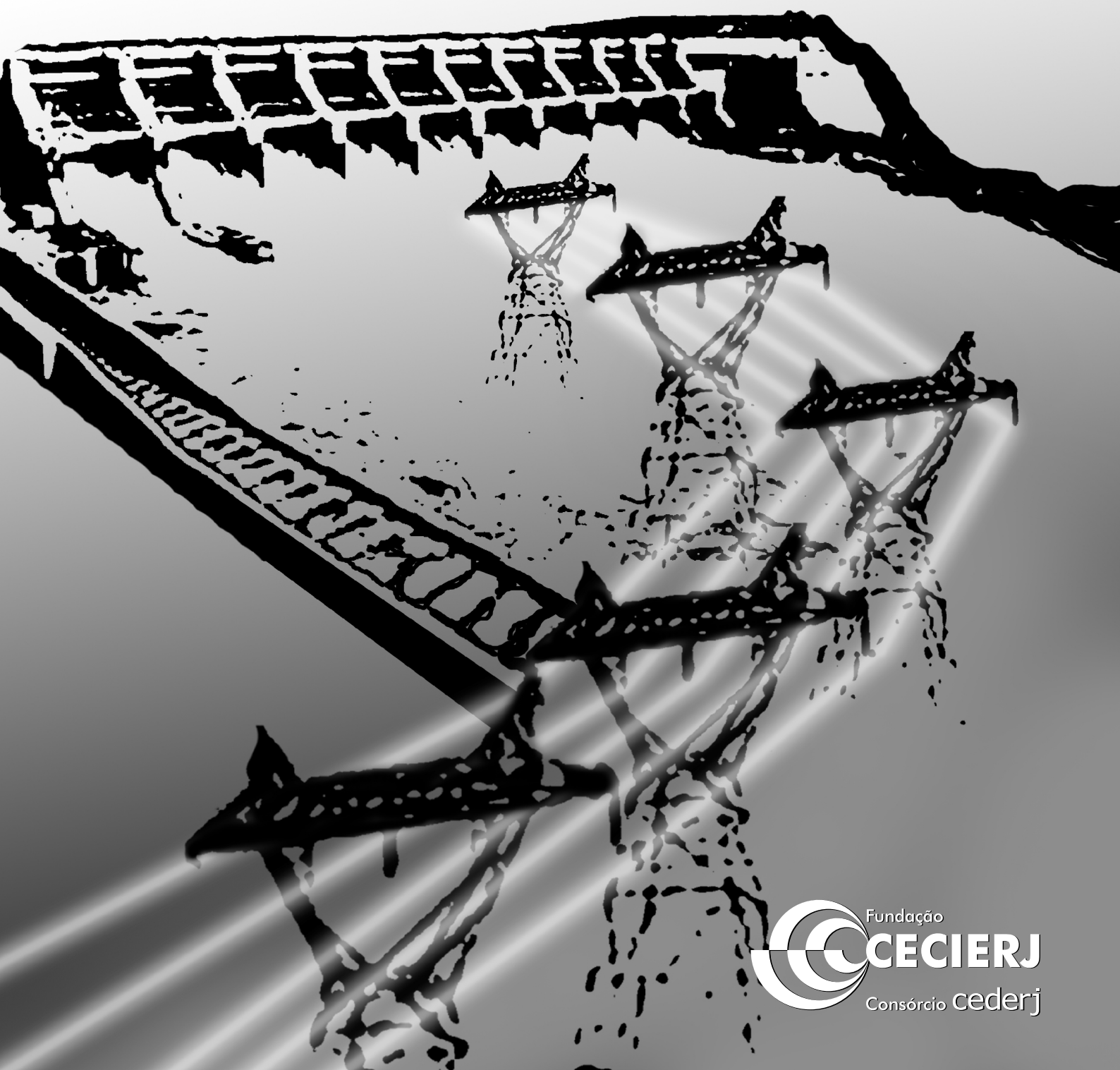


João Paulo Sinnecker
Alexandre Carlos Tort
Raul Rapp

Física 3B





Fundação

CECIERJ

Consórcio **cederj**

Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

Física 3B

Volume 1 - Módulo 2

João Paulo Sinnecker

Alexandre Carlos Tort

Raul Rapp



GOVERNO DO
Rio de Janeiro

SECRETARIA DE
CIÊNCIA E TECNOLOGIA



Ministério
da Educação



Apoio:



FAPERJ

Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo
à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro

Fundação Cecierj / Consórcio Cederj

Rua Visconde de Niterói, 1364 – Mangueira – Rio de Janeiro, RJ – CEP 20943-001

Tel.: (21) 2334-1569 Fax: (21) 2568-0725

Presidente

Masako Oya Masuda

Vice-presidente

Mirian Crapez

Coordenação do Curso de Física

Luiz Felipe Canto

Material Didático

ELABORAÇÃO DE CONTEÚDO

João Paulo Sinnecker
Alexandre Carlos Tort
Raul Rapp

COORDENAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL

Cristine Costa Barreto

DESENVOLVIMENTO INSTRUCIONAL E REVISÃO

Janderson Lemos de Souza
Márcia Pinheiro

COORDENAÇÃO DE LINGUAGEM

Cyana Leahy-Dios
Maria Angélica Alves

COORDENAÇÃO DE AVALIAÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO

Débora Barreiros

AVALIAÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO

Ana Paula Abreu-Fialho
Aroaldo Veneu

Departamento de Produção

EDITORA

Tereza Queiroz

COORDENAÇÃO EDITORIAL

Jane Castellani

REVISÃO TIPOGRÁFICA

Equipe CEDERJ

COORDENAÇÃO DE PRODUÇÃO

Jorge Moura

PROGRAMAÇÃO VISUAL

Marcelo Freitas

ILUSTRAÇÃO

João Paulo Sinnecker
Fabio Muniz

CAPA

Eduardo Bordoni
Fabio Muniz

PRODUÇÃO GRÁFICA

Patricia Seabra

Copyright © 2005, Fundação Cecierj / Consórcio Cederj

Nenhuma parte deste material poderá ser reproduzida, transmitida e gravada, por qualquer meio eletrônico, mecânico, por fotocópia e outros, sem a prévia autorização, por escrito, da Fundação.

S617f

Sinnecker, João Paulo.

Física 3B. v.1 / João Paulo Sinnecker. – Rio de Janeiro:
Fundação CECIERJ, 2010.
180p.; 21 x 29,7 cm.

ISBN: 85-7648-208-8

1. Corrente elétrica. 2. A Lei de Ohm. 3. Circuitos elétricos. I. Tort, Alexandre Carlos. II. Rapp, Raul. III. Título.

CDD: 530.1

Governo do Estado do Rio de Janeiro

Governador
Sérgio Cabral Filho

Secretário de Estado de Ciência e Tecnologia
Alexandre Cardoso

Universidades Consorciadas

**UENF - UNIVERSIDADE ESTADUAL DO
NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO**
Reitor: Almy Junior Cordeiro de Carvalho

**UERJ - UNIVERSIDADE DO ESTADO DO
RIO DE JANEIRO**
Reitor: Ricardo Vieiralses

UFF - UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
Reitor: Roberto de Souza Salles

**UFRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL DO
RIO DE JANEIRO**
Reitor: Aloísio Teixeira

**UFRRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL
DO RIO DE JANEIRO**
Reitor: Ricardo Motta Miranda

**UNIRIO - UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO
DO RIO DE JANEIRO**
Reitora: Malvina Tania Tuttman

SUMÁRIO

Aula 11 – Propriedades elétricas dos materiais: dielétricos_____	7
<i>João Paulo Sinnecker / Alexandre Carlos Tort / Raul Rapp</i>	
Aula 12 – Corrente elétrica_____	23
<i>João Paulo Sinnecker / Alexandre Carlos Tort / Raul Rapp</i>	
Aula 13 – A Lei de Ohm _____	37
<i>João Paulo Sinnecker / Alexandre Carlos Tort / Raul Rapp</i>	
Aula 14 – Circuitos elétricos _____	53
<i>João Paulo Sinnecker / Alexandre Carlos Tort / Raul Rapp</i>	
Aula 15 – Prática 1 – Circuitos simples com resistores e capacitores_____	73
<i>João Paulo Sinnecker / Alexandre Carlos Tort / Raul Rapp</i>	
Aula 16 – A densidade de fluxo magnético_____	87
<i>João Paulo Sinnecker / Alexandre Carlos Tort / Raul Rapp</i>	
Aula 17 – O campo magnético_____	103
<i>João Paulo Sinnecker / Alexandre Carlos Tort / Raul Rapp</i>	
Aula 18 – Lei de Ampère_____	121
<i>João Paulo Sinnecker / Alexandre Carlos Tort / Raul Rapp</i>	
Aula 19 – Lei de Faraday, indutância e circuitos de corrente alternada _____	131
<i>João Paulo Sinnecker / Alexandre Carlos Tort / Raul Rapp</i>	
Aula 20 – Prática 2 – Circuitos simples em corrente alternada_____	161
<i>João Paulo Sinnecker / Alexandre Carlos Tort / Raul Rapp</i>	
Referências _____	178

Aula 11 – Propriedades elétricas dos materiais: dielétricos

Meta da aula

Apresentar as propriedades elétricas em materiais dielétricos e estudar o comportamento de capacitores com dielétricos.

Objetivos

No final desta aula, você deverá ser capaz de:

- Explicar o que são dielétricos e suas diferenças com relação aos condutores.
- Descrever as propriedades elétricas em dielétricos.
- Descrever o comportamento de capacitores que contêm dielétricos.
- Realizar cálculos envolvendo capacitores com dielétricos.

Pré-requisitos

Esta aula requer que você esteja familiarizado com os conceitos de campo elétrico. Revise os assuntos estudados nas Aulas 2 a 5 e na Aula 9 do Módulo 1 deste curso.

Introdução

Você viu, na Aula 9 do Módulo 1, que os materiais podem se comportar de forma diferente quando submetidos a um campo elétrico. Naquela aula, você aprendeu que alguns deles possuem cargas livres que, sob a ação de um campo elétrico externo, movimentam-se e rearranjam-se de tal forma que fazem com que o campo elétrico total no seu interior seja sempre nulo. São os chamados condutores. Você aprendeu uma série de propriedades elétricas importantes dos condutores.

Ainda na Aula 9 do Módulo 1, você ficou sabendo que uma outra classe de material se comporta de forma diferente da dos condutores: são os materiais nos quais as cargas elétricas estão presas a átomos e não têm mobilidade, ou seja, os isolantes, também conhecidos como dielétricos.

Aproveite para fazer um exercício simples e enumere propriedades elétricas importantes dos condutores.

Vamos agora estudar, com um pouco mais de detalhe, o comportamento dos dielétricos. Vimos de que forma um campo elétrico se comportava dentro e na superfície de um condutor; queremos entender agora o comportamento do material dielétrico. Como esse material se comporta, quando submetido a um campo elétrico? Como podemos descrever o campo elétrico no interior de um dielétrico? Quais são as principais propriedades elétricas de um material dielétrico? Essas são perguntas a que você responderá ao longo desta aula. Vamos lá?

Dielétricos em campos elétricos

Desejamos estudar o comportamento de um dielétrico na presença de campos elétricos. Como podemos fazer isso?

Recorde um pouco das Práticas realizadas no Módulo 1. No Experimento 2 da Aula 10 do Módulo 1, colocamos uma vela no centro de duas placas condutoras paralelas. Estas placas, segundo o que você aprendeu na Aula 9 do Módulo 1, formam um capacitor simples. Para estudar o comportamento do dielétrico em campo elétrico, podemos inserir um material dielétrico no centro de um conjunto de placas paralelas e observar como o conjunto se comporta. Estaremos construindo um capacitor com um dielétrico. Veja a **Figura 11.1**.

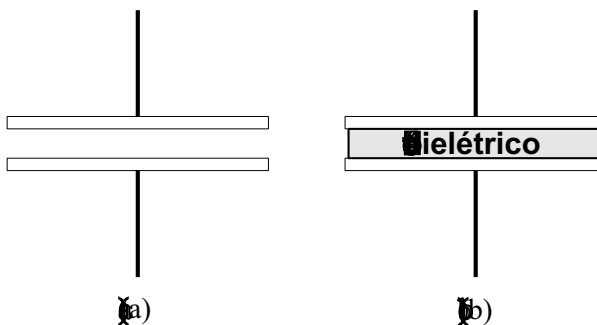


Figura 11.1: Capacitor de placas paralelas (a) sem material dielétrico e (b) com material dielétrico.

Observe que, se desejamos ser suficientemente rigorosos, um capacitor sem dielétrico só pode ser construído se existir vácuo perfeito entre as placas. Se a região entre as placas possuir alguma espécie de gás, ainda que sob baixa pressão, a rigor, teremos um material dielétrico.

Podemos inserir qualquer material entre as placas do capacitor: madeira, plástico, líquidos. A propriedade básica de um capacitor de placas

paralelas é, como vimos na Aula 9 do Módulo 1, a capacitância. Ela é uma característica que, como vimos, pode ser medida e calculada. O que acontece com a capacitância quando o material dielétrico é inserido?

A resposta a essa pergunta foi dada por **Michael Faraday**, um físico do século XIX, responsável por grande parte dos trabalhos feitos no estudo de propriedades elétricas de materiais. Michael Faraday, em 1837, estudou o comportamento da capacitância de capacitores preenchidos com dielétricos. Foi em homenagem a ele que se deu o nome da unidade de capacitância, o farad, simbolizado por F. Michael Faraday descobriu que a capacitância com dielétricos era sempre maior que a do ar ou a do vácuo, e que esse aumento se dava graças a um fator κ , que ele chamou “constante dielétrica do material isolante”.

Mas como a constante dielétrica se relaciona com a capacitância? Conforme vimos na Aula 9 do Módulo 1, a capacitância de qualquer capacitor pode ser escrita na forma:

$$C = \epsilon_0 \mathcal{L} \quad (11.1)$$

onde \mathcal{L} tem dimensão de comprimento e ϵ_0 é a constante de permissividade do vácuo.

Exercício 11.1

Veja os enunciados dos exercícios 9.6 e 9.7 da Aula 9 do Módulo 1 e verifique que a expressão

$$C = \epsilon_0 \mathcal{L}$$

é correta.

Faraday concluiu, por meio de seus experimentos, que um dielétrico que preenchesse completamente o espaço entre as placas de um capacitor alterava a capacitância por um fator κ , ou seja,

$$C = \kappa \epsilon_0 \mathcal{L} = \kappa C_{ar} \quad (11.2)$$

onde C_{ar} é o valor da capacitância de um capacitor que possui ar entre as placas.

Michael Faraday (1791 - 1867), físico e químico inglês a quem se devem importantes descobertas na área da eletricidade e do eletromagnetismo. Formulou as leis que descrevem os fenômenos eletrolíticos e também trabalhou com fenômenos ópticos.

O que ocorre? Como a presença do dielétrico altera a capacitância? Vejamos.

Vamos imaginar um capacitor cujo dielétrico seja o ar e que tenha sido previamente carregado por uma bateria. Veja a **Figura 11.2**. Podemos verificar se o capacitor está carregado usando um voltímetro, ou um multímetro, colocado na escala de medida de voltagem e conectado aos terminais do capacitor. Se a medida indicar uma voltagem diferente de zero, o capacitor está carregado. Caso a voltagem V nos terminais do capacitor seja diferente de zero, existe uma carga total acumulada no capacitor igual a q . A voltagem V no capacitor se relaciona com a carga q , com o valor da capacitância C na relação já conhecida $q = CV$.

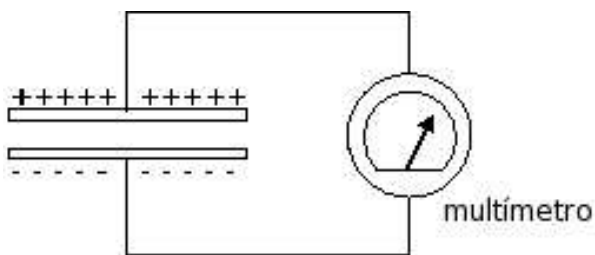


Figura 11.2: Leitura da voltagem em um capacitor sem dielétrico, carregado.

O que ocorre se inserimos um material dielétrico entre as placas do capacitor? Observe a **Figura 11.3**.

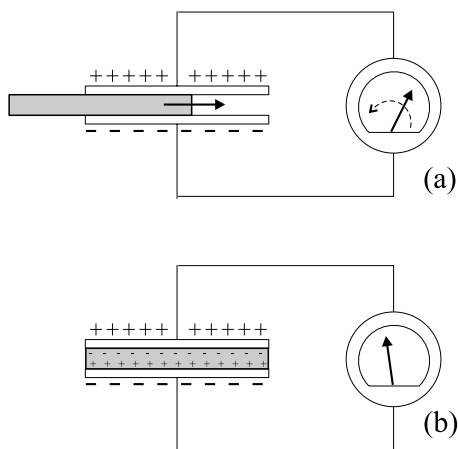


Figura 11.3: (a) Dielétrico sendo inserido entre as placas do capacitor. (b) Leitura da voltagem após a inserção da placa dielétrica entre as placas do capacitor.

A **Figura 11.3.b** mostra que cargas negativas são induzidas na parte superior do dielétrico. Elas devem ser iguais às cargas positivas induzidas na superfície inferior do dielétrico. Aparece, portanto, um campo elétrico

induzido no interior do dielétrico. Este campo elétrico induzido está na mesma direção que o campo previamente existente no capacitor vazio, mas em sentido contrário. Sendo assim, pelo Princípio da Superposição, podemos concluir que o campo entre as placas do capacitor diminuiu. Como a carga total não se altera, é a voltagem V que diminuiu, para que a relação $q = CV$ permaneça válida. Então, o valor de C deve aumentar.

Imagine agora um capacitor de placas paralelas, sem dielétrico, conectado a uma bateria, conforme mostra a **Figura 11.4.a**.

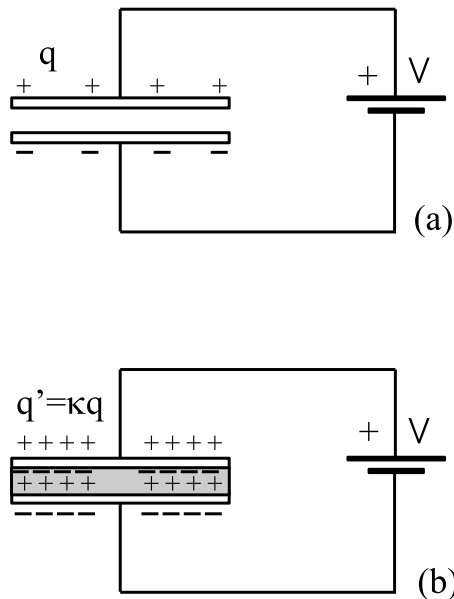


Figura 11.4: (a) Capacitor sem dielétrico conectado a uma bateria. (b) Placa dielétrica inserida entre as placas do mesmo capacitor.

A bateria garante que a diferença de potencial V entre as placas é constante. Quando o dielétrico é inserido, como na **Figura 11.3.b**, o campo elétrico entre as placas se altera novamente. Neste caso, a bateria pode fornecer a carga de modo a compensar a alteração. A quantidade de cargas entre as placas condutoras aumenta de um fator κ . Isso é novamente consistente pelo fato de $q = CV$. Como V é constante, se q aumenta, então C deve aumentar.

Portanto, inserir um dielétrico entre as placas de um capacitor resulta no aumento de sua capacitância.

As constantes dielétricas dos materiais

Como acabamos de ver, a presença de um dielétrico entre as placas de um capacitor resulta sempre no aumento da capacitância. Observe a Equação 11.2. Este aumento da capacitância significa que κ é maior ou igual à unidade. A constante dielétrica do vácuo é, por definição, igual à unidade ($\kappa = 1$). O ar possui constante dielétrica um pouco superior. Note que κ é adimensional.

Outros materiais dielétricos possuem constantes dielétricas diferentes. A **Tabela 11.1** mostra os valores de κ para diferentes materiais.

Tabela 11.1: Valores da constante dielétrica κ para alguns materiais

Material	constante dielétrica κ
Vácuo	1
Ar (1atm)	1.00054
Poliestireno	2.6
Papel	3.5
Óleo de transformador	4.5
Vidro pirex	4.7
Mica de rubi	5.4
Porcelana	6.5
Silício	12
Germânio	16
Etanol	25
Água (20°C)	80.4
Água (25°C)	78.5
Titanato de estrôncio	310

Exemplo 11.1 Capacitância de um capacitor de placas paralelas sem e com dielétrico

Um capacitor de placas paralelas, com área de placa $A = 100 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ e separação entre placas $d = 1 \times 10^{-2} \text{ m}$ é conectado a uma bateria que fornece uma diferença de potencial $V = 100 \text{ V}$. Depois de carregar o capacitor, a bateria é desconectada.

(a) Qual é a capacitância C do capacitor?

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8.85 \times 10^{-12} F/m) (100 \times 10^{-4} m^2)}{1 \times 10^{-2} m}$$

$$C = 8.85 \times 10^{-12} F = 8.85 pF$$

(b) Qual é a carga acumulada?

$$q = CV = (8.85 pF) (100 V) = 885 pC = 0.885 nC$$

Com o capacitor carregado, uma placa de poliestireno de espessura $s = 10^{-2} m$ e constante dielétrica $\kappa = 2.6$ é inserida entre as placas do capacitor.

(c) Qual é o valor da carga acumulada nas placas do capacitor após a inserção do material dielétrico?

Uma vez que a bateria foi desconectada antes da inserção do poliestireno, o valor da carga após a inserção deve permanecer constante, ou seja:

$$q_{poliestireno} = 885 pC$$

(d) Qual é o valor da capacitância com o poliestireno entre as placas?

$$C_{poliestireno} = \kappa C = (2.6) (8.85 pF) = 23.01 pF$$

(e) Qual é a voltagem nos terminais do capacitor com o poliestireno?

$$V_{poliestireno} = \frac{q}{C} = \frac{885 pF}{23.01 pF} = 38.46 V$$

Note que

$$\frac{V}{V_{poliestireno}} = 2.6 = \kappa$$

A Lei de Gauss nos dielétricos

E como ficam as expressões para o campo elétrico na presença do dielétrico?

Quando apresentamos a Lei de Gauss na Aula 5 do Módulo 1, as cargas estavam colocadas no vácuo. Quais são as alterações que devemos considerar quando as cargas estão imersas em um meio dielétrico?

A **Figura 11.5.a** mostra um capacitor de placas paralelas carregado e sem dielétrico. Note que o capacitor não está conectado a nenhuma fonte ou bateria.

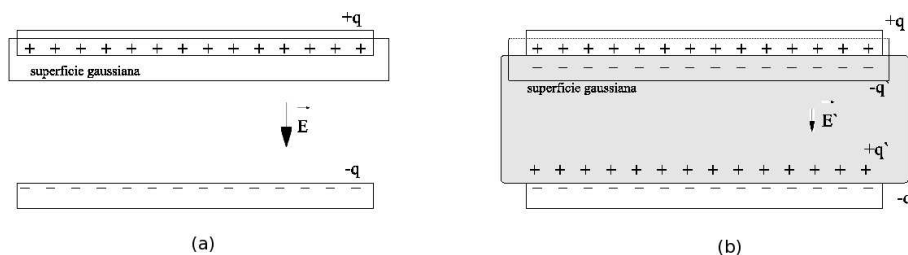


Figura 11.5: (a) Capacitor de placas paralelas carregado e sem dielétrico. (b) Capacitor de placas paralelas carregado e com dielétrico.

O campo elétrico pode ser determinado pela Lei de Gauss, usando-se uma superfície gaussiana que envolva a carga total $+q$, como mostrado na **Figura 11.5**. O campo elétrico pode ser obtido da Lei de Gauss:

$$q = \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 EA$$

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

Qual é o valor do campo com o dielétrico inserido (como mostra a **Figura 11.5.b**)?

Observe bem a **Figura 11.5.b** e note que agora a superfície envolve a carga $+q$ na placa condutora superior e a carga induzida $-q'$ na face superior do dielétrico.

Aplicando a Lei de Gauss, teremos:

$$\epsilon_0 \oint \vec{E}' \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E' A = q - q' \quad (11.3)$$

$$E' = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A} \quad (11.4)$$

O campo elétrico original diminui por um fator κ , e temos:

$$E' = \frac{E}{\kappa} = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A} \quad (11.5)$$

Comparando as Equações 11.4 e 11.5, podemos ver que:

$$q - q' = \frac{q}{\kappa} \quad (11.6)$$

A Equação 11.6 mostra que a carga q' induzida no dielétrico, muitas vezes chamada carga ligada ou carga não-livre, é menor que a carga q . Se nenhum dielétrico está presente, então $q' = 0$ e $\kappa = 1$.

Usando o valor encontrado na Equação 11.6 na Equação 11.3, temos:

$$\epsilon_0 \oint \kappa \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad (11.7)$$

De forma geral, podemos dizer que na região completamente preenchida por um material dielétrico, linear e homogêneo, de constante dielétrica κ , as equações eletrostáticas devem ser modificadas, substituindo-se a constante de permissividade ϵ_0 por $\kappa \epsilon_0$.

Exemplo 11.2 O campo elétrico de uma carga q inserida em um dielétrico

Qual é a intensidade do campo elétrico produzido por uma carga q no interior de um material dielétrico?

A intensidade do campo elétrico de uma carga pontual no vácuo é dado por:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Como no interior do dielétrico devemos usar $\kappa\epsilon_0$, a intensidade do campo será:

$$E = \frac{1}{4\pi\kappa\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Exercício 11.2

No Exemplo 11.1, qual é o valor do campo elétrico no interior das placas do capacitor carregado antes e depois de inserir-se o material dielétrico?

Exemplo 11.3 Capacitor de placas paralelas semipreenchido

Como se comporta o valor da capacitância de um capacitor de placas paralelas semipreenchido por um dielétrico?

A **Figura 11.6** mostra um capacitor semipreenchido. Metade dele está preenchida com um material dielétrico de constante $\kappa > 1$, e a outra metade não ($\kappa = 1$).

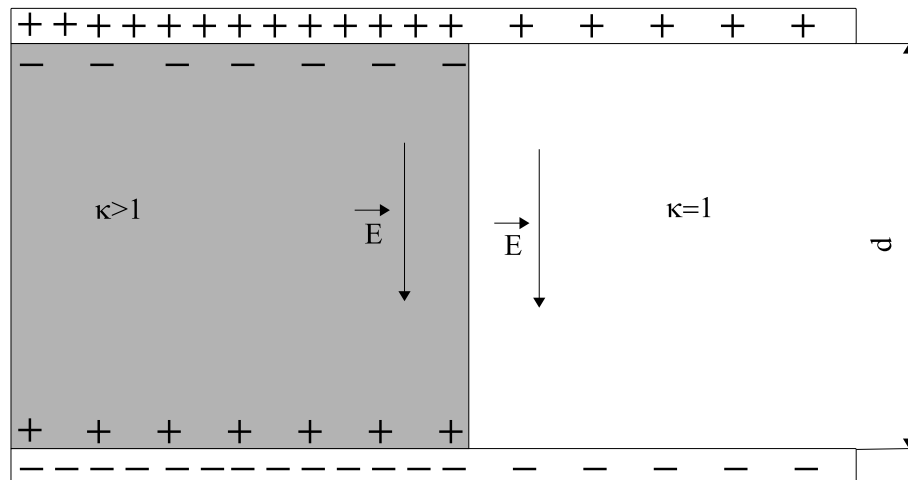


Figura 11.6: Capacitor de placas paralelas semipreenchido.

A diferença de potencial entre as placas do capacitor vale V . Logo, o campo elétrico no interior dele vale $E = V/d$, e é o mesmo nas duas metades. Na metade onde $\kappa = 1$, a densidade superficial de carga na placa superior vale:

$$\sigma = E\epsilon_0$$

Na outra metade, o mesmo campo é novamente resultado da presença da carga livre na superfície condutora e carga ligada (não-livre) no dielétrico. A densidade superficial de carga ligada σ' , neste caso, é:

$$\frac{\sigma'}{\epsilon_0} = -(\kappa - 1)E = E - \kappa E = E - \frac{\kappa\sigma}{\epsilon_0}$$

Assim, o campo deve ser

$$E = \frac{\sigma' + \kappa\sigma}{\epsilon_0}$$

Isso significa que a densidade superficial de carga livre na placa superior na metade onde há dielétrico vale $\sigma' = \kappa\sigma$. A carga total da placa pode ser calculada agora:

$$Q = \frac{A}{2}\sigma + \frac{A}{2}\kappa\sigma$$

$$Q = \frac{1}{2}(\kappa + 1)\sigma A = \frac{1}{2}(\kappa + 1)\epsilon_0 A E = \frac{1}{2}(\kappa + 1)\epsilon_0 \frac{A}{d} V$$

Com isso, podemos determinar a capacitância, que vale:

$$C = \frac{1}{2}(\kappa + 1) \frac{\epsilon_0 a}{d}$$

ou seja, o capacitor se comporta como se fosse uma associação de dois capacitores em paralelo, cada qual com área $A/2$, um com dielétrico e outro sem dielétrico.

Tensão de ruptura e rigidez dielétrica

A presença de um dielétrico entre as placas limita o valor da voltagem entre elas a um valor V_{rup} , conhecido como potencial de ruptura. Se este valor de ruptura for excedido, o material dielétrico se rompe e forma um percurso condutor entre as placas. Você realizou um experimento onde isso ocorria (Módulo 1).

Quando o gerador eletrostático era ligado e a esfera de teste aproximada da cabeça principal, para uma dada distância entre elas, surgiam faíscas entre os dois.

Isso significa que a tensão de ruptura do ar havia sido atingida. É o mesmo que ocorre quando um raio se forma numa tempestade.

Todo material dielétrico possui um limite máximo de tolerância para o campo elétrico em que está imerso. Se o campo for demasiadamente grande, rompe-se. O valor máximo de campo antes da ruptura é conhecido pelo nome de “rigidez dielétrica do material”. A **Tabela 11.2** mostra o valor da rigidez dielétrica para alguns materiais.

Comparando as **Tabelas 11.1** e **11.2**, vemos que, embora o poliestireno possua uma constante dielétrica muito menor que o titanato de estrôncio,

sua rigidez dielétrica é bem maior, e isso significa que os capacitores feitos de poliestireno podem suportar voltagens maiores entre suas placas.

Tabela 11.2: Valores da rigidez dielétrica para alguns materiais

Material	Rigidez dielétrica 10^6 (V/m)
Ar (1atm)	3
Poliestireno	24
Papel	16
Vidro pirex	14
Titanato de estrôncio	8

Atividades Finais

Problema 11.1 Reveja o enunciado do Exercício 9.6 da Aula 9 do Módulo 1 deste curso. Qual será o valor da capacitância de um capacitor cilíndrico preenchido com material dielétrico de constante dielétrica κ ?

Problema 11.2 Reveja o enunciado do Exercício 9.6 da Aula 9 do Módulo 1 deste curso. Qual será o valor da capacitância de um capacitor esférico preenchido com material dielétrico de constante dielétrica κ ?

Problema 11.3 Um líquido dielétrico de constante κ preenche o espaço entre duas placas paralelas separadas por uma distância d . O valor da capacitância é C . Responda:

- (a) Se o líquido evapora-se completamente, qual é o novo valor de capacitância C' ?
- (b) Se podemos alterar a distância entre as placas, qual deve ser a nova distância d' para que $C' = C$?

Problema 11.4 Mostre que o capacitor apresentado na **Figura 11.7** se comporta como dois capacitores associados em série, com constantes dielétricas κ_1 e κ_2 , respectivamente.



Figura 11.7: Capacitor preenchido com dois materiais dielétricos.

Problema 11.5 Um capacitor de placas paralelas retangulares de dimensões l por b , separação d entre as placas, preenchido inicialmente com ar, é conectado a uma bateria que fornece uma diferença de potencial V . Após ter sido carregado, o capacitor é desconectado da fonte e, em seguida, parcialmente preenchido com um dielétrico de constante dielétrica κ , conforme mostrado na **Figura 11.8**.

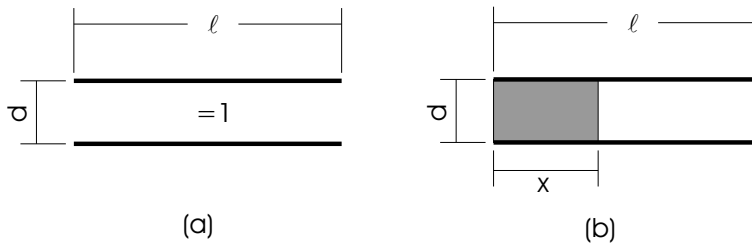


Figura 11.8: (a) Capacitor preenchido com ar, carregado com voltagem V ; (b) mesmo capacitor semipreenchido com dielétrico de constante dielétrica κ .

- Determine a energia eletrostática \mathcal{W}_0 armazenada entre as placas do capacitor antes da introdução do dielétrico.
- Repita o cálculo do item (a) após a introdução do dielétrico e mostre que:

$$\mathcal{W} = \mathcal{W}(x) - \mathcal{W}_0 = -\frac{(k-1)}{(k-1)x + l} \cdot \mathcal{W}_0$$

Observe que, como $\kappa \geq 1$, $\mathcal{W}(x) \leq \mathcal{W}_0$.

Problema 11.6 Um capacitor de placas paralelas é constituído por uma camada de parafina preenchendo completamente (sem espaços vazios) placas condutoras. A constante dielétrica da parafina é $\kappa = 2.5$. O campo elétrico máximo entre as placas do capacitor é de 10 kV/mm. Se este valor for ultrapassado, ocorrerá uma ruptura do dielétrico, e o capacitor "queimará". A separação entre as placas vale $d = 5\mu\text{m}$. Veja a **Figura 11.9**.

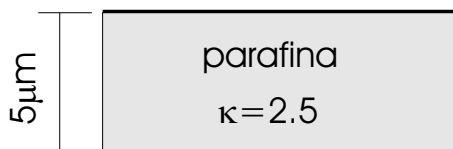


Figura 11.9: Capacitor preenchido com parafina de constante dielétrica $\kappa = 2.5$ e separação entre placas de $d = 5\mu\text{m}$.

- (a) Qual é a voltagem máxima que pode ser aplicada aos terminais deste capacitor?
- (b) Se quisermos que a capacitância deste capacitor seja igual a 10 pF, qual deverá ser a área superficial da camada dielétrica em contato com as placas?

Problema 11.7 Um capacitor de placas condutoras e paralelas tem comprimento a e largura b . O capacitor é totalmente preenchido com dois dielétricos de constantes dielétricas κ_1 e κ_2 , respectivamente. Veja a **Figura 11.10**.

- (a) Mostre que a capacitância equivalente do arranjo da **Figura 11.10** é dada por:

$$C(x) = \left(\frac{\kappa_1 x + \kappa_2 (a - x)}{a} \right) C_0$$

onde C_0 é a capacitância sem dielétrico.

- (b) Use o resultado do item (a) para obter a capacitância equivalente quando:
 - (i) $x = 0$.
 - (ii) $x = \frac{a}{2}$.
 - (iii) $x = a$.

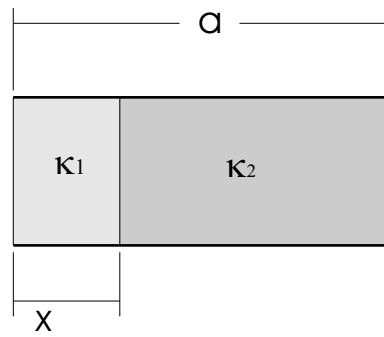


Figura 11.10: Capacitor preenchido com dois dielétricos de constantes κ_1 e κ_2 .

Discuta se os resultados são fisicamente razoáveis. O que acontece quando $\kappa_1 = \kappa_2$?

Problema 11.8 Uma esfera condutora de raio igual a 1 cm é carregada com uma carga elétrica igual a $10\mu\text{C}$. A esfera é protegida por uma camada dielétrica de parafina ($\kappa = 2.5$) de raio interno igual ao raio da esfera e raio externo igual a 4 cm. Veja a **Figura 11.11**.

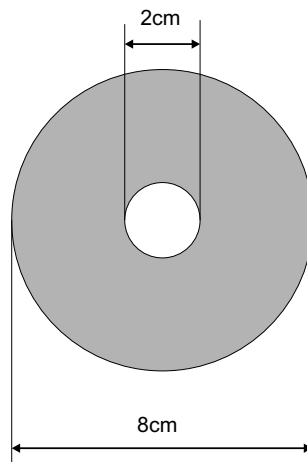


Figura 11.11: Esfera condutora de raio de 1 cm coberta por uma camada de parafina ($\kappa = 2.5$).

