

Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ

Matemática - 9º Ano - 4º Bimestre/2014

Plano de Trabalho 2

Polígonos regulares e Áreas de figuras planas

Tarefa 2:

Cursista: Paula Leite Pinto

Tutora: Bianca Coloneze

Polígonos regulares e Áreas de figuras planas

Introdução

Introdução

Utilizaremos o estudo dos **polígonos regulares, perímetros e áreas de figuras planas** para solucionar problemas do cotidiano, tais como: “ *Quantos metros de arame gastarei para cercar um terreno retangular?*” ou “ *Quantos metros de borracha utilizarei para proteger a borda de uma piscina circular?*” ou “ *Qual o formato ideal da armação de ferro para fixar uma prateleira na parede?*” ou “ *Quantos metros quadrados de piso gastarei no chão de minha sala?*” . Responderemos estas e outras perguntas após este estudo.

Desenvolvimento

Duração Prevista: 3 semanas (12 aulas de 50 minutos cada)

Material necessário: Régua, polígonos confeccionados com palitos, folha de atividades, transferidor, compasso, lápis, borracha, folhas de jornal, cola , tesoura e fita métrica.

Objetivos:

- apresentar o conceito de polígono regular;
- determinar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo e a medida de cada um desses ângulos.
- apresentar ao aluno a diferença conceitual entre perímetro e área de uma figura plana, chamando a atenção para a independência dessas grandezas.
- determinar a razão entre as áreas de dois quadrados, conhecida a razão entre seus lados; determinar a razão entre as áreas de dois círculos, conhecida a razão entre seus raios.

Pré-requisitos:

- conceito de polígonos, elementos de um polígono;
- classificação de polígonos quanto à quantidade de lados ou de vértices;
- número de diagonais de um polígono.
- soma dos ângulos internos de um triângulo;

- conceito de medida e unidade de medida;
- calcular a razão entre duas grandezas.

Organização da classe: Turma disposta em grupos (3 componentes) de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

Descritores associados:

H05 – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

H06 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e/ou pelos tipos de ângulos.

H23 - Resolver problemas envolvendo a noção de perímetro de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas.

H 26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas.

H39 – Estabelecer correspondência entre duas grandezas, a partir de uma situação-problema.

Metodologia

As atividades e recursos que vou utilizar são:

Roteiro de ação 1: “– *Polígono Regular – o que é isso?*” - com palitos de mesmo tamanho construímos diferentes polígonos que possuem lados iguais. Com o auxílio de um transferidor verificamos que todos os ângulos internos deste polígono são idênticos. Estes polígonos são chamados **polígonos regulares**.

Roteiro de ação 2: “– *Ângulos internos dos polígonos regulares.*” - utilizando as diagonais que podemos traçar por um dos vértices de um polígono ($n - 3$), determinamos o número de triângulos ($n - 2$) contidos neste. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , basta multiplicar este valor pelo número de triângulos contidos neste polígono e teremos a soma dos ângulos internos deste.

Roteiro de ação 3: “– *Áreas e Perímetros com papel quadriculado.*” - utilizando retângulos desenhados num papel quadriculado e trabalhando com a unidade de comprimento u_c , determinamos o perímetro deste através da quantidade de u_c , que formam o contorno deste polígono. Para determinação da área contamos a quantidade de quadradinhos, u_a (unidade de área) contidas que neste retângulo.

Roteiro de ação 5: “– *O m^2 e a comparação de regiões planas.*” - determina a razão entre as áreas de dois quadrados, conhecida a razão entre seus lados. Com o auxílio de folhas de jornal constrói um quadrado de 1m de lado e outro de $1/2$ m de lado e constata que a área do primeiro quadrado é quatro vezes maior que a do segundo.

Determina também a razão entre as áreas de dois círculos, conhecida a razão entre seus raios. Seja um círculo de raio r , sua área é igual a: $A = \pi r^2$. Se reduzirmos este raio a metade teremos a seguinte área $A_1 = \pi (r/2)^2 = \pi r^2/4$, que é a quarta parte da área da primeira.

