

Formação Continuada

Fundação CECIERJ

Matemática 1º Ano – 1º Bimestre de 2014

PLANO DE TRABALHO 2

FUNÇÕES



Cursista: **MARCOS DA SILVA RIBEIRO**

Tutor: **MARCELO RODRIGUES**

Grupo 2

SUMÁRIO

Introdução.....	03
Desenvolvimento.....	04
Avaliação.....	30
Referência Bibliográfica.....	32

INTRODUÇÃO

Função é uma relação entre dois ou mais conjuntos, um tipo de dependência, estabelecida por uma lei de formação, uma regra geral. As funções possuem diversas aplicações no cotidiano, muitas vezes relacionadas a grandezas, valores, índices, variações entre outras situações.

O objetivo deste plano de trabalho é permitir que os alunos percebam através de temas contextualizados e da utilização de recursos tecnológicos (computadores e softwares), a importância das funções e suas aplicações através do conhecimento adquirido durante período de estudo. Transmitir o conhecimento sobre os conteúdos curriculares no campo algébrico simbólico de suas habilidades e competências. Fazer ainda com que os alunos adquiram um conhecimento dinâmico através de atividades práticas.

Há uma dificuldade de o aluno visualizar, interpretar enunciados, raciocinar e demonstrar interesse. Por esses motivos é fundamental apresentar aos alunos as áreas de atuação onde poderão aplicar o conhecimento do conteúdo ministrado, além da utilização vista por seu próprio cotidiano. É fundamental atrair o interesse do aluno, contando um pouco da história das funções, identificando aplicabilidades, representatividade, utilizando recursos tecnológicos disponíveis e fundamentando o assunto com questões-problemas oriundas de sistemas de avaliação.

Todo assunto aqui especificado será baseado em sites referenciados, livro didático imposto pela Escola com devida aprovação dos educadores responsáveis e direcionado ao conteúdo programático do Currículo Mínimo/Ensino Médio- 1º ano.

Plano de Trabalho determinado para três semanas, com quatro tempos semanais e cinquenta minutos cada um. Será ministrado nesse período o conteúdo exposto, pesquisa e avaliação.

DESENVOLVIMENTO

“Seguindo os “Roteiros de Ação” propostos pela Fundação CECIERJ/Formação Continuada”

1ª Atividade

AÇÕES E SEQUENCIAS: Aprender um pouco da História das Funções, alguns conceitos, definições e aplicações.

PRÉ-REQUISITOS: Identificar conceitos e representações

FORMAS DE FIXAÇÃO: Leitura, visualização de vídeo e pesquisa

RECURSOS: Livro didático, Pesquisa via internet (Sala de Informática) e Vídeo (Sala de Projeção)

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Em grupo de 2 ou 3 pessoas

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Fazer com que os alunos entendam um pouco da História das Funções, além de identificar algumas aplicações. Desenvolver a capacidade de utilizar em outras áreas do conhecimento. Visualizar a importância do tema que será ministrado.

METODOLOGIA: Fazer leitura e pesquisa através de livros e computadores com acesso a internet

História sobre Funções

Observação: Quase sempre os alunos perguntam “pra quê aprender isso professor?” De onde veio esse assunto? “isso é muito complicado professor” ou afirmam “nunca irei usar isso professor!”. Antes dessas perguntas ou indagações, podemos apresentar um pouco da história do tema que está sendo estudado e pedir que pesquisem algumas áreas que utilizam os conhecimentos que estão adquirindo.

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática. Este conceito sofreu uma grande evolução ao longo dos séculos, sendo que a introdução do método analítico na definição de função (séc., XVI, séc. XVII) veio revolucionar a Matemática.

Desde o tempo dos Gregos até à Idade Moderna a teoria dominante era a Geometria Euclidiana que tinha como elementos base o ponto, a reta e o plano.

A partir desta época que uma nova teoria, o Cálculo Infinitesimal, vai surgir e que se acaba por revelar capital no desenvolvimento da Matemática contemporânea. A noção de função vai ser um dos fundamentos do Cálculo Infinitesimal. Portanto a noção de função não é muito antiga. No entanto, aspectos muito simples deste conceito podem ser encontrados em épocas anteriores (por exemplo, na mais elementar operação de contagem). Mas o seu surgimento como conceito claramente individualizado e como objeto de estudo corrente em Matemática remonta apenas aos finais do Século XVII.

Ela surgia de forma um tanto confusa nos “fluentes” e “fluxões” de Newton (1642 - 1727). Newton aproxima-se bastante do sentido atual de função com a utilização dos termos “relatia quantias” para designar variável dependente, e “genita” para designar uma quantidade obtida a partir de outras por intermédio das quatro operações aritméticas fundamentais.

Foi Leibniz (1646 - 1716) quem primeiro usou o termo “função” em 1673 no manuscrito Latino “Methodus tangentium inversa, seu de fuctionibus”. Leibniz usou o termo apenas para designar, em termos muito gerais, a dependência de uma curva de quantidades geométricas como as subtangentes e subnormais. “Introduziu igualmente a terminologia de “constante”, “variável” e “parâmetro”. Com o desenvolvimento do estudo de curvas por meios algébricos, tornou-se indispensável um termo que representasse quantidades dependentes de alguma variável por meio de uma expressão analítica. Com esse propósito, a palavra “função” foi adotada na correspondência trocada entre 1694 e 1698 por Leibniz e Johann Bernoulli (1667 - 1748).