- Determine o campo elétrico em todo o espaço.
- Determine o potencial elétrico em todo o espaço.
- Determine as densidades superficiais de carga ligada.

Resumo

A presença de dielétricos altera o campo elétrico em uma região. Em região completamente preenchida por material dielétrico de constante dielétrica κ , as equações eletrostáticas devem ser modificadas, substituindo-se a constante de permissividade ϵ_0 por $\kappa \epsilon_0$. A presença de dielétricos sempre aumenta a capacitância de um capacitor da seguinte forma:

$$C = \kappa \epsilon_0 \mathcal{L} = \kappa C_{ar}$$

Cada material tem uma constante dielétrica κ característica. Existe um valor máximo de campo elétrico associado a um valor máximo de tensão elétrica, acima do qual o material dielétrico sofre ruptura.

Informações sobre a próxima aula

Na próxima aula, será apresentado o conceito de corrente elétrica. Você aprenderá a explicar o que é a corrente elétrica, o que é a densidade de corrente elétrica e a calcular a densidade de corrente em diversas geometrias.

Leituras complementares

Se você deseja se aprofundar um pouco mais no que diz respeito a condutores e isolantes, sugerimos a leitura do seguinte texto:

- Sergio M. Rezende, *Materiais e Dispositivos Eletrônicos*, 2ª edição, Cap. 4, Seção 4.2, Editora Livraria da Física, São Paulo, 2004.

Sugerimos a leitura de alguns livros que também tratam de tópicos abordados nesta aula. Você pode consultar, como material complementar, por exemplo:

HALLIDAY, David.; RESNICK, Robert.; WALKER, E. Jearl.

Física. v.3: eletromagnetismo. 6.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000. Cap. 26, Seções 26.6 e 26.8.

NUSSENZVEIG, H. Moysés. *Curso de Física Básica*. São Paulo: Edgard Blücher, v.:3: eletromagnetismo, 1997.

Aula 12 – Corrente elétrica

Meta da aula

Apresentar o conceito de corrente elétrica.

Objetivos

Ao final desta aula, você deverá ser capaz de:

- Explicar o que é a corrente elétrica.
- Explicar o que é a densidade de corrente.
- Calcular a densidade de corrente em diversas geometrias.

Pré-requisitos

Esta aula requer que você esteja familiarizado com o conceito de potencial elétrico. Revise os assuntos estudados nas Aulas 6 a 8 do Módulo 1 deste curso. Também será importante revisar a Aula 5 do Módulo 4 do curso Introdução às Ciências Físicas.

Introdução

Na Aula 5 do Módulo 4 do curso Introdução às Ciências Físicas, você teve contato com o conceito de corrente elétrica e suas manifestações. Nesta aula, estudaremos novamente os mesmos conceitos, agora com uma abordagem um pouco mais aprofundada.

Até aqui, tratamos sempre de cargas que estavam em repouso, ou seja, de estudos eletrostáticos. Quando estudamos o comportamento de capacitores em campos elétricos, fizemos os estudos em regimes estáticos, quando a carga já havia sido transferida para o capacitor ou do capacitor. Entretanto, quando ligamos uma fonte de campo elétrico ao capacitor que esteja descarregado, as cargas são transferidas ao capacitor, e, durante este processo de transferência, há movimento de cargas elétricas pelos condutores. Tendo em mente o que você já aprendeu na Aula 5 do Módulo 4 do curso Introdução às Ciências Físicas, você deve ser capaz de responder às seguintes questões:

- O que ocorre durante esse movimento?

- Existe alguma manifestação física que evidencie esse movimento de cargas?

A corrente elétrica

O movimento de cargas elétricas é, por definição, uma corrente elétrica. Há inúmeras manifestações de correntes elétricas. Os raios que surgem durante as tempestades e as faíscas que surgem nos experimentos realizados no Módulo 1 deste curso são manifestações do movimento de cargas. As lâmpadas que estão acesas são outra manifestação da presença de uma corrente elétrica. A imagem na tela de uma TV ou na tela de um osciloscópio é outra manifestação relacionada com cargas elétricas em movimento, ou seja, com a corrente elétrica.

Vamos imaginar um pequeno pedaço de material condutor. Como vimos na Aula 9 do Módulo 1 deste curso, uma importante característica dos condutores é a presença de elétrons livres, ou seja, cargas livres. Essas cargas, a uma temperatura finita, estão em constante movimento, embora seja um movimento aleatório. Se passarmos um plano através do condutor, qual será o fluxo total de cargas pelo plano em um dado período de tempo? Observe a **Figura 12.1**.

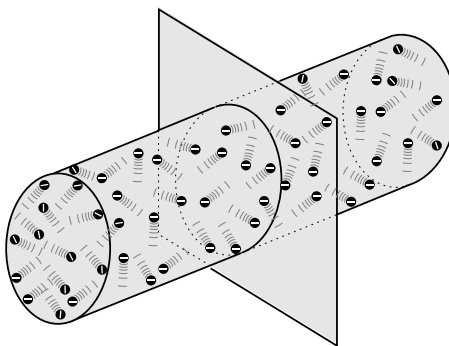


Figura 12.1: Fluxo de cargas através de um plano em um cilindro condutor.

Devido ao movimento, os elétrons atravessarão a superfície do plano em dois sentidos. Depois de um certo intervalo de tempo, como não há nenhuma direção preferencial para o movimento dos elétrons, o número de cargas cruzando a superfície do plano em uma direção deverá ser igual ao números de cargas cruzando a superfície do plano na direção oposta. Assim, o número total de cargas pela superfície S é nulo. Não há, portanto, nenhum transporte de carga pela superfície. A corrente total é nula.

Se ligamos as extremidades de nosso condutor a uma fonte, impondo a elas uma diferença de potencial, o que ocorre? Observe a **Figura 12.2**.

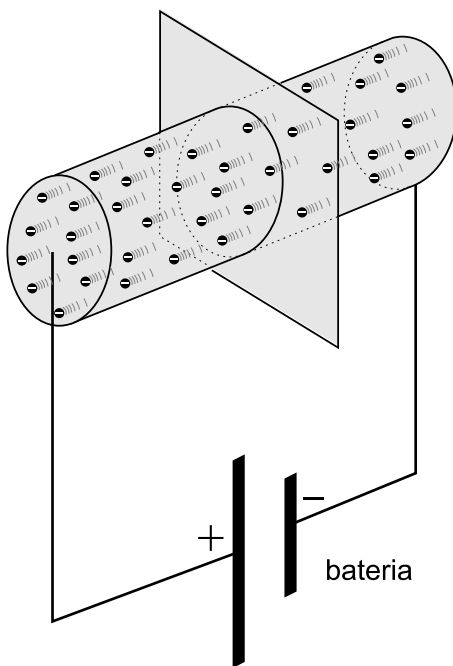


Figura 12.2: Fluxo de cargas através de um plano em um cilindro condutor submetido a uma diferença de potencial externa.

A diferença de potencial nas extremidades do condutor, imposta pela bateria, faz com que um campo elétrico direcione o movimento das cargas. Agora, as cargas estão se movendo em uma direção preferencial, e o fluxo de carga na superfície deixa de ser nulo. Há transporte de carga e, portanto, há uma corrente elétrica não-nula.

Se uma quantidade de carga dq atravessa a superfície S em um intervalo de tempo dt , então a corrente elétrica é definida por:

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (12.1)$$

A carga total que atravessa a superfície S em um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ pode, então, ser definida por meio de:

$$q = \int dq = \int_{t_1}^{t_2} i \, dt \quad (12.2)$$

Note que a corrente i pode ser uma função do tempo, ou seja, $i(t)$.

A unidade para a corrente elétrica no Sistema Internacional é conhecida como ampère, em homenagem ao matemático e físico francês **André-Marie**

André-Marie Ampère nasceu em Lion, França, em 1775. Matemático e físico, estendeu os trabalhos de Oersted que relacionavam fenômenos magnéticos à existência de correntes elétricas. Foi o inventor do solenóide, um dispositivo capaz de gerar campos magnéticos bastante homogêneos em seu interior, e de fácil fabricação. Morreu em Marselha, em 1838.

Ampère (1775-1836). Ela é denotada pelo símbolo A. O ampère é definido como:

$$1 \text{ ampère} = 1 \text{ A} = 1 \text{ coulomb por segundo} = 1 \frac{\text{C}}{\text{s}}$$

O ampère é uma unidade fundamental do SI. O coulomb é definido no SI em função da corrente. A definição formal do ampère depende de conceitos de campo magnético que veremos futuramente neste curso.

Exercício 12.1

Imagine que um condutor é atravessado por uma corrente de 1A. Qual é a quantidade de elétrons que atravessa uma seção reta do condutor em um intervalo de tempo de 1s? Lembre que a carga de um elétron é de $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Note que a corrente definida pela Equação 12.2 é uma grandeza escalar. Entretanto, usualmente representamos a corrente elétrica por um seta, que representa o movimento das cargas. A soma de duas correntes é feita de forma escalar apenas somando-se os valores.

A Lei de Kirchhoff das correntes

Vamos imaginar que uma corrente de i_0 passa por um condutor, conforme indica a **Figura 12.3.a**.

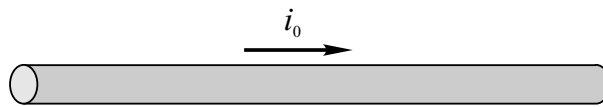
Observe agora a **Figura 12.3.b**. Nela podemos ver que o condutor original foi dividido, em um trecho, em dois condutores, que logo após se juntam novamente. O que ocorre com a corrente?

Uma vez que no trecho entre os pontos a e b não há nenhuma fonte de cargas, o fluxo de carga total do circuito deve ser constante. O fluxo que entra é calculado por:

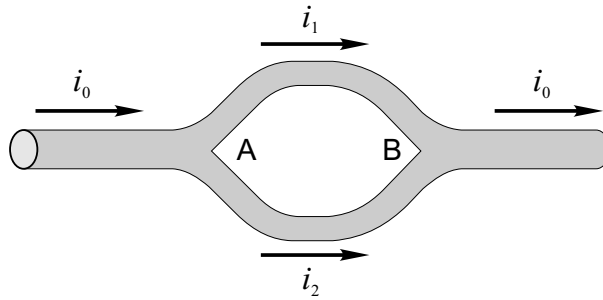
$$i_0 = \frac{dq_0}{dt}.$$

O fluxo, no trecho por onde passa a corrente i_1 , é dado por:

$$i_1 = \frac{dq_1}{dt}.$$



(a)



(b)

Figura 12.3: (a) Corrente em um condutor; (b) corrente dividida em um condutor.

No trecho onde a corrente é i_2 , temos:

$$i_2 = \frac{dq_2}{dt}.$$

No ponto A da **Figura 12.3.b**, uma vez que não há criação nem destruição de cargas, teremos:

$$\frac{dq_0}{dt} = \frac{dq_1}{dt} + \frac{dq_2}{dt},$$

ou seja:

$$i_0 = i_1 + i_2. \quad (12.3)$$

No ponto B da **Figura 12.3.b**, as correntes i_1 e i_2 se encontram, e teremos novamente a composição da corrente i_0 :

$$i_1 + i_2 = i_0$$

A Equação 12.3 é conhecida como Lei de Kirchhoff das correntes. Ela nos diz:

A soma total das correntes que entram em um ponto de um circuito é igual à soma total das correntes que saem do mesmo ponto no circuito.

Exemplo 12.1 Corrente em um circuito simples

Observe a **Figura 12.4**. De que forma as correntes indicadas no circuito estão relacionadas?

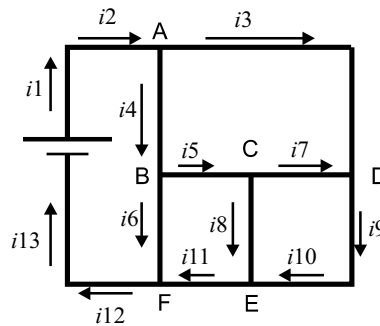


Figura 12.4: Exemplo 12.1. Circuito elétrico com diversas correntes.

As correntes i_1 e i_2 são iguais, ou seja, $i_1 = i_2$, pois não há nenhum ponto de divisão da corrente.

No ponto A, a corrente i_2 se divide em duas, e podemos escrever:

$$i_2 = i_3 + i_4.$$

No ponto B, ocorre outra divisão, e temos:

$$i_4 = i_5 + i_6.$$

No ponto C, a corrente i_5 se divide, e temos:

$$i_5 = i_7 + i_8.$$

No ponto D, as correntes i_3 e i_7 se juntam e, portanto:

$$i_9 = i_3 + i_7.$$

As correntes i_9 e i_{10} são a mesma.

No ponto E, as correntes i_8 e i_9 se juntam, e temos:

$$i_{11} = i_8 + i_{10}.$$

No ponto F, temos:

$$i_{12} = i_6 + i_1.$$

Exercício 12.2

Calcule o valor da corrente i_1 no circuito da **Figura 12.5**.

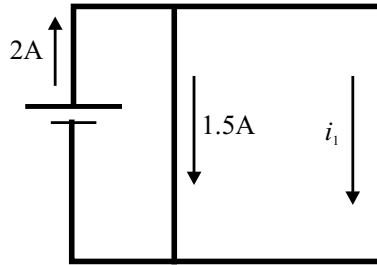


Figura 12.5: Exercício 12.2.

O sentido da corrente

Até aqui, vimos que a corrente é o movimento de cargas. Mas, como vimos na Aula 1 do Módulo 1 deste curso, há cargas positivas e cargas negativas. A corrente é o movimento de que cargas?

Em geral, na grande maioria dos materiais condutores, os portadores de carga, ou seja, aqueles que podem se mover para gerar uma corrente, são os elétrons, que possuem carga negativa. Observe agora as setas desenhadas nas **Figuras 12.4 e 12.5**. Elas indicam cargas que se movem do pólo positivo da bateria para o pólo negativo. O movimento dos elétrons se dá justamente no sentido contrário. O campo elétrico imposto pela bateria faz com que os elétrons se movam do pólo negativo para o positivo. Entretanto, adota-se, por convenção, a seta de corrente desenhada no sentido do qual se moveriam os portadores de carga positiva, mesmo que os portadores reais sejam os elétrons e que estes se movam no sentido contrário.

Densidade de corrente

Algumas vezes, não estamos interessados em conhecer o valor da corrente em um determinado condutor, mas sim o valor do fluxo de cargas através de uma seção transversal em algum ponto do condutor. O fluxo pode ser descrito através de uma quantidade conhecida como densidade de corrente, denotada pelo símbolo \vec{J} .

A densidade de corrente \vec{J} é uma grandeza vetorial, que tem dimensão de corrente por unidade de área. Isso significa que, dado um elemento de área de seção transversal, a intensidade da densidade de corrente J é igual à intensidade da densidade de corrente por unidade de área atravessando esse elemento.

Em geral, teremos:

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}, \quad (12.4)$$

onde $d\vec{A}$ é o vetor área do elemento de seção transversal, perpendicular ao elemento.

Se a corrente for uniforme pela seção transversal e paralela a $d\vec{A}$, \vec{J} será também uniforme e paralelo a $d\vec{A}$. Dessa forma, a Equação 12.4 pode ser expressa da forma:

$$i = \int J dA = J \int dA = J A,$$

e, portanto

$$J = \frac{i}{A}, \quad (12.5)$$

onde A é a área total da superfície.

Da Equação 12.5, podemos ver que a unidade para a densidade de corrente no SI é o A/m^2 .

Exemplo 12.2 Densidade de corrente em fio cilíndrico

A densidade de corrente em um fio cilíndrico de raio R é uniforme em uma seção reta transversal e tem intensidade J .

(a) Qual é o valor da corrente total que passa pelo fio?

Se a densidade de corrente é uniforme e tem intensidade J , então:

$$i = J A.$$

O fio tem raio R e, portanto, área de seção transversal dada por:

$$A = \pi R^2.$$

Logo, a corrente total é:

$$i = J \pi R^2.$$

(b) Qual é a intensidade da corrente que passa em uma porção externa do fio, compreendida entre as distâncias radiais $R/2$ e R ?

A área compreendida entre essas distâncias é dada por:

$$A' = \pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{2} \right)^2 = \pi \left(\frac{3R^2}{4} \right).$$

A corrente por essa área de seção será dada por:

$$i = J \left(\frac{3R^2}{4} \right).$$

Exercício 12.3

A densidade de corrente que passa por um fio cilíndrico de raio R é dada por $J = ar^2$, onde r é a distância radial. Use a Equação 12.4 e calcule a intensidade de corrente que passa pela área compreendida entre as distâncias radiais $R/2$ e R .

Velocidade de deriva

Mostramos que, quando um condutor não está submetido a um campo elétrico, os elétrons estão em movimento aleatório, com velocidades que podem alcançar algumas centenas de milhares de 10^{-6} m/s. Também vimos que, quando se aplica um campo elétrico, os elétrons passam a se mover em uma determinada direção imposta pelo campo elétrico aplicado. Qual é a velocidade desses elétrons?

O campo elétrico aplicado ao condutor impõe uma velocidade conhecida como velocidade de deriva às cargas livres. Você já viu este conceito na Aula 5 do Módulo 4 do curso Introdução às Ciências Físicas.

Vamos imaginar um pequeno pedaço de fio de comprimento L , submetido a um campo elétrico \vec{E} , por onde passa uma corrente elétrica i de densidade \vec{J} . Veja a **Figura 12.6**:

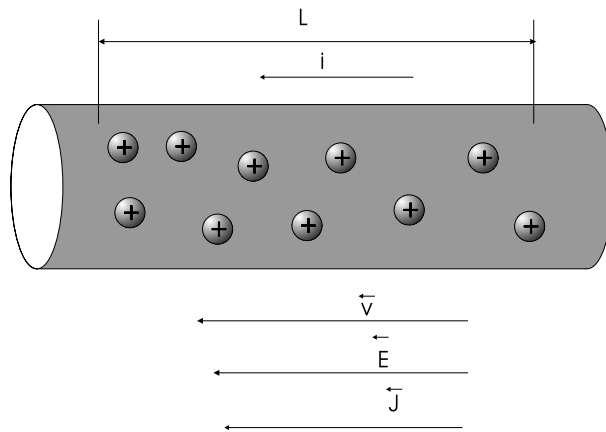


Figura 12.6: Cargas se movendo com velocidade de deriva \vec{v} na direção do campo elétrico \vec{E} .

Como podemos relacionar a velocidade de deriva \vec{v}_d com a densidade de corrente \vec{J} dos elétrons na corrente i ?

Se todas as cargas na corrente i se movem com a mesma velocidade \vec{v}_d , e a densidade de corrente \vec{J} é uniforme em toda a área de seção transversal A do fio, então, o número de portadores, em um comprimento do fio, é dado por:

$$nAL,$$

onde n é o número de portadores de carga por unidade de volume. A carga total dos portadores, no comprimento L , pode ser calculada por:

$$q = (nAL)e.$$

Como todas as cargas se movem com a mesma velocidade, o tempo que a carga total leva para atravessar uma seção transversal do fio é dado por:

$$t = \frac{L}{v_d}.$$

A corrente i é a carga por unidade de tempo que atravessa uma seção transversal de área:

$$i = \frac{q}{t} = \frac{nALe}{\frac{L}{v_d}},$$

ou seja, a velocidade de deriva é dada por:

$$v_d = \frac{i}{nAe} = \frac{J}{ne}.$$

Vetorialmente, teremos:

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d. \quad (12.6)$$

Resumo

A corrente elétrica é definida como o fluxo total de cargas elétricas atravessando uma seção transversal de um condutor. O movimento aleatório de cargas não gera uma corrente total. A presença de um campo elétrico direciona o movimento das cargas. A corrente elétrica convencional tem o sentido contrário ao do movimento dos elétrons. A densidade de corrente é uma grandeza vetorial.

Informações sobre a próxima aula

Na próxima aula, você aprenderá como pode ser feita uma medida de corrente elétrica e verá que podemos estabelecer uma relação bastante simples entre corrente elétrica e tensão elétrica usando a Lei de Ohm.

Leituras complementares

Sugerimos a leitura de alguns livros que também tratam de tópicos abordados nesta aula. Você pode consultar, como material complementar:

HALLIDAY, David.; RESNICK, Robert.; WALKER, E. Jearl.

Física. v.3: eletromagnetismo. 6.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000. Cap. 27, Seções 27.1 a 27.3.

NUSSENZVEIG, H. Moysés. *Curso de Física Básica*. São Paulo: Edgard Blücher, v.:3: eletromagnetismo, 1997.

Atividades Finais

Problema 12.1 Explique o que é uma corrente elétrica usando o conceito de carga e de tempo.

Problema 12.2 Explique o que é densidade de corrente elétrica.

Problema 12.3 A **Figura 12.7** representa a seção reta de três condutores com geometrias diferentes. Suponha que todos tenham o mesmo comprimento e que por cada um deles passe uma corrente de $1A$. Enumere os objetos em ordem crescente de densidade de corrente.

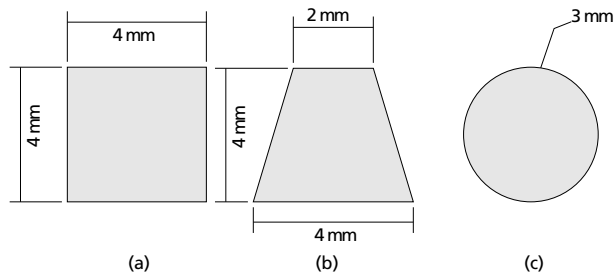


Figura 12.7: Problema 12.3.

Problema 12.4 Considere novamente a **Figura 12.7**. Suponha que os condutores tenham novamente o mesmo comprimento, mas que por eles circulem correntes diferentes, de tal forma que a densidade de corrente seja a mesma em todos eles e valha $1A/m^2$. Calcule a corrente total que passa por cada condutor.

Problema 12.5 Observe a **Figura 12.8**. Assuma que existe um mecanismo que imponha as correntes indicadas. Calcule os valores das correntes i_1 , i_2 , i_3 , i_4 e i_5 .

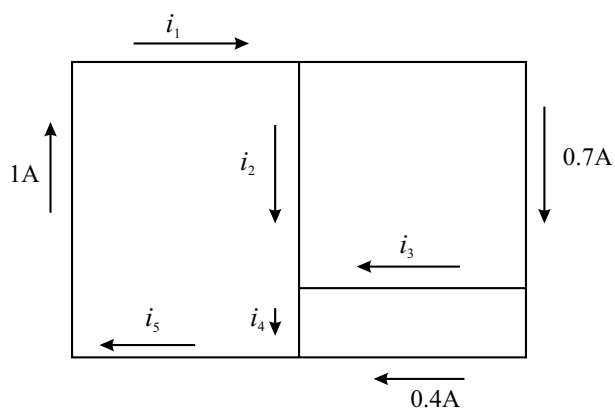


Figura 12.8: Problema 12.5.

Problema 12.6 Um determinado material foi usado para construir um fio de seção quadrada com 1mm de lado. Esse fio pode suportar correntes de até 10A. O fabricante deseja construir um fio de seção circular com o mesmo material, que suporte a mesma corrente. Qual deve ser o diâmetro da seção circular do novo fio?

Aula 13 – A Lei de Ohm

Metas da aula

Introduzir os conceitos de resistência elétrica e resistividade; apresentar a Lei de Ohm.

Objetivos

Ao final desta aula, você deverá ser capaz de:

- Explicar o que é a Lei de Ohm.
- Explicar o que é resistência elétrica e resistividade.
- Aplicar a Lei de Ohm em circuitos simples com resistores.

Pré-requisitos

Esta aula requer que você esteja familiarizado com os conceitos de potencial elétrico e corrente elétrica. Revise os assuntos estudados na Aula 6 a 8 do Módulo 1 e a Aula 12 do Módulo 2 deste curso.

Introdução

Já vimos em aulas anteriores, que a aplicação de uma diferença de potencial entre dois pontos faz surgir uma corrente elétrica. Na Aula 5 do Módulo 4 do curso Introdução às Ciências Físicas, você realizou diversos experimentos em que a corrente e a tensão de alguns dispositivos foram medidas e analisadas. O que se observa, em geral, é que, para uma mesma diferença de potencial, diferentes correntes elétricas se desenvolvem para diferentes elementos do circuito. Também podemos observar que, numa montagem simples, embora a corrente que atravessasse os dispositivos e elementos seja a mesma, a diferença de potencial elétrico desenvolvida nos terminais dos elementos pode ser diferente.

A observação de correntes e tensões nos circuitos nos leva a uma conclusão importante: correntes e tensões estão relacionadas entre si. As questões simples que surgem são:

- Como as correntes e tensões estão relacionadas?
- Existe uma relação simples?
- De que forma essas grandezas e suas relações afetam nossas vidas?

Resistência e Resistividade

Na Aula 9 do Módulo 1 deste curso, vimos que um condutor, por ter cargas livres, pode conduzir corrente elétrica facilmente. De fato, a corrente elétrica que passa em dois cilindros de geometria idêntica, um condutor de cobre e outro isolante (ou dielétrico) de vidro, submetidos à mesma diferença de potencial, é muito diferente. Veja a **Figura 13.1**. O aparelho indicado na figura, que mede a corrente, é um amperímetro, e vamos detalhar seu funcionamento ainda nesta aula. Por enquanto, o que nos interessa é a relação entre os valores da tensão V e da corrente I .

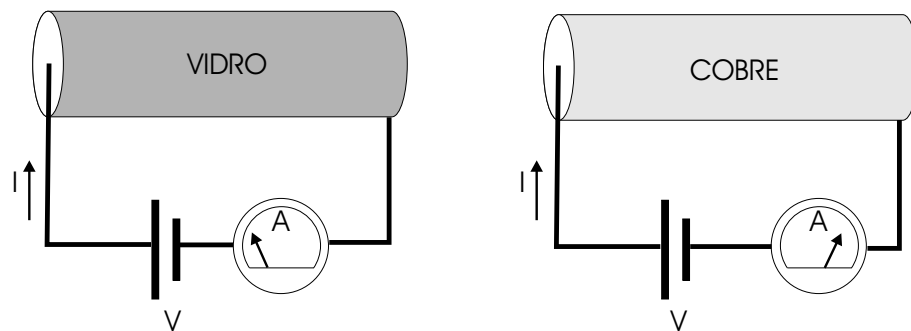


Figura 13.1: Diferentes materiais conduzem diferentes correntes quando submetidos à mesma diferença de potencial.

Nesse caso, isso era esperado, uma vez que o cobre é um condutor e o vidro, um dielétrico. Mas o que ocorre quando submetemos dois condutores, geometricamente idênticos, ao mesmo potencial? Veja a **Figura 13.2**.

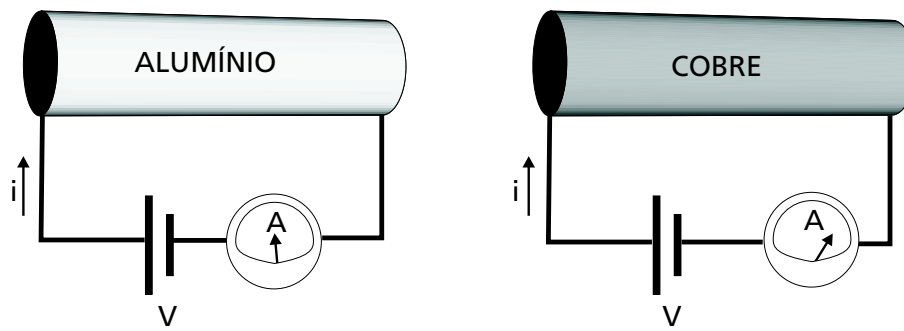


Figura 13.2: Diferentes materiais conduzem diferentes correntes quando submetidos à mesma diferença de potencial.

Note, na **Figura 13.2**, que os amperímetros indicam correntes ligeiramente diferentes, embora os condutores tenham a mesma geometria.

Para um condutor, podemos escrever uma relação entre a tensão nos seus terminais e a corrente que passa por ele. Em geral, teremos

$$V \propto i,$$

ou ainda

$$V = ki,$$

onde k é uma constante de proporcionalidade. Esta constante é conhecida como resistência elétrica e em geral denotada pela letra R . Podemos escrever a relação entre tensão e corrente como sendo

$$V = Ri, \quad (13.1)$$

A definição de resistência elétrica é, portanto:

$$R = \frac{V}{i}. \quad (13.2)$$

Georg Simon Ohm, físico alemão nascido em Erlagen, Alemanha, estudou em uma Universidade em sua cidade natal. Em 1817, tornou-se professor de Matemática no colégio Jesuíta em Colônia. Em 1852, tornou-se professor de Física Experimental na Universidade de Munique, onde faleceu logo depois.

No Sistema Internacional, a unidade para a resistência é o volt por ampère. Por ser uma unidade muito utilizada, ela ganha um nome especial, o ohm, em homenagem a **Georg Simon Ohm** (1789-1854). Ohm ficou bem conhecido pela lei que leva seu nome, Lei de Ohm, que veremos a seguir. Desenvolveu uma série de outros trabalhos, sendo um dos mais importantes foi seu panfleto publicado em Berlim, em 1827, intitulado *Die galvanische Kette mathematisch bearbeitet*. (A corrente galvânica aplicada matematicamente). A palavra *Kette* em alemão significa “corrente de elos”. Este trabalho teve uma importante influência no desenvolvimento de teorias e aplicações de correntes elétricas. A unidade ohm é denotada pelo símbolo Ω .

$$1 \text{ ohm} = 1\Omega = 1 \text{ volt por ampère} = 1\text{V/A}.$$

A Equação 13.1 pode ser reescrita para a corrente, e obtemos:

$$i = \frac{V}{R}. \quad (13.3)$$

Observe a Equação 13.3. Quanto maior for o valor de R para uma mesma tensão V , teremos correntes cada vez menores. Isso significa que condutores que possuem maior valor de R oferecem maior resistência à passagem de corrente. Por isso, o nome resistência elétrica.

Note que um elemento que oferece resistência à passagem de corrente elétrica não é necessariamente resistente a correntes elétricas, e vice-versa. A resistência elétrica diz respeito à dificuldade ou à facilidade que o fluxo de elétrons tem ao passar pelo elemento, e não ao fato de resistir à passagem de corrente. Um fio condutor, por exemplo de cobre, possui baixa resistência à passagem de corrente, mas pode suportar uma corrente muito grande sem ser destruído fisicamente.

Exercício 13.1

Um determinado condutor foi submetido a uma diferença de potencial que foi variada durante um experimento. Para cada valor da tensão V nos terminais do condutor, foi medida a corrente i que passava por ele. Os valores foram anotados na **Tabela 13.1**.

Tabela 13.1: Medidas de voltagem e corrente em um dispositivo

voltagem (V)	corrente (A)	resistência (Ω)
1.0	0.5	
2.0	1.0	
3.0	1.5	
4.0	2.0	
5.0	2.5	

Determine os valores da resistência para cada par tensão-corrente listados na **Tabela 13.1**.

Observe novamente a **Figura 13.2**. Apesar de os dois condutores terem exatamente a mesma geometria e de estarem submetidos à mesma tensão V , a leitura de corrente é diferente. Esse fato sugere que existe alguma diferença. Qual é o fenômeno físico responsável por essa diferença?

Para responder a essa questão, devemos ser capazes de entender o que ocorre a nível atômico. Por que os materiais exibem resistência à passagem de corrente?

A corrente é, conforme vimos na Aula 12 deste módulo, o fluxo de cargas através do condutor. Mas o condutor é composto de átomos que podem estar em arranjos regulares ou não. Em meio a esse arranjo de átomos, pode haver impurezas. Além disso, os átomos estão vibrando e a temperatura do material é uma manifestação dessa vibração. Quando as cargas tentam se movimentar pelo arranjo atômico, sofrem colisões e processos de espalhamento, acabam atrapalhando o movimento regular e contínuo. É esse processo de espalhamento que é responsável pela resistência. Mas a quantidade física que está relacionada ao fluxo de cargas, e, portanto, à densidade de corrente é a resistividade. A resistividade é uma característica de cada material. Portanto, dois materiais com exatamente a mesma geometria, possuem resistências diferentes. A resistividade é em geral denotada pela letra ρ .

Assim como a resistência se relaciona com a tensão e a corrente, a resistividade se relaciona com a densidade de corrente e com o campo elétrico no material da seguinte forma:

$$\vec{E} = \rho \vec{J}. \quad (13.4)$$

Na verdade, mesmo dois pedaços do mesmo material, com a mesma geometria, podem ter resistências diferentes devido à presença de impurezas, defeitos estruturais e tensões mecânicas.

A Equação 13.4 é válida somente para materiais isotrópicos, ou seja, em materiais em que as propriedades elétricas não dependem da direção.

Observando a Equação 13.4, podemos determinar a unidade de ρ :

$$\frac{E}{J} = \rho ,$$

portanto,

$$\text{unidade de } \rho = \frac{\text{unidade de } E}{\text{unidade de } J} = \frac{\text{V/m}}{\text{A/m}^2} = \frac{\text{V}}{\text{A}}\text{m} = \Omega\text{m}.$$

A resistividade de alguns materiais é listada na **Tabela 13.2**.

Tabela 13.2: Valores da resistividade elétrica para alguns materiais

Material	resistividade elétrica ($\Omega \text{ m}$)
Prata	$16,2 \times 10^{-9}$
Cobre	$16,9 \times 10^{-9}$
Alumínio	$27,5 \times 10^{-9}$
Tungstênio	$52,5 \times 10^{-9}$
Ferro	$98,6 \times 10^{-9}$
Platina	106×10^{-9}
Manganina	$48,2 \times 10^{-9}$

Em diversas situações usa-se uma outra quantidade, chamada de condutividade elétrica, denotada pelo símbolo σ . A condutividade se relaciona com a resistividade da seguinte forma:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}.$$

A unidade de σ , no Sistema Internacional é o $(\Omega\text{m})^{-1}$.

A condutividade se relaciona com o campo elétrico e a densidade de corrente da seguinte forma:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}.$$

Existe alguma relação entre a resistividade e a resistência?

Experimentalmente, se observa que quando dois cilindros de cobre, de raios R_1 e R_2 , com $R_1 > R_2$ são submetidos à mesma tensão V , a corrente que passa por eles é diferente. Veja a **Figura 13.3**:

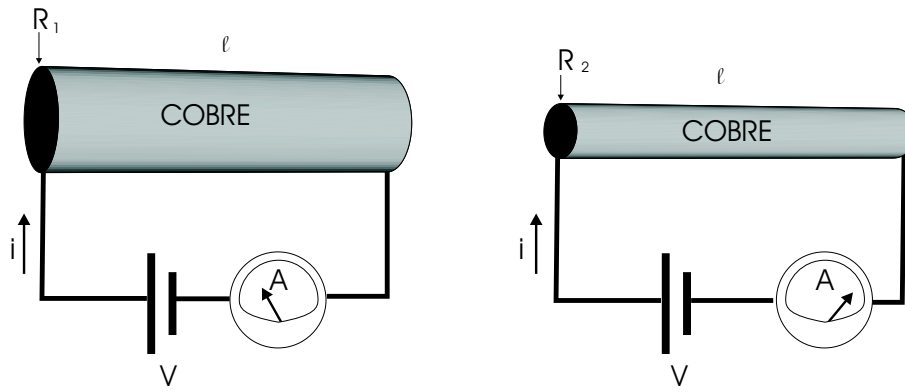


Figura 13.3: O mesmo material com geometrias diferentes conduz intensidades diferentes de corrente.

Quanto menor é a área de seção A , maior é a resistência.

Isso sugere que existe uma relação geométrica entre a resistência e a resistividade. Experimentalmente, observa-se que o comprimento também afeta o valor de resistência. Quando maior é o comprimento ℓ , maior é a resistência. Assim, podemos escrever:

$$R \propto \frac{\ell}{A}.$$

De fato, usando as definições de campo elétrico e densidade de corrente podemos escrever:

$$E = \frac{V}{\ell}$$

e

$$J = \frac{i}{A}.$$

Usando a Equação 13.4 teremos:

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/\ell}{i/A},$$

mas

$$\frac{V}{i} = R,$$

portanto,

$$R = \rho \frac{\ell}{A}. \quad (13.5)$$

Exemplo 13.1 Resistência de diferentes materiais

Dois cilindros de raio 1 mm e comprimento 10 cm são confeccionados com diferentes materiais. O primeiro é feito em cobre, e o segundo, em alumínio. Qual é o valor da resistência em ambos?