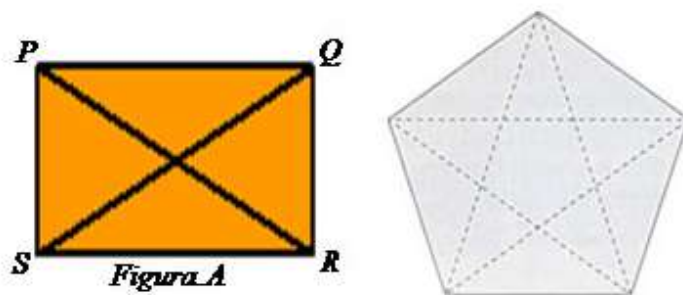
Recursos utilizados:

- Aula expositiva.
- Trabalharei com um **estudo dirigido** constituído de exemplos e exercícios extraídos dos roteiros de ação acima e demais livros citados na bibliografia.

Estudo Dirigido

Polígonos regulares e Áreas de figuras planas

Denominamos por **diagonal** o segmento de reta que une um vértice ao outro. O número de diagonais de um polígono é proporcional ao número de lados.



Note que na figura A temos quatro vértices, então traçamos quatro diagonais, cada uma partindo de um vértice. Mas observe que a diagonal PR é a mesma RP, e a diagonal SQ é a mesma QS, então sempre dividiremos o número de diagonais por 2. Para cálculos envolvendo o número de diagonais, utilizamos a seguinte fórmula:

$$d = \frac{n * (n - 3)}{2}$$

A fórmula n indica o número de lados e $n - 3$ determina o número de diagonais que partem de um único vértice e a divisão por dois elimina a duplicidade de diagonais ocorridas em um polígono.

Número de diagonais que partem de cada vértice.

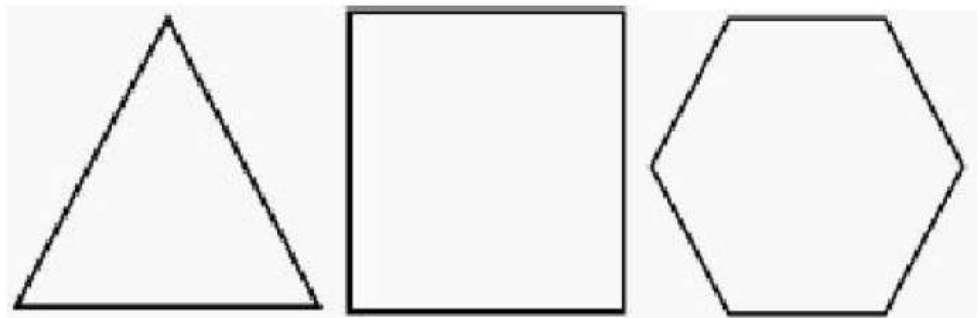
$V - 3$ (onde v é o número de vértices que é igual ao número de lados).

$v - 3$. Porque não contamos o vértice considerado nem os dois vértices consecutivos a este.

Exemplos

1º Exemplo

Observe os três polígonos abaixo:



Com auxílio de régua, calcule a área dos três polígonos regulares acima. Supondo que todos possuam o mesmo perímetro igual a 6 cm..

- Triângulo equilátero

Lado: $l = 6 : 3 = 2 \text{ cm}$

.Altura: $h = 1,7$ (aproximadamente)

Área: $A_1 = (b \cdot h) / 2 = (2 \cdot 1,7) / 2 = 1,7 \text{ cm}^2$ (aproximadamente)

- Quadrado

Lado: $l = 6 : 4 = 1,5 \text{ cm}$

Área: $A_2 = l^2 = (1,5)^2 = 2,25 \text{ cm}^2$

- Hexágono regular

Lado: $l = 6 : 6 = 1 \text{ cm}$

Quando inscrito em uma circunferência os lados do hexágono regular são iguais ao raio.

É constituído por 6 triângulos equiláteros congruentes.

