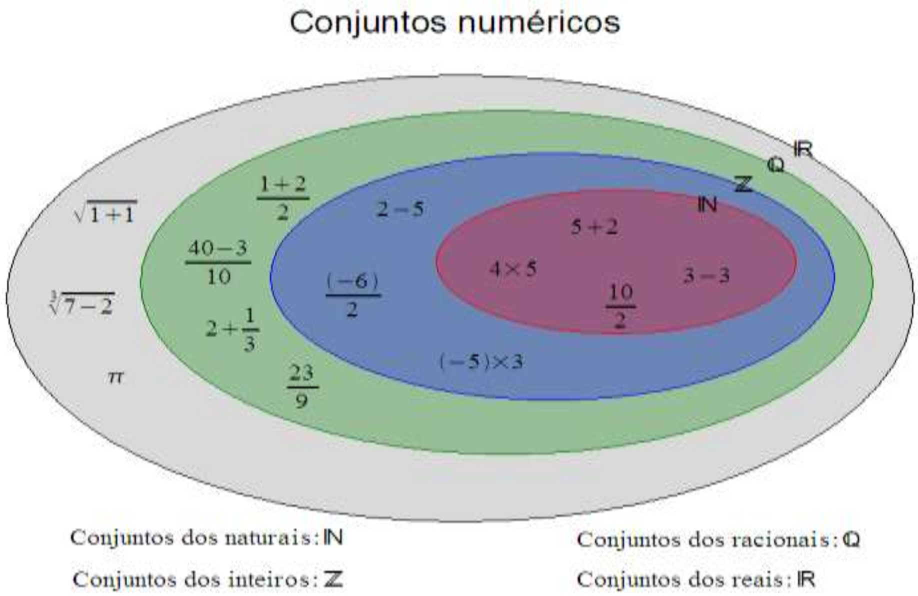
Formação Continuada
Fundação CECIERJ

Matemática 1° Ano – 1° Bimestre de 2014

PLANO DE TRABALHO 1

CONJUNTOS



Cursista: **MARCOS DA SILVA RIBEIRO**

Tutor: MARCELO RODRIGUES

Grupo 2

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O estudo moderno da teoria dos conjuntos foi iniciado por Georg Cantor e Richard Dedekind em 1870. Após a descoberta de paradoxos na teoria ingênua dos conjuntos, numerosos sistemas de axiomas foram propostos no início do século XX, dos quais os axiomas de Zermelo-Fraenkel, com o axioma da escolha, são os mais conhecidos. A teoria dos conjuntos é um ramo da matemática que estuda conjuntos, como coleções de elementos.

O objetivo deste plano de trabalho é permitir que os alunos percebam através de temas contextualizados e da utilização de recursos tecnológicos (computadores e softwares), a importância dos conjuntos e suas aplicações através do conhecimento adquirido durante período de estudo. Transmitir o conhecimento sobre os conteúdos curriculares no campo numérico aritmético de suas habilidades e competências. Fazer com que os alunos adquiram um conhecimento dinâmico através de atividades práticas.

Há uma dificuldade de o aluno visualizar, interpretar enunciados, raciocinar e demonstrar interesse. Por esses motivos é fundamental apresentar aos alunos as áreas de atuação onde poderão aplicar o conhecimento do conteúdo ministrado, além da utilização vista por seu próprio cotidiano. É fundamental atrair o interesse do aluno, contando um pouco da história dos conjuntos e conjuntos numéricos, identificando aplicabilidades, representatividade, utilizando recursos tecnológicos disponíveis e fundamentando o assunto com questões-problemas oriundas de sistemas de avaliação.

Todo assunto aqui especificado será baseado em sites referenciados, livro didático imposto pela Escola com devida aprovação dos educadores responsáveis e direcionado ao conteúdo programático do Currículo Mínimo/Ensino Médio- 1° ano.

Plano de Trabalho determinado para três semanas, com quatro tempos semanais e cinquenta minutos cada um. Será ministrado nesse período o conteúdo exposto, pesquisa e avaliação.

DESENVOLVIMENTO

"Seguindo os "Roteiros de Ação" propostos pela Fundação CECIERJ/Formação Continuada"

1ª Atividade

AÇÕES E SEQUENCIAS: Aprender um pouco da História dos Conjuntos / Conjuntos Numéricos, alguns conceitos, definições e aplicações.

PRÉ-REQUISITOS: Identificar conceitos e representações

FORMAS DE FIXAÇÃO: Leitura, visualização de vídeo e pesquisa

RECURSOS: Livro didático, Pesquisa via internet (Sala de Informática) e Vídeo (Sala de Projeção)

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Em grupo de 2 ou 3 pessoas

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Fazer com que os alunos entendam um pouco da História dos Conjuntos / Conjuntos Numéricos, além de identificar algumas aplicações. Desenvolver a capacidade de utilizar em outras áreas do conhecimento. Visualizar a importância do tema que será ministrado.

METODOLOGIA: Fazer leitura e pesquisa através de livros e computadores com acesso a internet

Marcos da Silva Ribeiro – 1° Ano/Grupo 2
Marcelo Rodrigues – Tutor

História dos Conjuntos

Observação: Quase sempre os alunos perguntam "pra quê aprender isso professor ?" "isso é muito complicado professor" ou afirmam " nunca irei usar isso professor !". Antes dessas perguntas ou indagações, podemos apresentar um pouco da história do tema que está sendo estudado e pedir que pesquisem algumas áreas que utilizam os conhecimentos que estão adquirindo.

O estudo moderno da teoria dos conjuntos como teoria matemática dedicada ao estudo da associação entre objetos com uma mesma propriedade, elaborada por volta do ano de 1872 foi iniciado por Georg Cantor e Richard Dedekind em 1870. Após a descoberta de paradoxos na "teoria ingênua" ou "teoria intuitiva" dos conjuntos, numerosos sistemas de axiomas foram propostos no início do século XX, dos quais os axiomas de Zermelo-Fraenkel, com o axioma da escolha, são os mais conhecidos. A teoria dos conjuntos é um ramo da matemática em si própria, com uma comunidade de pesquisa ativa. Pesquisas contemporâneas em teoria dos conjuntos incluem uma diversa coleção de temas, variando da estrutura do número real ao estudo da consistência de grandes cardinais.

A lógica de classes, que pode ser considerada um pequeno fragmento da teoria dos conjuntos com importância histórica é isomorfa à lógica proposicional clássica e à álgebra booleana, e como tal, os teoremas de uma das teorias possuem análogos nas outras duas.