A resistência pode ser calculada diretamente da Equação 13.5.

$$R = \rho \frac{\ell}{A}.$$

Da **Tabela 13.2** tomamos o valor da resistividade do cobre e do alumínio.

$$R_{Al} = 27,5 \times 10^{-9} \frac{10 \times 10^{-2} \text{m}}{\pi \times 10^{-3} \text{m}^2}$$

$$R_{Al} = 0,875 \times 10^{-6} \Omega$$

Para o cobre, teremos:

$$R_{Cu} = 16,9 \times 10^{-9} \frac{10 \times 10^{-2} \text{m}}{\pi \times 10^{-3} \text{m}^2}$$

$$R_{Cu} = 0,537 \times 10^{-6} \Omega$$

A Lei de Ohm

Determinados materiais apresentam uma característica resistiva interessante: a uma temperatura constante, o valor da resistência não se altera com a tensão ou com a corrente.

Georg Simon Ohm estudou esse comportamento nos materiais e chegou a uma conclusão que, nesses materiais, a razão entre a diferença de potencial nos terminais e a corrente era sempre constante. Observe novamente a **Tabela 13.1**. Mas qual é a importância fundamental disso? Ela reside no fato de que, quando um material se comporta dessa forma, é possível prever o valor de uma propriedade conhecendo o valor de outras duas. Segundo Ohm, podemos escrever:

$$R = \frac{V}{i}. \quad (13.6)$$

Esta é a Lei de Ohm, é apenas mais uma forma de escrever a Equação 13.1.

Outra observação importante feita por Ohm é que, nos dispositivos que seguem a Lei de Ohm, o valor da resistência não depende do sentido da corrente ou do sentido da diferença de potencial.

Exemplo 13.2 Mostre que a Lei de Ohm, dada pela Equação 13.6, pode ser escrita na forma:

$$\vec{E} = \rho \vec{J}.$$

A Lei de Ohm é muito bem comprovada experimentalmente. Materiais que seguem a Lei de Ohm são conhecidos como materiais ôhmicos, ou de comportamento ôhmico. Os resistores, muito usados em eletrônica, são feitos de um material que possui comportamento ôhmico. Os resistores são, em geral, representados em circuitos elétricos pelos símbolos mostrados na **Figura 13.4**.



Figura 13.4: Símbolos usados para resistores em circuitos elétricos.

Mas, assim como há materiais que seguem a Lei de Ohm, existem outros que não o fazem. As razões para que determinados materiais sigam ou não a Lei de Ohm estão no comportamento microscópico dos portadores de carga, conforme já mencionamos nesta aula.

Note que a Lei de Ohm é válida mesmo se ρ depende da temperatura, ou seja, se $\rho = \rho(T)$. Quando a temperatura do material varia, o processo de condução de cargas é alterado, e, portanto, a resistividade ρ se altera. Mas, para uma temperatura fixa, a Lei de Ohm é válida.

Exemplo 13.3 Circuito simples com resistor e fonte

Como a Lei de Ohm pode nos ajudar a prever o comportamento de circuitos simples?

O circuito mais simples que podemos imaginar é composto de um resistor acoplado a uma bateria. Veja a **Figura 13.5**.

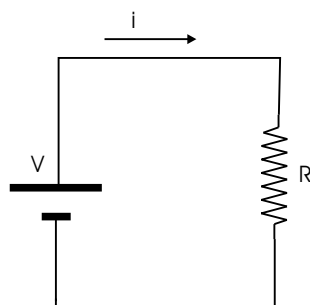


Figura 13.5: circuito simples com um resistor de valor R e uma bateria que fornece uma tensão V .

Vamos supor que $R = 100\ \Omega$ e $V = 10V$. Qual é o valor de i ?

Aplicando a Lei de Ohm, teremos:

$$i = \frac{V}{R} = \frac{10V}{100\Omega} = 0,1A = 100mA.$$

Potência em circuitos elétricos

Quando estamos com um fluxo de corrente através de um condutor, ocorre transporte de carga. Mas se há transporte de carga através de uma diferença de potencial V , há fornecimento de energia. Considerando um elemento de carga dq , a energia fornecida pela bateria de um circuito é dqV . Para que exista um fluxo contínuo de carga, ou seja, uma corrente $i = dq/dt$, é preciso fornecer uma energia dada por:

$$dW = dqV = (idt)V. \quad (13.7)$$

A energia por unidade de tempo é dada, então, por:

$$\frac{dW}{dt} = iV = P, \quad (13.8)$$

o que corresponde à potência (energia por unidade de tempo).

A unidade de potência no Sistema Internacional é o volt-ampère, ou VA.

$$1VA = 1 \left(\frac{J}{C} \right) 1 \left(\frac{C}{s} \right) = 1 \frac{J}{s} = 1W.$$

Podemos escrever a potência em termos da voltagem da corrente e da resistência.

$$P = R i^2 = \frac{V^2}{R} \quad (13.9)$$

Em um elemento resistivo esta potência é transformada em energia térmica, em um efeito conhecido como efeito Joule.

Note que a potência escrita na forma da Equação 13.8 pode ser aplicada a transferências de energia elétrica de qualquer forma. Já as expressões na Equação 13.9 somente se aplicam a transferências de energia elétrica para energia térmica em dispositivos resistivos.

Exemplo 13.4 Lâmpadas incandescentes, chuveiro elétrico e ferro de passar roupas são exemplos de aparelhos que funcionam basicamente por ação de uma resistência elétrica submetida a uma diferença de potencial. Embora eles sejam conectados a uma rede de corrente alternada, podemos estimar a corrente que cada um consome imaginando que a rede elétrica que chega a nossas casas tem uma tensão que equivale a uma bateria da ordem de 127V. Calcule a corrente que atravessa cada equipamento, supondo as seguintes potências:

- Lâmpada comum : 60W.
- Chuveiro elétrico : 4.000W.
- Ferro de passar roupas : 2.000W.

Informações sobre a próxima aula

Na próxima aula estudaremos circuitos elétricos compostos por diversos resistores e veremos como se comporta um circuito com capacitores e resistores.

Leituras complementares

Sugerimos a leitura de alguns livros que também tratam de tópicos abordados nesta aula. Você pode consultar como material complementar:

HALLIDAY, David.; RESNICK, Robert.; WALKER, E. Jearl.

Física. v.3: eletromagnetismo. 6.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000. Cap. 27, Seções 27.4 a 27.7.

NUSSENZVEIG, H. Moysés. *Curso de Física Básica*. São Paulo: Edgard Blücher, v.:3: eletromagnetismo, 1997. Cap. 6, Seções 6.3, 6.4, 6.7 e 6.8.

Atividades Finais

Problema 13.1 A Figura 13.6 mostra as seções transversais de alguns fios feitos do mesmo material e de mesmo comprimento. Ordene os fios de acordo com suas resistências: da maior para a menor.

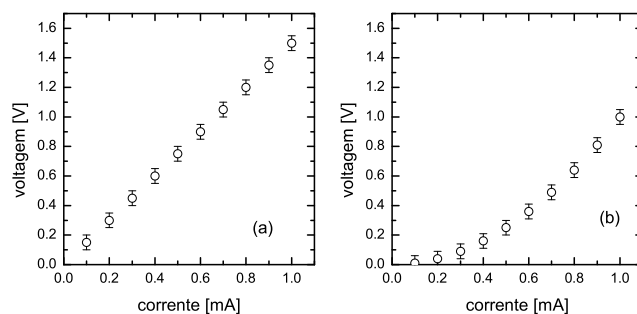


Figura 13.6: Problema 13.1.

Problema 13.2 Um fio condutor possui diâmetro de 1mm, comprimento de 1m e resistência de aproximadamente $21,4\text{m}\Omega$. Qual é o valor da resistividade do material?

Problema 13.3 Você vai calcular o valor da resistência de um elemento resistivo de um chuveiro elétrico. Queremos que tenha uma potência de 4kW , para o inverno, e de 3kW , para o verão. O chuveiro será alimentado com uma tensão de 127V . O elemento resistivo terá um comprimento grande e, portanto, será colocado na forma de espiral. Imagine o resistor como uma espiral de 1cm de diâmetro por 5cm de comprimento, e suponhamos que teremos 40 espiras. O fio tem, quando quente, uma resistividade $\rho = 10^{-5}\Omega/\text{cm}$.

(a) Determine o diâmetro que deve ter o fio.

- (b) Calcule a fração de comprimento onde poremos um contato para inverno. Observe a **Figura 13.7**, que mostra a rede em 1 e 3 para o verão e em 2 e 3 para o inverno.

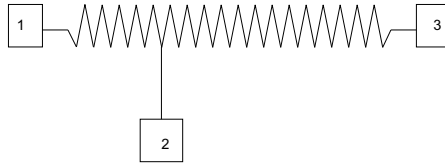


Figura 13.7: Circuito para chuveiro elétrico.

Problema 13.4 Imagine dois chuveiros, um para $127V$ e outro para $210V$, ambos com a mesma potência. Desde o quadro principal de energia elétrica de uma casa até o chuveiro, há $20m$ de fio. O cobre tem uma resistividade de $\rho = 17 \times 10^{-11} \Omega m$ à temperatura ambiente. Com o chuveiro ligado, o material esquenta, e sua resistividade passa a valer $\rho = 17 \times 10^{-10} \Omega m$.

- Que diâmetro o fio de cobre deve ter para não perder mais que 5% da potência nominal do chuveiro nos fios?
- Qual a massa de fio de cobre nos dois casos? (A densidade do cobre vale $8g/cm^3$).
- Qual a potência, nos dois casos, entregue à água?
- Qual a relação entre essas massas? (Pense que você paga o fio de cobre por kg).

Problema 13.5 No **Problema 13.4**, você calculou o diâmetro dos fios de cobre de alimentação do chuveiro para que se percam $200W$ (5%) da potência nominal do chuveiro nos fios. O resultado foi que, da potência total consumida, há um desperdício de $200/3600 = 5,5\%$. Refaça os cálculos para obter R_{cu} e para que esse último número seja 5% mesmo.

Problema 13.6 Calcule o valor da corrente e da diferença de potencial em cada um dos resistores do circuito da **Figura 13.8**. Qual é o valor da corrente total i ?

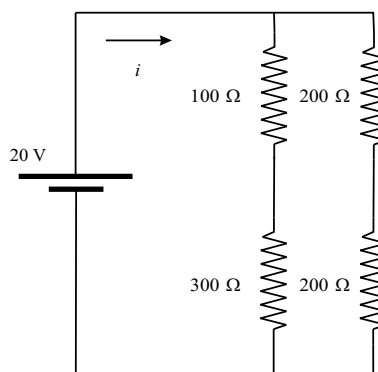


Figura 13.8: Problema 13.6.

Problema 13.7 No circuito da **Figura 13.9**, qual deve ser o valor de R para que a corrente total seja $i = 100\text{ mA}$?

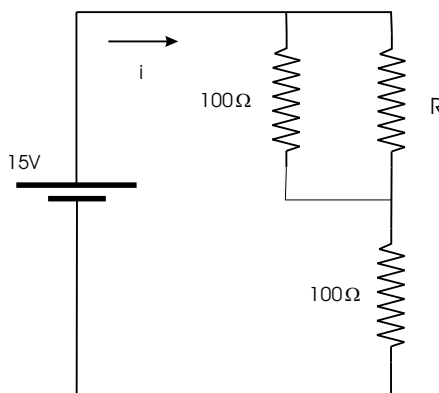


Figura 13.9: Problema 13.7.

Resumo

A resistência é uma propriedade de um objeto e depende da geometria. A resistividade é uma propriedade de um material e depende dos processos de espalhamento dos elétrons de condução. A Lei de Ohm afirma que a corrente através de um dispositivo é sempre diretamente proporcional à diferença de potencial aplicada ao dispositivo. A Lei de Ohm é expressa pela relação:

$$V = Ri.$$

Um dispositivo condutor obedece à Lei de Ohm quando a resistência do dispositivo independe da intensidade e da polaridade da diferença de potencial aplicada.

A potência elétrica transferida é calculada pela expressão:

$$P = Vi.$$

A potência elétrica transformada em calor, em dispositivos resistivos, pode ser expressa por:

$$P = Ri^2 = \frac{V^2}{R}.$$

Aula 14 – Circuitos elétricos

Meta da aula

Estudar a aplicação da Lei de Ohm em circuitos elétricos compostos de resistores e capacitores.

Objetivos

No final desta aula, você deve ser capaz de descrever o comportamento de:

- Circuitos elétricos compostos de resistores.
- Capacitores inseridos em circuitos elétricos.
- Circuitos compostos por resistores e capacitores.

Pré-requisitos

Esta aula requer que você esteja familiarizado com os conceitos de resistência, capacitância, potencial elétrico e corrente elétrica. É fundamental conhecer bem a Lei de Ohm. Revise os assuntos estudados na Aula 9 do Módulo 1 e nas Aulas 12 e 13 do Módulo 2 deste curso.

Introdução

Vimos, na Aula 13 deste módulo, que podemos analisar um circuito elétrico simples, considerando a Lei de Ohm e aplicando esta lei nos diversos componentes do circuito. Fizemos isso para circuitos bem simples, compostos de apenas dois resistores e uma bateria.

Estudaremos agora um pouco mais a fundo o que ocorre nos circuitos elétricos.

Pilhas, baterias e fontes de alimentação

Quando fizemos a análise simples dos circuitos, na Aula 13, estudamos os elementos resistivos, mas não demos muita atenção à bateria, a fonte da diferença de potencial V .

A corrente que passa por um circuito, mais especificamente por uma diferença de potencial, gera, como vimos, uma energia por unidade de tempo igual a Vi . Esta energia pode ser utilizada para aquecer água, como nos chuveiros elétricos, para iluminar, como nas lâmpadas; e para aquecer, como nos ferros de passar roupa. Se você parar para observar ao seu redor, verá que a quantidade de equipamentos que utilizam energia elétrica é muito grande. Nosso mundo está repleto deles.

Você já pensou de onde vem esta energia? Como é possível manter uma certa intensidade de corrente passando em um circuito?

Há diversos mecanismos que podem ser usados para realizar trabalho sobre cargas e gerar um diferença de potencial capaz de manter uma corrente estacionária em um circuito.

Historicamente, a primeira realização de um dispositivo destes foi feita por **Alessandro Volta**. Volta, em 1799 estava estudando o efeito de correntes elétricas na contração muscular de pernas de rãs, repetindo experimentos feitos anteriormente por **Galvani**.

Volta descobriu que quando dois discos de metais diferentes, como cobre e zinco, eram mergulhados em uma solução líquida salgada ou levemente ácida, surgia uma diferença de potencial entre o cobre e o zinco. Descobriu que isso também ocorria quando estavam os dois metais separados por um terceiro disco, de pano, levemente umedecido por um líquido ácido. Além disso, empilhando várias unidades destas, era possível amplificar a diferença de potencial. Volta chamou seu dispositivo de bateria colunar, mas se tornou conhecido como bateria de Volta, ou pilha voltaica. Esta foi a primeira bateria produzida. A **Figura 14.1** mostra uma destas baterias.



Figura 14.1: Primeira pilha voltaica.

Quando os terminais desta bateria eram conectados a um circuito contendo condutores ou dispositivos ôhmicos, aparecia uma corrente elétrica no circuito. Dentro da bateria, as reações químicas produzem a realização de trabalho sobre as cargas e o aparecimento da diferença de potencial.

Alessandro Volta (1745-1827), físico italiano nascido na cidade de Como, foi educado em escolas públicas. Em 1774, se tornou professor de Física da Escola Real, em Como. No ano seguinte, desenvolveu um aparelho capaz de produzir cargas eletrostáticas. Em 1779, tornou-se professor de Física na Universidade de Pávia, onde vinte anos depois, em 1799, desenvolveu a primeira pilha voltaica. A unidade elétrica conhecida como volt recebeu o nome em sua honra.

Luigi Galvani (1737-1798), foi anatomista italiano que estudou o movimento involuntário de pernas de rãs quando submetidas a descargas elétricas. Galvani concluiu que deveria existir uma espécie de eletricidade animal, hipótese contestada pelos estudos de Alessandro Volta.

Já vimos, na Aula 13, o que ocorre quando uma bateria é conectada a um dispositivo ôhmico, o resistor. Mas o que ocorre se conectarmos mais de um resistor? De que formas podemos conectar os resistores?

Circuitos de malhas simples com resistores associados em série

Os circuitos podem ser um pouco mais complexos que o circuito mostrado na **Figura 13.5** e conter mais de um elemento resistivo. O conjunto de elementos resistivos é chamado de malha. Veja a **Figura 14.2**; ela contém apenas uma malha simples, composta de dois resistores com valores de R_1 e R_2 , respectivamente, conectados a uma bateria que fornece uma diferença de potencial V . A conexão está feita de tal forma, que a corrente que passa por eles é a mesma. Esta configuração é conhecida como associação em série.

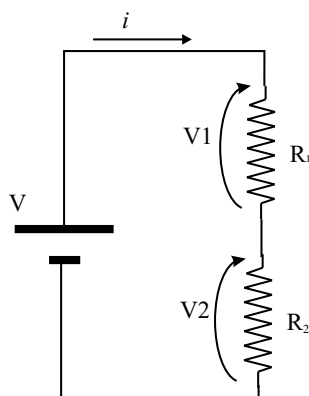


Figura 14.2: Circuito de malha simples com dois resistores de valor R_1 e R_2 e uma bateria que fornece uma tensão V .

Qual é o valor da corrente i ?

Olhando para o circuito vemos que a diferença de potencial V fornecida pela bateria está dividida pelos dois resistores. As tensões V_1 , V_2 e V estão relacionadas entre si por:

$$V = V_1 + V_2.$$

Em qualquer malha fechada, ou seja, uma malha em que os pontos final e inicial sejam o mesmo, a soma de todas as diferenças de potencial deve ser nula. Esta é conhecida como a Lei de Kirchhoff das voltagens.

O fluxo de carga pelos resistores é o mesmo, e a corrente i deve ser a mesma nos dois resistores. A Lei de Ohm, aplicada ao circuito como um todo, nos fornece:

$$R_{total} = \frac{V}{i} = \frac{V_1 + V_2}{i}$$

portanto,

$$R_{total} = \frac{V_1}{i} + \frac{V_2}{i} \quad (14.1)$$

Observe os termos da direita da Equação 14.1. Cada termo é a Lei de Ohm aplicada nos resistores individualmente:

$$R_1 = \frac{V_1}{i}$$
$$R_2 = \frac{V_2}{i}$$

Portanto,

$$R_{total} = R_1 + R_2.$$

Esta é a resistência total do circuito.

Note que, se substituíssemos as duas resistências do circuito por uma única resistência de valor $R_1 + R_2$, teríamos a mesma corrente circulando. Por isso o resultado da associação é chamado de resistência equivalente.

Para um caso mais geral, onde temos N resistores conectados em série, a resistência total equivalente será dada pela relação:

$$R_{total} = \sum_{i=1}^N R_i \quad (14.2)$$

Exemplo 14.1 Associação de dois resistores em série

Observe o circuito da **Figura 14.3**. Qual será o valor da corrente i ?

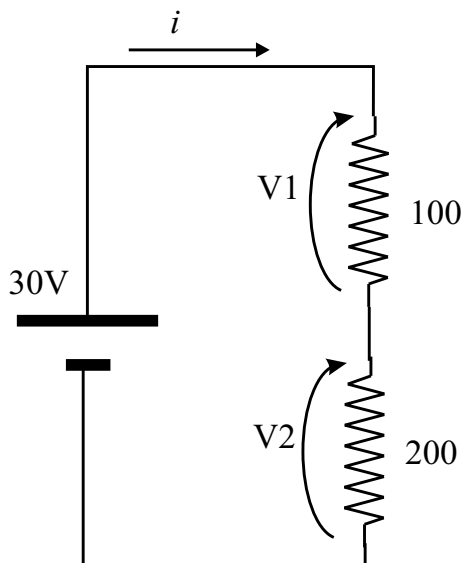


Figura 14.3: Dois resistores de valor 100Ω e 200Ω e uma bateria de tensão $30V$ conectados em série.

A resistência equivalente do circuito é dada por:

$$R_{total} = R_1 + R_2 = 100 + 200 = 300\Omega.$$

A corrente i é dada por:

$$i = \frac{V}{R_{total}} = \frac{30V}{300\Omega} = 0.1A.$$

Circuitos de malhas simples com resistores associados em paralelo

Um outro caso comum em circuitos é a associação em paralelo. Veja a **Figura 14.4**:

Neste caso, a corrente i que chega ao ponto A é dividida em duas correntes, i_1 e i_2 .

Lembra-se da Lei de Kirchhoff para correntes? Se não se lembrar, reveja a Aula 12 deste módulo, em especial o texto relacionado com a Equação 12.3.

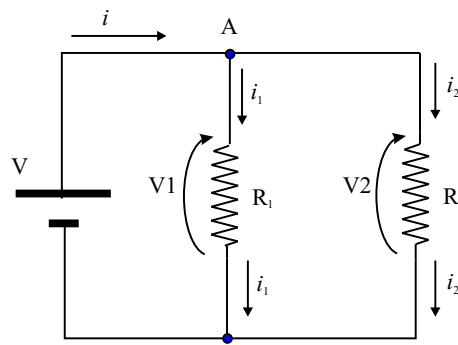


Figura 14.4: Circuito com dois resistores de valor R_1 e R_2 e uma bateria que fornece uma tensão V .

Como não há criação nem destruição de cargas no ponto A , podemos escrever:

$$i = i_1 + i_2.$$

As tensões V_1 , V_2 e V são exatamente as mesmas, pois todos os terminais estão conectados nas mesma diferença de potencial. A bateria impõe a diferença de potencial. Assim, a Lei de Ohm para o resistor R_1 é

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1}.$$

Para o resistor R_2

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2}.$$

A corrente total é, portanto,

$$i = i_1 + i_2 = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}.$$

Note agora que

$$R = \frac{V}{i} = \frac{V}{i_1 + i_2}. \quad (14.3)$$

Podemos, então, reescrever a Equação 14.3 como:

$$\frac{1}{R} = \frac{i_1 + i_2}{V},$$

ou seja,

$$\frac{1}{R} = \frac{i_1}{V} + \frac{i_2}{V}.$$

e, assim,

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \quad (14.4)$$

Para um caso mais geral, onde temos N resistores conectados em paralelo, a resistência total equivalente será dada pela relação:

$$\frac{1}{R_{total}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}. \quad (14.5)$$

Observe a Equação 14.5. Note que ela pode ser reescrita na seguinte forma:

$$R_{total} = \frac{\prod_{i=1}^N R_i}{\sum_{i=1}^N R_i} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot \dots \cdot R_N}{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N}. \quad (14.6)$$

Um resultado interessante é que a resistência equivalente em um circuito com associação de dois ou mais resistores em paralelo sempre será menor que o menor dos resistores na associação.

Exemplo 14.2 Associação de dois resistores em paralelo

Observe a **Figura 14.5**:

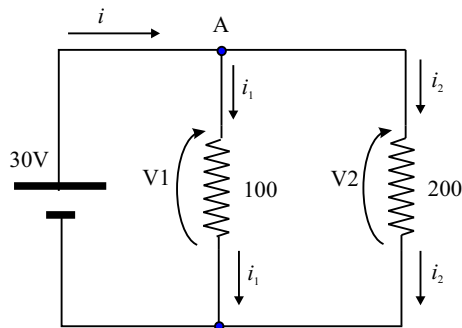


Figura 14.5: Dois resistores de valor 100Ω e 200Ω conectados em paralelo e a uma bateria de tensão $30V$.

Qual é o valor das correntes i , i_1 e i_2 ?

A corrente total pode ser calculada quando se conhece a resistência total. A resistência total pode ser determinada por:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{total}} &= \frac{1}{100} + \frac{1}{200} \\ R_{total} &= \frac{100 \cdot 200}{100 + 200} = 66.7. \end{aligned}$$

Observe que o valor da resistência total é menor que o menor valor de resistência da associação em paralelo.

A corrente total i pode agora ser calculada:

$$i = \frac{V}{R_{total}} = \frac{30}{66.7} = 0.45\text{A}.$$

Para determinar os valores de i_1 e i_2 podemos aplicar a Lei de Ohm em cada resistor independentemente:

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{30}{100} = 0.3\text{A}.$$

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{30}{200} = 0.15\text{A}.$$

Estes resultados estão de acordo, pois, realmente:

$$i_1 + i_2 = 0.3 + 0.15 = 0.45 = i.$$

Circuitos contendo capacitores e resistores

Não são só os resistores que podem ser conectados nos circuitos. Outros tipos de componentes também são muito usados, com finalidades diferentes. Vimos, nas aulas do Módulo 1, que existe um tipo de dispositivo capaz de armazenar cargas elétricas. São os capacitores. Como se comporta um circuito em que colocamos um capacitor?

Observe a **Figura 14.6**. Nela, há uma bateria que pode ser conectada a um capacitor por meio de uma chave elétrica.

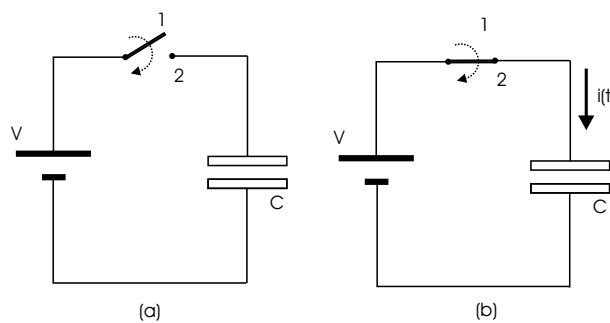


Figura 14.6: Capacitor sendo conectado a uma bateria.

Processo de carga do capacitor

Quando a chave está na posição 1, não há conexão entre a bateria e o capacitor. Vamos imaginar que a chave esteja desligada (**Figura 14.6.a**) e que no instante $t = t_0$, ligamos a chave colocada na posição 2 (**Figura 14.6.b**). Vamos imaginar também que a carga total armazenada no capacitor no instante t_0 seja nula, e, portanto, a diferença de potencial nos terminais do capacitor também seja nula. A partir do instante t_0 , passa a circular no circuito uma corrente $i(t)$, que depende do tempo.

A voltagem no capacitor se relaciona com a capacitância C e a carga q através de:

$$q = CV.$$

A corrente $i(t)$ se relaciona com a carga da seguinte forma:

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

portanto,

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CV)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{dV}{dt}. \quad (14.7)$$

Se a voltagem da V fonte é constante, a Equação 14.7 nos diz que a corrente será nula. Isso significa que o capacitor se carrega rapidamente e, em um intervalo de tempo muito pequeno, a tensão em seus terminais se equaliza com a tensão na fonte. Nesta situação, de fato, a corrente deve ser nula. Uma maneira de retardar este processo é conectar um resistor ao circuito, que limitará a corrente e, portanto, o processo de carga do capacitor.

Observe a **Figura 14.7**.

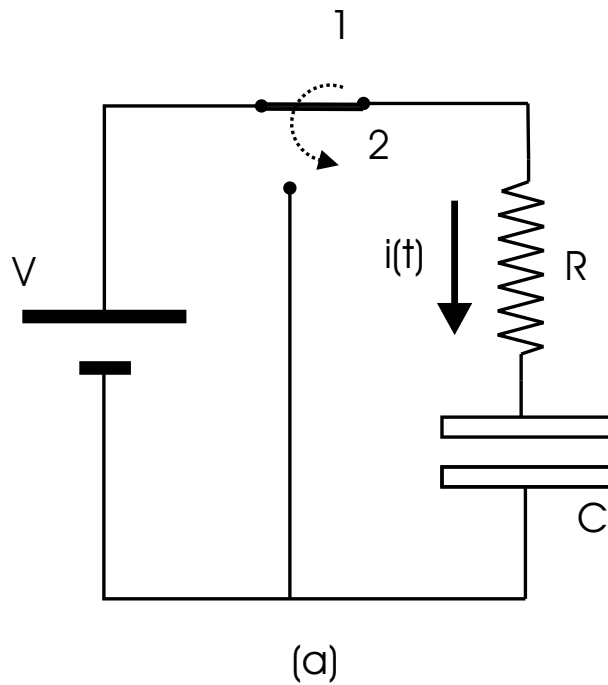


Figura 14.7: Capacitor e resistor conectados a uma bateria.

Vamos analisar este circuito. Primeiro, com a chave na posição 1. Imaginemos que o capacitor esteja descarregado no início. Estaremos, portanto, analisando o processo de carga do capacitor.

A voltagem V da fonte é constante. Ela se divide entre os dois componentes. Portanto, temos, o tempo todo:

$$V = V_R(t) + V_C(t),$$

onde $V_R(t)$ e $V_C(t)$ são as voltagens no resistor e no capacitor no tempo, respectivamente. Embora as voltagens no capacitor e no resistor variem no tempo, a soma das duas é sempre constante.

A tensão no resistor é dada pela Lei de Ohm como:

$$V_R(t) = R \cdot i(t).$$

No capacitor, a tensão será:

$$V_C(t) = \frac{q}{C}.$$

portanto, temos:

$$V = R \cdot i(t) + \frac{q}{C}.$$

Mas a corrente $i(t)$ e a carga estão relacionadas por:

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

e, portanto,

$$V = R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}. \quad (14.8)$$

A Equação 14.8 é uma equação diferencial em q . A solução dessa equação é dada por:

$$q(t) = CV \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (14.9)$$

Mas estamos interessados na corrente $i(t)$. Portanto,

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{V}{R} \left(e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (14.10)$$

A Equação 14.10 nos dá a corrente em função do tempo no circuito. Note que, para tempos muito curtos, ou seja, para $t \rightarrow 0$ o termo exponencial é $e^0 = 1$. Portanto:

$$i(0) = \frac{V}{R}.$$

Para $t \rightarrow \infty$, $e^\infty = 0$. Portanto:

$$i(\infty) = 0.$$

Atribuindo valores para R e C , podemos traçar a curva $i(t)$. Se $R = 100k\Omega$ e $C = 5000\mu F$, teremos a curva mostrada na **Figura 14.8**.

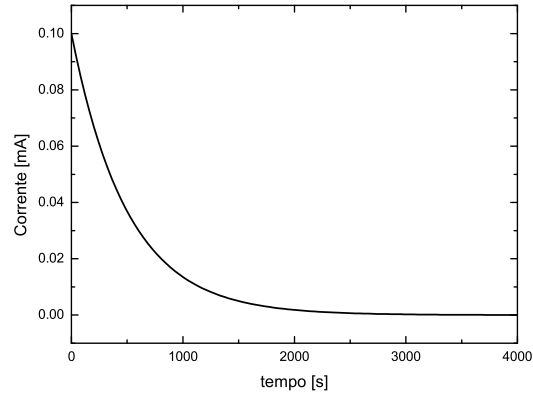


Figura 14.8: Curva da corrente em função do tempo ($i(t)$) para o processo de carga do capacitor.

A voltagem no resistor será dada por:

$$V_R(t) = Ri(t) = V \left(e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (14.11)$$

No capacitor, a voltagem será:

$$V_C(t) = \frac{q}{C} = V \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (14.12)$$

A **Figura 14.9** mostra as curvas de $V_R(t)$ e $V_C(t)$ em função do tempo para os valores $R = 100k\Omega$ e $C = 5000\mu F$.

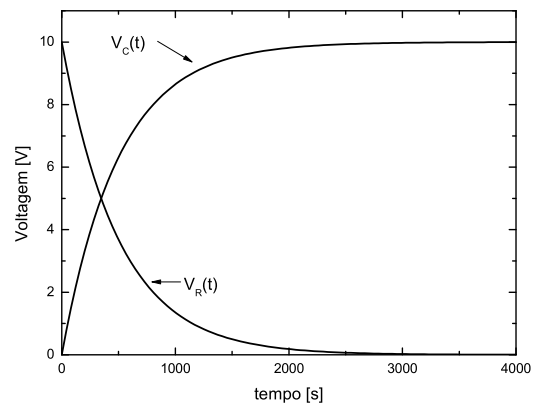


Figura 14.9: Curva das voltagens no resistor e no capacitor em função do tempo ($i(t)$), para o processo de carga do capacitor.

Nas Equações 14.11 e 14.12 aparece o termo RC . Vamos analisar um pouco este termo dimensionalmente:

$$R \rightarrow \Omega = \text{V/A}$$

$$C \rightarrow \text{F} = \text{C/V}$$

$$RC \rightarrow \text{C/A} = \frac{\text{C}}{\text{C/s}} = \text{s}.$$

Portanto, RC tem dimensão de segundo. Este tempo é conhecido como constante de tempo do circuito e, em geral, denotado pela letra τ . Mas o que vem a ser a constante de tempo τ ?

Constante de tempo

Vamos reescrever a Equação 14.12 usando $\tau = RC$.

$$V_C(t) = \frac{q}{C} = V \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

Quando $t = \tau$, teremos:

$$V_C(\tau) = \frac{q}{C} = V \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}} \right) = V \left(1 - e^{-1} \right) = 0.63 V.$$

Observe a **Figura 14.9** e veja que, para um tempo $t \rightarrow \infty$ a tensão no capacitor é a mesma que na fonte, ou seja, $V_C(\infty) = V$. Portanto, no tempo $t = \tau$, o capacitor está carregado com 63% do total.

A **Figura 14.10** mostra novamente a voltagem no capacitor durante a carga.

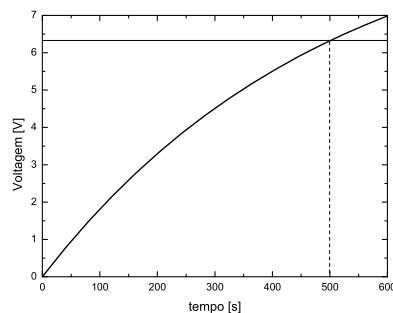


Figura 14.10: Curva da voltagem no capacitor em função do tempo ($i(t)$), para o processo de carga do capacitor.

Sabemos que $R = 100k\Omega$ e $C = 5000\mu F$. Portanto, $\tau = RC = 500$ s. Assim, na curva, procurando o valor de $V_C(500)$, encontramos $V_C(500) = 6.3$ V, ou seja, 63% do valor total.

Para alcançar o valor total de carga, precisamos esperar um tempo maior. Para $t = 5\tau$, temos $V_C(5\tau) = 0.9963V$, ou seja, 99.63%.

A descarga do capacitor

Uma vez carregada, a chave mostrada da **Figura 14.7** pode ser colocada na posição 2. Observe a **Figura 14.11**:

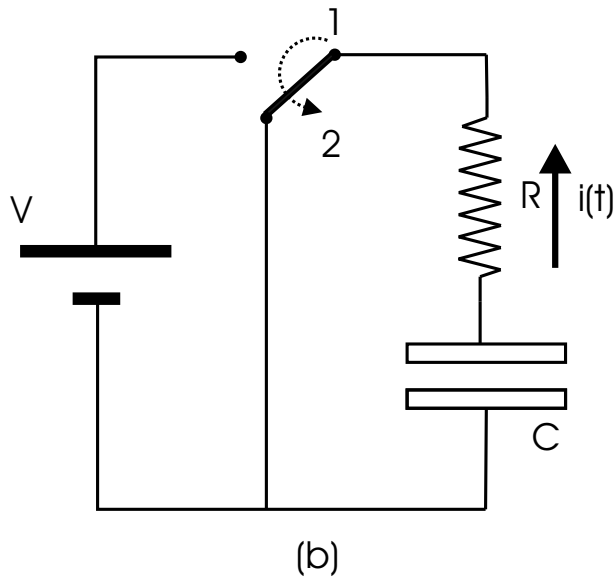


Figura 14.11: Capacitor e resistor conectados pela chave para o processo de descarga do capacitor.

Agora não há fontes no circuito, e ambos os terminais do capacitor estão conectados entre si, por meio do resistor. Assim, a tensão no resistor é a mesma que no capacitor. A equação que rege este novo circuito será:

$$V_C(t) = V_R(t)$$

,ou seja,

$$V_C(t) - V_R(t) = 0.$$

Note que a corrente se inverte em relação ao processo de carga. Taremos, então, uma nova equação diferencial:

$$\frac{q}{C} - R \frac{dq}{dt} = 0. \quad (14.13)$$

A solução da Equação 14.13 é:

$$q = q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (14.14)$$

Com isso, as voltagens no resistor e no capacitor ficam definidas como:

$$V_R(t) = -V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (14.15)$$

$$V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (14.16)$$

O termo V_0 corresponde à voltagem no resistor, ou capacitor, quando a descarga se inicia.

Observe que, na descarga, para $t = \tau$, a voltagem no capacitor é dada por:

$$V_C(\tau) = 0.37V.$$

,ou seja, o capacitor perde 63% da carga que tinha no início da descarga.

Informações sobre a próxima aula

A próxima aula é prática. Nela, você realizará experimentos simples para comprovar e fixar diversos conceitos estudados nas Aulas 11, 12, 13 e 14.