Altura de 1 triângulo

$$h^2 = 1^2 - (0,5)^2$$

$$h^2 = 1 - 0,25$$

$$h = \sqrt{0,75} = 0,8(\text{aproximadamente})$$

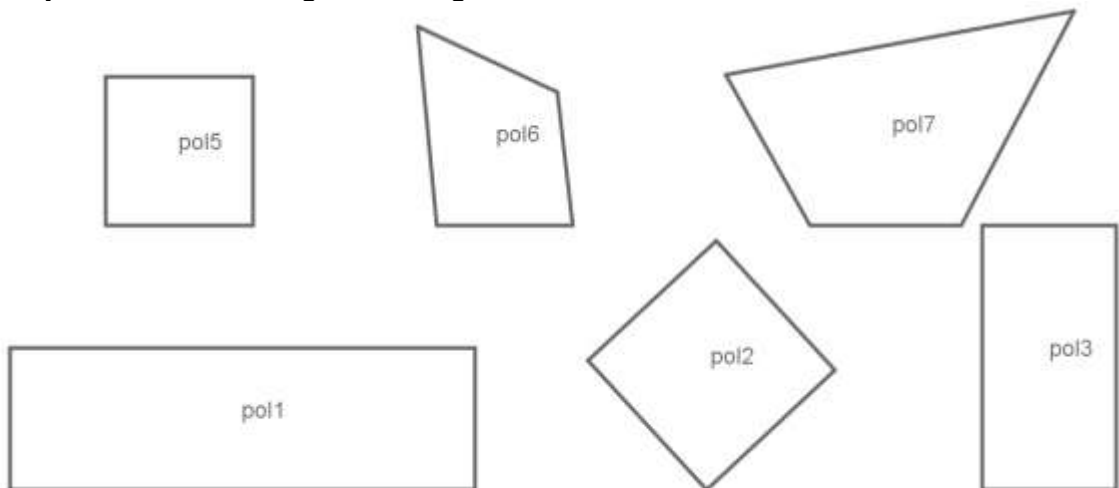
Área de 1 triângulo

$$\text{Área: } A = (b \cdot h) / 2 = (1 \cdot 0,8) / 2 = 0,4 \text{ cm}^2 (\text{aproximadamente})$$

Área do hexágono

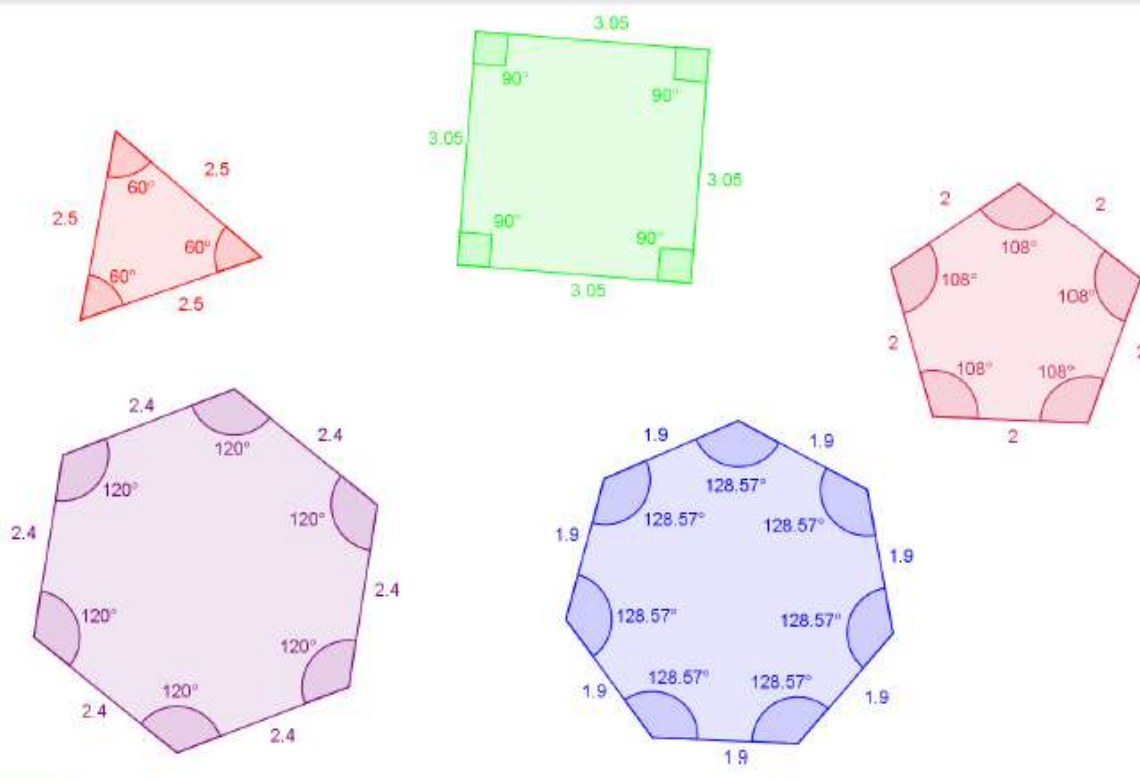
$$A_3 = 6 \cdot 0,4 = 2,4 \text{ cm}^2 (\text{aproximadamente})$$

2º Exemplo: Observe as figuras a seguir.