O termo "função" não aparecia ainda num léxico matemático surgido em 1716. Mas, dois anos mais tarde Johann Bernoulli publicou um artigo, que viria a ter grande divulgação, contendo a sua definição de função de uma certa variável como uma quantidade que é composta de qualquer forma dessa variável e constantes. Um retoque final nesta definição viria a ser dado em 1748 por Euler (1707 - 1783) - um antigo aluno de Bernoulli - substituindo o termo "quantidade" por "expressão analítica". Foi também Euler quem introduziu a notação $f(x)$.

A noção de função era assim identificada na prática com a de expressão analítica, situação que haveria de vigorar pelos Séculos XVIII e XIX, apesar de cedo se perceber que conduzia a diversas incoerências e limitações (de fato, uma mesma função pode ser representada por diversas expressões analíticas diferentes). Esta noção, associada às noções de continuidade e de desenvolvimento em série, conheceu sucessivas ampliações e clarificações, que lhe alteraram profundamente a sua natureza e significado.

Como consequências da evolução do estudo das funções surgem numerosas aplicações da Matemática a outras ciências. Pois, os cientistas partindo de observações procuravam uma fórmula (uma função) para explicar os sucessivos resultados obtidos. A função era, então, o modelo matemático que explicava a relação entre as variáveis.

O conceito de função que hoje nos parece simples é resultado de uma evolução histórica conduzindo sempre cada vez mais à abstração, e que só no século XIX teve o seu final. Na atualidade as funções estudadas na Análise Infinitesimal, e usadas nas aplicações, retêm no fundamental a ideia de dependência entre variáveis.

A noção de função é de importância central na concepção e no estudo de modelos (dinâmicos, probabilísticos, de distribuição espacial,...), qualquer que seja a sua natureza, continuando por isso a ser uma noção-chave na Matemática atual.

Atividade: Passar um vídeo sobre a história e conceitos, introdução e aplicação de Funções (com duração de 50 min), depois leva-los para sala de informática e solicitar que façam uma pesquisa sobre o assunto, em dupla ou trio, dependendo da quantidade de alunos/máquina.

Observação: Pedir aos alunos que façam um relatório do conhecimento adquirido em relação aos conceitos sobre Funções

Aplicações

Em matemática sempre temos interesse em saber como certas grandezas se relacionam entre si. Podemos estar interessados em saber, por exemplo, como a quantidade de pessoas de um determinado lugar se relaciona com o tempo, ou tipo de correspondência entre quantidades, como salário e horas de trabalho, receita e número de artigos vendidos, taxa de crescimento de um tecido canceroso e o efeito do tratamento radioativo ou quimioterápico.

Lançamento de projéteis, controle de processos (projetos de reatores), faróis de automóveis, antenas parabólicas e radares, na geometria e nos esportes são alguns exemplos de aplicações .

Análise e Controle de Processos: Reatores do Polo Petroquímico que produzem a matéria-prima para algumas empresas, como de plásticos ou de tintas. Neste sentido, para manter a temperatura de um reator constante, modela-se a situação com uma função quadrática.



Lançamento de Projéteis: Quando se lança um objeto no espaço (pedra, tiro de canhão,...) visando alcançar a maior distância possível, tanto na horizontal como na vertical, a curva descrita pelo objeto é aproximadamente uma parábola, se considerarmos que a resistência do ar não existe ou é pequena. O lançamento de projéteis é modelado por uma função quadrática.



Queda Livre: Na queda livre dos corpos, o espaço (s) percorrido é dado em função do tempo (t), por uma função quadrática $s(t) = 4,9 t^2$ em que a constante 4,9 é a metade da gravidade que é $9,8 \text{ m/s}^2$.



Atividade: Pedir aos alunos que realizem uma atividade de pesquisa pela internet, buscando novos conceitos e aplicações.

2ª Atividade

AÇÕES E SEQUENCIAS: Conceito de função através da dependência entre variáveis e gráficos de uma função.

(Roteiro de Ação 1, 2 e 3 - CECIERJ)

PRÉ-REQUISITOS: Matemática do Ensino Fundamental e identificar formalmente uma função **(conforme roteiro 1, 2 e 3)**

FORMAS DE FIXAÇÃO: Resolução de Problemas, exercícios propostos

RECURSOS: Computador com Internet, Projetor, Quadro branco, Livro didático e Papel milimetrado

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Em dupla, na sala ou laboratório

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Introduzir o estudo sobre o conceito de função voltado a resolução de problemas e representação gráfica. Estimular o aluno a aplicar seus conhecimentos adquiridos ao longo do processo ensino/aprendizagem, para resolver problemas correlacionados ao conteúdo, entender as definições e representatividades. Resolver problemas e desenvolver habilidades voltadas a linguagem matemática.

H50 – *Analisar crescimento/decrescimento, zeros apresentados em gráficos*

H70 – *Resolver problema que envolva variação entre grandezas.*

H112 – *Reconhecer o gráfico de uma função a partir de sua lei de formação*

METODOLOGIA: Leitura, exercícios e demonstrações.

Função e a dependência entre variáveis

Na Matemática, o conceito de função é inteiramente ligado às questões de dependência entre duas grandezas variáveis. Toda função possui uma lei de formação algébrica que relaciona dois ou mais conjuntos através de cálculos matemáticos. Dizemos que para toda função temos um conjunto denominado domínio e sua respectiva imagem. Por exemplo, podemos estabelecer uma relação de dependência entre o preço do litro do combustível e a quantidade de litros usados no abastecimento de um carro. Suponhamos que o preço do litro de gasolina seja R\$ 2,50, dessa forma, podemos determinar a seguinte função $y = 2,5 * x$, que determina o preço a pagar y em decorrência da quantidade de litros abastecidos x . A partir dessa função podemos construir a seguinte tabela de valores:

x (litros)	$y = 2,5 * x$	y (R\$)
1	$y = 2,5 * 1$	2,5
2	$y = 2,5 * 2$	5
3	$y = 2,5 * 3$	7,5
4	$y = 2,5 * 4$	10
5	$y = 2,5 * 5$	12,5
6	$y = 2,5 * 6$	15
7	$y = 2,5 * 7$	17,5
8	$y = 2,5 * 8$	20
9	$y = 2,5 * 9$	22,5
10	$y = 2,5 * 10$	25
...		