Leituras complementares

Sugerimos a leitura de alguns livros que também tratam de tópicos abordados nesta aula. Você pode consultar, como material complementar, por exemplo:

HALLIDAY, David.; RESNICK, Robert.; WALKER, E Jearl.

Física. v.3: eletromagnetismo. 6.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000. Cap. 27, Seções 27.4 a 27.7.

NUSSENZVEIG, H. Moysés. *Curso de Física Básica*. São Paulo: Edgard Blücher, v.:3: eletromagnetismo, 1997. Cap. 6, Seções 6.3, 6.4, 6.7 e 6.8.

Atividades Finais

Problema 14.1 Calcule o valor da corrente e da diferença de potencial em cada um dos resistores do circuito da **Figura 14.12**. Qual é o valor da corrente total i ? Qual é o valor das correntes i_1 e i_2 ?

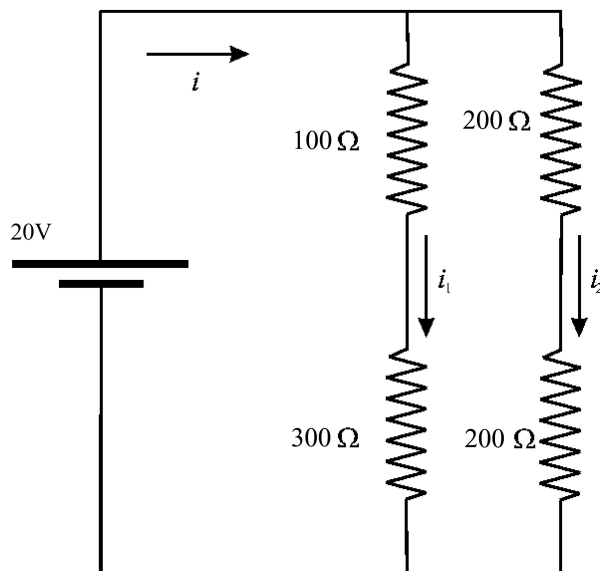


Figura 14.12: Problema 14.1.

Problema 14.2 Mostre que, no circuito da **Figura 14.13**, a voltagem lida no voltímetro é nula quando a relação entre os resistores obedecer à relação:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Este circuito é conhecido como Ponte de Weathstone.

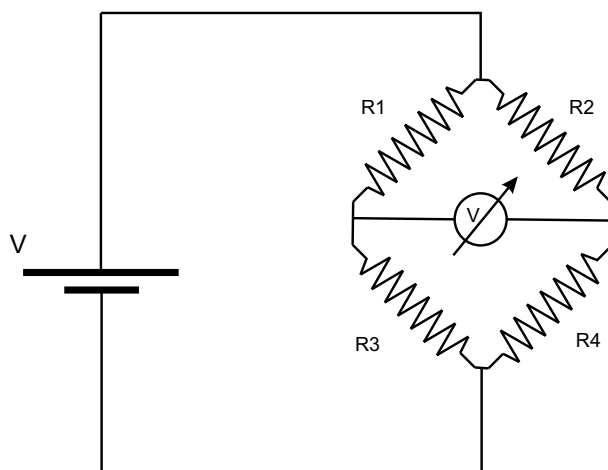


Figura 14.13: Problema 14.2.

Problema 14.3 Para o circuito da Figura 14.14, responda:

- (a) Qual é o valor da constante de tempo τ ?
- (b) Supondo que o capacitor esteja descarregado quando a chave S é fechada, qual é a voltagem V_C no capacitor após decorrido um tempo $t = \tau$?
- (c) Qual é o valor da voltagem V_C no capacitor após decorrido um tempo $t = 5\tau$?

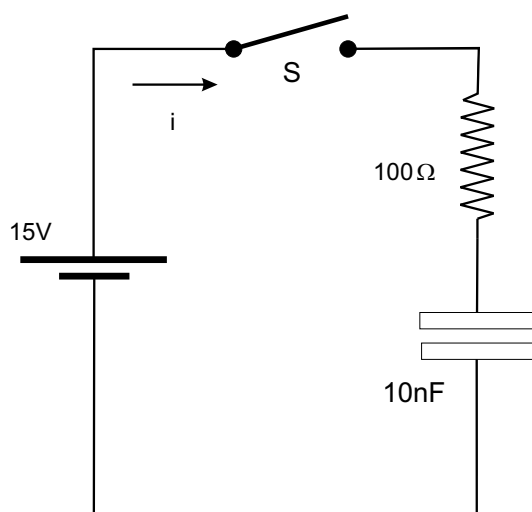


Figura 14.14: Problema 14.3.

Problema 14.4 Em um circuito RC, o capacitor foi carregado até que a voltagem em seus terminais fosse de $V_C = 10V$. O capacitor começa, então, a ser descarregado através do mesmo resistor, cuja voltagem V_R foi medida em função do tempo. A Figura 14.15 mostra a voltagem V_R em função do tempo. Responda:

- (a) Qual é a constante de tempo τ do circuito?
- (b) Se o valor do resistor é de $R = 1k\Omega$, qual é o valor da capacitância C ?

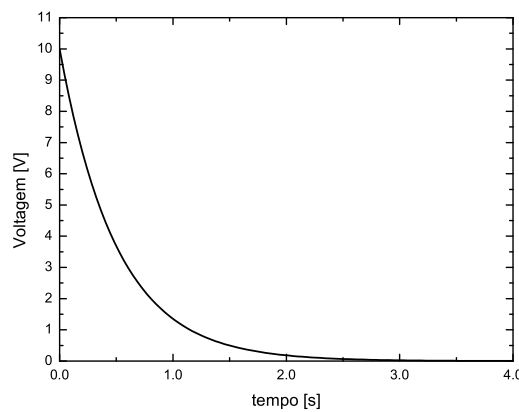


Figura 14.15: Problema 14.4.

Resumo

Elementos, em um circuito, podem ser associados em série ou em paralelo.

Resistores associados em série resultam em uma resistência total equivalente à soma de todos os resistores:

$$R_{total} = \sum_{i=1}^N R_i.$$

A resistência equivalente de resistores em paralelo é dada por:

$$\frac{1}{R_{total}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} = \frac{\prod_{i=1}^N R_i}{\sum_{i=1}^N R_i}.$$

Em circuitos contendo capacitores e resistores, a voltagem no circuito pode ser descrita pelas relações:

$$V = V_R(t) + V_C(t)$$

$$V = R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}.$$

Existe uma dependência temporal das voltagens e correntes no tempo. Durante o processo de carga do capacitor, a tensão no resistor é dada por:

$$V_R(t) = Ri(t) = V \left(e^{-\frac{t}{RC}} \right).$$

No capacitor, a voltagem será:

$$V_C(t) = \frac{q}{C} = V \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right).$$

Durante o processo de descarga do capacitor, as tensões no resistor e capacitor serão:

$$V_R(t) = -V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Aula 15 – Prática 1 - Circuitos simples com resistores e capacitores

Objetivos

- Comparar os resultados experimentais com os conceitos teóricos apresentados durante as aulas.
- Verificar experimentalmente os processos de carga e descarga em um circuito RC.

Esta prática é composta de três experimentos:

- Experimento 1: revisão dos experimentos de Lei de Ohm.
- Experimento 2: observação do processo de carga em circuitos RC.
- Experimento 3: observação do processo de descarga em circuitos RC.

Estas três atividades experimentais permitirão a você observar os processos de carga e descarga em circuitos RC através do levantamento de curvas de voltagem em função do tempo em resistores e capacitores associados em série.

Todos os experimentos devem ser realizados no pólo.

Nas atividades experimentais, você necessita saber corretamente o uso de incertezas e sua propagação.

É também necessário que você leia corretamente o roteiro completo antes de realizar cada experimento.

Experimento 1: Revisão dos experimentos de Lei de Ohm

Informações preliminares

Você vai rever os experimentos realizados na Prática 2 do Módulo 4 da disciplina Introdução às Ciências Físicas, bem como alguns conceitos aprendidos nas Aulas 12 e 13 deste Módulo.

Objetivos

Este experimento tem como objetivos:

- Revisar os processos de medidas de corrente e tensão.
- Revisar o conceito de comportamento ohmico e não-ohmico.
- Revisar a Lei das Malhas e a Lei dos Nós, aplicadas a associações de resistores em série e paralelo.

Material utilizado

- eliminador de pilhas;
- quadro de luz I;
- multímetros (2).

Atividade Experimental

1. Refaça os Experimentos 3 a 5 da Prática 2, no Módulo 4, da disciplina Introdução às Ciências Físicas.

Análise dos dados

1. Responda novamente às questões da Prática 2, no Módulo 4, da disciplina Introdução às Ciências Físicas.

Experimento 2: Observação do processo de carga em circuitos RC

Informações preliminares

LEIA TODO O ROTEIRO ANTES DE REALIZAR O EXPERIMENTO.

Na Aula 14 deste módulo, você estudou o que é um capacitor. Você também verificou que o capacitor pode armazenar energia em suas placas pela aplicação de uma diferença de potencial.

Definimos a capacidade, ou capacitância, de um capacitor pela relação entre a carga em uma de suas placas e a diferença de potencial entre elas, isto é:

$$C = \frac{q}{V}$$

e, portanto:

$$q = \frac{V}{C}. \quad (15.1)$$

Como a diferença de potencial entre as placas só depende do tempo, já que o potencial sobre cada placa é uniforme, podemos escrever:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \frac{dV}{dt},$$

pois C é uma constante.

O resultado nos mostra que o termo $\frac{dq}{dt}$, que é uma corrente (variação de carga na unidade de tempo), é proporcional a $\frac{dV}{dt}$.

Quando a diferença de potencial sobre as placas de um capacitor se altera no tempo, temos uma corrente. Claro, se temos o capacitor isolado (não conectado a nada), esta corrente não pode existir. Porém, não podemos mudar o valor de V .

Objetivos

Este experimento tem como objetivos:

- Observar a voltagem, em função do tempo, em um capacitor inserido em um circuito RC, durante o processo de carga.

- Observar a voltagem, em função do tempo, em um resistor inserido em um circuito RC durante o processo de carga.
- Determinar a constante de tempo τ de um circuito RC.

Material utilizado

O material necessário será:

- quadro de luz I;
- chave de duas posições;
- multímetros (2);
- eliminador de pilhas;
- capacitor de $5000 \mu F$;
- resistor de $10 k\Omega$;
- cronômetro simples.

Atividade Experimental

Para realizar esta atividade, é aconselhável um trabalho de equipe, com pelo menos duas pessoas.

1. Monte o circuito esquematizado na **Figura 15.1**. Observe que a chave de duas posições permite conectar a fonte ao circuito ou deixá-la totalmente fora, conectando-se o resistor diretamente ao capacitor. Observe as **Figuras 15.2 (a)** e **(b)** para mais detalhes. Não ligue ainda a fonte à tomada.

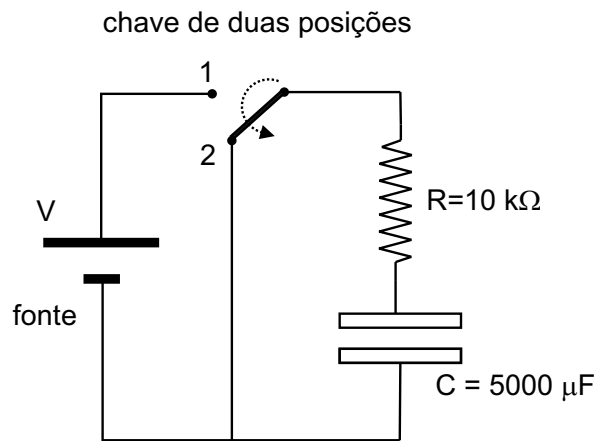


Figura 15.1: Circuito RC simples para ser montado.

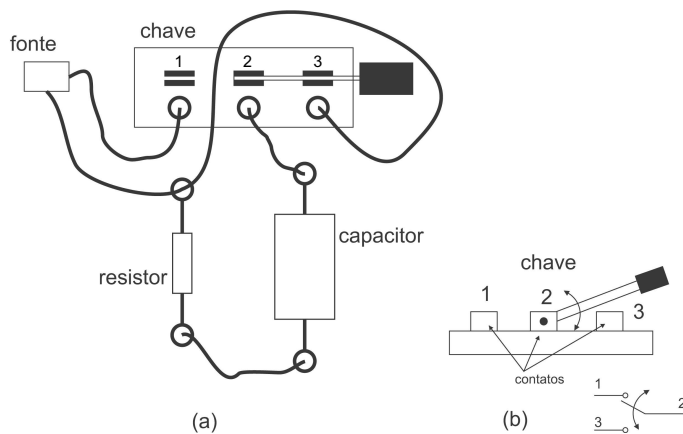


Figura 15.2: (a) Detalhe da conexão dos elementos. (b) Detalhe da chave de duas posições.

2. Coloque a chave na posição 3, ou seja, conecte o resistor e o capacitor em série.
3. Coloque os multímetros para medidas de voltagens em escalas adequadas, compatíveis com a voltagem da fonte (eliminador de pilhas).
4. Conecte o multímetro aos terminais do capacitor de $5000 \mu F$. Veja a **Figura 15.3**.
5. Conecte o segundo multímetro aos terminais do resistor de $10 k\Omega$. Veja a **Figura 15.3**.

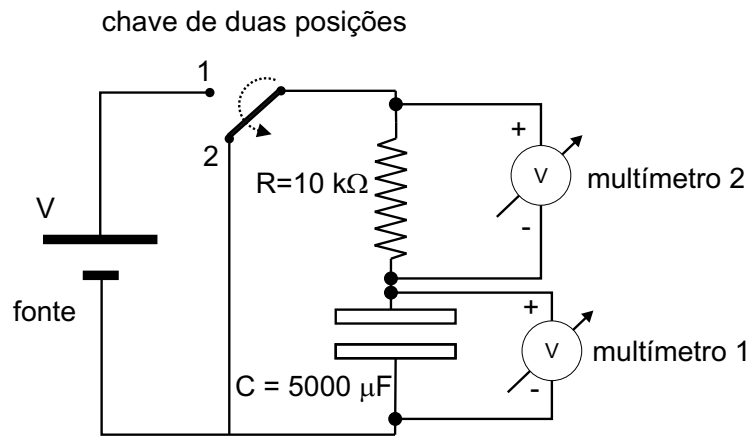


Figura 15.3: Conexão dos multímetros aos terminais do capacitor e do resistor.

6. Chamaremos V_f , V_R e V_C as voltagens na fonte, resistor e capacitor, respectivamente.
7. Observe as leituras de voltagem de ambos os equipamentos. Se o valor não for nulo (leitura de 0 V), espere até que elas cheguem a uma leitura nula.
8. Ligue a fonte na tomada. Use o voltímetro para medir o valor da voltagem na fonte. Anote-o na **Tabela 15.1**.
9. Mude a chave para a posição 1, tomando cuidado para acionar o cronômetro no mesmo instante. Observe e anote, na **Tabela 15.1**, os valores das voltagens V_R e V_C neste instante. A partir deste instante, anote na **Tabela 15.1** os valores de V_R e V_C em intervalos regulares de tempo (quinze segundos é um bom intervalo).

Não se esqueça das incertezas!

Tabela 15.1: Tabela de tomada de dados de V_R e V_C em função do tempo.

$V_f = \text{--- V} ; \delta V_f \text{--- V}$							
t(s)	$V_R(V)$	$V_C(V)$	$V_R+V_C (V)$	t(s)	$V_R(V)$	$V_C(V)$	$V_R+V_C(V)$
0				150			
15				165			
30				180			
45				195			
60				210			
75				225			
90				240			
105				255			
120				270			
135				285			
$V_0 = \text{--- V} ; \delta V_0 = \text{--- V}$							

10. Após anotar os valores, mude a chave para a posição 2 e desligue a fonte da tomada.

Vamos agora analisar os resultados obtidos.

Lembre-se de guardar os equipamentos utilizados.

Análise dos dados

- Compare o valor da soma $V_R + V_C$ em todos os intervalos de tempo com o valor da tensão V_f na fonte. O resultado é consistente? Explique este resultado usando as expressões das voltagens no resistor e no capacitor durante o processo de carga do capacitor (veja a Aula 14 deste módulo).
- Faça, usando papel milimetrado, na mesma escala, os gráficos de $V_R(t)$ e $V_C(t)$.

Vamos determinar, experimentalmente, a constante de tempo τ do circuito. Sabemos, da Aula 14 deste módulo, que, durante o processo de carga, as voltagens no capacitor e resistor são descritas pelas relações:

$$V_C(t) = V_f \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \quad (15.2)$$

$$V_R(t) = V_f e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (15.3)$$

onde $\tau = RC$.

3. Calcule, usando o valor V_f medido, o valor da voltagem no capacitor para $t = \tau$ e sua respectiva incerteza, ou seja, $V_C(\tau)$.

$$V_C(\tau) = V \pm V.$$

4. Usando o gráfico produzido em papel milimetrado, entre com o valor de $V_C(\tau)$ e sua incerteza e determine o valor de τ com sua respectiva incerteza.
5. Usando o gráfico, qual é a razão entre a voltagem no capacitor e a voltagem da fonte para $t = 5\tau$? ($V_C(5\tau)/V_f = ?$). Compare este valor com o valor teórico previsto.
6. Observe agora a Equação 15.3. Vamos aplicar a função logaritmo neperiano (\ln) em ambos os lados.

$$\ln V_R(t) = \ln \left[V_f e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$

$$\ln V_R(t) = \ln V_f - \frac{t}{\tau},$$

ou seja,

$$y' = A + B t, \quad (15.4)$$

onde $y' = \ln V_R(t)$, $A = \ln V_f$ e $B = -\frac{1}{\tau}$. A Equação 15.4 representa uma reta com coeficiente angular $B = -\frac{1}{\tau}$.

7. Calcule os valores de $\ln V_R(t)$ na **Tabela 15.2**.

Tabela 15.2: Valores de V_R e $\ln V_R$ em função do tempo.

t(s)	$V_R \pm \delta V_R$ (V)	$\ln V_R \pm \delta \ln V_R$	t(s)	$V_R \pm \delta V_R$ (V)	$\ln V_R \pm \delta \ln V_R$
0			150		
15			165		
30			180		
45			195		
60			210		
75			225		
90			240		
105			255		
120			270		
135			285		

8. Faça agora o gráfico de $V_R(t)$ em função do tempo.
9. Determine o coeficiente angular do gráfico. Determine, em seguida, o valor de τ . Lembre-se das incertezas!
10. Compare os dois valores de τ obtidos de $V_C(t)$ e $V_R(t)$. Esta é a forma mais precisa de determinar o valor de τ , já que todos os pontos determinam o coeficiente angular, e estatisticamente o erro é menor.
11. Compare os valores de τ obtidos, experimentalmente, com o valor esperado calculado a partir dos valores nominais dos componentes. Lembre-se de que $\tau = RC$.

Experimento 3: Observação do processo de descarga em circuitos RC

Informações preliminares

LEIA TODO O ROTEIRO ANTES DE REALIZAR O EXPERIMENTO.

No Experimento 2, você verificou o comportamento das voltagens nos terminais de um capacitor e de um resistor durante o processo de carga em um circuito RC. Você também determinou a constante de tempo τ graficamente. Neste experimento, realizaremos algo similar, porém durante o processo de descarga do capacitor.

Objetivos

Este experimento tem como objetivos:

- Observar a voltagem, em função do tempo, em um capacitor inserido em um circuito RC, durante o processo de descarga.
- Observar a voltagem, em função do tempo, em um resistor inserido em um circuito RC, durante o processo de descarga.
- Determinar a constante de tempo τ de um circuito RC.

Material utilizado

O material necessário será:

- quadro de luz I;
- chave de duas posições;
- multímetros (2);
- eliminador de pilhas;
- capacitor de $5000 \mu F$;
- resistor de $10 k\Omega$;
- cronômetro simples.

Atividade Experimental

1. Monte o circuito da **Figura 15.1**. Coloque a chave na posição 2.
2. Conecte os multímetros aos terminais do capacitor e do resistor.
3. Conecte a fonte de alimentação à tomada.
4. Coloque a chave na posição 1 e aguarde até que a voltagem no capacitor alcance seu valor máximo, ou muito próximo dele. Anote o valor da voltagem no V_0 capacitor na **Tabela 15.3**.
5. Mude a chave para a posição 2, tomando cuidado para acionar o cronômetro no mesmo instante. Observe e anote, na **Tabela 15.3**, os valores das voltagens V_R e V_C neste instante. A partir deste instante, anote, na **Tabela 15.3**, os valores de V_R e V_C em intervalos regulares de tempo (quinze segundos é um bom intervalo).

NÃO ESQUEÇA AS INCERTEZAS!

Tabela 15.3: Tabela de tomada de dados de V_R e V_C em função do tempo no processo de descarga.

$V_0 = \text{___ V} ; \delta V_0 = \text{___ V}$							
t(s)	$V_R(V)$	$V_C(V)$	$V_R + V_C (V)$	t(s)	$V_R(V)$	$V_C(V)$	$V_R + V_C(V)$
0				150			
15				165			
30				180			
45				195			
60				210			
75				225			
90				240			
105				255			
120				270			
135				285			
$\delta V_R = \text{___ V} ; \delta V_C = \text{___ V}$							

6. Após anotar os valores, desligue a fonte da tomada.

Análise dos dados

1. Qual é o valor da soma $V_R + V_C$ em todos os intervalos de tempo com comparado com o valor da tensão V_f na fonte? O resultado é consistente? Explique este resultado usando as expressões das voltagens no resistor e no capacitor durante o processo de carga do capacitor (veja a Aula 14 deste módulo).
2. Faça, usando papel milimetrado, na mesma escala, os gráficos de $V_R(t)$ e $V_C(t)$. Vamos novamente determinar experimentalmente a constante de tempo τ do circuito. Sabemos, da Aula 14 deste módulo, que, durante o processo de descarga, as voltagens no capacitor e resistor são descritas pelas relações:

$$V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (15.5)$$

$$V_R(t) = -V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (15.6)$$

onde $\tau = RC$ e V_0 é a tensão no capacitor no início do processo de descarga.

3. Calcule, usando o valor V_f medido, o valor da voltagem no capacitor para $t = \tau$ e sua respectiva incerteza, ou seja, $V_C(\tau)$.

$$V_C(\tau) = V \pm V.$$

4. Usando o gráfico produzido em papel milimetrado, entre com o valor de $V_C(\tau)$ e sua incerteza e determine o valor de τ com sua respectiva incerteza.
5. Observe agora a Equação 15.5. Vamos aplicar a função \ln em ambos os lados.

$$\ln V_C(t) = \ln \left[V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$

$$\ln V_C(t) = \ln V_0 - \frac{t}{\tau},$$

ou seja,

$$y' = A + Bt, \quad (15.7)$$

onde $y' = \ln V_R(t)$, $A = \ln V_f$ e $B = -\frac{1}{\tau}$. A Equação 15.7 também representa uma reta com coeficiente angular $B = -\frac{1}{\tau}$.

6. Calcule os valores de $\ln V_C(t)$ na **Tabela 15.4**.

Tabela 15.4: Valores de V_C e $\ln V_C$ em função do tempo.

t(s)	$V_C \pm \delta V_C(\text{V})$	$\ln V_C \pm \delta \ln V_C$	t(s)	$V_C \pm \delta \ln V_C(\text{V})$	$\ln V_C \pm \delta \ln V_C$
0			150		
15			165		
30			180		
45			195		
60			210		
75			225		
90			240		
105			255		
120			270		
135			285		

7. Faça agora o gráfico de $\ln V_C(t)$ em função do tempo.
8. Determine o coeficiente angular do gráfico. Determine, em seguida, o valor de τ . Lembre-se das incertezas!
9. Compare os dois valores de τ obtidos.
10. Compare os valores de τ obtidos experimentalmente com o valor esperado, calculado a partir dos valores nominais dos componentes. Lembre-se de que $\tau = RC$.
11. Mostre, usando a Equação 15.5, que, para $t = \tau \ln 2$, a tensão no capacitor decai para a metade do valor que tinha no início da descarga, ou seja, $V_C(\tau \ln 2) = V_0/2$. Verifique experimentalmente esta afirmação utilizando os gráficos traçados.
12. Usando novamente a curva da voltagem do capacitor durante o processo de descarga do capacitor, determine qual é o valor da voltagem do capacitor para o tempo $t = 120$ s.

$$V_C(120) = (\text{_____} \pm \text{_____})V.$$

13. Calcule agora a metade do valor $V_C(120)$.

$$\frac{V_C(120)}{2} = (\text{_____} \pm \text{_____})V.$$

14. Usando este valor calculado, utilize o gráfico de $V_C(t)$ e determine o tempo no qual ele ocorre.

$$t = (\text{_____} \pm \text{_____})s.$$

15. Calcule agora o valor de t dividido por $\ln 2$ e compare-o com o valor de τ medido e calculado.

$$\frac{t}{\ln 2} = (\text{_____} \pm \text{_____})s.$$

Aula 16 – A densidade de fluxo magnético

Meta da aula

Apresentar o conceito de densidade de fluxo magnético e seus efeitos sobre partículas carregadas e correntes elétricas.

Objetivos

No final desta aula, você deve ser capaz de:

- Explicar o conceito de densidade de fluxo magnético.
- Representar as linhas de campo.
- Descrever o movimento de partículas carregadas em um região com indução magnética.

Pré-requisitos

Esta aula requer que você esteja familiarizado com os conceitos de corrente elétrica. Revise os assuntos estudados na Aula 12 deste módulo.

Introdução

Provavelmente, todos nós tivemos uma maravilhosa experiência ao ver, pela primeira vez, uma agulha de bússola movendo-se sozinha ou uma agulha de costura sendo misteriosamente atraída para um simples ímã de geladeira.

O estudo dos fenômenos associados ao magnetismo é suficientemente amplo para merecer um curso dedicado somente a ele. Portanto, temos aqui a difícil tarefa de, em algumas aulas, apresentar tópicos importantes do estudo de magnetismo, campos magnéticos, materiais magnéticos e das suas manifestações. Obviamente, nossa abordagem não será tão profunda como o tema merece. Mas esperamos que você se interesse pelo assunto e busque informações adicionais posteriormente. Iniciaremos nossa exploração fazendo um pequeno apanhado histórico sobre magnetismo e suas manifestações.

É difícil situar historicamente uma data, ou período, em que se fez a descoberta do magnetismo. Os gregos já conheciam as propriedades interessantes de um tipo de rocha, encontrada na região da Magnésia. Esta rocha,

encontrada na Natureza, tinha a interessante propriedade de atrair pequenos pedaços de ferro. Hoje, sabemos que a pedra era composta de magnetita, cuja fórmula química é Fe_3O_4 .

Os chineses utilizavam um dispositivo interessante capaz de se orientar sozinho quando deixado livre. O dispositivo era composto de uma superfície lisa e uma colher. Esta colher era feita de magnetita e se orientava sozinha em uma direção preferencial. A **Figura 16.1** mostra uma foto do dispositivo.



Figura 16.1: Colher chinesa capaz de se auto-orientar em um plano.

Os chineses inventaram, baseados em propriedades magnéticas, um dos mais importantes dispositivos de toda a História. Alguns séculos antes de Cristo, já sabiam que uma agulha feita de magnetita era capaz de se orientar livremente em um plano horizontal, sempre apontando na mesma direção. Foram os primeiros a utilizar este dispositivo em navegações de longa distância. Este pequeno dispositivo, conhecido hoje como bússola, contribuiu de forma decisiva no rumo das grandes navegações. A **Figura 16.2** mostra dois exemplos de bússolas.



Figura 16.2: Uma bússola chinesa e uma bússola moderna.

Apesar da grande utilidade das bússolas, e do curioso efeito das pedras que atraíam objetos de ferro, estes fenômenos só foram relatados de forma científica no final do século XV. Em 1600, o médico da corte real britânica, **William Gilbert**, publicou um importante livro intitulado *De Magnete*. Outros autores já haviam se aventurado pelos mistérios do magnetismo, como, por exemplo, **Petrus Peregrinus**, mas *De Magnete* é reconhecido como o primeiro importante tratado científico e completo sobre o magnetismo. A **Figura 16.3** mostra a capa do livro de Gilbert.



Figura 16.3: Capa de *De Magnete* por William Gilbert.

O texto original de Gilbert foi publicado em latim e traduzido para o inglês somente em 1893. Em *De Magnete*, Gilbert conclui que a Terra é um grande ímã, com um polo ao norte e um polo ao sul.

Em 1819, **Oersted** descobriu uma conexão entre magnetismo e eletricidade observando que uma corrente elétrica em um fio alterava a direção da agulha de uma bússola. Em um ensaio publicado em 1813, ele previu que deveria existir uma ligação entre a eletricidade e o magnetismo. Em 1819, durante uma aula de Eletricidade, aproximou uma bússola a um fio percorrido por corrente. Com surpresa, observou que a agulha se movia, até se posicionar num plano perpendicular ao fio. Quando a corrente era invertida, a agulha girava 180°, mantendo-se nesse plano. Esta foi a primeira

William Gilbert (1544 - 1603) nasceu em Colchester, Essex, Reino Unido. Estudou Medicina na Universidade de Cambridge. Seu prestígio científico foi reconhecido quando se tornou presidente do Colégio Real de Médicos, em 1600, tendo clinicado em Londres por alguns anos. Ele foi médico da Rainha Elizabeth I.

Petrus Peregrinus (1220-?) é conhecido por ter escrito a "Epístola de magnete", em 1269, que pode ser visto como o primeiro tratado científico sobre o magnetismo da história. Ele fez uma série de experimentos com peças esféricas de magnetita. Descobridor dos meridianos, foi o primeiro europeu a definir o conceito de pólo magnético, sendo capaz de distinguir entre os pólos norte e sul de um ímã e observar que a força magnética é mais intensa nos pólos. Foi o primeiro a formular a idéia de que pólos magnéticos similares se repelem, enquanto os opostos se atraem. Petrus foi um dos primeiros a tirar conclusões baseando-se em seus experimentos em vez de idéias preconcebidas.

Hans Christian Oersted (1777-1851), físico e filósofo dinamarquês, nasceu em Copenhague. A unidade de campo magnético no Sistema CGS é denominada oersted em sua homenagem.

Joseph Henry (1797-1878), físico norte-americano conhecido por seus trabalhos em Eletromagnetismo e pela definição da auto-indução. A unidade de indutância, no Sistema Internacional de Unidades, é denominada henry em sua homenagem.

demonstração de que havia uma relação entre eletricidade e magnetismo. Os trabalhos de Oersted influenciaram nos trabalhos de Ampère, como vimos na Aula 12 deste módulo. Ampère propôs que, teoricamente, as correntes elétricas atômicas também geravam um campo magnético.

Em 1830, Michael Faraday e **Joseph Henry** descobriram que a alteração de um campo magnético em uma bobina feita de fios produzia uma corrente nestes fios.

Nos dias de hoje, os fenômenos relacionados ao magnetismo estão ao nosso redor em uma infinidade de dispositivos, desde as portas da geladeira (não somente dos ímãs de enfeite, mas aqueles que mantêm a porta da geladeira fechada), os motores elétricos, os geradores de eletricidade, os sistemas de armazenamento nos computadores, até os alto-falantes, fones de ouvido, rádios etc.

E como tudo isso funciona? O que é esta força invisível responsável por tantos fenômenos? Vamos ver?

O campo magnético

Desde os tempos de Gilbert, já se conhecia o fato de que um ímã, um pedaço de pedra de magnetita ou uma agulha de uma bússola, possui dois pólos. Um pólo chamado Norte, simbolizado pela letra N , e um pólo chamado Sul, simbolizado pela letra S . Observa-se que pólos iguais se repelem e pólos distintos se atraem, exatamente como ocorre com as cargas elétricas de mesmo sinal e de sinal contrário.

Isso nos levaria a pensar em descrever o magnetismo de ímãs de forma análoga à forma como descrevemos a eletrostática, com cargas magnéticas N e S . Experimentalmente, no entanto embora inúmeros esforços tenham sido feitos, nunca se verificou a existência de tais cargas magnéticas isoladas. Cada tentativa de partir um ímã em duas partes distintas nos leva novamente a ímãs, cada vez menores, mas sempre com dois pólos, N e S . Veja a **Figura 16.4**.

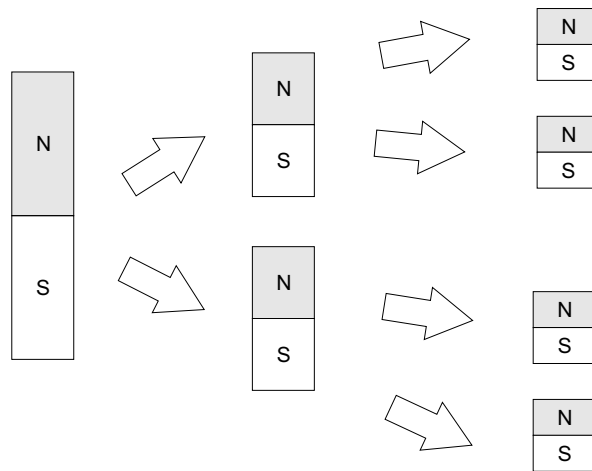


Figura 16.4: Divisões sucessivas de um ímã.

Uma agulha de bússola ou um ímã em forma de barra se comporta como um dipolo magnético. De fato, quando limalha de ferro é espalhada nas proximidades de um ímã em forma de barra, se espalha de forma similar à forma como se espalha o pó de milho em um dipolo elétrico. Veja a **Figura 16.5**

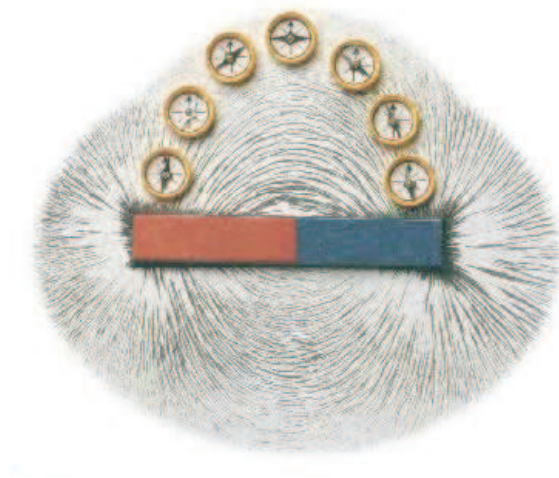


Figura 16.5: Linhas de campo de um ímã em forma de barra, reveladas pela limalha de ferro espalhada. As pequenas bússolas também revelam a direção do campo.

A densidade de fluxo magnético

Quando apresentamos a definição de campo elétrico \vec{E} , recorremos à noção de força elétrica \vec{F} , visto que uma força elétrica atuava sobre uma

carga puntiforme q colocada no interior da região com campo:

$$\vec{F} = e\vec{E}$$

O campo magnético exerceria uma força similar sobre os monopólos magnéticos. Mas, como experimentalmente não encontramos tais monopólos, temos de nos valer de outros fenômenos para definir o campo magnético em uma região do espaço.

Observa-se experimentalmente que o campo magnético exerce influência sobre cargas elétricas em movimento. Uma partícula carregada que se mova com velocidade \vec{v} em uma região onde exista uma densidade de fluxo magnético sofre a ação de uma força perpendicular à direção da velocidade \vec{v} e do campo magnético. A densidade de fluxo magnético é um vetor, e pode ser representada por \vec{B} .

A densidade de fluxo magnético é também conhecida como indução magnética. Veremos, nas aulas seguintes, que o campo magnético em uma região do espaço se relaciona com a indução magnética por meio de uma quantidade conhecida como permeabilidade magnética. Você encontrará, em muitos livros, o termo campo magnético associado ao que, na realidade, é a densidade de fluxo magnético, ou indução magnética. Neste curso, utilizaremos a definição correta e nos referiremos a \vec{B} como a indução magnética, ou densidade de fluxo magnético. Nas aulas seguintes ficará clara a razão desta escolha.

Verifica-se experimentalmente que a intensidade desta força é proporcional à carga q e à magnitude da velocidade da partícula. Podemos escrever, para a partícula em movimento, a seguinte expressão:

$$\vec{F} = k q \vec{v} \times \vec{B} \quad (16.1)$$

onde k é uma constante que depende da escolha do sistema de unidades.

A **Figura 16.6** ilustra as direções de \vec{B} , \vec{v} e \vec{F} . Note que \vec{B} e \vec{v} não são necessariamente perpendiculares entre si. Mas \vec{F} é perpendicular a \vec{B} e a \vec{v} simultaneamente. O produto vetorial da Equação 16.1 garante isso.