Atenção! Você e seus colegas devem ter percebido que todos os polígonos possuem quatro lados. Por isso, são chamados de **quadriláteros**.

3º Exemplo:



A seguir você vê cinco polígonos representados. Para cada um deles, estão indicadas as medidas dos lados (numa determinada unidade de medida) e as medidas dos ângulos internos. Você deve ter observado que os polígonos são todos regulares, uma vez que cada um possui a mesma medida dos lados e a mesma medida dos ângulos internos.

O triângulo é chamado de **triângulo equilátero** ou **equiângulo**.

O quadrilátero é chamado de quadrado.

O pentágono, de **pentágono regular**.

O hexágono, de **hexágono regular**.

O heptágono, de **heptágono regular**.

Exemplo 4: Construa um triângulo com palitos e fixe seus vértices e tente “deformá-lo”, sem desmontá-lo ou destruí-lo. E aí conseguiu? Agora tente fazer o mesmo com o outro polígono. E agora, conseguiu?

O triângulo é uma figura rígida, ou seja, não conseguimos deformá-lo. Por isso, usamos triângulos na construção civil para garantir a estabilidade: você já reparou no portão de algumas casas ou de algumas escolas? Certamente ele tem uma ripa na diagonal! Qual a função dessa diagonal?

Sim. A função é formar vários triângulos e deste modo este portão não deformar.

Lista de Exercícios

- 1) Para preencher as tabelas a seguir, utilize o número de diagonais que partem de um dos vértices do polígono e a soma dos ângulos internos dos triângulos gerados por estas.

a)

Polígono	Quantidade de lados	Quantidade de triângulos formados
Quadrilátero		
Pentágono		3
Hexágono		
Heptágono		
Octógono		
⋮	⋮	⋮
Decágono		
⋮	⋮	⋮
n-ágono	n	

b)

Polígono	Quantidade de lados	Quantidade de triângulos formados
Quadrilátero	4	2
	5	3
Hexágono	6	4
Heptágono	7	5
Octógono	8	6
⋮	⋮	⋮
Decágono	10	9
⋮	⋮	⋮
n-ágono	n	$n - 2$

c)

Polígono	Quantidade de lados	Quantidade de triângulos	Soma dos ângulos internos
----------	---------------------	--------------------------	---------------------------

		formados	
Triângulo	3	1	180°
Quadrilátero			
Pentágono		3	
Hexágono			
Heptágono	7		
Octógono		6	
⋮	⋮	⋮	⋮
Decágono			
⋮	⋮	⋮	⋮
n-ágono	n	$n - 2$	

2) Pegue uma folha de papel quadriculado, desenhe e pinte três retângulos diferentes, de maneira que cada um deles contenha 24 quadradinhos inteiros. Observe se os retângulos desenhados pelos seus colegas são iguais aos seus.

3). Considere como unidade de perímetro (u.c.) o lado de um quadradinho desta folha e, como unidade de área (u.a.), a área de um quadradinho. Preencha a tabela com as áreas e os perímetros de cada retângulo desenhado anteriormente.

	Área (u.a.)	Perímetro (u.c.)
Retângulo 1		
Retângulo 2		
Retângulo 3		

4) Considerando cada **u.c.** é igual a 2 cm calcule a área e o perímetro dos retângulos acima em centímetros quadrados e centímetros respectivamente .

	Área (cm ²)	Perímetro (cm)
Retângulo 1		
Retângulo 2		
Retângulo 3		

5) Sabendo que a área do círculo é dada por πr^2 , onde r é o raio do círculo e π é uma constante que possui valor de 3,14 (aproximadamente). Calcule a razão entre os tamanhos das pizzas brotinho e média da tabela abaixo. Comparando os preços, o que é mais vantajoso comprar uma pizza média ou duas pizzas brotinho..

Tamanho	Raio	Preço
Brotinho	15 cm	R\$ 10,50
Pequena	20 cm	R\$ 14,00
Média	30 cm	R\$ 21,00
Grande	45 cm	R\$ 31,50

Avaliações

Serão efetuadas 3 avaliações:

1ª) Estudo Dirigido (Exercícios).

Em grupos de 3 alunos. A interação entre eles favorece a aprendizagem.

2ª) SAERJ

Avaliação Individual.

