas construídas têm $1m^2$ de área porque partiram do quadrado com $1m^2$ de área. É importante concluir que o " m^2 " pode ser representado com diferentes formas geométricas, ressaltando que o quadrado é a representação padronizada por ser um polígono regular.

Professor, pode-se aproveitar o momento para relembrar a fórmula do cálculo de área de outras figuras geométricas planas, para que os alunos possam comprovar a veracidade das fórmulas observando as medidas dos lados das figuras geométricas formadas.

- 6) O desenho abaixo representa a planta de uma casa em construção. O proprietário irá revestir os pisos dos quartos e da sala com carpete de madeira. Sabendo que o m^2 deste carpete de madeira custa R\$ 77,00, quantos metros quadrados serão necessários para forrar os pisos e quanto ele irá gastar com esta compra?



Avaliação

As atividades 2.7 e 4.6 servirão também como avaliação de aprendizagem, uma vez que estas atividades sintetizam todos os conceitos trabalhados, e deverá ser levada em conta a participação do aluno no desenvolvimento das atividades.

Habilidades e competências esperadas:

- Reconhecer os elementos dos polígonos regulares.
- Calcular o número de diagonais dos polígonos regulares.

- Reconhecer o metro quadrado como unidade de medida-padrão de superfície.
- Resolver situações-problema que envolva o cálculo de áreas de figuras planas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ribeiro, Jackson da Silva. Projeto Radix. 8º ano. 1ª Edição. São Paulo: Ed. Scipione, 2011.

Obra concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. **Projeto Araribá Matemática.** 8º ano. 3ª edição. São Paulo: Moderna, 2010.

Introdução ao estudo de medidas de superfície. Gente que Educa.

Disponível em: <<http://www.gentequeeduca.org.br/planos-de-aula/introducao-ao-estudo-de-medidas-de-superficie>>. Acesso em 04 novembro 2014.

Fundação CECCIERJ. Consórcio Cederj. Roteiro de ação 3. Área e perímetros com papel quadriculado. 4º Bimestre.

Fundação CECCIERJ. Consórcio Cederj. Roteiro de ação 5. O m² e a comparação de áreas de regiões planas. 4º Bimestre.

História e aplicações da trigonometria. Infoescola. Disponível em:

<<http://www.infoescola.com/geometria/diagonais-de-um-poligono-convexo/>>. Acesso em 04 novembro 2014.