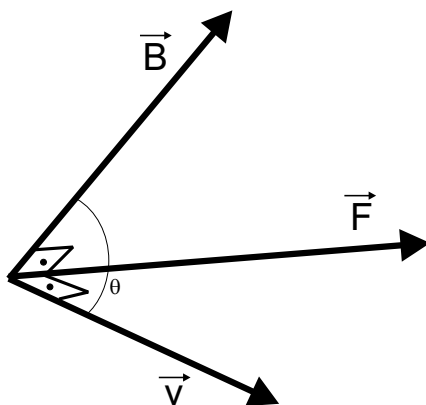


Figura 16.6: Direções relativas entre a velocidade \vec{v} de uma partícula carregada, \vec{B} e a Força \vec{F} .

Exercício 16.1

Qual é o valor da força magnética \vec{F} para uma partícula de carga q que se desloque com velocidade \vec{v} em uma região onde a indução magnética \vec{B} seja paralela a \vec{v} ? Lembre-se das propriedades do produto vetorial.

Exercício 16.2

Qual é a direção da força que atua em uma partícula de carga q que se desloca com velocidade \vec{v} em uma região onde a indução magnética \vec{B} é sempre perpendicular a \vec{v} ? Lembre-se das propriedades do produto vetorial.

No Sistema Internacional de Unidades, $k = 1$. Assim, a Equação 16.1 se reduz a:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (16.2)$$

A Equação 16.2 define a intensidade da indução magnética. O módulo de \vec{B} é dado por:

$$F = qvB \sin \theta$$

Quando a velocidade \vec{v} é perpendicular a \vec{B} , temos:

$$F = qvB \quad (16.3)$$

Nikola Tesla (1856-1943), nascido na Croácia, foi colaborador de Edison. Inventou a bobina de Tesla, um transformador oscilador de alta frequência e voltagem.

Se $v = 1 \text{ m/s}$, $q = 1 \text{ C}$, uma unidade de indução magnética causará uma força $F = 1 \text{ N}$ na carga em movimento. A unidade da indução magnética, no Sistema Internacional, é denominada tesla, em homenagem a **Nikola Tesla**, e simbolizada por T.

$$1\text{T} = 1 \frac{\text{N/C}}{\text{m/s}}$$

A indução magnética terrestre é da ordem de $6 \times 10^{-5} \text{ T}$. Portanto, uma indução de 1T é bastante intensa. Uma unidade muito usada para a indução magnética é o gauss, simbolizada por G no sistema cgs de unidades. O fator de conversão entre G e T é:

$$1\text{T} = 10^4\text{G}$$

A **Tabela 16.1** mostra alguns valores típicos de densidades de fluxo magnético.

Tabela 16.1: Valores típicos de densidades de fluxo magnético.

Fonte	$B \text{ (T)}$
Estrela de nêutrons	10^8
Máximo campo produzido em laboratório	10^3
Campos de bobinas supercondutoras	20
Eletromagnetos	2-3
Ímãs permanentes	1
Superfície da Terra	10^{-4}
Regiões interplanetárias	10^{-8}
Coração humano	10^{-10}
Cérebro humano	10^{-12}

Hendrick Antoon Lorentz (1853-1928), físico holandês, pioneiro na compreensão de relações entre eletricidade, magnetismo e luz. Foi um dos primeiros a postular o conceito de elétron. Dividiu, em 1902, o Prêmio Nobel de Física, conquistado por sua contribuição às explicações do efeito Zeeman, a alteração do espectro característico na presença de campos magnéticos.

O que ocorrerá se, além da indução magnética, a região do espaço estiver preenchida com um campo elétrico? Neste caso, além da força magnética, aparecerá uma força elétrica devida ao campo elétrico. A Equação 16.1 deve, então, ter uma forma mais geral, dada por:

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (16.4)$$

Esta força é chamada de Força de **Lorentz**.

Como a força magnética é sempre perpendicular à velocidade, a indução magnética não realiza trabalho sobre a carga. A energia cinética de uma

partícula carregada em uma região do espaço onde a indução magnética é uniforme permanece constante, embora a velocidade possa mudar como quantidade vetorial.

Representação da indução magnética: as linhas de campo

Observe novamente a **Figura 16.5**. Nela, um pouco de limalha de ferro foi colocada na região onde há uma barra magnetizada. Observe que a limalha de ferro se organiza em forma de linhas.

Na Aula 3 deste curso, você aprendeu que o campo elétrico pode ser representado por meio de linhas de campo. A indução magnética também pode ser representada por linhas de campo. A limalha de ferro, na **Figura 16.5**, justamente revela estas linhas.

A **Figura 16.7** mostra as linhas de campo para ímãs em diversas formas.

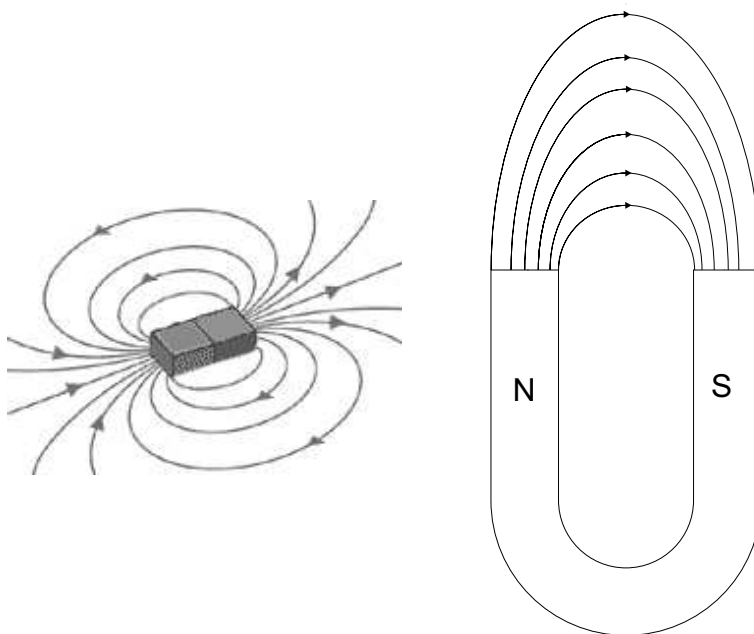


Figura 16.7: As linhas de campo de barras magnetizadas.

Regras semelhantes às relacionadas com o campo elétrico se aplicam no caso da indução magnética:

1. A direção da tangente de uma linha de campo em qualquer ponto fornece a direção da indução \vec{B} naquele ponto

2. O espaçamento entre as linhas representa a intensidade de \vec{B} naquela região. A indução será mais forte se as linhas estiverem mais juntas e mais fraca se as linhas estiverem mais separadas.
3. A extremidade do ímã de onde as linhas emergem é chamada pólo norte, e é representado pela letra N.
4. A extremidade do ímã onde as linhas entram é chamada pólo sul, e é representado pela letra S.

As linhas de campo são sempre fechadas. As linhas de campo que entram no ímã pelo pólo sul são as mesmas que emergem pelo pólo norte. Veja a **Figura 16.8**.

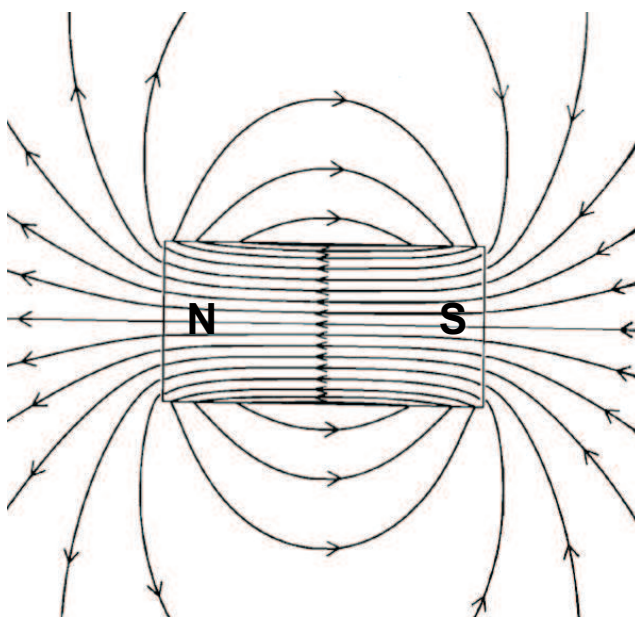


Figura 16.8: As linhas de campo de uma barra magnetizada.

Exemplo 16.1 Movimento de próton em região com indução magnética

Seja uma região do espaço onde há uma indução magnética uniforme \vec{B} , com intensidade de 10 mT. Um próton, com energia de 1.67×10^{-18} J, entra nesta região movendo-se na horizontal, do sul para o norte. Vamos descrever a força que age no próton, cuja massa é de 1.67×10^{-27} kg.

A energia do próton é cinética. Portanto, podemos determinar sua velocidade quando entra na câmara.

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6 \times 10^{-18}}{1.67 \times 10^{-27}}} = 4.5 \times 10^4 \text{ m/s}.$$

O próton tem uma carga de 1.6×10^{-19} C. A velocidade e a indução magnética são perpendiculares, e a Equação 16.3 nos fornece o valor do módulo da força:

$$F = qvB = 1.6 \times 10^{-19} \text{C} \cdot 4.5 \times 10^4 \text{m/s} \cdot 10 \times 10^{-3} \text{T} = 7.2 \times 10^{-17} \text{N}.$$

Observe que o módulo da velocidade permanece constante mas o vetor velocidade não.

Trajetória de uma partícula carregada em região com indução magnética

No Exercício 16.2, você mostrou que a força que atua sobre uma partícula de carga q que se desloca com uma velocidade \vec{v} perpendicular a uma indução magnética \vec{B} é sempre perpendicular à velocidade e à indução magnética. Vamos ver com mais detalhes que movimento é este, e qual é a trajetória da partícula.

Se a força é sempre perpendicular à velocidade, o movimento é circular. A força é a força centrípeta, e, pela segunda Lei de Newton, temos:

$$F = m \frac{v^2}{r},$$

onde m é a massa da partícula, v é o módulo da velocidade, e r o raio da trajetória. Mas, como sabemos que a força vem da Equação 16.3, então:

$$F = qvB = m \frac{v^2}{r}.$$

E podemos determinar o raio da trajetória:

$$r = \frac{mv}{qB}.$$

O período T , para que a partícula realize uma volta completa, é dado por:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

A frequência f com que a partícula dá voltas completas é:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}.$$

E a frequência angular é:

$$\omega = 2\pi f = \frac{qB}{m}.$$

Exercício 16.3

Observe a **Figura 16.9**. Ela mostra um esquema de um aparelho usado para determinar a massa de um íon. Nele, um íon de massa m é acelerado através de uma diferença de potencial V e entra em uma câmara onde há uma indução magnética \vec{B} uniforme. A força centrípeta que age no íon força um movimento circular. O íon descreve uma trajetória circular e colide com um anteparo a uma distância x do ponto de entrada. Mostre que a massa do íon pode ser calculada por meio de:

$$m = \frac{B^2 q x^2}{8V},$$

onde são conhecidos B , q , V e x .

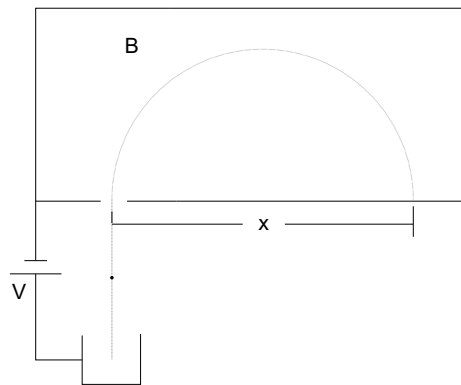


Figura 16.9: O espectrômetro de massa.

Informações sobre a próxima aula

Na próxima aula, estudaremos o efeito da indução magnética em uma corrente elétrica. Veremos também que uma corrente elétrica gera um campo magnético em uma região do espaço e como a indução magnética se relaciona com o campo magnético.

Leituras complementares

Leia com atenção os textos da seção 29.3, 29.4 e 29.5 do D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Física III – Eletromagnetismo*, 6ª edição, Vol. 3, LTC Editora, Rio de Janeiro (2000).

Atividades Finais

Problema 16.1 A **Figura 16.10** mostra uma região onde há uma densidade de fluxo magnético homogênea, perpendicular à folha, entrando nela. A Figura mostra ainda a trajetória de duas partículas, A e B, que entram na região pelo ponto P . Observando a figura, indique que cargas (positiva ou negativa) possui cada partícula. Supondo que ambas as partículas penetram na região com a mesma velocidade, qual das partículas possui maior massa?

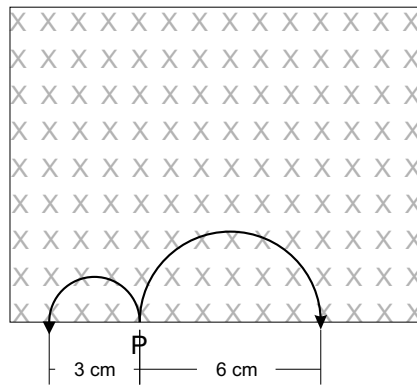


Figura 16.10: Problema 16.1 .

Problema 16.2 A **Figura 16.11** mostra a trajetória percorrida por uma partícula carregada com uma carga positiva q . A partícula passa pelas regiões A , B , C , D e E , onde existem densidades de fluxo magnético \vec{B}_A , \vec{B}_B , \vec{B}_C , \vec{B}_D e \vec{B}_E respectivamente. No final, a partícula passa entre duas placas defletoras, onde existe um campo elétrico \vec{E} . Indique, justificando sua resposta, a direção da densidade de fluxo magnético nas regiões A , B , C , D e E (entrando na folha ou dela saindo) e a direção do campo elétrico \vec{E} entre as placas defletoras.

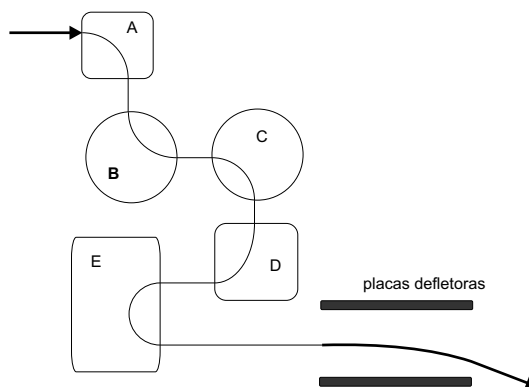


Figura 16.11: Problema 16.2 .

Problema 16.3 A Figura 16.12 mostra a trajetória percorrida por uma partícula carregada com uma carga negativa q . A partícula passa pelas regiões A e B, onde existem densidades de fluxo magnético \vec{B}_A e \vec{B}_B respectivamente. O que podemos afirmar sobre as direções das densidades de fluxo magnético \vec{B}_A e \vec{B}_B ? Quanto vale a relação B_A/B_B das intensidades da densidade de fluxo magnético das regiões A e B?

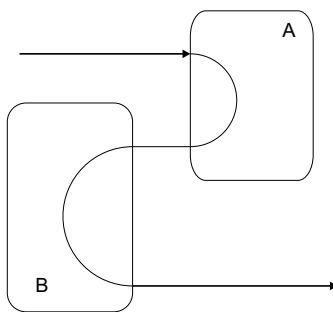


Figura 16.12: Problema 16.3 .

Problema 16.4 Um elétron entra numa região A, onde existe uma densidade de fluxo magnético \vec{B}_A , com velocidade $v = 10 \times 10^7$ m/s. O elétron percorre uma trajetória circular de raio $r = 0.104$ m. Qual é o valor da intensidade da densidade de fluxo magnético B_A ?

Problema 16.5 Uma partícula de massa $m = 10^{-19}$ kg está aprisionada numa região A onde existe uma densidade de fluxo magnético \vec{B}_A com intensidade $B_A = 1$ T. A partícula descreve uma trajetória circular com frequência $f = 1$ Hz. Qual é o valor da carga da partícula?

Problema 16.6 A densidade de fluxo magnético no pólo Norte da Terra é de aproximadamente $B = 0.5 \times 10^{-4}$ T e aponta para cima. Um elétron é

atirado paralelo à superfície da Terra com uma velocidade \vec{v} cuja intensidade é de $v = 10^8$ m/s. Qual deve ser a área livre de obstáculos da região onde está o elétron, para que ele percorra uma volta completa? (Suponha que o campo na região onde se desloca o elétron é homogêneo)

Resumo

A densidade de fluxo magnético de uma região é determinada em função da força que uma partícula de carga q sofre ao se deslocar nesta região com velocidade \vec{v} pela equação:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}.$$

Em uma região onde há um campo magnético e um elétrico, a força que atua sobre uma partícula deslocando-se com velocidade \vec{v} é conhecida como força de Lorentz e é dada por:

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right).$$

No Sistema Internacional de Unidades, a unidade da densidade de fluxo magnético é o tesla, representada pelo símbolo T.

Uma partícula carregada com uma carga q que se desloca com velocidade \vec{v} perpendicular à densidade de fluxo magnético \vec{B} descreve uma trajetória circular com raio r , dado por:

$$r = \frac{mv}{qB}.$$

O período T para que a partícula realize uma volta completa é dado por:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Aula 17 – O campo magnético

Metas da aula

Estudar a interação entre corrente elétrica e densidade de campo magnético. Apresentar o conceito de campo magnético e como as correntes elétricas geram campos magnéticos.

Objetivos

No final desta aula, você deverá ser capaz de:

- Explicar o efeito dos campos magnéticos nas trajetórias de partículas carregadas.
- Explicar o efeito dos campos magnéticos em fios que carregam correntes elétricas.
- Calcular os efeitos de um campo magnético em fios que carregam correntes.
- Calcular o campo magnético gerado por correntes elétricas usando a Lei de Biot-Savart.

Pré-requisitos

Esta aula requer que você esteja familiarizado com os conceitos de corrente elétrica e indução magnética. Revise os assuntos estudados nas Aulas 12 e 16 deste módulo.

Introdução

Vimos, na Aula 16 deste módulo, que podemos definir uma indução magnética em uma região do espaço. Esta indução também é conhecida como densidade de fluxo magnético e é representada usualmente pelo vetor \vec{B} . Vimos ainda que a indução magnética é capaz de alterar a trajetória de um feixe de partículas carregadas ao impor a elas uma aceleração, uma força.

O que ocorre com os elétrons que compõem uma corrente elétrica em um fio? Que efeitos a indução magnética causa no comportamento dos elétrons de condução em um material metálico?

Na Aula 16 vimos também que uma região do espaço pode conter uma densidade de fluxo magnético \vec{B} . Como esta densidade surge? O que gera a densidade de fluxo magnético?

Trajétória de partículas carregadas alteradas pela densidade de fluxo magnético: o efeito Hall

Na Aula 16, vimos que a densidade de fluxo magnético altera a trajetória de partículas carregadas tais como elétrons. Os elétrons livres, ou elétrons de condução em um metal, na ausência de um campo elétrico, se movimentam aleatoriamente, conforme vimos na Aula 12 deste módulo. Quando submetidos a um campo elétrico, passam a se mover em uma direção preferencial, formando uma corrente elétrica.

O que ocorrerá se, além de um campo elétrico, o metal estiver em uma região onde a densidade de fluxo magnético \vec{B} seja diferente de zero? Esta foi a pergunta que, em 1879, o cientista Edwin H. Hall fez, provavelmente a si mesmo, aos 24 anos de idade, ao realizar um experimento que comprovou o hoje conhecido efeito Hall. O experimento, como tantos outros importantes, era relativamente simples. Consistia em medir a diferença de potencial perpendicular a uma placa de material metálico submetida a uma corrente elétrica i e mergulhada em uma região onde há uma densidade de fluxo magnético não nula. Observe a **Figura 17.1**.

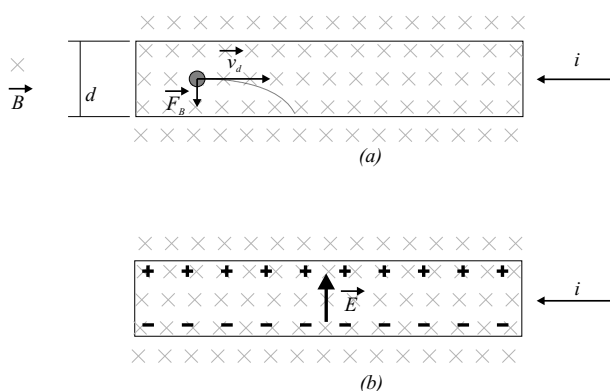


Figura 17.1: A verificação experimental do efeito Hall. A indução magnética \vec{B} está direcionada perpendicularmente ao plano da página, entrando nela, simbolizada por \times .

Na **Figura 17.1.a**, vemos uma tira de cobre de largura d transportando uma corrente i . Os portadores de cargas, no caso os elétrons, se movimentam com uma velocidade de deriva v_d no sentido contrário ao da corrente. A indução magnética, na **Figura 17.1.a**, está entrando na direção perpen-

Veja a velocidade de deriva na Aula 12 deste módulo.

dicular ao plano da página (direção representada pelos símbolos \times). No instante em que a indução magnética aparece, uma força magnética \vec{F}_B aparece nos elétrons. Estes, portanto, se movem até a extremidade inferior da placa. À medida que os elétrons vão se acumulando, um campo elétrico \vec{E} se desenvolve, conforme ilustra a **Figura 17.1.b**. A diferença de potencial que se desenvolve entre as extremidades superior e inferior da placa pode ser determinada por:

$$V = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = E d.$$

Esta diferença de potencial é a conhecida como voltagem Hall.

Uma força elétrica \vec{F}_E aparece nas cargas, no sentido contrário ao da força magnética \vec{F}_B . Este campo elétrico vai aumentando de intensidade, e, em um dado momento, a força elétrica equilibra a força magnética. Quando isso ocorre, podemos escrever:

$$\|e\vec{E}\| = \|e\vec{v}_d \times \vec{B}\|.$$

Como \vec{v}_d e \vec{B} são perpendiculares, então podemos escrever:

$$eE = ev_d B.$$

Usando a relação para a velocidade de deriva, estudada na Aula 12:

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{i}{neA},$$

podemos determinar o número de portadores de carga n :

$$n = \frac{Bi}{Vle}. \quad (17.1)$$

Da Equação 17.1, vemos que a corrente é proporcional ao número de portadores de carga n , ou seja,

$$i = \frac{Vle}{B} n. \quad (17.2)$$

Força magnética sobre um fio conduzindo uma corrente

A presença de uma indução magnética faz com que uma força apareça nos elétrons que se movem em um fio. Uma vez que os elétrons não escapam para fora do fio, eles exercem uma força no fio.

Vamos considerar um pedaço de fio de comprimento L , pelo qual passe uma corrente i . Os elétrons que formam a corrente se deslocam com velocidade de deriva \vec{v}_d . Veja a **Figura 17.2**.

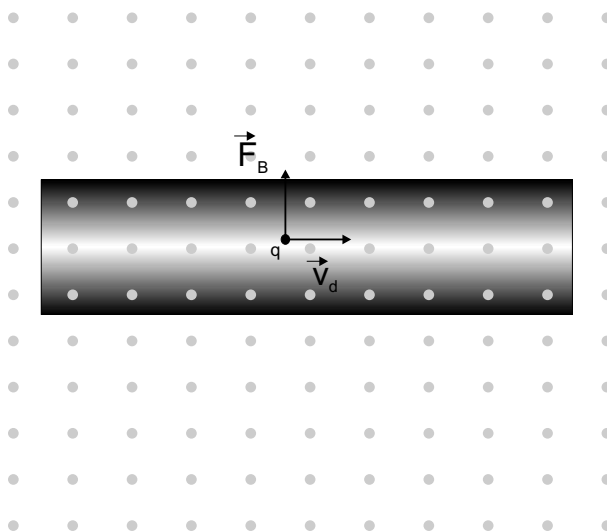


Figura 17.2: Cargas elétricas q circulando por um fio de comprimento L com velocidade de deriva v_d . A região onde se encontra o fio está preenchida com uma densidade de fluxo magnético \vec{B} , orientada perpendicularmente ao plano da página, para fora.

A carga total que circula pelo fio pode ser calculada por:

$$q = i t,$$

onde t é o tempo que a carga leva para atravessar o comprimento L . O tempo pode ser calculado por meio da velocidade de deriva:

$$t = \frac{L}{v_d}.$$

Usando esta relação de tempo, calculamos a carga que circula no fio por:

$$q = i \frac{L}{v_d}.$$

A intensidade da força que aparece nos elétrons é dada pela relação:

$$F_B = qv_d B \sin \theta.$$

Neste caso, $\theta = 90^\circ$; portanto:

$$F_B = qv_d B = i \frac{L}{v_d} v_d B = iLB. \quad (17.3)$$

A Equação 17.3 fornece a força magnética que atua sobre um fio pelo qual passa uma corrente i , quando este fio está imerso em uma região com indução magnética B perpendicular à corrente.

E se a indução não estiver perpendicular à corrente, como ficará a expressão da força que atue sobre o fio? Neste caso, teremos de generalizar a Equação 17.3, para que represente a relação vetorial entre a corrente i e a indução \vec{B} . Isso é feito usando-se a expressão:

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}. \quad (17.4)$$

Note que, na Equação 17.4, a grandeza $i\vec{L}$ representa uma grandeza vetorial, cuja intensidade é a corrente e cuja direção é a mesma que a da corrente.

Exercício 17.1

Um fio de cobre é atravessado por uma corrente de intensidade $i = 1$ A. Este fio está em uma região onde existe uma indução magnética de intensidade $B = 1$ T, perpendicular à corrente i . Calcule o valor da força F_B que atua no fio.

Exercício 17.2

Qual será a intensidade da força F_B que atua no fio do Exercício 17.1 se a indução magnética \vec{B} for paralela à corrente i ?

Consideramos, até aqui, que o fio por onde circula a corrente faz um ângulo fixo com a direção da indução \vec{B} . O que ocorre se o fio faz um caminho onde a direção da corrente varia? Veja a **Figura 17.3**.

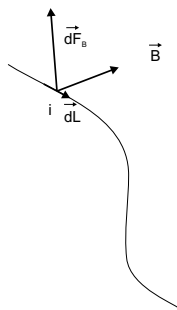


Figura 17.3: Fio por onde circula uma corrente i na presença de uma indução \vec{B} . Cada elemento de corrente $i d\vec{L}$ interage com a indução \vec{B} e contribui com uma força $d\vec{F}_B$.

Cada elemento de corrente $i d\vec{L}$ contribui com um elemento de força $d\vec{F}_B$. Cada elemento de força é dado por:

$$d\vec{F}_B = i d\vec{L} \times \vec{B},$$

e podemos determinar a força total resultante no fio somando todos os elementos de corrente $d\vec{F}_B$.

Torque em uma espira de corrente

Como podemos usar, de forma útil, o fato de que uma corrente sofre a ação de uma força quando na presença de uma indução magnética?

Um fio elétrico, em geral feito de cobre, pode ser moldado em diversas formas. Podemos, por exemplo, fazer com que ele faça uma volta completa sobre si mesmo, fazendo o que se conhece como espira. A **Figura 17.4** mostra uma espira de corrente imersa em uma região com uma indução magnética.

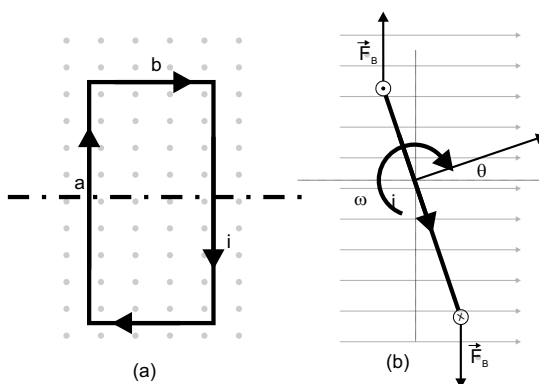


Figura 17.4: Espira de corrente. Uma corrente i circula pela espira de lados a e b , com área $A = ab$. Em (a), vemos a projeção da área da espira em direção a \vec{B} . Em (b), vemos a projeção da espira perpendicular a \vec{B} .

Vemos, na **Figura 17.4**, que aparece um par de forças \vec{F}_B nos tramos da espira onde a corrente é perpendicular a \vec{B} . Isso significa que um torque atua na espira e a faz girar em relação ao seu eixo central.

A força resultante sobre a espira é a soma de todas as forças. Somente dois lados da espira contribuem com elementos de força. Cada um deles contribui com uma força de intensidade:

$$F = ibB \sin(90^\circ - \theta) = ibB \cos(\theta). \quad (17.5)$$

Exercício 17.3

Mostre que a Equação 17.5 é válida.

O conjunto das forças que atuam na espira resulta em um torque na espira que a faz girar. O torque é dado por:

$$\tau = iaB \frac{b}{2} \sin(\theta) + iaB \frac{b}{2} \sin(\theta) = iabB \sin(\theta). \quad (17.6)$$

Se, em vez de apenas uma volta, a espira for composta de N voltas de fio, então o torque passará a ser dado por:

$$\tau = NiabB \sin(\theta) = NiAB \sin(\theta).$$

Exemplo 17.1 O galvanômetro

Um exemplo do uso prático do torque que aparece em uma espira de N voltas é o equipamento conhecido como galvanômetro, capaz de medir intensidades de corrente elétrica. Esse equipamento é formado por uma espira de N voltas, imersa em uma região com uma indução magnética. Quando uma corrente elétrica passa pela espira, a interação da corrente com a indução causa um torque que movimenta uma agulha sobre uma escala calibrada. O torque é contrabalanceado pela força de uma mola acoplada à bobina. Desta forma, quando a corrente é retirada, a agulha pode voltar para a posição original. Desta forma, a deflexão da agulha sobre a escala é uma medida da corrente que passa pela espira. A **Figura 17.5** mostra o galvanômetro.

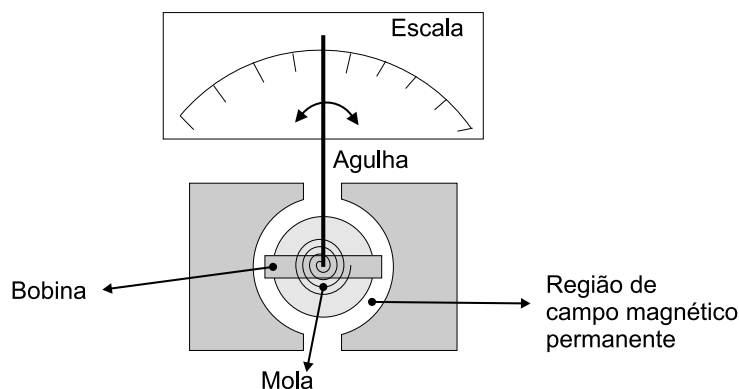


Figura 17.5: O galvanômetro.

O momento de dipolo magnético

Uma bobina que transporta uma corrente i pode ser descrita como uma quantidade vetorial denominada momento de dipolo magnético. O vetor momento de dipolo magnético é geralmente simbolizado por $\vec{\mu}$ e tem direção perpendicular (normal) ao plano da bobina. Definimos a intensidade de $\vec{\mu}$ como:

$$\mu = NiA,$$

onde A é a área da bobina, i é a corrente que circula por ela, e N é o número de espiras que a bobina contém. Usando esta definição de momento de dipolo, podemos descrever o torque em uma bobina como:

$$\tau = \mu B \sin \theta.$$

Essa expressão é a intensidade de uma quantidade vetorial dada por:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}. \quad (17.7)$$

Note a semelhança em relação ao torque sofrido pelo momento de dipolo elétrico, definido como:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}.$$

Em ambos os casos, o torque é o produto vetorial entre o momento de dipolo e o campo.

No caso do dipolo elétrico, a energia potencial elétrica é definida como:

$$U(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E}.$$

Para o dipolo magnético, teremos:

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (17.8)$$

Lei de Bio-Savart: a densidade de fluxo magnético gerada por correntes elétricas

Até aqui, sempre nos referimos à indução magnética ou à densidade de fluxo magnético em uma região do espaço. Como essa densidade de fluxo magnético é gerada?

A densidade de fluxo magnético em uma região do espaço é gerada por uma corrente elétrica. Na Aula 16, vimos que diversos pesquisadores haviam observado o efeito de uma corrente elétrica em uma agulha de bússola e que a direção da agulha é alterada pela presença de uma corrente elétrica.

Assim como os campos elétricos em um ponto P eram calculados considerando-se as contribuições $d\vec{E}$ de cada elemento de carga dq , a densidade de fluxo magnético é gerada por um elemento de corrente elétrica. Observe a **Figura 17.6**.

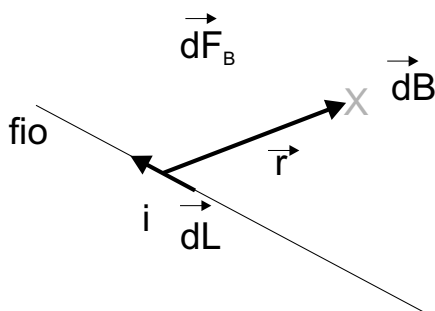


Figura 17.6: Fio carregando corrente. O elemento de corrente $id\vec{L}$ gera um elemento de densidade de fluxo $d\vec{B}$ no ponto P, situado a uma distância \vec{r} .

Na **Figura 17.6**, o elemento de corrente $id\vec{L}$ gera um elemento de densidade de fluxo $d\vec{B}$ no ponto P, situado a uma distância \vec{r} . Esse elemento de densidade de fluxo $d\vec{B}$ pode ser calculado pela expressão:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (17.9)$$

A constante μ_0 é conhecida como permeabilidade do vácuo e é definida, no Sistema Internacional de Unidades, como:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}.$$

A Equação 17.9 é conhecida como Lei de **Biot e Savart** (ou Lei de Bio-Savart) e foi deduzida experimentalmente. Observe que ela é uma lei que varia com o inverso do quadrado da distância.

O campo magnético

Na Equação 17.9, podemos identificar que a densidade de fluxo magnético é proporcional a uma grandeza vetorial. Podemos escrever a Equação 17.9 da seguinte forma:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} = \mu_0 d\vec{H},$$

onde dH é definido como:

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (17.10)$$

Somando todos os elementos $d\vec{H}$, obtemos a grandeza \vec{H} , onde:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}. \quad (17.11)$$

\vec{H} é conhecido como campo magnético. Observando a unidade de μ_0 e a unidade de \vec{B} , vemos que a unidade de H é o A/m.

Exercício 17.4

Mostre que a unidade do campo \vec{H} é o A/m.

Observando as Equações 17.10 e 17.11, vemos que o campo magnético é uma consequência de uma corrente elétrica. Uma corrente elétrica gera um campo magnético \vec{H} no espaço. Na região onde existe um campo magnético, existe também uma densidade de fluxo magnético \vec{B} , e ambos estão relacionados através da constante de permeabilidade. No vácuo, a permeabilidade é μ_0 .

Jean Baptiste Biot (1774-1862), físico e matemático francês, foi um estudioso da matemática aplicada, astronomia, elasticidade e eletricidade. Demonstrou seu talento desde cedo. Junto com Savart, descobriu uma relação para o campo magnético de uma corrente elétrica.

Felix Savart (1791-1841), físico francês, realizou importantes estudos sobre som e acústica. Desenvolveu o disco de Savart, um dispositivo capaz de gerar um som com uma dada frequência.

E, em outros materiais, como é a permeabilidade? Em outros materiais, a permeabilidade magnética terá outros valores. A permeabilidade é uma medida de quão permeável ao campo é um dado material. É uma medida de como um material altera a densidade de linhas de campo magnético em uma região do espaço. O campo magnético é uma grandeza vetorial associada à presença de correntes elétricas. A densidade de fluxo magnético, ou indução magnética, é consequência da existência de um campo magnético em um meio material ou no vácuo.

Cálculo do campo magnético e da densidade de fluxo magnético

Campos magnéticos e densidades de fluxo magnético podem ser calculados através da Lei de Bio-Savart. Veremos como isso é feito para algumas geometrias simples.

Exemplo 17.2 Campo magnético de um fio infinito

A **Figura 17.7** mostra um pedaço de um fio infinito pelo qual circula uma corrente i . Qual é a intensidade do campo magnético e da densidade de fluxo magnético no ponto P ?

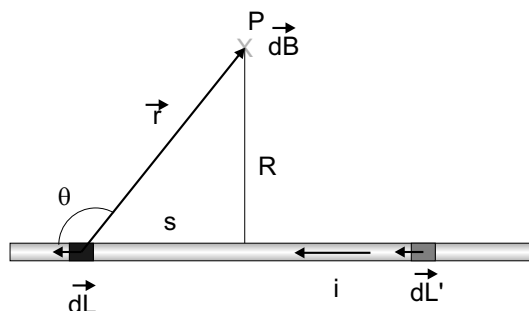


Figura 17.7: Campo devido a um fio infinito.