Exemplos:

- $A \cup B$ equivale a $a \vee b$.
- $A \cap B$ equivale a $a \wedge b$.
- $A \subset B$ equivale a $a \to b$.
- $a \in P$ equivale a $p(a)$.
- $\varnothing$ equivale a $F(FALSO)$.
- U equivale a $V(VERDADEIRO)$.
- $\backslash A$ equivale a $\sim a$.

O conhecimento prévio da teoria dos conjuntos serve como base para o desenvolvimento de outros temas na matemática, como relações, funções, análise combinatória, probabilidade, etc.

Como definição intuitiva de conjuntos dada por Cantor, surgiam em sua teoria exemplos como:

1. um conjunto unitário possui um único elemento
2. dois conjuntos são iguais se possuem exatamente os mesmos elementos
3. conjunto vazio é o conjunto que não possui nenhum elemento
4. Os conjuntos podem ser finitos ou infinitos. Um conjunto finito pode ser definido reunindo todos os seus elementos separados por vírgulas. Já um conjunto infinito pode ser definido por uma propriedade que deve ser satisfeita por todos os seus membros.

A ideia de conjunto era um conceito primitivo e autoexplicativo de acordo com a teoria; não necessitaria de definição. Esta forma de representar um conjunto, pela enumeração de seus elementos é denominada "forma de listagem". Poderia-se representar o mesmo conjunto por uma determinada propriedade de seus elementos, sendo x, por exemplo, um número qualquer do conjunto Z representado abaixo:

Z = {1,3,5,7,9,11, ... } teríamos, concluindo:

Z = { x | x é ímpar e positivo } = { 1,3,5, ... }.

Outras relações básicas, que independem de um cálculo matemático mais complexo, utilizando-se lógica básica e pura. São exemplos desta afirmação as relações a seguir:

1 - Pertinência, que estabelece se um elemento pertence ou não pertence a um conjunto pré-estabelecido:

- dado um número x, caso ele pertença ao conjunto, escrevemos $x \in A$, ou "x" pertence ao conjunto A.

-caso "x" não pertença ao conjunto, registra-se $x \notin A$
- um conjunto sem elementos é um conjunto vazio, representado pela letra grega φ (phi)

2 - Subconjunto:

Caso todo o elemento do conjunto A pertença também ao conjunto B, sem que todos os elementos deste segundo grupo pertençam todos a B, diremos que "A é subconjunto de B": $A \subset B$

Assim, através de suas numerosas combinações, que fornecem poderosa ferramenta para a construção da matemática de base axiomática, apesar de seu conteúdo predominantemente dedutivo, logo surgiu o "Paradoxo de Russel", que é a contradição mais famosa da teoria dos conjuntos.

Conjuntos Numéricos

"O que são e quais são os conjuntos numéricos?" Com certeza esta pergunta não traria nenhum problema em sua resposta, que seria imediata. Mas, se mudássemos para: "Quais as aplicações dos conjuntos numéricos no dia - a - dia?" Agora nossa pergunta não seria respondida de uma forma tão direta, pois infelizmente quando aprendemos e até quando ensinamos conjuntos numéricos, dificilmente vemos a sua aplicação, a sua utilização, tornando muitos conteúdos extremamente artificiais. Como professores de Matemática, nossa maior preocupação é mostrar que Matemática não é só cálculo, mas também o desenvolvimento do raciocínio através de situações cotidianas.

Por volta de 4000 antes de Cristo, algumas comunidades primitivas aprenderam a usar ferramentas e armas de bronze. Aldeias situadas às margens dos rios transformavam-se em cidades. A vida ia ficando mais complexa. Novas atividades iam surgindo, graças, sobretudo ao desenvolvimento do comércio. Os agricultores passaram a produzir alimentos em quantidades superiores às suas necessidades. Com isso, algumas pessoas puderam se dedicar a outras atividades, tornando-se artesãos, comerciantes, sacerdotes, comerciantes e administradores. Como consequência desse desenvolvimento, surgiu a escrita, dando o início da História.

Os egípcios usavam símbolos para representar números, que indicavam quantidades. Assim, partindo dessa necessidade, se passou a representar quantidades através de símbolos, que no caso dos números naturais, vieram com a finalidade de contagem.

Por volta de 3000 antes de Cristo, um antigo faraó de nome **Sesóstris** decretou:

"... reparte-se o solo do Egito às margens do rio Nilo entre seus habitantes. Se o rio levar qualquer parte do lote de um homem, o faraó mandará funcionários examinarem e determinarem por medida, a extensão da perda."

O rio Nilo atravessava uma vasta planície. Uma vez por ano, na época das cheias, as águas do Nilo subiam muitos metros acima do seu leito normal, inundando uma vasta região ao longo de suas margens. Quando as águas baixavam, deixava descoberta uma estreita faixa de terras férteis, prontas para o cultivo.

Quando os funcionários eram chamados, levavam consigo cordas de um determinado tamanho. Assim deu-se o surgimento dos números racionais, pois nem sempre as medidas tiradas pela corda eram inteiras, tendo que ser a corda dividida em pedaços iguais, aparecendo as seguintes expressões: uma corda inteira mais metade, e assim sucessivamente.

Durante muito tempo, os matemáticos acreditavam que qualquer problema prático poderia ser resolvido operando somente com números naturais e fracionários. Não sentiam necessidade de nenhum outro tipo de número.

Por volta de 530 antes de Cristo, existia na Grécia uma espécie de sociedade secreta, cujos membros ficaram conhecidos com o nome de pitagóricos. Eram assim chamados porque o mestre da sociedade era o famoso filósofo e matemático Pitágoras de Samos. Os Pitagóricos eram grandes estudiosos da Matemática, mas não tinham a menor preocupação em obter resultados práticos.

Pitágoras dizia que tudo era número, ou seja, que qualquer fato da natureza podia ser explicado por meio dos números naturais.

Lidando com números de várias maneiras, os pitagóricos acabaram descobrindo propriedades interessantes e curiosas. Segundo Pitágoras, dependendo da soma de seus fatores, um número poderia ser perfeito, deficiente ou excessivo, dando início ao famoso teorema de Pitágoras e, assim, aos números irracionais.

Na passagem da Idade Média para a Idade Moderna, os países da Europa Ocidental sofreram profundas transformações. Era o grande desenvolvimento do comércio e das cidades. A expansão da atividade comercial fez com que os europeus procurassem novas terras, nas quais encontrassem novas mercadorias para vender na Europa. Paralelamente a essas mudanças econômicas, políticas e sociais houve o florescimento da arte, da cultura e das ciências. Essa revolução cultural ficou conhecida como Renascimento.
Em meio a essas grandes mudanças, a Matemática e em geral as Ciências Naturais também se desenvolveram.