- A **variável independente** como simplesmente, a “causa, antecedente, origem de um fenômeno, um processo, que constitui o objeto de estudo”. Pode ser manipulada em estudos experimentais ou comparativos.
- A **variável dependente** é o efeito, consequência o resultado observado da influência da variável independente.



Toda situação problema envolvendo relações entre grandezas, é determinada por uma lei de formação algébrica conforme exemplos abaixo especificados.

Exemplo 1. Numa viagem, um automóvel mantém uma velocidade constante de 60 km/h. Com o passar do tempo, esse veículo irá percorrer uma determinada distância. De tal modo, podemos determinar a distância percorrida pelo veículo relacionando a velocidade média e o tempo do movimento utilizando a seguinte expressão matemática, $D = V * t$, onde D: distância, V: velocidade média e t: tempo. Observe a tabela de valores para essa função:

t (horas)	V (km/h)	$D = V * t$
1	60	60 km
2	60	120 km
3	60	180 km
4	60	240 km
5	60	300 km
6	60	360 km
7	60	420 km
8	60	480 km
9	60	540 km
10	60	600 km

Observe que nesse caso a variável dependente é a velocidade e a variável independente é o tempo.

Exemplo 2. Uma indústria de brinquedos possui um custo mensal de produção equivalente a R\$ 5.000,00 mais R\$ 3,00 reais por brinquedo produzido. Determine a lei de formação dessa função e o valor do custo na produção de 2.000 peças.

A lei de formação será formada por uma parte fixa e outra variável. Observe:

$C = 5000 + 3 * p$, onde C: custo da produção e p: o número de brinquedos produzidos. Como serão produzidos 2.000 brinquedos temos:

$$C = 5000 + 3 * 2000$$

$$C = 5000 + 6000$$

$$C = 11.000$$

O custo na produção de 2.000 brinquedos será de R\$ 11.000,00. (A variável custo depende da variável peças)

Gráficos de uma função

É uma figura com o objetivo de transmitir uma informação. Os meios de comunicação (revistas, jornais, televisão) utilizam frequentemente estes recursos para veicular de maneira clara, simples e compacta vários tipos de informação (resultados de pesquisa de opinião, dados estatísticos, variação de indicadores financeiros, etc.)

Uma das representações gráficas mais comuns e importantes em matemática é o gráfico de uma função.

O gráfico cartesiano de uma função é o conjunto de todos os pontos (x, y) conjunto de pares ordenados plotados em um sistema de coordenadas cartesianas do plano, que satisfazem a condição $y = f(x)$, ou seja, o gráfico de uma função é o conjunto de todos os pontos do plano da forma $(x, f(x))$, com x variando no domínio de f .

Os gráficos cartesianos permitem visualizar "a forma" geométrica de uma função e as suas principais características.

A construção de um gráfico no plano cartesiano representado pela lei de formação geral das funções, dada por $y = f(x)$, com x pertencente ao domínio e y constituindo a imagem, será dada por algumas condições práticas, como:

- * Construir um eixo de coordenadas cartesianas em papel centimetrado ou milimetrado.
- * Determinar uma tabela com os possíveis valores do domínio dado por x .
- * Calcular o par ordenado (x, y) de acordo com a lei de formação da função em questão.
- * Marcar no plano cartesiano os pares ordenados calculados, obedecendo à ordem x (eixo horizontal) e y (eixo vertical).
- * Ligar os pontos, constituindo o gráfico da função.

Exemplo 1. Determinar o gráfico da função dada pela seguinte lei de formação: $y = f(x) = 2x - 1$.

x	$y = 2x - 1$	(x, y)
-2	-5	$(-2, -5)$
-1	-3	$(-1, -3)$
0	-1	$(0, -1)$
1	1	$(1, 1)$
2	3	$(2, 3)$

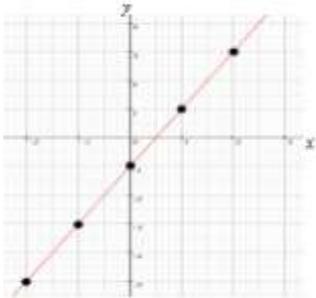
$$y = 2^*(-2) - 1 \rightarrow y = -4 - 1 \rightarrow y = -5$$

$$y = 2^*(-1) - 1 \rightarrow y = -2 - 1 \rightarrow y = -3$$

$$y = 2 * 0 - 1 \rightarrow y = -1$$

$$y = 2 * 1 - 1 \rightarrow y = 2 - 1 \rightarrow y = 1$$

$$y = 2 * 2 - 1 \rightarrow y = 4 - 1 \rightarrow y = 3$$



Exemplo 2. Determinar o gráfico da função dada por $y = f(x) = x^2$.

x	$y = x^2$	(x, y)
-2	4	$(-2, 4)$
-1	1	$(-1, 1)$
0	0	$(0, 0)$
1	1	$(1, 1)$
2	4	$(2, 4)$