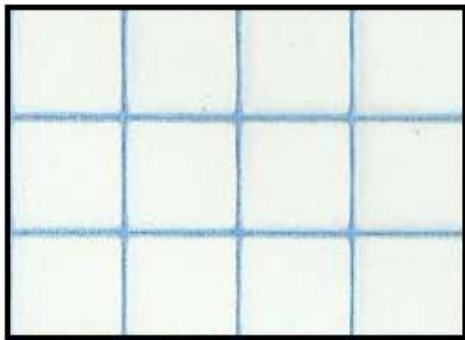
Será efetuada no final do 4º Bimestre.

3ª) Avaliação: individual

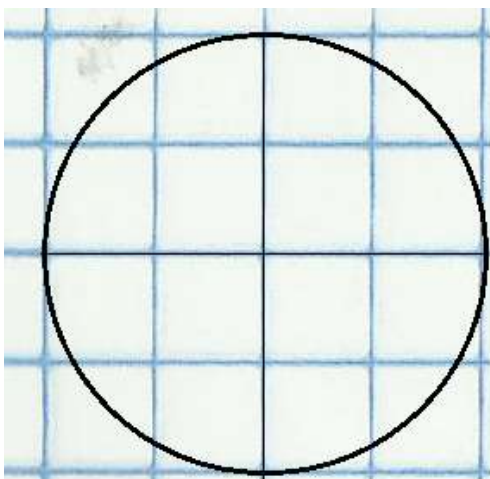
2ª PROVA DO 4º BIMESTRE

1ª Questão: Sabendo que a unidade de comprimento **u.c.** de cada quadradinho é de 2 cm, calcule a área e o perímetro dos polígonos e círculo abaixo.

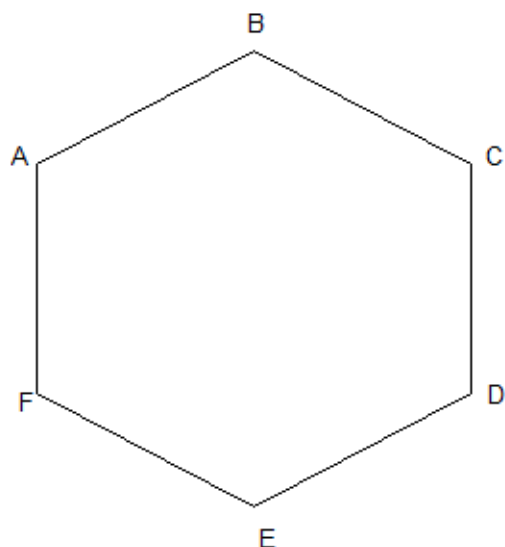
a)



b)



2ª Questão: Calcule a soma dos ângulos internos do polígono abaixo.



3ª Questão: Sabendo que a área do círculo é dada por πr^2 , onde r é o raio do círculo e π é uma constante que possui valor de 3,14 (aproximadamente). Calcule a razão entre os tamanhos das pizzas pequena e grande da tabela abaixo. Comparando os preços, o que é mais vantajoso comprar uma pizza grande ou duas pizzas pequenas.

Tamanho	Raio	Preço
Brotinho	15 cm	R\$ 10,50
Pequena	20 cm	R\$ 14,00
Média	30 cm	R\$ 21,00
Grande	45 cm	R\$ 31,50

Bibliografia

Curso Formação Continuada, *Roteiro de ação 1: – Polígono Regular – o que é isso?, 9º ano: ensino fundamental*. Rio de Janeiro: CECIERJ, 2014, outubro, 8. 8 p.

Curso Formação Continuada, *Roteiro de ação 2: – Ângulos internos dos polígonos regulares , 9º ano: ensino fundamental*. Rio de Janeiro: CECIERJ, 2014, outubro, 8. 15 p.

Curso Formação Continuada, *Roteiro de ação 3: – Áreas e Perímetros com papel quadriculado, 9º ano: ensino fundamental*. Rio de Janeiro: CECIERJ, 2014, outubro, 8. 4 p.

Curso Formação Continuada, *Roteiro de ação 5: – O m^2 e a comparação de regiões planas, 9º ano: ensino fundamental*. Rio de Janeiro: CECIERJ, 2014, outubro, 8. 7 p.

CENTURIÓN, Marília; JAKUBOVIC, José. *Matemática teoria e contexto: 9ºano*. São Paulo: Saraiva, 2012. 272 p.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JR, José Ruy. *Matemática Completa: ensino médio*. São Paulo: FTD, 2002. 592 p.