A partir do Renascimento o conceito de número evoluiu muito. Pouco a pouco, o número foi deixando de ser associado somente à prática pura e simples do cálculo. O grande desenvolvimento científico da época do Renascimento exigia uma linguagem matemática que pudesse expressar também os fenômenos naturais que estavam sendo estudados. Até então, já se conheciam os números naturais, fracionários e os irracionais, que os matemáticos chamavam de números reais.

Cada vez mais era sentida a necessidade de um novo número para enfrentar os problemas colocados pelo desenvolvimento científico do Renascimento. Discutia-se muito sobre esse novo número. Mas ele era tão difícil de enquadrar-se nos números já conhecidos que os matemáticos o chamavam de número absurdo, porém os chineses já entendiam que o número poderia ser compreendido por excessos ou faltas, utilizando palitos na resolução de problemas. Também os matemáticos da Índia trabalhavam com esses "números estranhos".
O grande matemático Brahmagupta, nascido em 598, dizia que os números podiam ser entendidos como pertences ou dívidas.

A partir daí, os matemáticos começaram a escolher uma melhor notação para expressar o novo número, que não indicaria apenas quantidade, mas também representasse o ganho ou a perda, surgindo assim o número com sinal, positivo ou negativo, conhecido com número inteiro.

Com base nos estudos desenvolvidos pelos matemáticos da época, surge o Conjunto dos Números Reais, onde todos os números vistos acima fazem parte, ou seja, todo número natural, racional, irracional e inteiro, é também um número real.

Por volta de 1500, o pensamento corrente entre os matemáticos era o seguinte*: "O quadrado de um número positivo, bem o como de um número negativo, é positivo". Não existe raiz quadrada de um número negativo.*

Tudo começou quando Cardano, em 1545, publicou um trabalho e propôs o seguinte problema: *" Divida 10 em duas partes de modo que seu produto seja igual a 40".*

Esse problema, dizia ele, era manifestamente impossível, mas mesmo assim, tinha com solução:

$5 + \sqrt{+15}$ e $5 - \sqrt{-15}$ Concluiu, porém, que essas expressões eram "verdadeiramente sofísticas e sua manipulação inútil". Cardano já havia deparado com essas raízes ao resolver equações de terceiro grau, que resultaram no resultado:

$x = \sqrt[3]{2+\sqrt{-121}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{-121}}$, se vendo diante de um dilema; sabia ele que $\sqrt{-121}$ não existia, mas por outro lado, que 4 era a solução. Cardano não encontrou explicação, tendo como mérito chamar atenção para o problema.

O passo seguinte foi dado por Bombelli, em 1560. Observando a equação acima, ocorreu-lhe que talvez as duas raízes cúbicas fossem expressas do tipo P+√-q e p- √-q e que essas, somadas da maneira usual, dessem 4. O próprio Bombelli achou sua idéia louca, e foi a partir dela que conseguiu provar que as raízes cúbicas encontradas por Cardano, realmente somadas resultavam 4.

As raízes quadradas de números negativos continuaram aparecendo no século XVI, XVII e XVII, perturbando ainda mais os matemáticos. O mal estar que esses símbolos provocavam está nos nomes que lhe foram atribuídos: "impossíveis", "místicos", "fictícios" e "imaginários".

Foi uma publicação de Gauss, em 1831, que mudou totalmente esse quadro, chamando esses números de números complexos. O pensamento de Gauss consistia em olhar para os números a e b do símbolo a + b √-1como coordenadas de um ponto em um plano cartesiano, dando uma representação geométrica visível.

Atividade: Passar um vídeo sobre a historia e conceitos, introdução e aplicação de Conjuntos / Conjuntos Numéricos (com duração de 50 min), depois leva-los para sala de informática e solicitar que façam uma pesquisa sobre o assunto, em dupla ou trio, dependendo da quantidade de alunos/máquina.

Observação: Pedir aos alunos que façam um relatório do conhecimento adquirido em relação aos conceitos sobre Conjuntos / Conjuntos Numéricos

"Seguindo orientações dos "Roteiros de Ação" propostos pela Fundação CECIERJ/Formação Continuada" acompanhar os exemplos para orientação

Aplicações

Função

A formulação de fundamentos lógicos para a geometria, cálculo e topologia, assim como a criação de álgebras, tem a ver com campos, anéis e grupos; as aplicações da teoria dos conjuntos são mais comumente utilizadas em campos de ciência e matemática como a biologia, química e física, bem como em computação e engenharia elétrica.

Matemática

A Teoria dos Conjuntos é de natureza abstrata, tendo uma função vital e várias aplicações no campo da matemática. Um ramo da Teoria dos Conjuntos é chamado Análise Real. Na Análise, o cálculo integral e diferencial são os principais componentes. Os conceitos de limite e continuidade da função são ambos derivados da teoria dos conjuntos. Essas operações levam à álgebra booleana, que é útil para a produção de computadores e calculadoras.

Teoria geral dos conjuntos

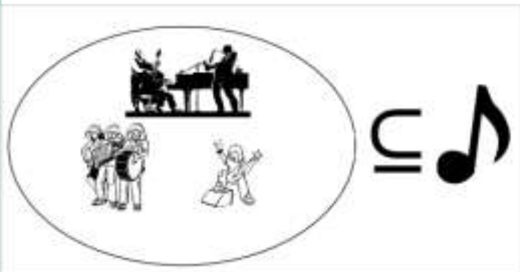
A Teoria Geral dos Conjuntos é a Teoria dos Conjuntos axiomática, e sua modificação mais fácil permite átomos sem estruturas internas. Conjuntos têm outros conjuntos (seus subconjuntos) como elementos, e eles também têm átomos como elementos. A Teoria Geral dos Conjuntos permite pares ordenados, permitindo que não-conjuntos tenham estruturas internas.

Teoria dos hiperconjuntos

A Teoria dos Hiperconjuntos é a teoria dos conjuntos axiomática que é modificada, eliminando o Axioma da Fundação e adicionando sequências de possíveis átomos que ressaltam a existência de conjuntos que não estão bem estabelecidos. O Axioma da Fundação não tem um papel importante na definição de qualquer objeto matemático. Esses conjuntos são úteis para permitir maneiras fáceis de definir objetos não-procedentes e circulares.

Teoria dos Conjuntos Construtiva

A teoria dos conjuntos construtiva substitui a lógica clássica pela lógica intuicionista. Na teoria dos conjuntos axiomática, se os axiomas não-lógicos são precisamente formulados, a aplicação da teoria dos conjuntos é conhecida como Teoria dos Conjuntos Intuicionista. Esta teoria funciona como um método teórico definido para enfrentar os campos da matemática construtiva.