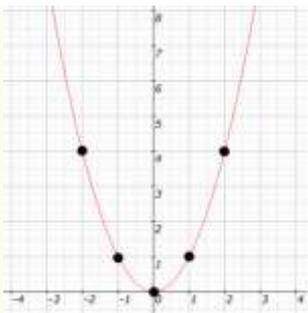
$$y = (-2)^2 = 4$$

$$y = (-1)^2 = 1$$

$$y = (0)^2 = 0$$

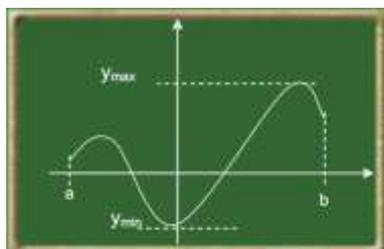
$$y = (1)^2 = 1$$

$$y = (2)^2 = 4$$



Atividade: Pedir aos alunos que realizem uma atividade de construção desses dois exemplos anteriores, tanto no papel milimetrado quanto no GeoGebra .

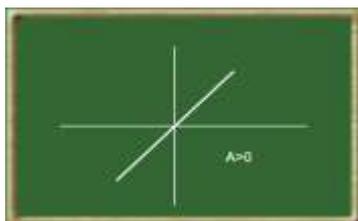
Exemplos de construções gráficas de algumas funções de domínio real:



$$\text{Dom}(f(x)) = [a; b] \quad \text{Im}(f(x)) = [y_{\min}; y_{\max}]$$

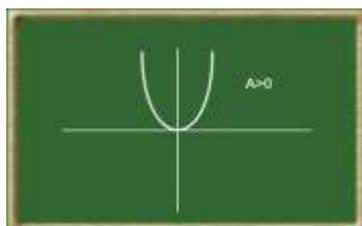
Função polinomial do primeiro grau $f(x) = ax$

Retas, cujo crescimento depende do sinal do coeficiente a

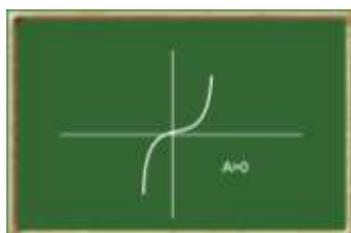


Função polinomial do segundo grau $f(x) = ax^2$

Parábolas, cuja concavidade depende do sinal do coeficiente a

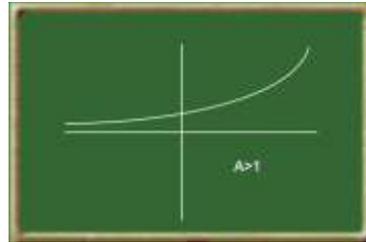


Função polinomial do terceiro grau $f(x) = ax^3$

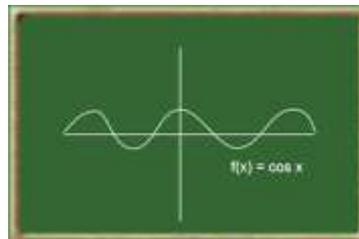


Função exponencial $f(x) = a^x$

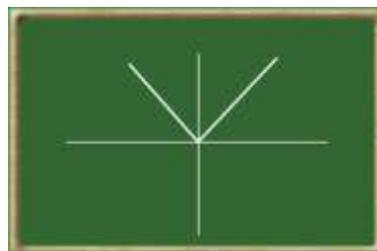
Curvas exponenciais, cujo crescimento depende do valor de a



Funções trigonométricas



Função modular $|x| = x$ se $x \geq 0$ $|x| = -x$ se $x < 0$



Características das funções

1) Crescimento e decréscimo

À medida que os valores de x aumentam, os valores de y também aumentam, e isso acontece ao longo de toda a função. Assim, podemos classificar a função como crescente.

2) Raízes de uma função

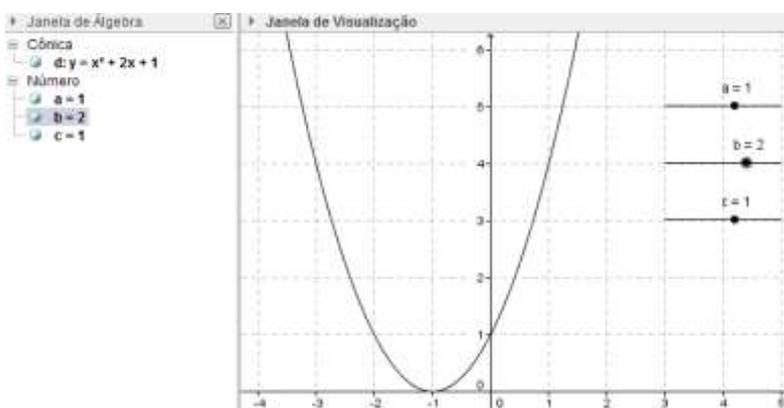
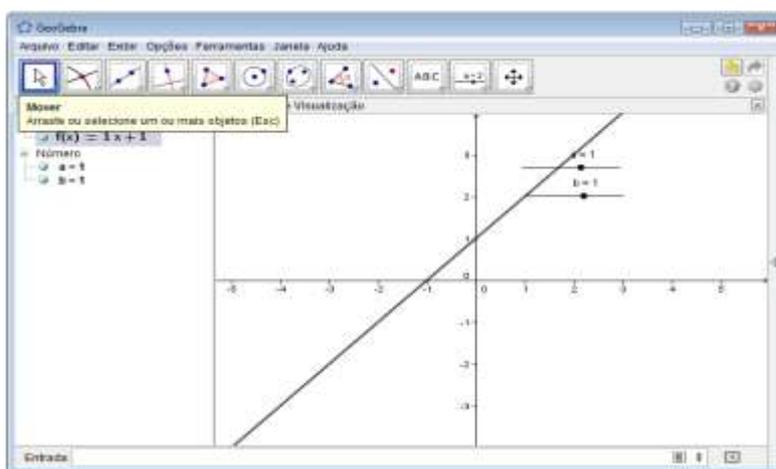
Os valores de x que anulam uma função, ou seja, para os quais $f(x) = 0$, são chamados de raízes da função. Assim, para acharmos as raízes de uma função, devemos resolver a equação $f(x) = 0$.