O elemento de corrente $id\vec{L}$ gera, no ponto P , um campo magnético associado a uma densidade de fluxo magnético $d\vec{B}$, que entra perpendicular ao plano da página. Note agora que o elemento $id\vec{L}$ também gera a mesma densidade de fluxo magnético. Portanto, temos de considerar duas vezes esta contribuição, e a intensidade da densidade de fluxo magnético no ponto P será:

$$B = 2 \int_0^\infty dB = 2 \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \theta ds}{r^2}.$$

Existe uma relação entre r , s e R , dada por:

$$r^2 = s^2 + R^2,$$

e então:

$$\sin \theta = \frac{R}{\sqrt{s^2 + R^2}}.$$

Substituindo estes valores na integral anterior, teremos:

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \int_0^\infty \frac{Rds}{(s^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_o i}{2\pi R}. \quad (17.12)$$

O campo magnético, portanto, é dado por:

$$H = \frac{i}{2\pi R}.$$

Exemplo 17.3 Campo magnético devido a um arco circular de corrente

Vamos considerar um arco de corrente, conforme mostra a **Figura 17.8**. Qual é o valor do campo magnético no ponto P ?

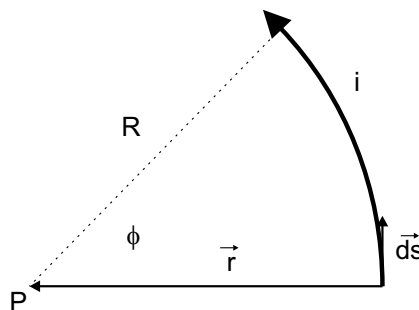


Figura 17.8: Campo devido a um fio infinito.

Observando a **Figura 17.8**, vemos que, qualquer que seja a posição do elemento $d\vec{s}$, o ângulo entre $d\vec{s}$ e \vec{r} será de 90° . Assim, teremos:

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{id\vec{s} \sin 90}{R^2} = \frac{\mu_o i ds}{4\pi R^2}.$$

Integrando ao longo do ângulo ϕ , teremos:

$$B = \int_0^\phi dB = \int_0^\phi \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{iR d\phi}{R^2} = \frac{\mu_o i}{4\pi R} \int_0^\phi d\phi$$

e, portanto,

$$B = \frac{\mu_0 i \phi}{4\pi R}.$$

A intensidade do campo magnético H é dado então por:

$$H = \frac{i \phi}{4\pi R}.$$

Atividades Finais

Problema 17.1 Dois fios infinitos e paralelos estão carregando correntes de mesma intensidade i , porém em direções opostas. A distância entre os dois fios é d . Qual é o campo magnético que cada fio gera na região onde se encontra seu vizinho? Qual é o valor da força magnética entre os fios?

Problema 17.2 Um fio de comprimento L e massa m carrega uma corrente i , e suas extremidades estão apoiadas em dois trilhos paralelos. O fio pode deslizar livremente pelos trilhos. Uma densidade de fluxo magnético \vec{B} está direcionada perpendicularmente ao plano dos trilhos e fio. Veja a **Figura 17.9**.

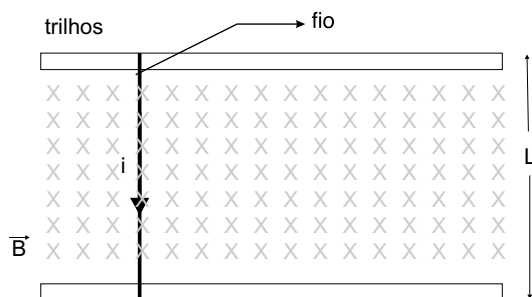


Figura 17.9: Problema 17.2.

Qual é a direção da força que atua sobre o fio? Qual é a intensidade da força que atua sobre o fio? Qual será a aceleração do fio?

Problema 17.3 Um cilindro de massa m , raio R e comprimento L está apoiado em um plano inclinado de ângulo θ . Ao longo do eixo longitudinal do cilindro, é enrolada uma bobina de N espiras, conforme indica a **Figura 17.10**. Um campo magnético H existe na região e está direcionado perpendicularmente à base do plano inclinado. Uma corrente i , que circula na bobina, mantém a bobina parada, sem rodar plano abaixo. Em qual direção circula a corrente i ? Qual é o valor da corrente i ?

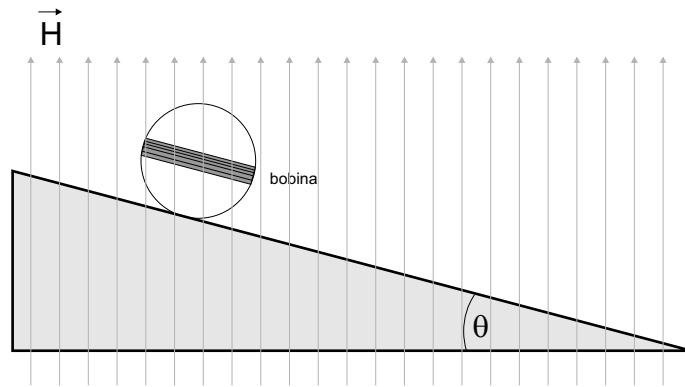


Figura 17.10: Problema 17.3.

Problema 17.4 Uma bobina de raio $r = 10$ cm, formada por 10 espiras de fio, está colocada em uma região onde há um campo magnético de intensidade $H = 20$ A/m, orientado verticalmente para cima. A bobina faz um ângulo de 30° com o campo. Uma corrente de intensidade $i = 10$ mA passa a circular na bobina em sentido horário. Veja a **Figura 17.11**. Qual é a intensidade do momento de dipolo magnético da bobina? Qual é a direção do momento de dipolo magnético da bobina? Qual é a intensidade do torque imposto à bobina?

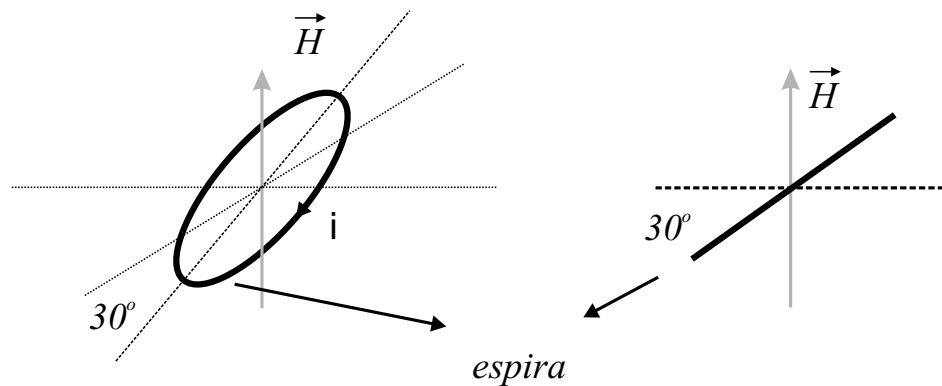


Figura 17.11: Problema 17.4.

Problema 17.5 Mostre que a intensidade do campo magnético gerado por uma corrente i ao longo do eixo central de uma espira de corrente de raio a é dada por:

$$H = \frac{ia^2}{2(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

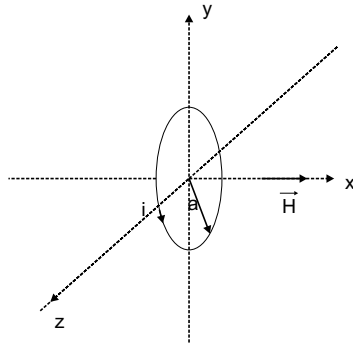


Figura 17.12: Problema 17.5.

Problema 17.6 Mostre que a intensidade do campo magnético gerado por uma corrente i no centro de uma espira de corrente de raio $r = a$ é dada por:

$$H = \frac{i}{2a}.$$

Problema 17.7 A Figura 17.13 mostra duas bobinas circulares de mesmo raio $r = a$, que transportam a mesma corrente i , no mesmo sentido. As bobinas estão separadas por uma distância $d = a$. Uma das bobinas está situada na posição $x = a/2$, e a segunda, na posição $x = -a/2$. Essa configuração é conhecida como bobinas de Helmholtz. Calcule o campo magnético ao longo do eixo central do sistema.

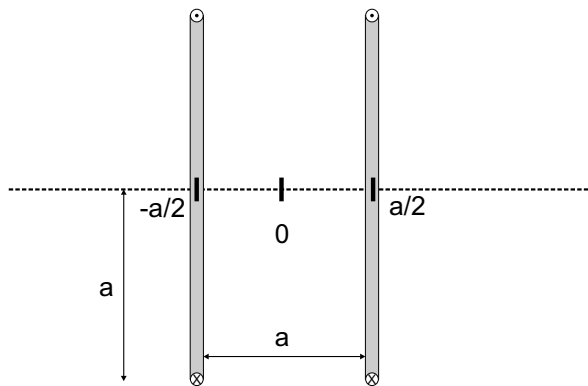


Figura 17.13: Problema 17.7.

Resumo

Quando uma corrente circula por um condutor imerso em uma região com uma densidade de fluxo magnético, os portadores de carga sofrem a ação de forças de origem elétrica e magnética. O acúmulo de cargas nas

extremidades do condutor faz surgir uma tensão. Essa tensão é perpendicular à direção em que circula a corrente.

A corrente é proporcional ao número de portadores de carga n , dada por:

$$i = \frac{VLe}{B}i.$$

O efeito do campo magnético sobre os portadores de carga de uma corrente causa uma força no fio que transporta essa corrente. A força é calculada por:

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}.$$

A força que atua em um elemento de corrente $i d\vec{L}$ é dada por:

$$d\vec{F}_B = i d\vec{L} \times \vec{B}.$$

Uma espira que transporta uma corrente i e está imersa em um campo magnético sofre um torque dado por:

$$\tau = N i a b B \sin(\theta).$$

O momento de dipolo magnético de uma espira é definido por:

$$\mu = N i A,$$

onde A é a área da bobina, i é a corrente que circula por ela, e N é o número de espiras que a bobina contém. O vetor momento de dipolo magnético tem direção perpendicular ao plano da bobina.

O torque, em uma bobina, pode ser descrito em função do momento de dipolo magnético :

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}.$$

A Lei de Biot-Savart descreve o campo magnético criado por uma corrente elétrica i em um ponto P do espaço e é dada por:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}.$$

O campo magnético é proporcional à densidade de fluxo magnético, e a constante de proporcionalidade se chama permeabilidade magnética:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}.$$

A Lei de Biot-Savart pode ser usada para calcular-se o campo magnético gerado por correntes elétricas.

Informações sobre a próxima aula

Na próxima aula, estudaremos uma nova maneira de calcular o campo magnético de distribuições de correntes, a Lei de Ampère.

Leituras complementares

Leia com atenção as seções 29.4, 29.5, 29.7, 29.8 e 30.1 do D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Física III – Eletromagnetismo*, 6ª edição, Vol. 3, LTC Editora, Rio de Janeiro (2000).

Leia também as seções 7.1, 7.2, 7.3, 8.3 e 8.4 do H. Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica 3 – Eletromagnetismo*, Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1997.

Aula 18 – Lei de Ampère

Meta da aula

Estudar a Lei de Ampère para o cálculo do campo magnético de distribuições de corrente.

Objetivos

No final desta aula, você deverá ser capaz de:

- Entender a Lei de Ampère.
- Aplicar a Lei de Ampère para calcular a densidade de fluxo magnético.

Pré-requisitos

Esta aula requer que você esteja familiarizado com os conceitos relativos à corrente elétrica e campos magnéticos, estudados nas Aulas 2 a 5, 12, 16 e 17 deste módulo.

Introdução

Nas Aulas 2 a 5 deste módulo, você aprendeu que o campo elétrico pode ser determinado de forma relativamente fácil, usando a Lei de Coulomb quando a distribuição de cargas é simples. Para distribuições de cargas mais complexas, mas que possuem alguma simetria, você aprendeu a usar a Lei de Gauss.

Agora é um bom momento para revisar um pouco o que é a Lei de Gauss e como ela se aplica à solução de problemas onde se quer conhecer o campo elétrico de uma distribuição de cargas.

Existe um análogo para os campos magnéticos? Como podemos descrever e calcular o campo magnético de uma distribuição, por vezes complexa, de correntes elétricas?

A Lei de Ampère

De forma análoga ao campo elétrico, se a distribuição de correntes apresenta alguma simetria, existe uma maneira de calcular o campo magnético de forma mais simples. Esta maneira é a que faz uso da Lei de Ampère.

Como você viu nas Aulas 16 e 17 deste módulo, o campo magnético, no espaço ao redor de uma corrente elétrica, é proporcional à corrente elétrica que serve de fonte a ela, da mesma forma que o campo elétrico é proporcional à carga que serve de fonte a ele. A Lei de Ampère nos diz que, para qualquer caminho fechado (uma volta), a soma dos elementos de comprimento multiplicados pela indução magnética é igual à permeabilidade do meio vezes a corrente elétrica envolta pelo caminho fechado.

Matematicamente, teremos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{env}. \quad (18.1)$$

Note que \vec{B} e $d\vec{s}$ são quantidades vetoriais. A primeira é a indução magnética no local, e a segunda, o vetor que indica a direção e o sentido da integração. O símbolo \oint denota uma integral de linha. Ele indica que o produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ deve ser integrado ao longo de uma curva fechada, de uma volta completa ao longo das fontes de corrente. Esta curva também é conhecida como laço de Ampère e é o análogo à superfície gaussiana da Lei de Gauss.

Mas como aplicamos a Lei de Ampère para o cálculo do campo magnético?

Aplicando a Lei de Ampère

Observe a **Figura 18.1**. Ela mostra um corte de um conjunto de fios por onde circulam as correntes i_1 , i_2 e i_3 .

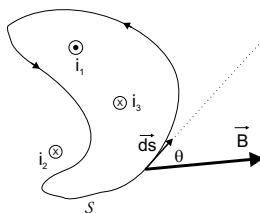


Figura 18.1: A Lei de Ampère aplicada a um conjunto simples de correntes.

As correntes são perpendiculares ao plano da folha. A corrente i_1 está saindo perpendicular ao plano da página, enquanto i_2 e i_3 estão entrando perpendiculares ao plano da página. A curva fechada \mathcal{S} forma um laço, e é o laço de Ampère que vamos utilizar.

A curva fechada \mathcal{S} pode ser dividida em uma série de pequenos pedaços infinitesimais $d\vec{s}$, que são todos tangentes a \mathcal{S} . A **Figura 18.1** mostra a indução magnética \vec{B} em um dos pontos. Vamos agora aplicar a Lei de Ampère a esta curva \mathcal{S} .

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cos \theta ds = \mu_0 i_{env}.$$

Agora, temos de somar as correntes envolvidas. Observe novamente a **Figura 18.1**. A curva \mathcal{S} não envolve a corrente i_2 e, portanto, não entra na contabilidade das correntes. A soma total das correntes será:

$$i_{env} = i_1 - i_3.$$

Por que a corrente i_1 tem sinal positivo enquanto i_3 foi contabilizada como negativa? A soma segue a regra da mão direita. Curvando os dedos da mão direita no sentido do caminho de integração, o polegar indica o sentido da corrente. Para i_1 , temos, portanto, um sinal positivo, enquanto i_3 recebe um sinal negativo.

A Lei de Ampère nos fornece então:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0(i_1 - i_3).$$

Todas as contribuições de i_2 na integração se cancelam. As contribuições de i_1 e i_3 não se cancelam. Como não temos informações adicionais sobre a curva fechada \mathcal{S} , então não podemos determinar a indução \vec{B} .

Vamos agora aplicar a Lei de Ampère a situações em que conhecemos detalhes da curva \mathcal{S} .

Cálculo da indução magnética usando a Lei de Ampère: fio longo

O caso mais simples, equivalente ao caso de uma carga isolada para o campo elétrico, é o cálculo do campo magnético gerado por um fio reto e longo que carregue uma corrente i . Veja a **Figura 18.2**.

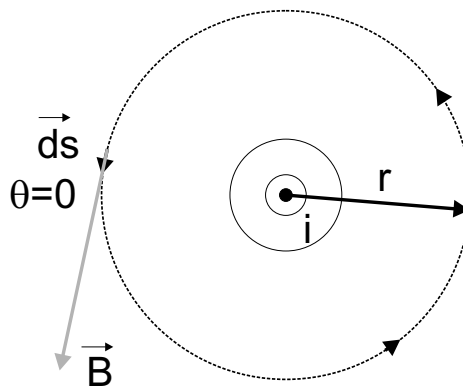


Figura 18.2: A Lei de Ampère aplicada a um fio que carregue uma corrente i .

A corrente i está saindo da folha. A curva de integração \mathcal{S} é um círculo ao redor do fio. A Equação 17.12 nos mostra que a indução magnética \vec{B} deve ter o mesmo valor ao longo da curva \mathcal{S} :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cos \theta ds = B \oint ds.$$

A integral de linha sobre ds é simplesmente o perímetro do círculo da curva \mathcal{S} :

$$\oint ds = 2\pi r.$$

e, portanto,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B2\pi r.$$

Usando a Lei de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i.$$

$$B2\pi r = \mu_0 i.$$

podemos determinar B como sendo:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}. \quad (18.2)$$

Cálculo da indução magnética no interior de um fio

Como fica o campo no interior de um fio que carregue uma corrente i ?

A **Figura 18.3** mostra uma seção reta de um fio de raio R por onde circula uma corrente i . Escolhemos uma curva fechada que está no interior do fio, para aplicar a Lei de Ampère.

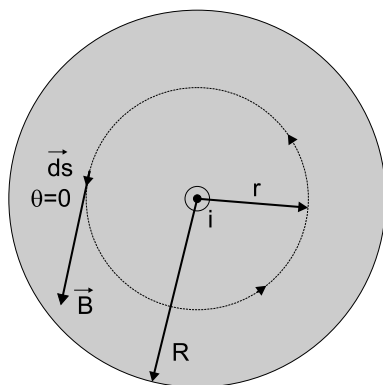


Figura 18.3: A Lei de Ampère aplicada ao interior de um fio de raio R que carregue uma corrente i .

Já vimos que a integração sobre um círculo fechado nos fornece:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B2\pi r.$$

Temos agora de encontrar o valor da corrente envolvida pela curva fechada. Se a corrente estiver uniformemente distribuída pela seção reta do fio, a corrente envolta será proporcional à área envolta pela curva:

$$i_{env} = i \frac{\pi r^2}{\pi R^2}.$$

E temos, portanto,

$$B2\pi r = \mu_0 i \frac{\pi r^2}{\pi R^2}.$$

A densidade de fluxo tem intensidade dada por:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} r. \quad (18.3)$$

Este resultado nos mostra que a intensidade da densidade de fluxo, no interior de um fio, é proporcional ao raio. Ela é nula no centro e máxima na superfície.

Exercício 18.1

Compare os resultados do valor da intensidade da indução magnética para $r = R$, obtido pela Equação 18.2 e 18.3.

Cálculo do campo magnético gerado por um solenóide

Vamos calcular o campo magnético gerado por um conjunto de espiras colocadas bem próximas umas às outras. Um conjunto de espiras montadas assim, de forma espiral, com cada espira encostando na espira seguinte, é conhecido pelo nome de solenóide. Veja a **Figura 18.4**

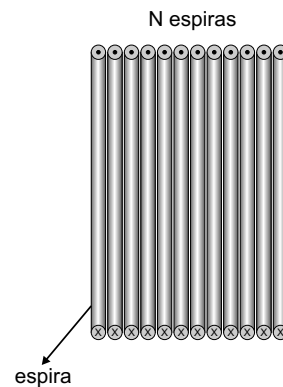


Figura 18.4: Vista em corte de um solenóide.

Cada espira do solenóide contribui com um campo magnético. O campo magnético total corresponde à soma de todas as contribuições. A soma de todas as contribuições faz com que o campo, no interior do solenóide, fique bastante homogêneo e uniforme. O campo externo do solenóide é fraco e será considerado como nulo.

Como podemos determinar o campo aplicando a Lei de Ampère? Observe a **Figura 18.5**.

Aplicando a Lei de Ampère, teremos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{env}.$$

O laço de Ampère está mostrado na **Figura 18.5**. Podemos dividir a integral sobre $d\vec{s}$ nos quatro tramos do laço retangular.

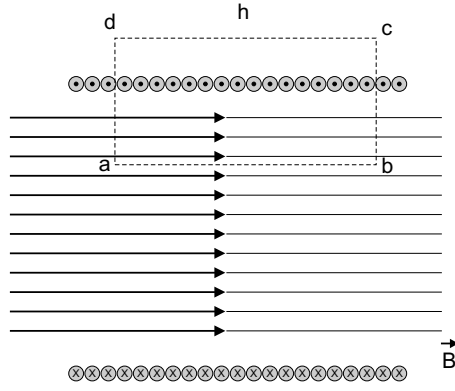


Figura 18.5: Vista do solenóide com um laço de Ampère de comprimento h .

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{s}. \quad (18.4)$$

O primeiro termo, na Equação 18.4, apresenta como resultado:

$$\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} = Bh,$$

onde h é o comprimento do laço, e B , o campo uniforme no interior do solenóide. O segundo e o quarto termos da Equação 18.4 são nulos, pois neles \vec{B} e $d\vec{s}$ são perpendiculares. O terceiro termo da Equação 18.4 também é nulo, pois o campo no exterior é nulo.

Assim, a Lei de Ampère nos leva ao seguinte resultado final para todo o laço de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = Bh.$$

A corrente total é a corrente i , somada nas n voltas espirais do solenóide. Se o solenóide tem uma densidade n espiras por metro, então em um comprimento h , teremos nh voltas, cada qual com uma corrente i :

$$i_{env} = i(nh).$$

Um solenóide ideal, portanto, tem uma indução magnética no seu interior dada por:

$$Bh = \mu_0 i n h,$$

ou seja,

$$B = \mu_0 i n. \quad (18.5)$$

E o campo, no interior, será:

$$H = \frac{B}{\mu_0} = i n. \quad (18.6)$$

Um solenóide de N espiras em um comprimento L terá $n = N/L$, e, portanto:

$$H = \frac{Ni}{L}.$$

Observe agora a unidade de H obtida! É exatamente o A/m.

Atividades Finais

Problema 18.1 A **Figura 18.6** mostra a seção de um toróide. Um toróide é feito enrolando-se uma bobina de N espiras ao redor de um toro, ou seja, um sólido parecido com um pneu. Mostre que o campo magnético no interior de um toróide é dado por:

$$H = \frac{iN}{2\pi r}.$$

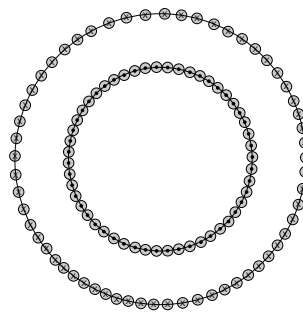


Figura 18.6: Problema 18.1.

Problema 18.2 A **Figura 18.7** mostra a seção reta de um tubo condutor de raio interno a e raio externo b , que transporta uma densidade de corrente $J = r^2 A/m^2$. Mostre que a intensidade do campo magnético, no interior do tudo ($a < r < b$), é dada por:

$$H = \frac{r^4 - a^4}{4r}.$$

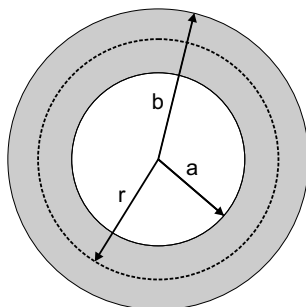


Figura 18.7: Problema 18.2.

Problema 18.3 Observe novamente a **Figura 18.7**. Qual é o valor do campo magnético no interior do tubo ($r < a$)?

Problema 18.4 A **Figura 18.8** mostra a seção reta de um fio condutor de raio a que contém um furo cilíndrico de raio b ao longo de seu comprimento. O fio transporta uma corrente uniformemente distribuída de intensidade i . Qual é o valor do campo magnético no centro do furo?

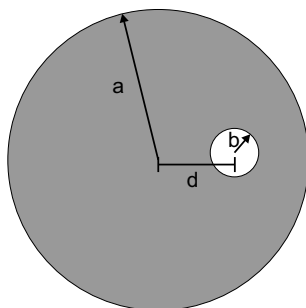


Figura 18.8: Problema 18.4.

Resumo

A Lei de Ampère permite o cálculo da densidade de fluxo magnético:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{env}.$$

A integral é calculada sobre uma curva fechada denominada laço de Ampère. O campo de um solenóide é dado por:

$$H = \frac{Ni}{L}$$

Informações sobre a próxima aula

Na próxima aula, estudaremos as Leis de Faraday e Lenz e o conceito de indutância. Veremos também o que é uma corrente alternada e sua importância nos sistemas de transmissão de corrente elétrica.

Leituras complementares

Leia com atenção as seções 30.1, 30.2, 30.3 e 30.4 do D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Física III – Eletromagnetismo*, 6ª edição, Vol. 3, LTC Editora, Rio de Janeiro (2000).

Leia também as seções 8.1 do H. Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica 3 – Eletromagnetismo*, Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1997.

Aula 19 – Lei de Faraday, indutância e circuitos de corrente alternada

Meta da aula

Estudar a Lei de Faraday, o conceito de indutância, circuitos RL e RLC, e circuitos de corrente alternada.

Objetivos

No final desta aula, você deverá conhecer:

- Os princípios da indução magnética.
- A Lei de Faraday-Lenz.
- O que é uma corrente alternada.
- Circuitos de corrente alternada.

Pré-requisitos

Esta aula requer que você esteja familiarizado com os conceitos relativos à corrente elétrica e campos magnéticos, estudados nas Aulas 16, 17 e 18 deste módulo.

Introdução

Vimos, nas Aulas 17 e 18 deste módulo, que uma corrente elétrica é capaz de gerar um campo magnético em uma região do espaço. Vimos, também, que uma espira de corrente imersa em um campo magnético sofre um torque.

Nesta aula, apresentamos de início, uma questão: o que ocorre se a uma espira que está imersa em um campo é imposto um torque externo, fazendo-a girar?

Ao longo desta aula, aprenderemos que aparece uma corrente elétrica no fio da espira e que este é o princípio básico de geração de energia elétrica em uma usina de eletricidade.

O princípio da indução

Observe a **Figura 19.1**. Nela, uma espira simples é conectada a um multímetro capaz de detectar qualquer corrente que exista na espira. Se simplesmente observarmos o medidor, provavelmente não veremos nenhuma alteração, ou seja, nenhuma corrente. Mas quando aproximamos da espira uma barra imantada, constatamos o aparecimento de uma corrente elétrica no medidor.

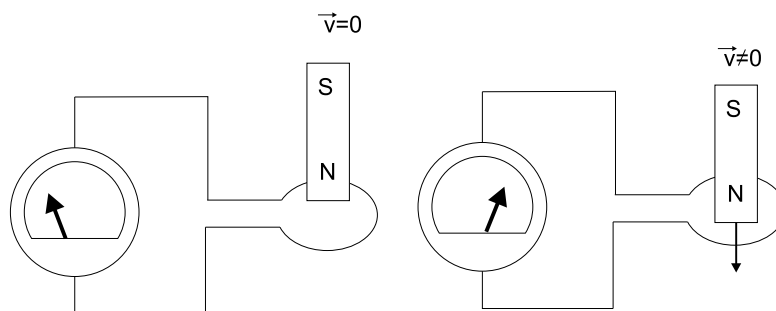


Figura 19.1: Corrente que aparece em uma espira sob influência de uma barra imantada em movimento.

As seguintes características podem ser observadas em um experimento deste tipo:

- A corrente aparece somente quando há movimento relativo entre a espira e a barra imantada. Se a barra é introduzida na espira, uma corrente surge enquanto dura o movimento de inserção. Assim que o movimento cessa, a corrente cessa. Da mesma forma, enquanto a barra é retirada, há corrente.
- O sentido da corrente depende da direção do movimento relativo. Se ao aproximar-se a barra à espira, a corrente gerada circular no sentido horário, então, ao retirar a barra a corrente aparece no sentido anti-horário.
- Quanto mais rápido for o movimento, maior será a corrente.

Conforme estudamos nas Aulas 16, 17 e 18, uma espira de corrente é equivalente a um momento magnético e se comporta como uma barra imantada. Na **Figura 19.2**, mostramos um esquema de um experimento muito similar ao mostrado na **Figura 19.1**, só que agora a barra imantada foi substituída por uma segunda bobina conectada a uma bateria.

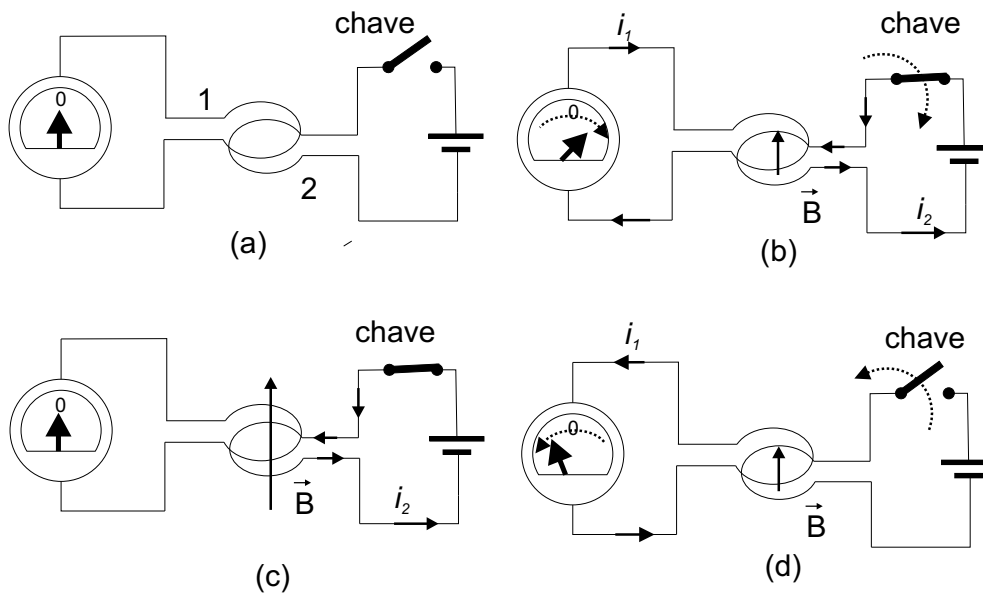


Figura 19.2: Corrente que aparece em uma espira sob influência de uma segunda espira energizada. (a) Chave desligada. (b) Instante em que a chave é ligada. (c) Chave ligada.

O que ocorre neste caso? Antes de a chave ser ligada, não há corrente na espira 2. Também não há sinal na espira 1, e o galvanômetro indica 0A. Veja a **Figura 19.2.a**. No instante em que a chave é ligada (**Figura 19.2.b**), uma corrente i_2 passa a circular pela espira 2. O campo magnético gerado por i_2 aumenta até atingir seu valor máximo. Durante este período, uma corrente i_1 aparece na espira 1. Assim que o campo atinge o seu valor máximo e fica estático, cessa a corrente na espira 1. Veja a **Figura 19.2.c**. Quando a chave é desligada, o campo gerado cai a zero e, durante o tempo de decaimento, aparece novamente uma corrente i_1 na espira 1, porém com sentido contrário ao da corrente gerada quando a chave foi ligada. Veja a **Figura 19.2.d**.

Os resultados destes tipos de experimento foram estudados por Michael Faraday. Faraday observou que correntes elétricas podiam ser induzidas em uma espira pela variação do campo magnético que a atravessa. Faraday expressou esses resultados em uma lei conhecida hoje como Lei de Indução de Faraday. Ela nos diz que uma diferença de potencial é induzida em uma espira quando o número de linhas de campo magnético que atravessam esta espira estiver variando. Não importa o número exato de linhas de campo, mas sim a taxa em que elas estão variando.

A Lei de Faraday não explica a razão pela qual uma corrente e uma diferença de potencial surgem na espira, mas ajuda a descrever o fenômeno e a fazer uma descrição quantitativa dele.

A Lei de Faraday e o fluxo magnético

Para quantificar a Lei de Faraday, faremos novamente uma analogia com o que observamos em fenômenos relacionados aos campos elétricos. Quando temos um campo elétrico em uma região, gerado por exemplo por uma carga, podemos calcular o fluxo de linhas de campo elétrico através de uma superfície que engloba a carga:

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A},$$

onde \vec{E} é o campo elétrico, e $d\vec{A}$, um vetor normal a um elemento de área de uma superfície que engloba a fonte do campo elétrico. Esta é a definição de fluxo elétrico.

O fluxo magnético é definido de forma análoga.

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}. \quad (19.1)$$

O fluxo magnético é uma medida da densidade de linhas de campo que atravessa uma área. Por essa razão, a quantidade \vec{B} é conhecida como densidade de fluxo magnético.

A unidade do fluxo magnético pode ser obtida diretamente da Equação 19.1. Ela é denominada weber e simbolizada por Wb.

$$1\text{weber} = 1\text{Wb} = 1\text{T} \cdot \text{m}^2.$$

Se \vec{B} for uniforme e estiver atravessando perpendicularmente uma área $d\vec{A}$, então podemos escrever:

$$\Phi_B = B \int dA,$$

e teremos:

$$\Phi_B = BA.$$

Assim, a Lei de Faraday pode ser enunciada da seguinte forma, já se levando em conta o conceito de fluxo magnético:

A intensidade da diferença de potencial V induzida em uma espira condutora é igual à taxa de variação do fluxo magnético Φ_B com o tempo, através da espira.

Matematicamente, esta lei pode ser descrita como:

$$V = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (19.2)$$

A Lei de Lenz

Note o sinal negativo da Equação 19.2. Este sinal indica que a diferença de potencial, e a corrente induzida, se opõe à variação de fluxo. Essa variação indica o sentido da corrente induzida. Uma corrente será induzida em sentido que produzirá um campo que se opõe à variação do campo original. Este fato foi enunciado por **Heinrich Friedrich Lenz**:

Uma corrente induzida possui o sentido tal que o campo gerado por ela se opõe à variação de fluxo que a induz.

Este enunciado é conhecido como Lei de Lenz.

Para um conjunto de N espiras, a diferença de potencial V que surge corresponderá ao somatório da resposta de cada espira. Assim,

$$V = -N \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

A Lei de Faraday, em conjunto com a Lei de Lenz, é conhecida como Lei de Faraday-Lenz. Vejamos agora um exemplo de aplicação destas leis.

Exemplo 19.1 Movimento de haste condutora sobre trilhos condutores na presença de campo magnético.

A **Figura 19.3** mostra uma haste de material condutor de comprimento L . Esta haste pode se mover livremente sobre um conjunto de trilhos fixos em forma de U, conforme indica a figura. Na região onde se encontra este sistema, existe uma densidade de fluxo magnético \vec{B} uniforme entrando

Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804 - 1865) foi um físico alemão nascido em Tartu, região perto do Báltico, hoje parte da Estônia. Ficou conhecido pela lei que formulou em 1833. Lenz estudou Química e Física. Iniciou seus estudos de eletromagnetismo em 1831. Além da lei que leva seu nome, Lenz descobriu, em 1842, de forma independente, o que conhecemos como Lei de Joule.

perpendicularmente ao plano da página (indicada pelo símbolo \times). O contato elétrico entre a haste e o trilho é bom e, portanto, forma um circuito fechado. Vamos supor que a resistência total do circuito fechado seja R e que ela não se altere significativamente quando a haste se desloca pelo trilho.

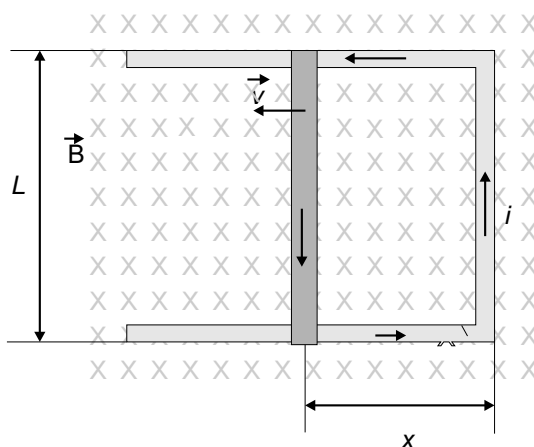


Figura 19.3: Haste condutora que se desloca por trilhos em campo uniforme \vec{B} .

O que ocorre quando a haste se desloca para a direita com velocidade \vec{v} ?