Atividade: Pedir aos alunos que realizem uma atividade de pesquisa pela internet, buscando novos conceitos e aplicações

2ª Atividade

AÇÕES E SEQUENCIAS: Noções de conjuntos, simbologias e linguagem Matemáticas.
(Roteiro de Ação 1, 2 e 3 - CECIERJ)

PRÉ-REQUISITOS: Não há (conforme roteiro 1, 2 e 3)

FORMAS DE FIXAÇÃO: Resolução de Problemas, exercícios propostos

RECURSOS: Computador com Internet, Projetor, Quadro branco e Livro didático

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Em dupla, na sala ou laboratório

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Introduzir o estudo sobre noções de conjuntos voltados a resolução de problemas. Estimular o aluno a aplicar seus conhecimentos adquiridos ao longo do processo ensino/aprendizagem, para resolver problemas correlacionados ao conteúdo, entender as definições e representatividades. Resolver problemas e desenvolver habilidades voltadas a linguagem matemática.

H94 – Resolver problema usando operações com conjuntos.

Hn – Desenvolvimento de habilidades de leitura, análise e argumentação em linguagem matemática

METODOLOGIA: **L**eitura, exercícios e demonstrações.

Conjunto é uma reunião de elementos, podemos dizer que essa definição é bem primitiva, mas a partir dessa ideia podemos relacionar outras situações. O conjunto universo e o conjunto vazio são tipos especiais de conjuntos. Vazio: não possui elementos e pode ser representado por { } ou Ø. Universo: possui todos os elementos de acordo com o que estamos trabalhando, pode ser representado pela letra maiúscula U.

Representando conjuntos

A representação de um conjunto depende de determinadas condições:

Exemplo 1

Condição: *O conjunto dos números pares maiores que zero e menores que quinze.*
Representação através de seus elementos.

A = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14}

Representação pela propriedade de seus elementos.

A = {x / x é par e 0 < x < 15}, o símbolo da barra (/) significa “tal que”. x tal que x é par e x maior que zero e x menor que 15**.**

Exemplo 2

Condição: *O conjunto dos números Naturais ímpares menores que vinte.*
Elementos
A = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19}

Propriedade dos elementos

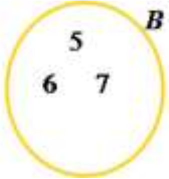
A = {x Є N / x é impar e x < 20}

x pertence aos naturais tal que x é impar menor que 20.

Outra forma de representação de conjuntos de elementos é a utilização de

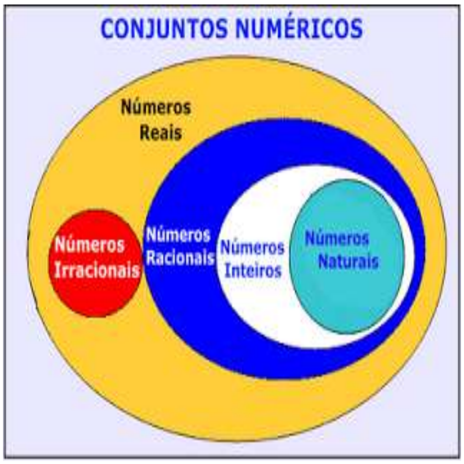
diagramas..

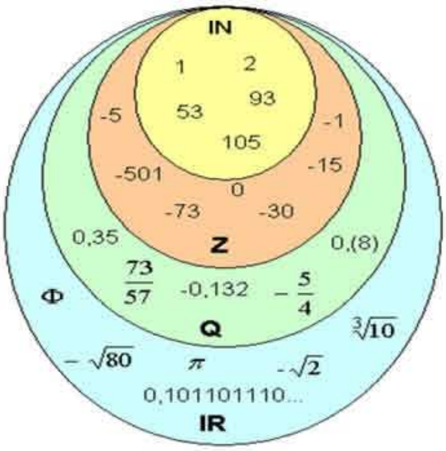
A = {x / 2 < x ≤ 12} e B = {x / 4 < x < 8}



União do conjunto A com o conjunto B. (A U B)

Os conjuntos servem para representar qualquer situação envolvendo ou não elementos. Na Matemática, uma importante aplicação dos conjuntos é na representação de conjuntos numéricos.



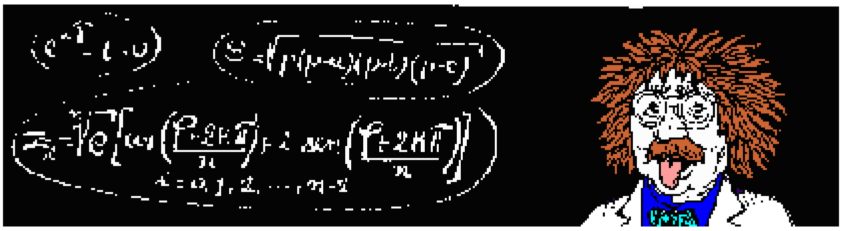


Os estudos básicos sobre conjuntos deram origem aos estudos relacionados às Teorias dos Conjuntos, que faz uma análise sobre as suas propriedades. Esses estudos se originaram nos trabalhos do matemático russo Georg Cantor. Na teoria dos conjuntos, os elementos podem ser: pessoas, números, outros conjuntos, dados estatísticos e etc.

Simbologia Matemática

Ao longo dos anos, a Matemática tem se aprimorado de forma a facilitar os cálculos e a compreensão dos colaboradores, os símbolos deixam-na cada vez mais dinâmica e aplicável no contexto do cotidiano. A lógica tem o papel de formalizar e deixar mais simples os cálculos, no intuito de universalizar os estudos e o próprio ensino da Matemática. Os símbolos foram surgindo e sendo introduzidos com a evolução da forma de pensar e raciocinar do homem, do surgimento de cálculos complexos, da aplicação nas diversas ciências em que a Matemática contribui, na fundamentalização de situações práticas.

Muitas pessoas imaginam o cientista como um homem de cabelos despenteados, vestindo um guarda-pó branco, tendo ao fundo um quadro negro de fómulas e símbolos matemáticos. Esta imagem é muito comum entre as pessoas, até mesmo entre nós, professores.



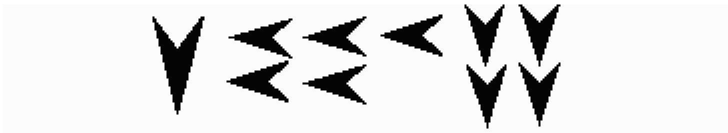
A pessoa que compreende e manuseia a simbologia matemática frequentemente é considerada gênio; fórmulas e símbolos matemáticos são coisas complicadas, difíceis e indecifráveis para a maioria das pessoas. Mas isto não acontece apenas com os códigos usados pela Matemática. Uma partitura musical, por exemplo, é complicada e indecifrável para quem não a conhece. Entretanto, uma pessoa que se dedique a estudar música aprenderá a decifrar seus códigos.