As raízes da função são os valores onde o gráfico intercepta o eixo horizontal, o eixo das abscissas.

3) Estudo do sinal de uma função

Quando estudamos os conceitos iniciais sobre funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} , aprendemos que os valores de y são funções dos valores de x . Isso significa que os valores de y são obtidos a partir de valores de x . Em representação matemática, $y = f(x)$. Acima do eixo x , os valores de y são positivos; abaixo, os valores são negativos; e sobre o eixo x , o valor de y é zero. Considerando que $y = f(x)$, o sinal da função será determinado da mesma forma.

Atividade : Seguindo os roteiro de ação 1 e 2 - pedir aos alunos que façam os exemplos do roteiro e deem novos exemplos com outras situações utilizando o GeoGebra (conforme representações abaixo)



IMPORTANTE Exercícios Complementares, Contextualizados ou não, mas direcionados ao SAERJINHO, SAERJ, ou qualquer vestibular

3ª Atividade

ACÕES E SEQUENCIAS: Estudar composição e inversão de funções, Pares ordenados no plano cartesiano, Funções, áreas e perímetros.
(Roteiros de Ação 4,5,6,7 e 8 - CECIERJ)

PRÉ-REQUISITOS: Noções iniciais de funções, Conceito de medida e unidade de medida, Conceito de área (conforme roteiro 4, 5, 6, 7, 8)

FORMAS DE FIXAÇÃO: Leitura e Resolução de Problemas

RECURSOS: Livro didático, folha de atividades, lousa branca e computador com internet e Geogebra

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Em dupla ou trio – trabalho organizado e colaborativo

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Resolver problemas envolvendo composição e inversão de funções, pares ordenados no plano cartesiano, funções, áreas e perímetros. Estimular o aluno a aplicar os conhecimentos adquiridos, conceitos e definições.

H108 – Resolver problema associando conceito de funções ao cálculo de área e perímetro de figuras planas.

H112 – Reconhecer o gráfico de uma função a partir de sua lei de formação

Hn – Estabelecer relações entre gráficos de funções.

METODOLOGIA: Leitura e aplicação

Composição e Inversão de Funções

Uma função é uma relação especial definida: sejam dois conjuntos A e B , tais que para todo elemento x pertencente a A , haja uma correspondência de um elemento y pertencente a B . Essa correspondência é a função: a associação, definida de algum modo, entre todos os elementos de um conjunto e os elementos de outro conjunto.

A função que associa um elemento x a outro valor pode ser indicada por $f(x)$. O aparecimento de x na simbologia da função não ocorre por acaso, uma vez que o valor $f(x)$ depende de x . Por isso mesmo, x é chamada variável independente e $f(x)$ (ou y) é chamada de variável dependente. Matematicamente a função é definida:

$$f : A \rightarrow B : x \mapsto f(x), \text{ ou mais simplificadamente, } f : A \rightarrow B$$

Um exemplo de função: dado o conjunto dos números naturais, uma função pode associar cada número ao seu quadrado. Assim, essa função assumiria os valores: $\{ 1,4,9,16,\dots \}$.

Uma função pode, na verdade, associar mais de um conjunto a outro; podem haver diversas variáveis independentes. Por exemplo: uma função pode tomar dois valores inteiros e expressar sua soma:

$$f(x, y) = x + y$$

O conceito de uma função é uma generalização da noção comum de "fórmula matemática". Funções descrevem relações matemáticas entre dois objetos, x e $y = f(x)$. O objeto x é chamado o argumento da função f , e o objeto y , que depende de x , é chamado imagem de x pela f .

Intuitivamente, uma função é uma maneira de associar a cada valor do argumento x um único valor da função $f(x)$. Isto pode ser feito especificando através de uma fórmula ou regra de associação, um gráfico, ou uma simples tabela de correspondência.

FUNÇÃO INVERSA

Dada uma função $f : A \rightarrow B$, se f é bijetora, define-se a função inversa f^{-1} como sendo a função de B em A , tal que $f^{-1}(y) = x$.

- para obter a função inversa, basta permutar as variáveis x e y .
- o domínio de f^{-1} é igual ao conjunto imagem de f .

- c) o conjunto imagem de f^{-1} é igual ao domínio de f .
- d) os gráficos de f e de f^{-1} são curvas simétricas em relação à reta $y = x$ ou seja, à bissetriz do primeiro quadrante.

Exemplo: Determine a INVERSA da função definida por $y = 2x + 3$.

Permutando as variáveis x e y , fica: $x = 2y + 3$

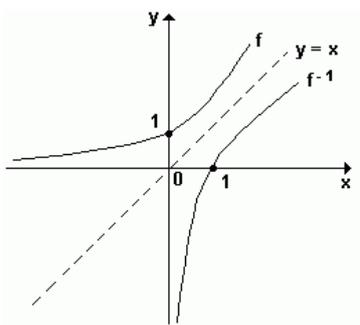
Explicitando y em função de x , vem:

$2y = x - 3 \setminus y = (x - 3) / 2$, que define a função inversa da função dada.

O gráfico abaixo, representa uma função e a sua inversa.