Vamos supor que a direção normal ao plano do circuito está orientada para cima. Isso faz com que o fluxo do campo através do circuito seja negativo. O fluxo pode ser calculado por:

$$\Phi = -BA = -BxL.$$

E a diferença de potencial V induzida será:

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(-BA)}{dt} = -\frac{d(-BxL)}{dt}.$$

Como B e L não variam com o tempo, teremos:

$$V = -(-BL)\frac{dx}{dt} = BLv,$$

onde v é a intensidade da velocidade de deslocamento da haste.

Qual é a intensidade e o sentido da corrente induzida?

A corrente induzida i deve ter, segundo a Lei de Faraday-Lenz, a direção de gerar um campo que vai se opor ao campo que a gera. Assim, o sentido deve ser o anti-horário, e a intensidade por ser calculada pela Lei de Ohm:

$$i = \frac{V}{R} = \frac{BLv}{R}.$$

Qual é a força magnética \vec{F} que aparece na haste?

A força pode ser calculada pela relação:

$$\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B},$$

onde \vec{B} e $i\vec{L}$ são perpendiculares. A força aparece no sentido do produto vetorial de ambas. Portanto, no sentido indicado na **Figura 19.4**.

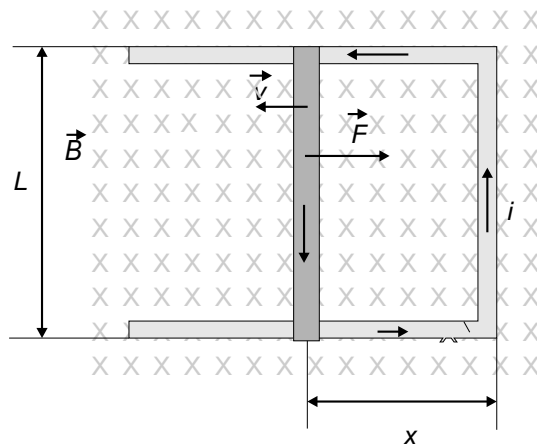


Figura 19.4: Força em uma haste condutora que se desloca por trilhos em campo uniforme \vec{B} .

A intensidade da força será:

$$F = iLB = \frac{BLv}{R}LB = \frac{B^2L^2v}{R}.$$

Note que a força \vec{F} aparece no sentido contrário ao da velocidade. Isso faz sentido, pois, segundo a Lei de Faraday-Lenz, a corrente gerada no circuito deve se opor à variação de fluxo. Para manter a haste se movendo com velocidade constante, devemos aplicar, no mesmo sentido da velocidade, uma força $\vec{F}_a = -\vec{F}$. O trabalho realizado por esta força \vec{F}_a é dado por:

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F}_a \cdot \vec{v} = \frac{B^2L^2v^2}{R}.$$

Qual é o valor da potência dissipada por efeito Joule na haste?

A potência dissipada pode ser calculada por:

$$Vi = BLv \cdot \frac{BLv}{R} = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}.$$

Note que este resultado é igual ao valor do trabalho realizado pela força \vec{F}_a , o que é consistente com o problema.

Indutância Mútua

Vamos considerar novamente o efeito que uma bobina que carrega uma corrente i_1 causa em uma segunda bobina por meio do campo que ela gera. Vamos considerar também dois solenóides, ou bobinas, S_1 e S_2 com N_1 e N_2 número de espiras, respectivamente. Ambos são montados de forma coaxial, conforme indica a **Figura 19.5**.

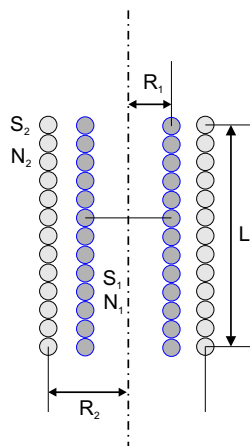


Figura 19.5: Solenóides coaxiais.

Vamos considerar, ainda, que o comprimento L seja muito maior que os diâmetros de ambos. Desta forma, uma corrente i_1 circulando pelo solenóide S_1 gera uma densidade de fluxo magnético B_1 dada por:

$$\begin{aligned} B_1 &= \mu_0 \frac{N_1 i_1}{L} (0 \leq r \leq R_1) \\ &= 0 (r > R_1). \end{aligned} \quad (19.3)$$

O fluxo produzido pelo solenóide S_1 no solenóide S_2 é dado por:

$$\Phi_{21} = N_2 \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} = N_2 B_1 \pi R_1^2 = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L} \pi R_1^2 i_1. \quad (19.4)$$

Note que o fluxo é nulo para $(r > R_1)$. O fluxo Φ_{21} é proporcional à corrente i_1 . O termo à esquerda da corrente i_1 na Equação 19.4 depende

somente da geometria do sistema e do número de voltas de cada solenóide. Podemos reescrever a Equação 19.4 como:

$$\Phi_{21} = L_{21} i_1. \quad (19.5)$$

A constante de proporcionalidade L_{21} é o fluxo induzido por unidade de corrente:

$$L_{21} = \mu_0 N_1 N_2 \frac{\pi R_1^2}{L}. \quad (19.6)$$

A quantidade L_{21} é conhecida como indutância mútua. A unidade da indutância mútua no Sistema Internacional de Unidades é o henry, simbolizado por H:

$$1 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = 1\text{H}.$$

Analizamos o que acontece quando uma corrente passa pelo solenóide S_1 . Resta verificar o que ocorre se uma corrente i_2 passa pelo solenóide S_2 . A resposta é que teremos:

$$\begin{aligned} B_2 &= \mu_0 \frac{N_2 i_2}{L} (0 \leq r \leq R_2) \\ &= 0 (r > R_2). \end{aligned} \quad (19.7)$$

O fluxo Φ_{12} deste campo através das N_1 espiras do solenóide S_1 é dado por:

$$\Phi_{12} = N_1 \int \vec{B}_2 \cdot d\vec{A} = N_1 B_2 \pi R_1^2 = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L} \pi R_1^2 i_2, \quad (19.8)$$

e, portanto,

$$\Phi_{12} = L_{12} i_2 = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L} \pi R_1^2 i_2. \quad (19.9)$$

Das Equações 19.9 e 19.5, podemos observar que:

$$L_{21} = L_{12}$$

Auto-indutância

Se o solenóide S_1 , da **Figura 19.5**, produz um fluxo no solenóide S_2 , ele também produz um fluxo sobre si próprio! Isso significa que podemos escrever:

$$\Phi_{11} = N_1 \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} = N_1 B_1 \pi R_1^2 = \mu_0 \frac{N_1^2}{L} \pi R_1^2 i_1, \quad (19.10)$$

ou seja,

$$\Phi_{11} = L_1 i_1 = \mu_0 \frac{N_1^2}{L} \pi R_1^2 i_1, \quad (19.11)$$

e, portanto,

$$L_1 = \mu_0 \frac{N_1^2}{L} \pi R_1^2. \quad (19.12)$$

O termo L_1 , dado pela Equação 19.12, é conhecido como auto-indutância de um solenóide. Toda bobina ou solenóide também é conhecido pelo nome de indutor, pois apresenta uma auto-indutância.

O solenóide S_2 também terá uma auto-indutância dada por:

$$\Phi_{22} = L_2 i_2 = \mu_0 \frac{N_2^2}{L} \pi R_2^2 i_2, \quad (19.13)$$

com

$$L_2 = \mu_0 \frac{N_2^2}{L} \pi R_2^2. \quad (19.14)$$

Quando circulamos correntes pelos solenóides S_1 e S_2 simultaneamente, temos que o fluxo induzido em cada solenóide corresponde à composição da indutância mútua e a auto-indutância:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= L_1 i_1 + L_{12} i_2, \\ \Phi_2 &= L_{21} i_1 + L_2 i_2, \end{aligned} \quad (19.15)$$

com $L_{21} = L_{12}$.

Das Equações 19.15, podemos concluir que

$$\frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Exemplo 19.2 Auto-indutância de um cabo coaxial

Um cabo coaxial é composto de um condutor cilíndrico colocado no centro de um tubo condutor, conforme indica a **Figura 19.6**. Entre os dois condutores há um material isolante ou vácuo.

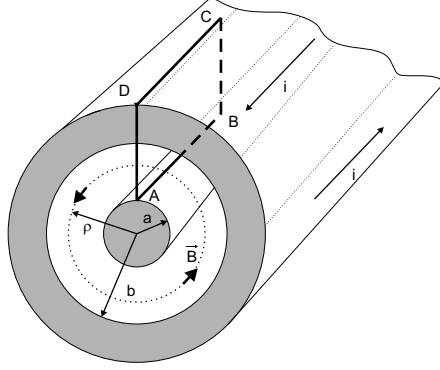


Figura 19.6: Um cabo coaxial.

A corrente i circula pelo fio interno em uma direção e retorna pelo condutor externo em direção oposta. O campo gerado pela corrente i entre os dois condutores, a uma distância ρ do centro do sistema, é simetricamente cilíndrico, conforme indica a linha pontilhada. Aplicando a Lei de Ampère, teremos:

$$2\pi\rho B = \mu_0 i,$$

e, portanto,

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi\rho}.$$

Vamos calcular o fluxo contido no retângulo $ABCD$. Vamos considerar o comprimento AB como sendo unitário e, assim, poderemos determinar o fluxo por unidade de comprimento.

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = AB \int_a^b B(\rho) d\rho = \frac{\mu_0 i}{2\pi} = \int_a^b \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.$$

O fluxo, por unidade de comprimento, é:

$$\Phi = \mathcal{L}i,$$

onde

$$\mathcal{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{a}{b},$$

é a auto-indutância do cabo coaxial.

Aplicando a Lei de Faraday nas Equações de fluxo magnético induzido 19.5 e 19.9, teremos a diferença de potencial que uma bobina gera na outra. Se uma corrente i_2 , em S_2 , gera uma variação de fluxo na bobina S_1 da **Figura 19.5**, então a diferença de potencial que aparece em S_1 será:

$$V_{12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{di_2}{dt}. \quad (19.16)$$

De forma análoga, a diferença de potencial na bobina S_2 , induzida pela variação de fluxo causada pela corrente i_1 , será:

$$V_{21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{di_1}{dt}. \quad (19.17)$$

A diferença de potencial gerada pela bobina S_1 nela mesma é calculada usando-se a auto-indutância:

$$V_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt}. \quad (19.18)$$

E, na bobina, S_2 teremos:

$$V_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt}. \quad (19.19)$$

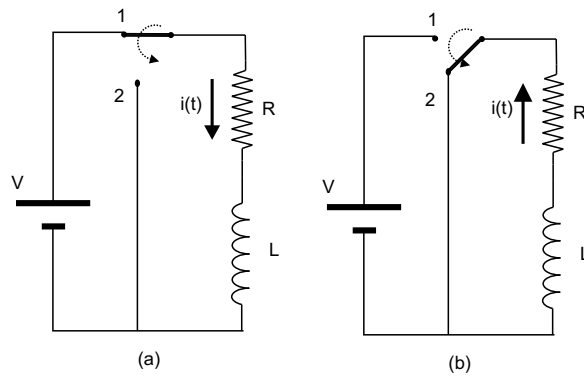
De forma geral, teremos:

$$\begin{aligned} V_1 &= -L_1 \frac{di_1}{dt} - L_{12} \frac{di_2}{dt}, \\ V_2 &= -L_{21} \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt}. \end{aligned} \quad (19.20)$$

Observe novamente as Equações 19.15. Aplicando a Lei de Faraday-Lenz ao fluxo, teremos exatamente o mesmo resultado que nas Equações 19.20.

Circuitos RL

Agora que conhecemos a auto-indutância, podemos estudar o comportamento de um circuito RL, composto de um resistor conectado em série com um indutor. Veja a **Figura 19.7**. O elemento representado pela letra L é o indutor.

**Figura 19.7:** Circuito RL simples.

O processo de carga

Quando a chave é colocada na posição 1, como na **Figura 19.7(a)**, uma corrente passa pelo circuito, e teremos, segundo a Lei das Malhas:

$$\begin{aligned} V &= V_R(t) + V_L(t), \\ V &= R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (19.21)$$

Volte ao texto da Aula 14 e observe a Equação 14.8. A Equação 19.21 é muito similar. A solução nos fornece a corrente em função do tempo. Teremos, portanto:

$$i(t) = \frac{V}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right), \quad (19.22)$$

onde τ_L é dado por:

$$\tau_L = \frac{L}{R}. \quad (19.23)$$

Exercício 19.1

Mostre que τ_L tem dimensão de tempo e que, portanto, a quantidade $\frac{t}{\tau_L}$ é adimensional.

Quando se fecha a chave na **Figura 19.7**, uma corrente circula pelo circuito e gera um campo magnético no indutor. No caso de um circuito RC,

o campo elétrico no capacitor armazenava a energia. No caso do circuito RL, a energia é armazenada na forma de campo magnético. Durante o processo de carga do indutor, as voltagens no resistor e no indutor são dados por:

$$V_R(t) = Ri(t) = R \frac{V}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) = V \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right),$$

$$V_L(t) = V - V_R(t) = V - V \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) = V e^{-\frac{t}{\tau_L}},$$

ou seja,

$$\begin{aligned} V_R(t) &= V \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right), \\ V_L(t) &= V e^{-\frac{t}{\tau_L}}. \end{aligned} \quad (19.24)$$

A **Figura 19.8** mostra os gráficos das tensões $V_R(t)$ e $V_L(t)$ durante o processo de carga.

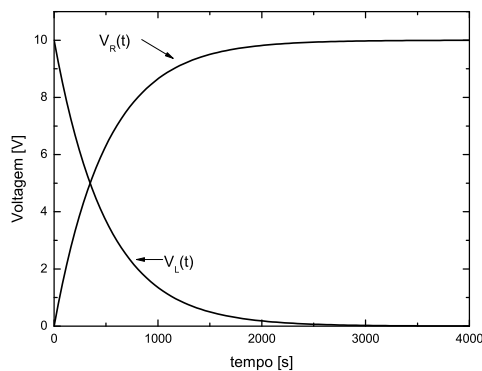


Figura 19.8: Tensões no resistor e no indutor em um circuito RL simples durante o processo de carga.

O processo de descarga

Quando a chave é posicionada em 2, como na **Figura 19.7.b**, se inicia o processo de descarga. Agora teremos:

$$L \frac{di(t)}{dt} + R i(t) = 0,$$

e a corrente será:

$$i(t) = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{\tau_L}}.$$

As voltagens no resistor e no indutor serão:

$$\begin{aligned} V_R(t) &= V e^{-\frac{t}{\tau_L}}, \\ V_L(t) &= -V e^{-\frac{t}{\tau_L}}. \end{aligned} \quad (19.25)$$

Energia armazenada no indutor

Tomemos novamente a Equação 19.21:

$$V = R i + L \frac{di}{dt}.$$

Multiplicando ambos os lados por i , teremos:

$$V i = L i \frac{di(t)}{dt} + R i^2. \quad (19.26)$$

O termo mais à esquerda na Equação 19.26 é a taxa com que a bateria realiza trabalho sobre as cargas, ou seja, é a taxa na qual a fonte entrega energia ao circuito. O termo mais à direita é a dissipação de potência no resistor, ou seja, o efeito Joule. O termo intermediário é a taxa com que o restante de energia é armazenado no indutor. Esta energia é armazenada em um campo magnético. Portanto, teremos:

$$\frac{dU_B}{dt} = L i \frac{di(t)}{dt},$$

$$dU_B = L i di,$$

$$\int_0^{U_B} dU_B = \int_0^i L i di,$$

e, portanto,

$$U_B = \frac{1}{2} L i^2. \quad (19.27)$$

O circuito LC

O que ocorre quando conectamos um capacitor a um indutor? Vamos imaginar o circuito da **Figura 19.9** e que o capacitor esteja carregado no início.

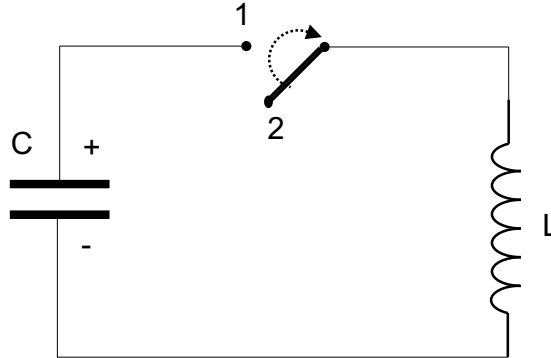


Figura 19.9: O circuito LC.

Se escrevermos a equação das malhas no circuito, teremos:

$$\begin{aligned} V_L(t) + V_C(t) &= 0, \\ L \frac{di(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} &= 0, \\ L \frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{q(t)}{C} &= 0. \end{aligned} \quad (19.28)$$

A solução desta equação é:

$$q(t) = Q \cos(\omega t + \phi). \quad (19.29)$$

E a corrente é dada por:

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{dq(t)}{dt} = -\omega Q \sin(\omega t + \phi), \\ i(t) &= -I \sin(\omega t + \phi). \end{aligned} \quad (19.30)$$

Portanto, a corrente oscila com o tempo. Quando a chave é colocada na posição 1, uma corrente começa a circular pelo circuito. A voltagem do capacitor começa a cair no tempo, e a voltagem no indutor começa a subir à medida que a intensidade da corrente sobe. Quando a corrente alcança seu valor máximo, o campo magnético no indutor é máximo, e o campo elétrico

no capacitor terá caído a zero. Neste instante, o campo magnético começa a diminuir, e a corrente começa a se tornar menos intensa, bem como seu sentido. Com isso, o capacitor começa a se carregar novamente, mas com um campo elétrico invertido em relação à situação inicial. Quando o capacitor se carrega completamente no sentido contrário, a corrente cai a zero, e o campo magnético no indutor também é nulo. A partir deste momento, a corrente se inverte, e todo o processo segue. Ao longo do tempo, veremos uma oscilação.

Exercício 19.2

Mostre que a Equação 19.29 é solução da Equação 19.28.

A frequência ω natural de oscilação do circuito LC é dada por:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (19.31)$$

Exercício 19.3

Um capacitor de 100 nF foi conectado a um indutor de 100 mH . Qual é a frequência natural de oscilação do circuito?

O circuito LC se comporta como um sistema massa mola simples.

O circuito RLC

Agora que conhecemos os circuitos RL, RC e LC, separadamente, podemos estudar o comportamento de um circuito RLC, formado por um resistor, um capacitor e um indutor, conectados em série. Observe o circuito da **Figura 19.10**.

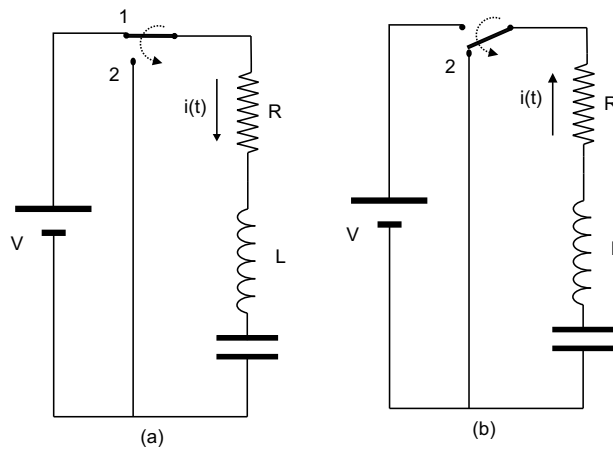


Figura 19.10: O circuito RLC.

Com a chave na posição 1, a Lei das Malhas nos fornece:

$$\begin{aligned} V &= V_L(t) + V_R(t) + V_C(t), \\ V &= L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C}, \end{aligned} \quad (19.32)$$

cujas soluções são dadas por:

$$q(t) = Q e^{-\frac{Rt}{2L}} \cos(\omega' t + \phi), \quad (19.33)$$

onde,

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - \frac{R^2}{2L}}. \quad (19.34)$$

A corrente no circuito vai oscilar, mas as oscilações serão amortecidas. O circuito RLC se comporta como um sistema massa mola amortecido.

Correntes alternadas

Vimos que quando aplicamos uma corrente contínua a uma bobina, ou circuito RL, a corrente aumenta até atingir seu valor máximo. Neste instante, o indutor gera um campo magnético. Se colocamos um segundo indutor nas redondezas, ele “sente” a presença da primeira bobina, mas somente enquanto a corrente varia no tempo. Isso sugere que, se a corrente sempre estiver variando no tempo, teremos uma maneira de manter a corrente induzida na segunda bobina.

De fato, pela Lei de Faraday, se o campo magnético for um campo que varie no tempo, por exemplo, de forma senoidal, a indução mútua vai fazer com que apareça na segunda bobina uma tensão proporcional à variação de fluxo que, neste caso, não é nula. Vejamos.

$$V = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{dBA}{dt} = -NA \frac{dB}{dt}.$$

Se $B = B_0 \sin(\omega t)$, então:

$$V = -NA \frac{dB_0 \sin(\omega t)}{dt} = -NA\omega B_0 \cos(\omega t) = -NA\omega B_0 \sin(\omega t + \phi).$$

Variando o número de espiras N da bobina que gera o campo e da bobina que sente o campo gerado, é possível controlar as intensidades e aumentar e diminuir a tensão total. Este é o princípio de funcionamento de um dispositivo conhecido como transformador.

Se temos um campo magnético constante, por exemplo, gerado por um ímã permanente e imergimos uma bobina nele, o que ocorre? Durante o processo de imersão, ou seja, enquanto a bobina está sendo mergulhada no campo, aparece uma tensão devida à Lei de Faraday-Lenz. Mas, quando a bobina está totalmente imersa no campo, mesmo que em movimento, não há variação de fluxo, e não há mais tensão. E, se fizermos a bobina girar de tal forma que a seção de área perpendicular ao campo varie no tempo, temos como gerar uma tensão que também varia no tempo. Observe a **Figura 19.11**.

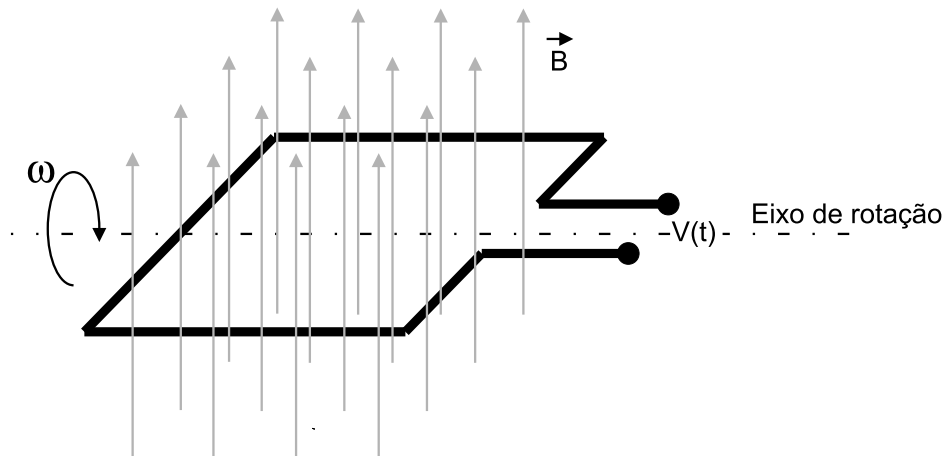


Figura 19.11: Uma bobina que gira em um campo magnético uniforme.

Se a bobina gira com velocidade angular ω , então, em um dado instante t , ela faz um ângulo $\theta = \omega t$ com o campo. A projeção da normal à área

na direção do campo é dada pelo $\cos \theta$. Assim, o fluxo magnético pode ser descrito por:

$$\Phi = N \vec{B} \cdot s \vec{A} = NBA \cos(\theta) = NBA \cos(\omega t).$$

A tensão $V(t)$ que aparece nos terminais da bobina é dada por:

$$V = \frac{d\Phi}{dt} = -\omega NBA \sin(\omega t).$$

Esta tensão, que depende do tempo, é conhecida como corrente alternada, pois seu valor se alterna entre valores positivos e negativos.

Sempre que conectamos um equipamento a uma tomada simples, estamos conectando este aparelho à rede elétrica de distribuição. Essa rede fornece a energia necessária para fazer funcionar os diversos aparelhos que temos em casa ou no trabalho. Você já perguntou como é esta corrente? De onde ela vem? Como foi gerada?

A geração e distribuição de corrente elétrica para uso comum é, em geral, feita através de uma corrente alternada. O processo todo começa em geradores de energia, em usinas hidrelétricas, termoeletricas ou nucleares. Estas formas de energia (hídrica, térmica, nuclear ou outra) em geral são usadas para mover um conjunto de bobinas de um gerador de corrente alternada. A energia é de alta potência. Essa energia é transformada por meio de transformadores especiais em altas tensões. A alta tensão pode ser distribuída por longas distâncias, através de cabos, desde a usina até as casas e empresas. Nas ruas, os cabos de alta tensão são conectados novamente a um transformador, que converte a alta tensão em baixa tensão, mas com uma capacidade de altas correntes. Essa baixa tensão, em geral 220V, é levada até as tomadas para ser usada. A **Figura 19.12** mostra o princípio de funcionamento de uma linha de transmissão de energia, que só é possível graças a correntes alternadas.

O símbolo usual para uma fonte de corrente alternada é mostrado na **Figura 19.13**.

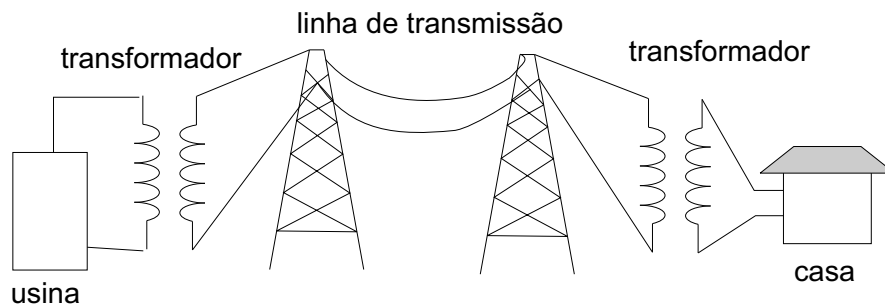


Figura 19.12: Uma linha de transmissão.

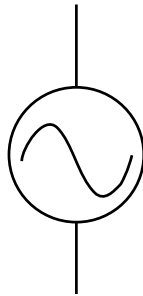


Figura 19.13: Símbolo de uma corrente alternada.

Em geral, uma corrente alternada tem características típicas. Veja a **Figura 19.14**.

A onda senoidal que caracteriza a voltagem no tempo tem as seguintes características:

1. V_p = tensão de pico
2. V_{pp} = tensão pico-a-pico
3. T = período

Circuitos simples em corrente alternada

Vamos agora ver o que ocorre quando uma corrente alternada é aplicada a um circuito simples. Começemos por um resistor simples, conforme indica a **Figura 19.15**.

Vamos considerar que a fonte de alimentação forneça uma tensão dada por:

$$V(t) = V_0 \sin(\omega t)$$

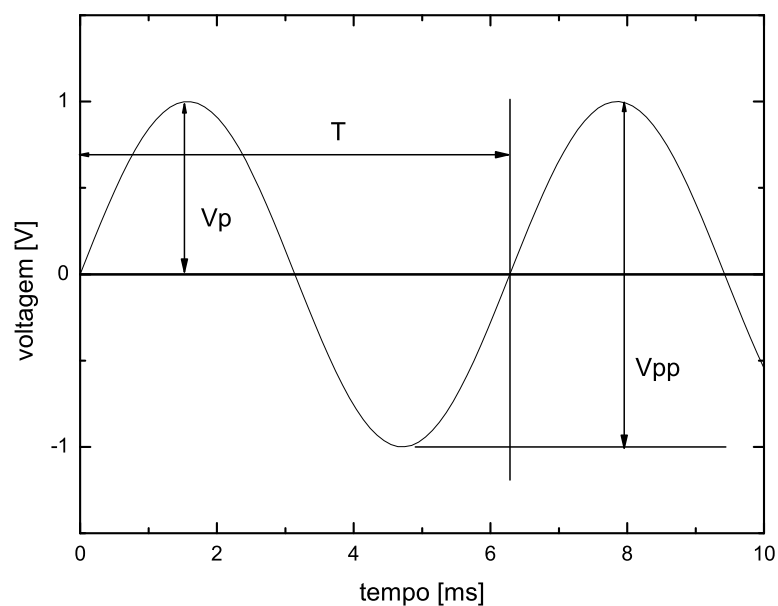


Figura 19.14: Tensão e corrente em resistor em corrente alternada.

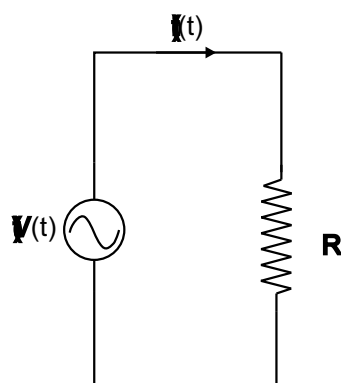


Figura 19.15: Circuito com resistor em corrente alternada.

Qual será o valor da corrente $i(t)$?

Aplicando a Lei de Ohm, teremos:

$$i(t) \frac{V(t)}{R} = \frac{V_0 \sin(\omega t)}{R} = \frac{V_0}{R} \sin(\omega t),$$

$$i(t) = I_0 \sin(\omega t),$$

onde $I_0 = V_0/R$.

Podemos notar que a tensão $V(t)$ e a corrente $i(t)$ têm a mesma fase, ou seja, o máximo de $V(t)$ corresponde ao máximo de $i(t)$. A **Figura 19.14** ilustra $V(t)$ e $i(t)$. Note que a Lei de Ohm será válida tanto para correntes de pico (V_p e I_p) como para correntes pico-a-pico (V_{pp} e I_{pp}).

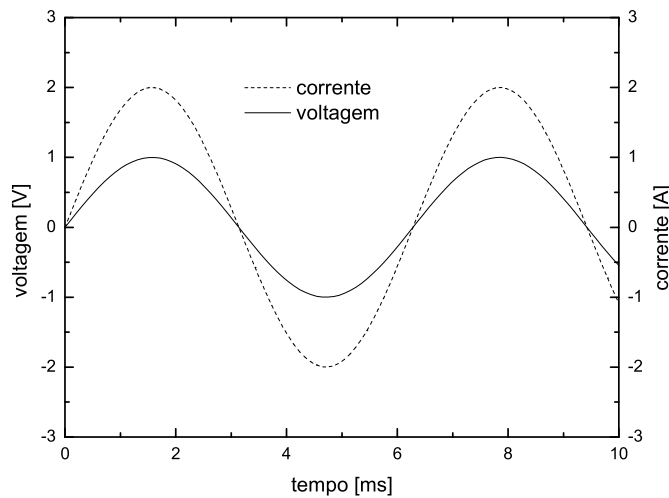


Figura 19.16: Tensão e corrente em um resistor submetido a uma corrente alternada.

Qual é a potência dissipada no resistor? Para determinar essa quantidade, devemos calcular o valor da raiz quadrática média, ou **RMS**, da tensão no tempo, mais conhecido como V_{RMS} . O valor médio de uma tensão senoidal é nulo, mas o valor RMS é calculado pela raiz quadrada do valor médio no período do valor quadrático, ou seja:

$$V_{RMS} = \sqrt{\int_0^T [V(t)]^2 dt / T}.$$

No caso de uma função senoidal, o valor médio do quadrado é dado por:

$$\frac{1}{T} \int_0^T [V(t)]^2 dt = V_0^2 \int_0^T \sin^2(\omega t) dt / T = V_0^2 \frac{1}{2},$$

e, portanto,

$$V_{RMS} = \sqrt{V_0^2 \frac{1}{2}} = V_0 \frac{1}{\sqrt{2}} = V_0 \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

RMS significa *Root Mean Square* que, em inglês, quer dizer valor raiz quadrática média.

Isso é válido apenas para sinais senoidais (ou cossenoidais). Para outras formas de onda, o cálculo deve ser feito.

A potência dissipada no resistor será dada por:

$$P = \frac{V_{RMS}^2}{R} = V_{RMS} I_{RMS}.$$

Exercício 19.4

Se traçarmos uma curva de V_{RMS} em função de I_{RMS} para os valores de tensão e corrente medidos em um resistor submetido a uma fonte de corrente alternada, qual curva devemos esperar obter?

Em capacitores e indutores, como ficam a corrente e a tensão? Vejamos.

Em um capacitor teremos:

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CV)}{dt} = C \frac{dV}{dt}.$$

Portanto, se $V(t) = V_0 \sin(\omega t)$, teremos:

$$I(t) = C \frac{dV}{dt} = C\omega V_0 \cos(\omega t) = C\omega V_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}).$$

A corrente estará defasada de $\pi/2$ em relação à tensão. Veja a **Figura 19.17**.

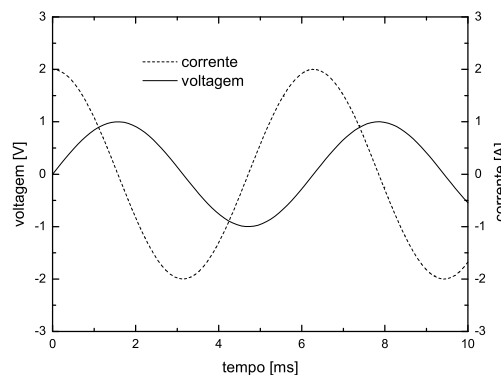


Figura 19.17: Tensão e corrente em um capacitor submetido a uma corrente alternada.

Em termos do valor RMS teremos:

$$I_{RMS} = C\omega V_{RMS}.$$

Podemos reescrever esta relação da seguinte forma:

$$V_{RMS} = X_C I_{RMS},$$

onde

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Isso significa que o capacitor se comporta como um resistor cujo valor depende da frequência $\omega = 2\pi f$. X_C é denominado reatância capacitiva.

Exercício 19.5

Mostre que X_C tem dimensão de Ω .

Exemplo 19.3 Curva $I \times V$ em um capacitor

Um capacitor de $1000 \mu\text{F}$ está conectado a uma fonte de corrente alternada que fornece entre 0 e $2V_{pp}$ em 60Hz. Qual é o valor da reatância capacitiva X_C do capacitor na frequência da fonte?

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \cdot 1000 \times 10^{-6}} = \frac{1}{0.377} = 2.65\Omega.$$

Qual é a curva $I \times V$ do capacitor?

A curva $I \times V$ será uma reta, com coeficiente angular igual a 2.65Ω .

Exercício 19.6

Suponha que, no Exemplo 19.3, a frequência da fonte dobre. Qual será a nova inclinação da curva $I \times V$?

Exercício 19.7

Suponha que, no Exemplo 19.3, a frequência da fonte caia para a metade. Qual será a nova inclinação da curva $I \times V$?

Em um indutor conectado a uma fonte senoidal, teremos:

$$V(t) = L \frac{di}{dt}.$$

Se $I = I_0 \sin(\omega t)$, então teremos:

$$V(t) = \omega L \cos(\omega t) = \omega L \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}).$$

Isso significa que a tensão no indutor também está defasada em relação à corrente. Mas observando as equações, vemos que, no caso do indutor, a tensão está adiantada em relação à corrente, enquanto, no caso do capacitor, ela está atrasada. Veja a **Figura 19.18**:

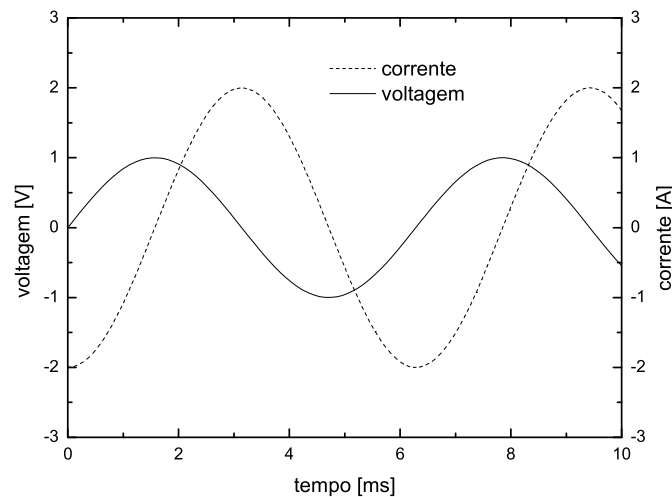


Figura 19.18: Tensão e corrente em um indutor submetido a uma corrente alternada.

Da mesma forma que para capacitores, nos indutores, podemos escrever:

$$V_{RMS} = \omega L I_{RMS} = X_L I_{RMS},$$

e, portanto,

$$X_L = \omega L.$$

Desta forma, o indutor também se comporta como se fosse um resistor que depende da frequência. O termo X_L nos indutores é chamado reatância indutiva.

Em circuitos RLC, teremos uma composição de reatâncias capacitivas, indutivas e de resistências, formando uma quantidade que tem dimensão de Ω , e se chama impedância. As impedâncias, em geral, são simbolizadas por Z .