O mesmo se passa com a simbologia usada pela matemática: com algum esforço é possível compreendê-la.

Conhecer a origem de certos símbolos pode ajudar a compreendê-los. Já nas civilizações da Antiguidade (babilônios, gregos, chineses, romanos, etc.), os homens desenvolveram linguagens variadas para representar sons (palavras) e números, os símbolos que usavam de uma civilização para outra, dependendo de suas condições materiais e culturais.

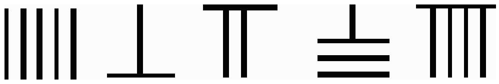
Assim, por exemplo, os babilônios desenvolveram uma escrita para os números que, embora bastante sofisticada, usava basicamente um único sinal em forma de cunha (escrita cuneiforme).

As formas eram feitas pressionando levemente o bastonete sobre a placa de argila. Com placas cuneiformes e uma série de princípios eles representavam qualquer quantidade.

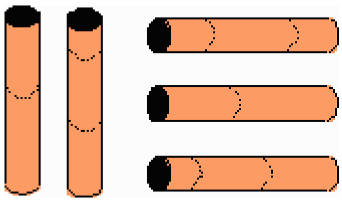


"Cento e quatorze" na numeração babilônica

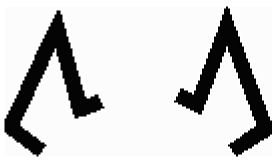
Na China antiga foi usado um sistema numérico no qual, por exemplo, o número 56789 era representado dessa maneira:



A forma destes sinais originou-se, possivelmente, do próprio processo de calcular empregado por eles. O cálculo era realizado com auxílio de pequenas barras de bambu.



Os egípcios, cujo sistema numérico foi abordado no módulo 1 deste curso, além dos sinais que representavam um, dez, cem, mil, dez mil e um milhão, também usavam dois curiosos sinais para identificar operações:



Duas pernas andando (ou andando para frente) indicavam adição e duas pernas voltadas para a esquerda (ou andando para trás), a subtração.

Marcos da Silva Ribeiro – 1° Ano/Grupo 2
Marcelo Rodrigues – Tutor

Símbolos Lógicos Matemáticos

$\sim$	Não
$\wedge$	e
$\vee$	ou
$\rightarrow$	se... então
$\leftrightarrow$	se e somente se
$\mid$	tal que
$\Rightarrow$	implica
$\Leftrightarrow$	equivalente
$\exists$	existe
$\exists \mid$	existe um e somente um
$\forall$	qualquer que seja

Principais Símbolos Matemáticos

$\neq$	diferente	$\exists$	existe	$\vec{A}$	vetor
$=$	igual	$\in$	pertence	$\vec{A} \cdot \vec{B}$	prod. escalar
$\supset$	contém	$\notin$	não pertence	$\vec{A} \times \vec{B}$	prod vetorial
$\subset$	contido	$\forall$	qualquer	lim	limite
!	fatorial	$\therefore$	portanto	Z	complexo
$<$	menor que	$\perp$	ortogonal	$\bar{Z}$	conjugado
$>$	maior que	$\wedge$	e	/	tal que
$\leq$	menor ou igual	$\vee$	ou	Γ	função gama
$\geq$	maior ou igual	i	imaginário	β	função beta
$+$	adição	Σ	somatória		
$-$	subtração	$\cup$	união		
$\div$	divisão	$\cap$	interseção		
$\times$	multiplicação	∇	nabla		
$\sim$	proporcional	Δ	diferença		
$\cong$	aproximado	∇^2	laplaciano		
$\Leftrightarrow$	se e somente se	$\int$	integral		
$\Rightarrow$	implicação				

Atividade : Seguindo os roteiro de ação 2 - pedir aos alunos que façam os exemplos do roteiro e deem exemplos com outras situações

PRÉ-REQUISITO : Pedir aos alunos que em dupla e a partir dos exemplos dados, busquem ,com o auxilio de computadores com internet, exemplos do dia –a –dia de cada um que possam utilizar conteúdo dado.

IMPORTANTE Exercícios Complementares, Contextualizados ou não, mas direcionados ao SAERJINHO, SAERJ, ou qualquer vestibular

3ª Atividade

AÇÕES E SEQUENCIAS: Resolver problemas significativos envolvendo operações com conjuntos, reconhecer e diferenciar os conjuntos numéricos e localização de números reais na reta numérica. (Roteiros de Ação 4,5,6,7,8 e 9 - CECIERJ)

PRÉ-REQUISITOS: Matemática do ensino fundamental (conforme roteiro 5, 6, 7, 8 9)

FORMAS DE FIXAÇÃO: Leitura e Resolução de Problemas

RECURSOS: Livro didático, folha de atividades, lousa branca e computador

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Em dupla ou trio – trabalho organizado e colaborativo

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Resolver problemas envolvendo operações com conjuntos, conjuntos numéricos, reta numérica e noções do infinito. Estimular o aluno a aplicar os conhecimentos adquiridos, conceitos e definições.

H36 – Identificar a localização dos números reais na reta numérica.
H45 – Efetuar cálculo com números inteiros, envolvendo operações.
H103 – Resolver problemas com números reais envolvendo operações

METODOLOGIA: Leitura e aplicação

Operações com Conjuntos

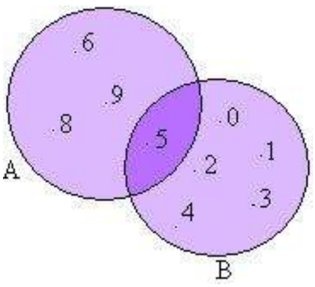
Interseção

Os elementos que fazem parte do conjunto interseção são os elementos comuns aos conjuntos relacionados.

Exemplo 1:

Dados dois conjuntos **A = {5,6,9,8}** e **B = {0,1,2,3,4,5}**, se pedimos a interseção deles teremos:

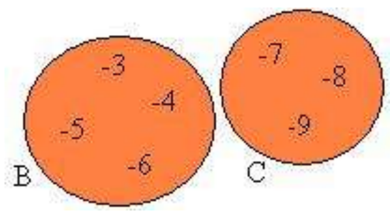
A ∩ B = {5}, dizemos que A “inter” B é igual a 5.