Observe que as curvas representativas de f e de f^{-1} , são simétricas em relação à

reta $y = x$, bissetriz do primeiro e terceiro quadrantes.

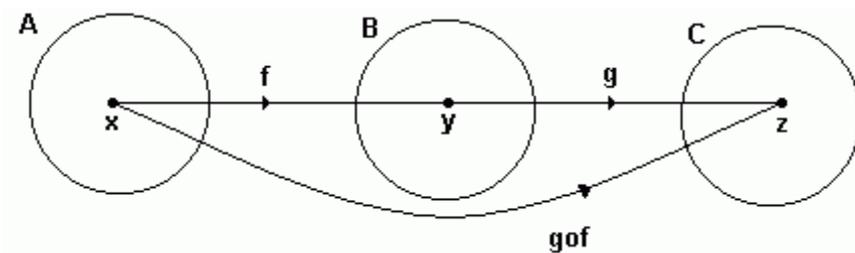


FUNÇÃO COMPOSTA

Chama-se função composta (ou função de função) à função obtida substituindo-se a variável independente x , por uma função.

Simbologia : **fog (x) = f(g(x))** ou **gof (x) = g(f(x))** .

Esquema :



Obs : $f \circ g \neq g \circ f$, ou seja, a operação " composição de funções " não é comutativa .

Exemplo:

Dadas as funções $f(x) = 2x + 3$ e $g(x) = 5x$, pede-se determinar $g \circ f(x)$ e $f \circ g(x)$.

Teremos:

$$g \circ f(x) = g[f(x)] = g(2x + 3) = 5(2x + 3) = 10x + 15$$

$$f \circ g(x) = f[g(x)] = f(5x) = 2(5x) + 3 = 10x + 3$$

Observe que $f \circ g \neq g \circ f$.

Funções, Áreas e Perímetros

Utilizar o Roteiro de Ação 6,7 e 8 – CECIERJ

Situação:

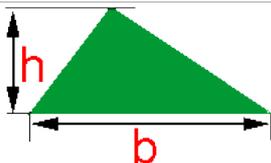
Aproveitando uma promoção de uma loja de materiais para construção, uma família resolve trocar o piso da sala de sua residência. Sabem que a sala mede 4 metros de largura e possui um comprimento de 5,5 metros. Sabem também que o ladrilho desejado é quadrado, com 25 cm de lado. Quantos ladrilhos serão necessários para ladrilhar o piso da sala inteira?

Área é a denominação dada à medida de uma superfície. Na situação acima estamos nos referindo às áreas da sala e do ladrilho.

Partindo-se deste princípio, o nosso problema se resume ao cálculo da razão entre as áreas da sala e do ladrilho.

Atentar ao método de cálculo da área das figuras geométricas planas mais comuns.

Cálculo da Área do Triângulo



Denominamos de **triângulo** a um polígono de três lados.

Observe a figura ao lado. A letra **h** representa a medida da altura do triângulo, assim como letra **b** representa a medida da sua base.

A área do triângulo será metade do produto do valor da medida da base, pelo valor da medida da altura, tal como na fórmula abaixo:

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

A letra **S** representa a área ou superfície do triângulo.

Exemplos

▶ A medida da base de um triângulo é de 7 cm, visto que a medida da sua altura é de 3,5 cm, qual é a área deste triângulo?

Do enunciado temos:

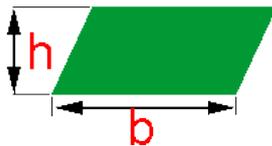
$$\begin{cases} h = 3,5 \\ b = 7 \end{cases}$$

Utilizando a fórmula:

$$S = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow S = \frac{7 \cdot 3,5}{2} \Rightarrow S = 12,25$$

A área deste triângulo é 12,25 cm².

Cálculo da Área do Paralelogramo



Um quadrilátero cujos lados opostos são iguais e paralelos é denominado **paralelogramo**.

Com **h** representando a medida da sua altura e com **b** representando a medida da sua base, a área do paralelogramo pode ser obtida multiplicando-se **b** por **h**, tal como na fórmula abaixo:

$$S = b \cdot h$$

Exemplos

▶ A medida da base de um paralelogramo é de 5,2 dm, sendo que a medida da altura é de 1,5 dm. Qual é a área deste polígono?

Segundo o enunciado temos:

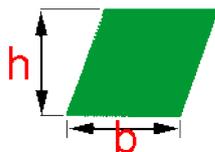
$$\begin{cases} h = 1,5 \\ b = 5,2 \end{cases}$$

Substituindo na fórmula:

$$S = b \cdot h \Rightarrow S = 5,2 \cdot 1,5 \Rightarrow S = 7,8$$

A área deste polígono é 7,8 dm².

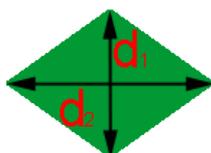
Cálculo da Área do Losango



O **losango** é um tipo particular de paralelogramo. Neste caso além dos lados opostos serem paralelos, todos os quatro lados são iguais.

Se você dispuser do valor das medidas **h** e **b**, você poderá utilizar a fórmula do paralelogramo para obter a área do losango.

Outra característica do losango é que as suas diagonais são perpendiculares.



Consideremos a base **b** como a metade da diagonal **d₁** e a altura **h** como a metade da diagonal **d₂**, para calcularmos a área de um destes quatro triângulos. Bastará então que a multipliquemos por 4, para obtermos a área do losango. Vejamos:

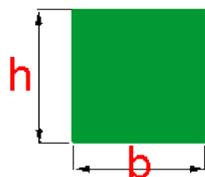
$$S = \frac{\frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2}}{2} \cdot 4$$

Realizando as devidas simplificações chegaremos à fórmula:

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Cálculo da Área do Quadrado

Todo **quadrado** é também um losango, mas nem todo **losango** vem a ser um quadrado, do mesmo modo que todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado.