Uso de Números Complexos em correntes alternadas

Podemos simplificar o trabalho de análise de correntes alternadas se escrevermos uma tensão, ou corrente, usando notação complexa na forma:

$$V(t) = V_0 e^{j\omega t},$$

onde $j = \sqrt{-1}$ é um unitário complexo.

Para capacitores, o uso desta notação nos leva diretamente a:

$$I(t) = C \frac{dV}{dt} = j\omega C V_0 e^{j\omega t} = j\omega C V(t),$$

indicando que a corrente está adiantada em relação à tensão.

Para indutores,

$$V(t) = V_0 e^{j\omega t} = L \frac{di}{dt},$$

e, portanto,

$$V(t) = j\omega L I(t),$$

indicando que a corrente está atrasada em relação à tensão.

Ressonância em circuito RLC

Em circuitos RLC, teremos, para a impedância, diretamente a relação:

$$Z = R + jX_L - jX_C.$$

A impedância Z é, portanto, uma grandeza complexa. Para calcular o seu módulo, devemos usar a relação:

$$||Z|| = Z \cdot Z^* = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

onde Z^* indica o complexo conjugado de Z .

Assim, a corrente, em um circuito RLC submetido a uma tensão alternada, pode ser expressa por:

$$I_{RMS} = \frac{V_{RMS}}{||Z||} = \frac{V_{RMS}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Quando $\omega \rightarrow 0$, teremos:

$$I_{RMS} \rightarrow \omega C V_{RMS}.$$

Quando $\omega \rightarrow \infty$, teremos:

$$I_{RMS} \rightarrow \frac{V_{RMS}}{\omega L}.$$

Isso mostra que I_{RMS} tende a zero tanto para $\omega \rightarrow 0$ quanto para $\omega \rightarrow \infty$ e, portanto, passa por um máximo. Este máximo ocorre quando:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C},$$

ou seja,

$$\omega^2 = \frac{1}{LC},$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Esta é justamente a frequência natural de um circuito LC. Nesta frequência, o circuito absorve o máximo de energia da fonte. O capacitor e o indutor trocam energia de forma natural.

Atividades Finais

Problema 19.1 Uma bobina circular de raio 3 cm foi colocada em uma região onde há vácuo e um campo magnético que varia a uma taxa de 0.1 (A/m)/s . A bobina está perpendicular ao campo, que atravessa a mesma de cima para baixo. Qual é a tensão induzida na bobina? Supondo que o plano da bobina está na folha deste papel, qual é a direção da corrente induzida?

Problema 19.2 Refaça as contas do Exemplo 19.1.

Problema 19.3 Explique, com suas palavras, o que é a indutância mútua.

Problema 19.4 Refaça as contas do Exemplo 19.2.

Problema 19.5 Descreva os processos de carga e descarga em um circuito RL simples, como o que foi mostrado na **Figura 19.7**.

Problema 19.6 Descreva os processos de carga e descarga em um circuito RLC simples, como o que foi mostrado na **Figura 19.10**.

Problema 19.7 Descreva os princípios de geração e distribuição de energia elétrica. Por que a corrente alternada é tão importante neste caso? Seria possível realizar a distribuição com correntes contínuas? Quais as dificuldades?

Resumo

O fluxo magnético através de uma área é definido como:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}.$$

A Lei de Faraday-Lenz descreve a tensão induzida em uma bobina pela variação do fluxo magnético:

$$V = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Um campo magnético variável produz um campo elétrico.

A indutância L de um indutor é descrita como o fluxo por unidade de corrente

$$\Phi = L i.$$

Em correntes alternadas, capacitores e indutores apresentam reatâncias capacitivas e indutivas descritas por:

$$X_C = \frac{1}{\omega C},$$
$$X_L = \omega L.$$

Um circuito RLC apresenta uma impedância descrita por

$$Z = R + jX_L - jX_C.$$

Uma corrente alternada pode ser gerada variando o campo em uma espira, ou variando a área da espira em um campo. Correntes alternadas são fundamentais para o processo de distribuição de energia elétrica.

Informações sobre a próxima aula

Na próxima aula, faremos uma série de práticas para aplicar os conceitos desenvolvidos entre as Aulas 16 a 19. Será a última atividade deste curso.

Leituras complementares

Leia com atenção as seções 31.1 a 31.12, e 33.1 a 33.11 do D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Física III – Eletromagnetismo*, 6ª edição, Vol. 3, LTC Editora, Rio de Janeiro (2000).

Leia também as seções 9.1 a 9.6 e 10.1 a 10.8 do H. Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica 3 – Eletromagnetismo*, Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1997.

Aula 20 – Prática 2 - Circuitos simples em corrente alternada

Objetivos

- Comparar os resultados experimentais com os conceitos teóricos apresentados durante as Aulas 11 a 14 e 19.
- Aprender a operar um osciloscópio.
- Verificar as principais características de uma corrente alternada.
- Verificar experimentalmente o comportamento de circuito em corrente alternada.
- Realizar experimentos que envolvem conceitos de circuitos elétricos.

Esta prática é composta dos seguintes experimentos:

- Experimento 1: Introdução ao uso do osciloscópio.
- Experimento 2: Circuitos RC com ondas quadradas.
- Experimento 3: Comportamento de resistores em corrente alternada.
- Experimento 4: Comportamento de capacitores em corrente alternada.

Estas quatro atividades experimentais permitirão que você aprenda o princípio de funcionamento básico de um osciloscópio simples, e observe o comportamento de circuitos simples em corrente alternada.

Todos os experimentos devem ser realizados no pólo.

Nas atividades experimentais, você necessita saber corretamente o uso de incertezas e sua propagação.

É também necessário que você leia com precisão o roteiro completo antes de realizar cada experimento.

Experimento 1: Introdução ao uso do osciloscópio

Informações preliminares

Neste experimento, você irá aprender a operar um osciloscópio simples e a medir algumas características de uma onda que varia no tempo. Antes de iniciar o experimento, releia o texto do Exemplo 3.4 da Aula 3 do curso de Física 3A. Neste exemplo, são descritos os princípios de funcionamento do osciloscópio.

Objetivos

Neste experimento, você tem como objetivos:

- Medir uma voltagem na tela do osciloscópio.
- Medir o período e a frequência de uma onda.
- Medir a amplitude de pico e a amplitude pico-a-pico de uma onda.
- Calcular o valor RMS de uma onda senoidal.

Material utilizado

- Osciloscópio.
- Gerador de sinais.
- Multímetro.
- Cabos.
- Pilha.

Atividade Experimental

1. Conecte o osciloscópio à tomada. Ligue o osciloscópio.
2. Coloque o seletor de escala horizontal na posição XY. Você deve obter um ponto luminoso na tela, que não estará necessariamente no centro da mesma. Nesta posição, os sinais aplicados no canal 1 irão defletir o feixe de elétrons no eixo horizontal, causando um deslocamento horizontal. Os sinais aplicados no canal 2 irão defletir o feixe no eixo vertical.

3. Coloque o seletor de entrada dos canais 1 e 2 na posição GND. Com isso, estamos garantindo que as entradas 1 e 2 estão conectadas ao terra, e o sinal é nulo nos canais 1 e 2.
4. Ajuste os controles de posição dos canais 1 e 2, de forma que o ponto fique exatamente no centro da tela. Esta será a origem de nosso sistema de medidas.
5. Coloque o seletor de entrada do canal 1 na posição DC.
6. Ajuste os seletores do canal 1 e 2 para a posição de 2 volts por divisão (2V/div). A tela do osciloscópio é composta de divisões grandes e subdivisões pequenas, da mesma forma que uma régua graduada. A **Figura 20.1** ilustra um pedaço de uma tela de osciloscópio. Nesta posição, cada divisão grande corresponde a uma voltagem de 2 V. Assim, um sinal que possua 2 V, causará uma deflexão do feixe de uma divisão. Cada divisão é subdividida em 5 partes. Portanto, cada subdivisão tem $1/5$ do valor do seletor, ou seja, 0.2 divisão. Como o seletor está em 2V/div, cada subdivisão vale $2 \times 0.2 = 0.4$ V. A incerteza em qualquer medida no osciloscópio pode ser considerada como a incerteza de uma régua simples, ou seja, metade da menor divisão. Cada subdivisão corresponde a $1/5$ da divisão grande, portanto, a incerteza na medida será de $1/5 \times 1/2$, ou seja, $1/10$ da divisão grande. Se a escala está em 2V/div, e a divisão grande corresponde a 2 V, a incerteza será de 0.2 V.

Observe o ponto luminoso representado na **Figura 20.1**. Ele está localizado a uma distância do centro da tela. A leitura fornece o valor de duas subdivisões e meia, ou seja, $2.5 \times 0.2 = 0.5$ divisão. Se a escala é de 2V/div, então o ponto está localizado na posição correspondente à $2 \times 0.5 = 1$ V. A incerteza é de $1/10$ da escala. Assim, o resultado da medida é (1.0 ± 0.2) V.

7. Conecte o cabo ao canal 1 e ligue o cabo à pilha.
8. Meça o valor da tensão da pilha, usando as escalas mostradas na **Tabela 20.1**. Anote, também, o valor da incerteza nas medidas. Calcule o valor da incerteza relativa ($\delta V/V$) em cada medida.
9. Observe, com atenção, as incertezas e as incertezas relativas. Qual é a medida que fornece a menor incerteza relativa? Qual é a melhor escala para medir a voltagem da pilha?

escala: 2V/div

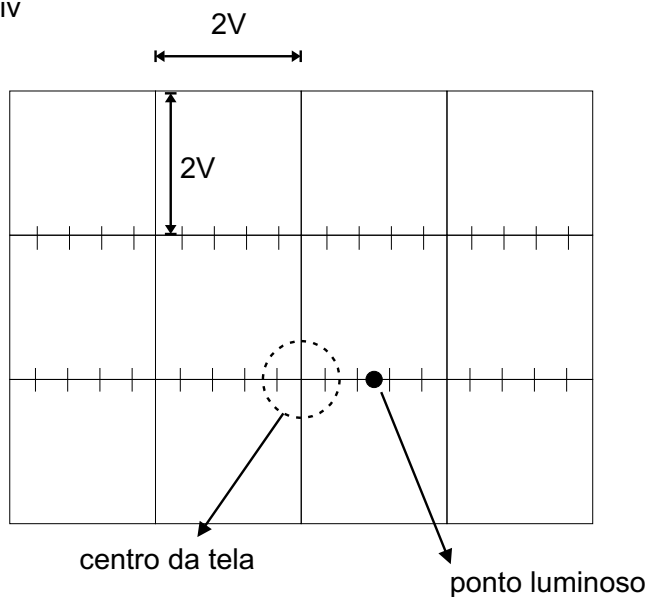
**Figura 20.1:** Tela do osciloscópio com divisões grandes e subdivisões pequenas.

Tabela 20.1: Tabela de tomada de dados da voltagem da pilha no osciloscópio com canal 1 (horizontal).

Escala (V/div)	V (V)	δV (V)	$\delta V/V$
20			
10			
5			
2			
1			
0.5			
0.2			

10. Foi possível medir a voltagem na escala de 0.2V/div?
11. Coloque o seletor de entrada do canal 1 na posição GND. Ajuste o ponto luminoso, usando o ajuste de posição do canal 1, para que ele fique no limite à esquerda da tela. Coloque, novamente, o seletor de entrada na posição DC.
12. Refaça a medida na escala 0.2V/div. Anote o resultado na **Tabela 20.2**.
13. Ajuste novamente os controles de posição dos canais 1 e 2, de forma

Tabela 20.2: Tabela de tomada de dados da voltagem da pilha no osciloscópio em escala horizontal de 0.2V/div.

Escala (V/div)	V (V)	δV (V)	$\delta V/V$
0.2			

que o ponto fique exatamente no centro da tela.

14. Coloque o seletor de entrada do canal 2 na posição DC.
15. Conecte o cabo ao canal 2 e ligue o cabo à pilha.
16. Meça o valor da tensão da pilha, usando as escalas mostradas na **Tabela 20.3**. Anote, também, o valor da incerteza na medidas. Calcule o valor da incerteza relativa ($\delta V/V$) em cada medida. Lembre-se de reajustar a posição do feixe, se necessário, para poder medir nas escalas de maior sensibilidade.

Tabela 20.3: Tabela de tomada de dados da voltagem da pilha no osciloscópio com canal 2 (vertical).

Escala (V/div)	V (V)	δV (V)	$\delta V/V$
20			
10			
5			
2			
1			
0.5			
0.2			

Os resultados mostram que a medida deve sempre ser realizada na escala que fornece a maior deflexão possível na tela do osciloscópio, pois, assim, a incerteza relativa é a menor possível.

17. Retire os cabos das entradas do osciloscópio e ajuste o seletor de entrada para GND nos dois canais. Ajuste o seletor de tipo de medida para CH1. Desta forma, somente os sinais do canal 1 serão medidos.

18. Ajuste o seletor horizontal para uma escala de 1ms/Div. Note que o ponto luminoso da tela se transforma em uma linha. Fora da posição XY, usada nos itens anteriores, o osciloscópio passa a medir sinais que variam no tempo. A escala horizontal passa a ser de tempo, e cada divisão corresponde ao indicado pelo seletor. A linha, com o seletor de entrada em GND, mostra a linha de zero V. Veja a **Figura 20.2**

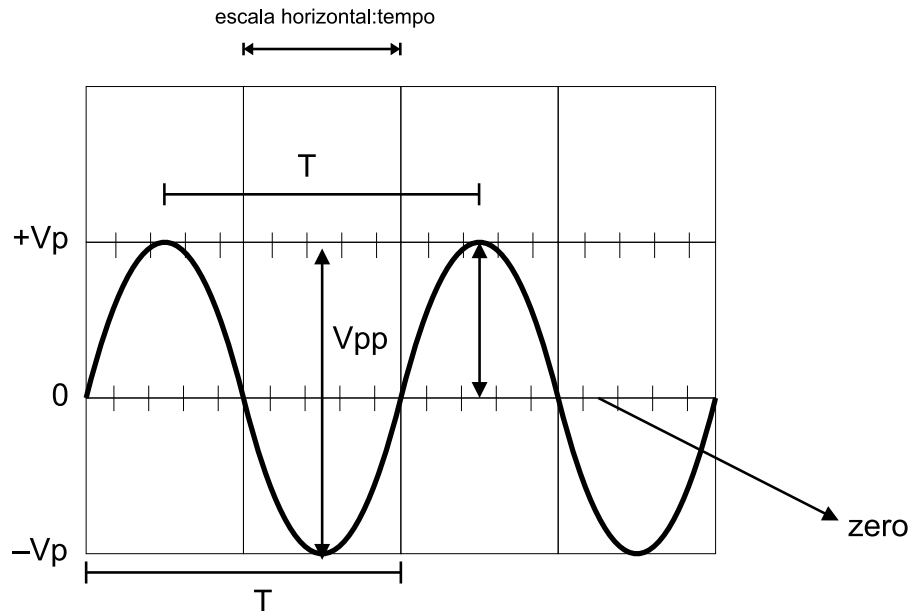


Figura 20.2: Tela do osciloscópio ajustado para medidas de tempo.

Na **Figura 20.2**, vemos algumas das características importantes de uma onda alternada. Primeiro, podemos observar que o sinal é alternado, pois a sua polaridade se modifica no tempo. Durante metade do ciclo, o sinal é positivo. Na outra metade, o sinal é negativo. Veja a **Figura 20.3**.

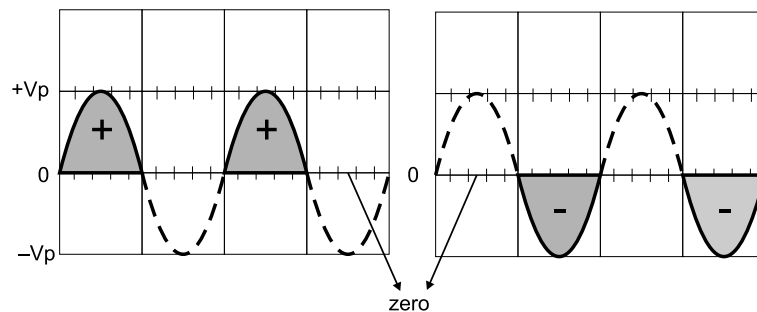


Figura 20.3: Polaridades invertidas no sinal alternado.

O sinal pode ser medido em termos de sua tensão de pico (V_p), que é a voltagem entre zero e o pico de tensão, ou em termos de sua tensão

pico-a-pico (V_{pp}) que é a tensão entre dois picos. O sinal pode ainda ser medido em termos de sua tensão RMS (V_{RMS}) que, conforme vimos na Aula 19, no caso de sinais senoidais, é dada por:

$$V_{RMS} = V_p \frac{\sqrt{2}}{2} = V_{pp} \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Outra característica da onda alternada que pode ser observada é o período T . O período é, por definição, o intervalo de tempo entre as repetições. No caso de uma onda alternada, o período é o tempo para que a onda se repita. Isso pode ser medido pela distância entre dois picos, ou então pela distância entre os zeros. Note que, neste segundo caso, temos de ter cuidado, pois a onda passa pelo zero duas vezes.

19. Conecte o gerador de sinais à tomada e ligue o equipamento.
20. Conecte um cabo da saída do gerador à entrada do osciloscópio. Ajuste o gerador para fornecer um sinal senoidal de frequência $f = 250$ Hz. Ajuste a amplitude de saída do gerador para um valor não nulo.
21. Ajuste o seletor de entrada do osciloscópio para DC.
22. Observe a onda na tela do osciloscópio. A onda está parada na tela? Se a onda não está parada na tela, é necessário ajustar o controle de sincronismo (TRIGGER). O sincronismo permite que o osciloscópio desenhe sempre o mesmo pedaço de onda na tela, e, portanto, temos a impressão de que a onda está parada na tela. Como estamos medindo um sinal no canal 1, o seletor de fonte de sincronismo deve estar em CH1. Ajuste o seletor de sincronismo para NORMAL. Ajuste o nível de sincronismo até que a onda esteja parada na tela.
23. Ajuste a escala vertical (V/div) do canal 1, para que a onda cubra o máximo de divisões possíveis na tela.
24. Ajuste a escala horizontal de tempo, para que um período cubra o máximo de divisões possíveis na tela. Desenhe, no quadro da **Figura 20.4**, a forma de onda que você observa.

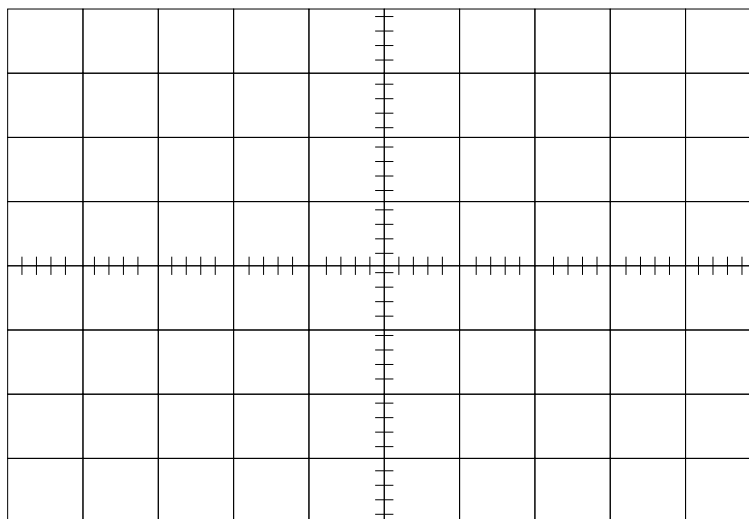


Figura 20.4: Medida do osciloscópio.

25. Altere um pouco o ajuste de nível de sincronismo, e observe o que ocorre com a onda na tela do osciloscópio.
26. Meça os valores indicados na **Tabela 20.4**, usando diferentes escalas verticais. Inicie suas medidas na escala, de forma que a onda cubra a maior parte possível de divisões na escala vertical e, progressivamente aumente os valores dessa escala. Faça isso para pelo menos 5 valores da escala.

Tabela 20.4: Tabela de tomada de dados da voltagem no canal 1 do osciloscópio.

Escala (V/div)	V_p (V)	δV_p (V)	V_{pp}	δV_{pp} (V)	V_{RMS} (V)	δV_{RMS} (V)

27. Meça o período da onda que aparece na tela do osciloscópio, utilizando 3 escalas diferentes de tempo. Faça com que um número cada vez maior de períodos apareça na tela do osciloscópio. Preencha seus resultados na **Tabela 20.5**.

28. Calcule a frequência da onda medida em cada escala, com sua respectiva incerteza.

Tabela 20.5: Tabela de tomada de dados de período e de frequência.

Escala (ms/div)	período T (s)	δT (s)	frequência f (Hz)	δf (Hz)

Análise dos dados

1. Com base nos resultados medidos, faça uma discussão sobre o valor da incerteza na medida de frequência obtida em diferentes escalas.

Experimento 2: Circuitos RC com ondas quadradas

Informações preliminares

Neste experimento, você irá medir o comportamento de circuitos RC e a constante de tempo curta, utilizando o osciloscópio e uma onda quadrada.

Na Experiência 2 da Aula 15, estudamos o comportamento de um circuito RC, no qual τ era grande o suficiente para permitir que intervalos de tempo de carga e descarga do capacitor fossem medidos com um cronômetro.

Agora a experiência envolverá um par RC escolhido de forma que τ seja da ordem do milésimo de segundo. Para fazer isso com uma chave, nós temos de inverter a posição da chave várias vezes por segundo. Também não temos condições de medir o tempo com um cronômetro de mão. O uso do gerador de sinais e do osciloscópio se faz indispensável.

Queremos estudar a carga e a descarga em um circuito RC, cujo tempo característico é pequeno.

O gerador, ligado em forma de onda quadrada, fornece uma tensão que possui um patamar com um valor ajustável e um outro com valor nulo. A onda quadrada é equivalente a uma chave que se liga e desliga várias vezes por segundo.

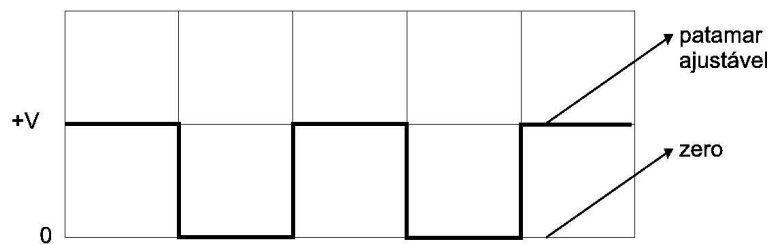


Figura 20.5: Onda quadrada.

Objetivos

Neste experimento, você tem como objetivos:

- Observar o comportamento de circuitos RC, usando o osciloscópio e uma onda quadrada.
- Determinar o valor da constante de tempo em circuitos RC e RL, usando o osciloscópio.

Material utilizado

- Osciloscópio.
- Gerador de sinais.
- Cabos.
- Bancada de componentes.

Atividade Experimental

1. Monte o circuito da **Figura 20.6**. Conecte os cabos conforme indicado na figura.

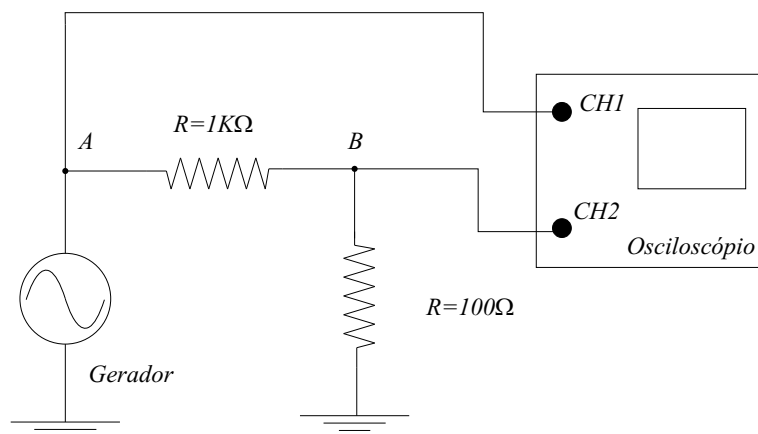


Figura 20.6: Circuito RC série.

2. Ligue o gerador e ajuste a forma de onda para quadrada. Ajuste a frequência do gerador para cerca de 200 Hz. Ajuste a amplitude da onda para 1Vpp.
3. Use os dois canais do osciloscópio para visualizar as formas de onda nos pontos A e B do circuito.
4. Determine, usando o osciloscópio, a constante de tempo τ do circuito.

Análise dos dados

1. Calcule a constante de tempo τ do circuito, usando os valores nominais dos componentes.
2. Compare o valor calculado com o valor medido.

Experimento 3: Comportamento de resistores em corrente alternada

Informações preliminares

Nesta experiência, estudaremos o comportamento de resistores quando submetidos a correntes alternadas senoidais. Estudaremos se há uma dependência das amplitudes das voltagens com a frequência do sinal de excitação. Para isso utilizaremos os dois canais do osciloscópio, e mediremos a amplitude da corrente e a voltagem no resistor em função da frequência.

Objetivo

Neste experimento, você tem como objetivo:

- Observar o comportamento de resistores submetidos a um sinal senoidal alternado.

Material utilizado

- Osciloscópio.
- Gerador de sinais.
- Cabos.
- Bancada de componentes.

Atividade Experimental

Estamos interessados em verificar a Lei de Ohm para resistores, quando eles estão submetidos a correntes alternadas. Como não podemos medir a corrente no circuito diretamente com o osciloscópio (necessitaríamos de uma sonda especial), vamos fazer isso de forma indireta, usando a Lei de Ohm.

1. Monte o circuito da **Figura 20.7**, usando os seguintes resistores: $R_1=1\text{ k}\Omega$; $R_2=100\text{ }\Omega$. Vamos medir a voltagem no resistor de $100\text{ }\Omega$ e determinar a corrente através deste resultado (fazendo $I=V/R$).

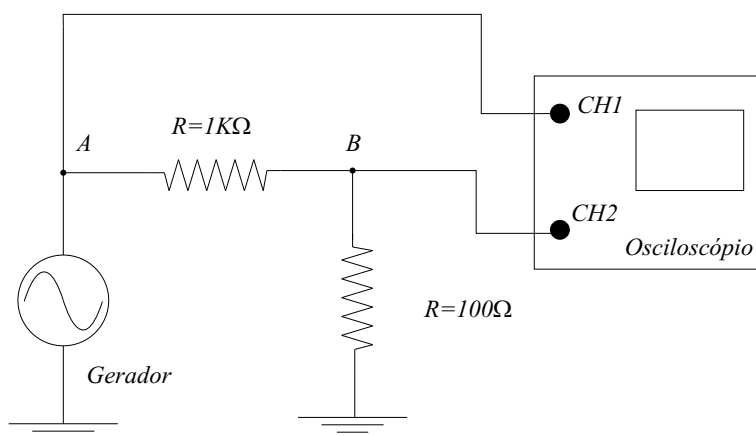


Figura 20.7: Circuito em corrente alternada.

2. Ligue os equipamentos e ajuste o gerador (CH1) para um sinal senoidal, com frequência aproximada de 200 Hz. Meça o período com o osciloscópio e determine a frequência com seu respectivo erro. Anote estes valores.
3. Ajuste a amplitude no GERADOR, para que o valor pico-a-pico (V_{pp}) da diferença de potencial entre o ponto B e o TERRA no circuito (CH2) seja de $0.5V_{pp}$. Lembre-se de utilizar uma escala apropriada no osciloscópio, ou seja, uma escala onde a precisão seja suficientemente grande (por exemplo, na escala de $0.1V/DIV$, ajustando 5 divisões). Anote este valor. Usando o valor nominal e a tolerância do resistor R2, determine a corrente que passa pelo circuito, com seu respectivo erro.
4. Meça o valor pico-a-pico (V_{pp}) da diferença de potencial entre o ponto A e o TERRA (CH2), com o respectivo erro, e anote este valor. Com os valores de V_A e V_B , podemos determinar o valor da voltagem no resistor R1 simplesmente determinando a diferença $V_A - V_B$.
5. Verifique que não há diferença de fase entre os sinais! Para fazer isso, observe a diferença de tempo entre os dois máximos de cada sinal.
6. Repita os itens anteriores, ajustando a amplitude do gerador, para que a voltagem no ponto B aumente em intervalos de $0.5V_{pp}$.
7. Repita todos os itens anteriores para as seguintes frequências: 500Hz, 1KHz e 2KHz. Lembre-se de SEMPRE fazer uma medida da frequência. Não é necessário ajustar a frequência exatamente no valor sugerido, mas é necessário medir seu valor com sua incerteza.

Análise dos dados

1. Em um mesmo papel milimetrado, trace a curva $VR_1 \times I$ para cada frequência (sugestão: use símbolos diferentes para cada frequência).
2. Verifique se há linearidade entre corrente e voltagem.
3. Encontre o valor das resistências equivalentes para cada frequência através do coeficiente angular de cada curva medida.
4. Compare o valor determinado experimentalmente com os valores nominais.

Experimento 4: Comportamento de capacitores em corrente alternada

Informações preliminares

Nesta experiência, estudaremos o comportamento de capacitores quando submetidos a correntes alternadas senoidais. Estudaremos se há uma dependência das amplitudes das voltagens com a frequência do sinal de excitação. Mostraremos que pode haver uma diferença de fase entre a corrente e a voltagem em alguns casos. Para isso, utilizaremos os dois canais do osciloscópio e vamos medir a amplitude da corrente e a voltagem no capacitor em função da frequência. Vamos mostrar que os comportamentos podem ser explicados introduzindo o conceito de impedância.

Objetivo

Neste experimento, você tem como objetivo:

- Observar o comportamento de capacitores submetidos a um sinal senoidal alternado.

Material utilizado

- Osciloscópio.
- Gerador de sinais.
- Cabos.
- Bancada de componentes.

Atividade Experimental

Estamos interessados em verificar a Lei de Ohm para capacitores, quando eles estão submetidos a correntes alternadas. Como não podemos medir a corrente no circuito diretamente com o osciloscópio (necessitaríamos de uma sonda especial), vamos fazer isso de forma indireta, usando a Lei de Ohm.

1. Vamos verificar a Lei de Ohm, desta vez para capacitores. Queremos verificar como se comporta a reatância capacitiva. Para isso, vamos

montar o circuito da **Figura 20.8**, usando os seguintes resistores e capacitores: $C=2.2\ \mu\text{F}$; $R=10\ \Omega$. Novamente, vamos medir a voltagem no resistor de $10\ \Omega$ e determinar a corrente através deste resultado (fazendo $I=V/R$).

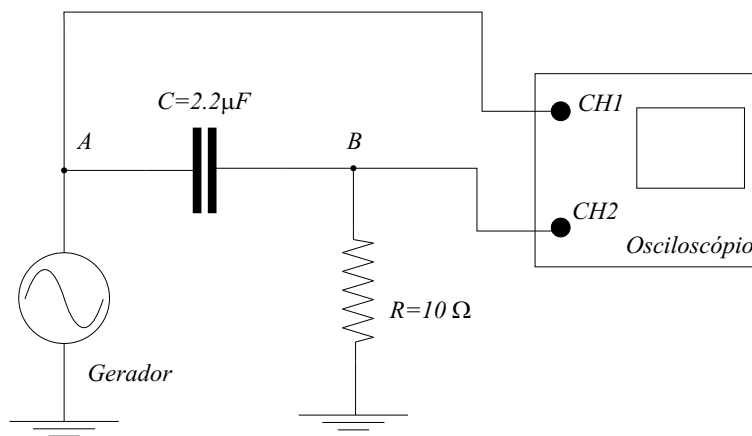


Figura 20.8: Capacitores em corrente alternada.

2. Ligue os equipamentos e ajuste o gerador (CH1) para um sinal senoidal, com frequência aproximada de 500 Hz. Meça o período com o osciloscópio e determine a frequência com seu respectivo erro.
3. Ajuste a amplitude no GERADOR, para que o valor pico-a-pico (V_{pp}) da diferença de potencial entre o ponto B e o TERRA no circuito (CH2) seja de $0.5V_{pp}$. Lembre-se de utilizar uma escala apropriada no osciloscópio, ou seja, uma escala onde a precisão seja suficientemente grande (por exemplo, na escala de $0.1V/DIV$, ajustando 5 divisões). Anote este valor. Usando o valor nominal e a tolerância do resistor R_2 , determine a corrente que passa pelo circuito com seu respectivo erro.
4. Meça o valor pico-a-pico (V_{pp}) da diferença de potencial entre o ponto A e o TERRA (CH2), com o respectivo erro, e anote este valor.
5. Verifique que há uma diferença de fase entre os dois sinais. Determine-a, medindo a diferença temporal entre os dois sinais (diferença de tempo entre dois máximos, por exemplo) e calcule o ângulo de fase, sabendo que $\delta\phi = \omega\delta t = 2\pi f\delta t$.
6. Repita os itens anteriores, ajustando a amplitude do gerador, para que a voltagem no ponto B vá aumentando em intervalos de $0.5V_{pp}$.

7. Repita todos os itens anteriores para as seguintes frequências: 500Hz, 1KHz e 2kHz.

Análise dos dados

1. Em um mesmo papel milimetrado, trace a curva $V \times I$ para cada frequência (sugestão: use símbolos diferentes para cada frequência).
2. Verifique, para cada frequência, se há linearidade entre corrente e voltagem.
3. O capacitor é um elemento ôhmico para uma dada frequência?
4. Encontre o valor das reatâncias capacitivas para cada frequência através do coeficiente angular das curvas encontradas.

Referências

- ALMEIDA, Maria Antonieta T. de: *Introdução às Ciências Físicas*. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, v.4.
- ALONSO, Marcelo; FINN, Edward J. *Física: um curso universitário*. 2.ed. São Paulo: Edgar Blucher, 1972. 2v.
- BRUHAT, Georges; GOUDET, G. *Curso de física geral*. 7.ed. São Paulo: Difusão Européia do Livro, 1961. v.2: eletricidade.
- CAVENDISH, Henry. *Electrical researches*. Cambridge: Cambridge University Press, 1879. p. 104-113.
- FRENCH, Anthony Philip. *Newtonian mechanics*. New York: Norton, 1965. (The M.I.T. Introductory Physics Series).
- GRIFFITHS, David J. *Introduction to electrodynamics*. 2.ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1989.
- HALLIDAY, David.; RESNICK, Robert.; WALKER, E. Jearl. *Física*. v.3: eletromagnetismo. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000. Cap. 22.
- HEERING, Peter. Coulomb's inverse square law, *American Journal of Physics*, v.60, n. 11, p. 998, 1992.
- LORRAIN, Paul; CORSON, Dale R.; LORRAIN, Franco. *Fundamentals of electromagnetic phenomena*. New York: Freeman, 2000.
- MARSDEN, Jerrold. E.; TROMBA, Anthony J.; WEISTEIN, Alan. *Basic multivariable calculus*. New York: Springer-Verlag, 1993.
- NUSSENZVEIG, H. Moysés. *Curso de Física Básica*. São Paulo: Edgard Blücher, v.:3: eletromagnetismo, 1997.
- PLIMPTON, S. J.; LAWTON, W.E. A very accurate test of coulumb's law of force between charges. *Physical Review*, v. 50, p. 1066, 1936.
- PRINT, John Servern. *Gauss' Law a forgotten tool?* *Phys. Educ.*, v. 35, n. 4, p. 277, July 2000.
- PURCELL, Edward M. *Eletricidad y magnetismo*. Berkeley Physics Course. 2.ed. Barcelona: Editorial Reverse, 1998. v. 2.
- RUECKNER, Wolfgang. Demonstration of charge conservation. *American Journal of Physics*, v. 63, n. 1, p. 90, 1995.

SPIEGEL, Murray R.; LIU, John; ABELLANAS RAPUN, Lorenzo. *Fórmulas y tablas de matemática aplicada*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, 2000.

TIPLER, Paul A. *Física para cientistas e engenheiros*. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000. v.2.

WILLIAMS, E.R.; FALLER, J.E.; HILL, H.A. New experimental test of coulomb's law: a laboratory upper limit on the photon rest mass. *Physics Review Letters*, v. 26, p. 721, 1971.

YOUNG, Hugh D. *et al. Sears e Zamansky Física*. 10.ed. São Paulo: Person Education do Brasil, 2004. v. 3: eletromagnetismo.

ISBN 85-7648-208-8



9 788576 482086



UENF
Universidade Estadual
do Norte Fluminense



Universidade Federal Fluminense



**GOVERNO DO
Rio de Janeiro**

SECRETARIA DE
CIÊNCIA E TECNOLOGIA



**Ministério
da Educação**