Exemplo 2:

Dados os conjuntos **B = {-3, -4, -5, -6}** e **C = {-7, -8, -9}**, se pedirmos a interseção deles teremos:

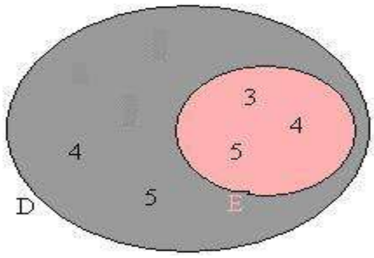
B ∩ C = { } ou B ∩ C = $\emptyset$, então B e C são conjuntos distintos.



Exemplo 3:

Dados os conjuntos **D = {1,2,3,4,5}** e **E = {3,4,5}**. A interseção dos conjuntos ficaria assim:

E ∩ D = {3,4,5} ou E ∩ D = E, pode ser concluído também que E ⊂ D.



<u>União</u>

Conjunto união são todos os elementos dos conjuntos relacionados.

<u>Exemplo 1:</u>

Dados os conjuntos **A = { x | x é inteiro e -1 < x < 2}** e **B = {1,2,3,4}** a união desses dois conjuntos é :

A U B = {0,1,2,3,4}

<u>Exemplo 2:</u>

Dados os conjuntos **A = {1,2,3}** e **B = {1,2,3,4,5}** a união desses conjuntos é: A U B = {1,2,3,4,5}, nesse caso podemos dizer que A U B = B.

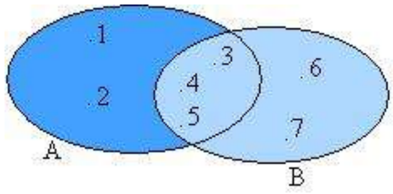
<u>Diferença entre dois conjuntos</u>.

Dados dois conjuntos A e B chama-se conjunto diferença ou diferença entre A e B o conjunto formado pelos elementos de A *que não pertencem a B*. O conjunto diferença é representado por **A – B**.

<u>Exemplo 1</u>:

A = {1,2,3,4,5} e **B = {3,4,5,6,7}** a diferença dos conjuntos é:

A – B = {1,2}



Exemplo 2:

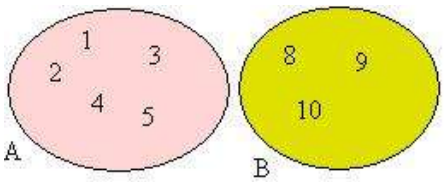
A = {1,2,3,4,5} e **B = {8,9,10}** a diferença dos conjuntos é:

A – B = {1,2,3,4,5}

Exemplo 3:

A = {1,2,3} e **B = {1,2,3,4,5}**a diferença dos conjuntos é:

A – B = $\emptyset$



Exemplo 4:

Dados os conjuntos **A = {1,2,3,4,5,6}** e **B = {5,6}**, a diferença dos conjuntos é: A – B = {1,2,3,4}. Como B $\subset$ A podemos escrever em forma de **complementar**:

A – B = $\complement_A$ B = {1,2,3,4}.

Conjuntos Numéricos

Conjunto dos Números Naturais

São todos os números inteiros positivos, incluindo o zero. É representado pela letra maiúscula N.

Caso queira representar o conjunto dos números naturais não-nulos (excluindo o zero), deve-se colocar um * ao lado do N:

N = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10, ...}

N* = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11, ...}

Conjunto dos <u>Números Inteiros</u>

São todos os números que pertencem ao conjunto dos Naturais mais os seus respectivos opostos (negativos).

São representados pela letra Z:

Z = {... -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...}

O conjunto dos inteiros possui alguns subconjuntos, eles são:

- Inteiros não negativos

São todos os números inteiros que não são negativos. Logo percebemos que este conjunto é igual ao conjunto dos números naturais.

É representado por Z_+:

Z_+ = {0,1,2,3,4,5,6, ...}

- Inteiros não positivos

São todos os números inteiros que não são positivos. É representado por Z_-:

Z_- = {..., -5, -4, -3, -2, -1, 0}

- Inteiros não negativos e não-nulos

É o conjunto Z_+ excluindo o zero. Representa-se esse subconjunto por Z^*_+:

Z^*_+ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}

Z^*_+ = N*

- Inteiros não positivos e não nulos

São todos os números do conjunto Z_- excluindo o zero. Representa-se por Z^*_-.

$Z^*_- = \{... -4, -3, -2, -1\}$

Conjunto dos Números Racionais

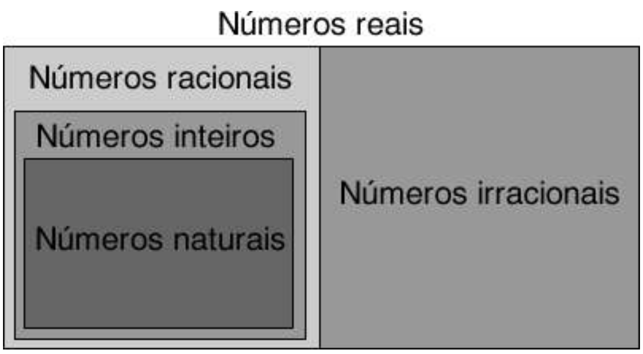
Os números racionais é um conjunto que engloba os números inteiros (Z), números decimais finitos (por exemplo, 743,8432) e os números decimais infinitos **periódicos** (que repete uma sequência de algarismos da parte decimal infinitamente), como "12,050505...", são também conhecidas como **dízimas periódicas**. Os racionais são representados pela letra Q.

Conjunto dos Números Irracionais

É formado pelos números decimais infinitos não-periódicos. Um bom exemplo de número irracional é o número PI (resultado da divisão do perímetro de uma circunferência pelo seu diâmetro), que vale 3,14159265 .... Atualmente, supercomputadores já conseguiram calcular bilhões de casas decimais para o PI. Também são irracionais todas as raízes não exatas, como a raiz quadrada de 2 (1,4142135 ...)

Conjunto dos Números Reais

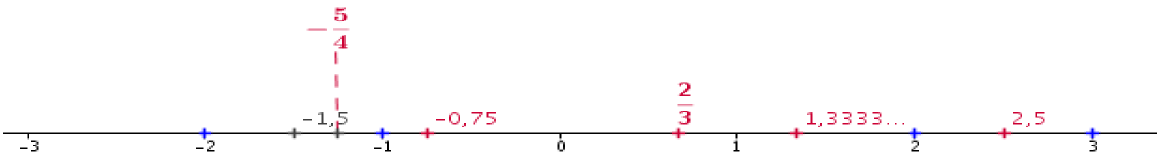
É formado por todos os conjuntos citados anteriormente (união do conjunto dos racionais com os irracionais). Representado pela letra R.