O quadrado é um losango, que além de possuir quatro lados iguais, com diagonais perpendiculares, ainda possui todos os seus ângulos internos iguais a 90°. Observe ainda que além de perpendiculares, as diagonais também são iguais.

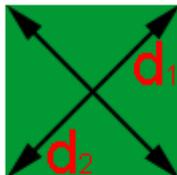
Por ser o quadrado um losango e por ser o losango um paralelogramo, podemos utilizar para o cálculo da área do quadrado, as mesmas fórmulas utilizadas para o cálculo da área tanto do losango, quanto do paralelogramo.

Quando dispomos da medida do lado do quadrado, podemos utilizar a fórmula do paralelogramo:

$$S = b \cdot h$$

Como **h** e **b** possuem a mesma medida, podemos substituí-las por **l**, ficando a fórmula então como sendo:

$$S = l^2$$



Quando dispomos da medida das diagonais do quadrado, podemos utilizar a fórmula do losango:

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Como ambas as diagonais são idênticas, podemos substituí-las por **d**, simplificando a fórmula para:

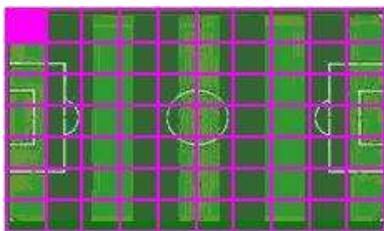
$$S = \frac{d^2}{2}$$

Área

Área é a medida de uma superfície.

A área do campo de futebol é a medida de sua superfície (gramado).

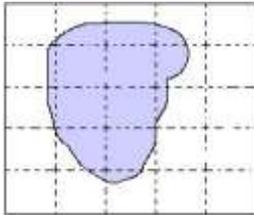
Se pegarmos outro campo de futebol e colocarmos em uma malha quadriculada, a sua área será equivalente à quantidade de quadradinho. Se cada quadrado for uma unidade de área:



Uma unidade de área

Veremos que a área do campo de futebol é 70 unidades de área.
A unidade de medida da área é: m^2 (metros quadrados), cm^2 (centímetros quadrados), e outros.

Se tivermos uma figura do tipo:

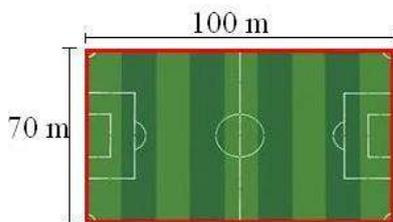


Sua área será um valor aproximado. Cada  é uma unidade, então a área aproximada dessa figura será de 4 unidades.

Perímetro

Perímetro é a medida do comprimento de um contorno

Observe um campo de futebol, o perímetro dele é o seu contorno



Pra fazermos o cálculo do perímetro devemos somar todos os seus lados:

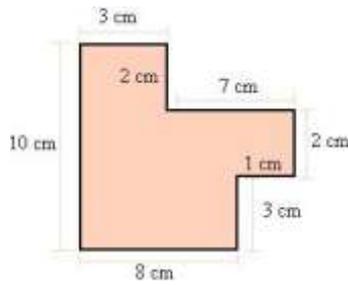
$$P = 100 + 70 + 100 + 70$$

$$P = 340 \text{ m}$$

O perímetro da figura a seguir é o contorno dela, como não temos a medida de seus lados, para medir o seu perímetro devemos contorná-la com um barbante e depois esticá-lo e calcular a medida.



Por exemplo:



O perímetro da figura é a soma de todos os seus lados:

$$P = 10 + 8 + 3 + 1 + 2 + 7 + 2 + 3$$

$$P = 36$$

A unidade de medida utilizada no cálculo do perímetro é a mesma unidade de medida de comprimento: metro, centímetro, quilômetro...

Atividade : Realizar todas as atividade expostas nos roteiros, adaptando-as as condições reais de sala de aula.

Observação: Seria importante lembrar conceitos anteriores , exemplificá-los e diferenciá-los do que está por se abordar nessa atividade

PRÉ-REQUISITO : Pedir aos alunos que a partir dos exemplos, pesquisem na internet outros exemplos

IMPORTANTE Fazer Exercícios Complementares, Contextualizados ou não, mas direcionados ao SAERJINHO, SAERJ, ou qualquer vestibular

IMPORTANTE: Revemos outros conceitos, abordamos conteúdo proposto pelo currículo mínimo, através de uma situação-problema muito comum dos vestibulares de hoje em dia.

OBS.: Verifique se os alunos conseguirem resolver as questões (debater as dificuldades encontradas)

4ª Atividade

AÇÕES E SEQUENCIAS: Resolver problemas envolvendo todo conteúdo de Funções **(Roteiros de Ação - CECIERJ)**

PRÉ-REQUISITOS: Nenhum

FORMAS DE FIXAÇÃO: Exercícios Propostos e Complementares

RECURSOS: Livro didático , folha de atividade, lápis e borracha

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Turma disposta em duplas

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Estimular o aluno a aplicar seus conhecimentos adquiridos ao longo do processo ensino/aprendizagem, para resolver problemas correlacionados ao conteúdo.