A Reta Numérica

Pelo estudo do conjunto dos números reais (IR), pressupõe-se que os educandos, venham à:

a) Representar na reta numérica elementos dos conjuntos “N”, “Z” e “Q”.



b) Determinar a fração geratriz de uma dizima periódica. A fração geratriz é aquela que dá origem a dizima periódica, como as dizimas periódicas simples e as compostas:

DIZIMAS PERIÓDICAS SIMPLES

a) $0{,}333\ldots = \frac{3}{9}$

b) $0{,}323232\ldots = \frac{32}{99}$ Observe que os denominadores correspondem aos períodos.

c) $0{,}321321321\ldots = \frac{321}{999}$

d) $1.6666\ldots = 1 + 0{,}666\ldots = 1 + \frac{6}{9} = \frac{9+6}{9} = \frac{15}{9}$ Neste caso, basta separar o número inteiro e aplicar a técnica dos exemplos a, b e c, observando a adição.

DIZIMAS PERIÓDICAS COMPOSTAS

a) $0{,}3888\ldots = \frac{38-2}{90} = \frac{36}{90}$

b) $2{,}3888\ldots = \frac{238-23}{90} = \frac{215}{90}$

Observe que acrescentamos ao denominador um zero, isto é devido ao número do antiperiodo (3 – exemplo a; 3 do exemplo b).

c) Reconhecer que os números decimais infinitos não- periódicos, não podem ser escritos na forma p / q. Isto é, este tipo de número (irracionais), não podem ser transformado para a forma de fração, visto ter infinitas casas decimais e não periódicas.

d) Reconhecer o conjunto dos números irracionais.

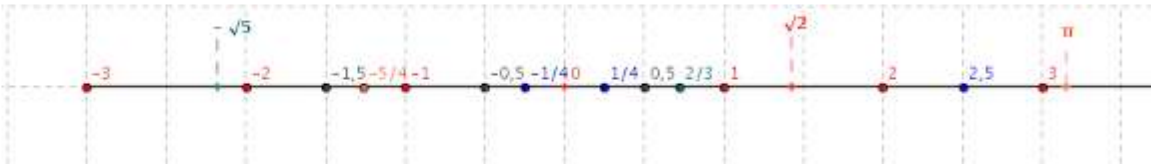
Como sendo aqueles cuja parte decimal é infinita e não-periódica, como por exemplo:

$\pi \sim 3{,}1416$;
$\sqrt{2} \sim 2{,}4142\ldots$;
$\sqrt{3} \sim 1{,}732\ldots$;

e) Reconhecer o conjunto dos números reais como união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais.
f) Reconhecer que a reta representa o conjunto dos números reais.

<u>Reta numérica</u> é uma reta que representa o conjunto dos números reais. Ela pode estar tanto na horizontal quanto na vertical. No centro da reta fica o zero, que é sua origem.

No caso de a reta ser horizontal, temos do lado direito da origem os números positivos, e do lado esquerdo da origem os números negativos.
No caso de a reta ser vertical, temos acima da origem os números positivos, e, abaixo da origem, os números negativos.
A distância de um número ao zero é chamado de módulo ou valor absoluto. Ex: |-5| = 5; |5| = 5. Se um número é equidistante a outro em relação ao zero, dizemos que estes números são opostos. Ex: 2 e -2 são opostos.
Entre um número inteiro e outro na reta existem infinitos outros números.



g) Realizar operações em “R”.

Operações em IR, significam as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação com todos os tipos de números que compõem o conjunto dos números reais.

Utilizar o Roteiro de Ação 4,5,6,7,8e 9– CECIERJ

Atividade : Realizar todas as atividade expostas nos roteiros, adaptando-as as condições reais de sala de aula.

Observação: Seria importante relembrar conceitos anteriores , exemplificá-los e diferenciá-los do que está por se abordar nessa atividade

PRÉ-REQUISITO : Pedir aos alunos que a partir dos exemplos, pesquisem na internet outros exemplos

IMPORTANTE Fazer Exercícios Complementares, Contextualizados ou não, mas direcionados ao SAERJINHO, SAERJ, ou qualquer vestibular

IMPORTANTE: Revemos outros conceitos, abordamos conteúdo proposto pelo currículo mínimo, através de uma situação-problema muito comum dos vestibulares de hoje em dia.

OBS.: Verifique se os alunos conseguirem resolver as questões (debater as dificuldades encontradas)

4ª Atividade

AÇÕES E SEQUENCIAS: Resolver problemas envolvendo todo conteúdo de Conjuntos (Roteiros de Ação - CECIERJ)

PRÉ-REQUISITOS: Nenhum

FORMAS DE FIXAÇÃO: Exercícios Propostos e Complementares

RECURSOS: Livro didático , folha de atividade, lápis e borracha

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Turma disposta em duplas

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Estimular o aluno a aplicar seus conhecimentos adquiridos ao longo do processo ensino/aprendizagem, para resolver problemas correlacionados ao conteúdo.

METODOLOGIA: Pesquisa e aplicação

Atividade: Somente exercícios. Pedir aos alunos que realizem os exercícios propostos do capítulo (continuação da 3ª atividade) – Acompanhar a realização e tirar dúvidas

Podemos utilizar quantos exercícios e problemas forem possíveis, de acordo com o tempo e o ritmo da turma, sempre estimulando o raciocínio dos alunos.
IMPORTANTE: Exercícios Complementares, Contextualizados ou não, mas direcionados ao SAERJINHO, SAERJ, ou qualquer vestibular

5ª Atividade

AÇÕES E SEQUENCIAS: Resolver questões voltadas para o Vestibular, Escolas Militares, ENEM, SAERJ, SAERJINHO referenciadas a todo conteúdo.

FORMAS DE FIXAÇÃO: Exercícios Propostos e Complementares

RECURSOS: Livro didático , provas anteriores de concursos

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Individual ou em dupla

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Estimular o aluno a desenvolver a habilidade de realizar exercícios específicos, voltados a aprovação em um concurso ou vestibular.

METODOLOGIA: Treino e aplicação contínua

Marcos da Silva Ribeiro – 1° Ano/Grupo 2
Marcelo Rodrigues – Tutor

Resolução de Problemas

Um aluno que deseja obter a aprovação em um vestibular deve incluir na sua rotina de estudo uma ferramenta considerada, pelos especialistas e professores, como uma das mais importantes: a resolução de questões. Além de testar os seus conhecimentos, essa prática faz com que o aluno adquira uma maior familiaridade com o estilo adotado pela instituição responsável pela organização da seleção. Outra vantagem de resolver muitas questões e provas anteriores é se sentir mais seguro no dia da avaliação e ter a “sorte” de encontrar as mesmas questões ou alternativas resolvidas anteriormente, uma vez que algumas bancas repetem.

Atividade: Passar questões voltadas para o vestibular, Enem e Saerj.

1) (UFBA) 35 estudantes estrangeiros vieram ao Brasil. 16 visitaram Manaus; 16, S. Paulo e 11, Salvador. Desses estudantes, 5 visitaram Manaus e Salvador e , desses 5, 3 visitaram também São Paulo. O número de estudantes que visitaram Manaus ou São Paulo foi:

a) 29
b) 24
c) 11
d) 8
e) 5

2) (UEFS) Se F é um conjunto com n+1 elementos, então o número de elementos de P(F) é:

a) 2(n+1)
b) n+1
c) 2n
d) 4n
e) 2.2n

3) (ENEM) No dia 17 de Maio próximo passado, houve uma campanha de doação de sangue em uma Universidade. Sabemos que o sangue das pessoas pode ser classificado em quatro tipos quanto a antígenos. Uma pesquisa feita com um grupo de 100 alunos da Universidade constatou que 42 deles têm o antígeno A, 36 têm o antígeno B e 12 o antígeno AB. Sendo assim, podemos afirmar que o número de alunos cujo sangue tem o antígeno O é:

a) 20 alunos
b) 26 alunos
c) 34 alunos
d) 35 alunos
e) 36 alunos

4) (FUVEST) O número x não pertence ao intervalo aberto de extremos -1 e 2. Sabe-se que $x<0$ ou $x>3$. Pode-se concluir que:

- $I.x\leqslant -1$ ou $x>3$.
- $II.x\geqslant 2$ ou $x<0$.
- $III.x\geqslant 2$ ou $x<-1$.
- $IV.x>3$.
- $V.x\geqslant 2$.

a) I

b) V

c) IV

d) III

e) II

5) (FUVEST) Classifique cada sentença como V (verdadeira) ou F (falsa):

a) a soma de um número racional com um número irracional é sempre um número irracional. ( )

b) O produto de dois números irracionais pode ser racional. ( )
c) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional. ( )
d) 1,888888..... E Q. ( )

AVALIAÇÃO

A palavra avaliar é originário do latim e provém da composição a-valere, que significa "dar valor a..." No entanto, o conceito "avaliação" é expresso como sendo a "atribuição de um valor ou qualidade a alguma coisa, ato ou curso de ação...", implicando "um posicionamento positivo ou negativo em relação ao objeto, ato ou curso de ação avaliado" Alguns autores, como Libâneo, Luckesi, definem a avaliação corno:
"(...) um componente do processo de ensino que visa, através da verificação e qualificação dos resultados obtidos, determinar a correspondência destes com os objetivos propostos e, daí, orientar a tomada de decisões em relação às atividades didáticas seguintes"."(...) um juízo de qualidade sobre dados relevantes, tendo em vista uma tomada de decisão" O processo avaliativo apresenta algumas características que o diferem da medida, embora contenha a medida como condição necessária à sua objetividade e precisão. A avaliação da aprendizagem como processo deve buscar a inclusão e não a exclusão dos educandos. Portanto, o professor ao avaliar o aluno, deve levantar dados, analisá-los e sintetizá-los, de forma objetiva, possibilitando o diagnóstico dos fatores que interferem no resultado da aprendizagem. O objeto de análise da avaliação do rendimento escolar é a expressão global do aluno, ou seja, sua expressão de forma oral, escrita, corporal ou gestual, tanto na área cognitiva, afetiva-social quanto na psicomotora. "A avaliação deverá ser assumida como um instrumento de compreensão do estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista tomar decisões suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem". Compete à avaliação a verificação e a qualificação. A verificação acontece por meio das informações levantadas pelo professor nas provas, exercícios, tarefas e observação do desempenho dos alunos. A qualificação acontece por intermédio da comprovação dos resultados alcançados, tendo em vista os objetivos e, conforme o caso, atribuição de notas ou conceitos. Podem ser atribuídas à avaliação educacional funções gerais e específicas. As funções gerais fornecem o embasamento para o planejamento e possibilita a seleção e a classificação de pessoas e o ajustamento da política educacional e das práticas curriculares. As

funções específicas permitem o diagnóstico, o controle e a classificação. O diagnóstico possibilita identificar, discriminar, compreender e caracterizar os fatores desencadeantes das dificuldades de aprendizagem. O controle visa localizar, apontar, discriminar deficiências e insuficiências no desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem e corrigi-las por meio de um controle sistemático e contínuo, que se dá pela interação professor-aluno, durante as aulas. A "função de classificação propicia principalmente a efetivação do propósito de classificar o aluno, segundo o nível de aproveitamento, ou rendimento alcançado, em comparação ao grupo de classe" A tarefa, a ser realizada individualmente ou em dupla, descrita na 5ª atividade, diz respeito a questões diversas de vestibulares com intuito de avaliar o conhecimento, as competências e habilidades adquiridas pelo aluno durante o período (Duração de 50 minutos). Deve ser pontuada (de 0 à 10) e o professor poderá avaliar a reflexão e o argumento critico usado pelos alunos. O professor deve corrigir a avaliação, verificar os erros mais comuns, debatê-las com os alunos. Outro método de avaliação pode ser a verificação da aprendizagem não apenas no assunto que norteou este plano de trabalho, mas também em outros conteúdos estudados nos bimestres anteriores.

(Duração de 50 minutos) Avaliação (de 0 à 10) escrita e individual para cada aluno, analisando a capacidade do conhecimento adquirido. Questões com resoluções diretas ou situação-problema envolvendo Conjuntos.

Avaliações seguindo o descritor da Matriz do Saerjinho

H36 – Identificar a localização dos números reais na reta numérica.
H45 – Efetuar cálculo com números inteiros, envolvendo operações.
H94 – Resolver problema usando operações com conjuntos.
H103 – Resolver problemas com números reais envolvendo operações
Hn – Desenvolvimento de habilidades de leitura, análise e argumentação em linguagem matemática

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE. Matemática : conceitos, linguagem e aplicações. Volume único.

Disponível em < http://www.brasilescola.com/matematica/definicao-conjunto.htm > acesso em: fev de 2013

Disponível em < http://matematica-na-veia.blogspot.com.br/2008/03/conjuntos-numricos-histria.html> acesso em: fev de 2014

Disponível em <http://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos> acesso em: fev de 2014

Disponível em < http://www.infoescola.com/matematica/teoria-dos-conjuntos/ > acesso em: fev de 2014

Roteiros de Ação – Função Exponencial – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ - 1° ano do Ensino Médio – 1°Bimestre/2014