METODOLOGIA: Pesquisa e aplicação

Atividade: Somente exercícios. Pedir aos alunos que realizem os exercícios propostos do capítulo (continuação da 3ª atividade) – Acompanhar a realização e tirar dúvidas

Podemos utilizar quantos exercícios e problemas forem possíveis, de acordo com o tempo e o ritmo da turma, sempre estimulando o raciocínio dos alunos.
IMPORTANTE: Exercícios Complementares, Contextualizados ou não, mas direcionados ao SAERJINHO, SAERJ, ou qualquer vestibular

5ª Atividade

AÇÕES E SEQUENCIAS: Resolver questões voltadas para o Vestibular, Escolas Militares, ENEM, SAERJ, SAERJINHO referenciadas a todo conteúdo.

FORMAS DE FIXAÇÃO: Exercícios Propostos e Complementares

RECURSOS: Livro didático , provas anteriores de concursos

TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos

ORGANIZAÇÃO: Individual ou em dupla

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS: Estimular o aluno a desenvolver a habilidade de realizar exercícios específicos, voltados a aprovação em um concurso ou vestibular.

METODOLOGIA: Treino e aplicação contínua

Resolução de Problemas

Um aluno que deseja obter a aprovação em um vestibular deve incluir na sua rotina de estudo uma ferramenta considerada, pelos especialistas e professores, como uma das mais importantes: a resolução de questões. Além de testar os seus conhecimentos, essa prática faz com que o aluno adquira uma maior familiaridade com o estilo adotado pela instituição responsável pela organização da seleção. Outra vantagem de resolver muitas questões e provas anteriores é se sentir mais seguro no dia da avaliação e ter a “sorte” de encontrar as mesmas questões ou alternativas resolvidas anteriormente, uma vez que algumas bancas repetem.

Atividade: Passar questões voltadas para o vestibular, Enem e Saerj.

1) (SAERJ) Manoel observou que sua conta de energia é composta de um valor fixo de R\$13,30, referente à taxa de iluminação pública, acrescido do produto da quantidade de quilowatt-hora consumido pelo valor de cada quilowatt-hora, cujo valor unitário é R\$ 0,56; o que fornece a seguinte função: $V(x) = 0,56x + 13,30$; na qual $V(x)$ é o valor mensal da conta e x é a quantidade de quilowatt-hora consumida no mês. Em março de 2010, o valor da conta de Manoel foi R\$ 125,30. O consumo nesse mês, em quilowatt-hora, foi de

- a) 70
- b) 83
- c) 200
- d) 223
- e) 247

2) (SAERJ) Igor é vendedor e seu salário é composto por uma parte fixa, no valor de R\$ 550,00, mais 5% sobre a venda realizada por ele. Considere S o salário mensal e v o valor total de vendas no mês. Qual é a expressão que permite calcular o salário de Igor?

- a) $S = 550 + 5v$
- b) $S = 550 + 0,05v$
- c) $S = 550v + 5$
- d) $S = 550v + 0,05$
- e) $S = 555v$

3) (SAERJ) Um prisma reto retangular, com 3,0 metros de comprimento, 0,6 metro de largura e 2,4 metros de altura, foi construído com madeira de reflorestamento. Qual é a medida da área total desse prisma ?

- a) $4,32 \text{ m}^2$
- b) $10,44 \text{ m}^2$
- c) $14,40 \text{ m}^2$
- d) $17,28 \text{ m}^2$
- e) $20,88 \text{ m}^2$

4) (UCSal) Sejam f e g funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} , sendo \mathbb{R} o conjunto dos números reais, dadas por $f(x) = 2x - 3$ e $f(g(x)) = -4x + 1$. Nestas condições, $g(-1)$ é igual a:

- a) -5
- b) -4
- c) 0
- d) 4
- e) 5

5) (INFO) Sendo f e g duas funções tais que: $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$. Podemos afirmar que a igualdade $g \circ f(x) = f \circ g(x)$ ocorrerá se e somente se:

- a) $b(1 - c) = d(1 - a)$
- b) $a(1 - b) = d(1 - c)$
- c) $ab = cd$
- d) $ad = bc$
- e) $a = bc$

AVALIAÇÃO

A palavra avaliar é originário do latim e provém da composição a-valere, que significa "dar valor a..." No entanto, o conceito "avaliação" é expresso como sendo a "atribuição de um valor ou qualidade a alguma coisa, ato ou curso de ação...", implicando "um posicionamento positivo ou negativo em relação ao objeto, ato ou curso de ação avaliado" Alguns autores, como Libâneo, Luckesi, definem a avaliação como:

"(...) um componente do processo de ensino que visa, através da verificação e qualificação dos resultados obtidos, determinar a correspondência destes com os objetivos propostos e, daí, orientar a tomada de decisões em relação às atividades didáticas seguintes". (...) um juízo de qualidade sobre dados relevantes, tendo em vista uma tomada de decisão" O processo avaliativo apresenta algumas características que o diferem da medida, embora contenha a medida como condição necessária à sua objetividade e precisão. A avaliação da aprendizagem como processo deve buscar a inclusão e não a exclusão dos educandos. Portanto, o professor ao avaliar o aluno, deve levantar dados, analisá-los e sintetizá-los, de forma objetiva, possibilitando o diagnóstico dos fatores que interferem no resultado da aprendizagem. O objeto de análise da avaliação do rendimento escolar é a expressão global do aluno, ou seja, sua expressão de forma oral, escrita, corporal ou gestual, tanto na área cognitiva, afetiva-social quanto na psicomotora. "A avaliação deverá ser assumida como um instrumento de compreensão do estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista tomar decisões suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem". Compete à avaliação a verificação e a qualificação. A verificação acontece por meio das informações levantadas pelo professor nas provas, exercícios, tarefas e observação do desempenho dos alunos. A qualificação acontece por intermédio da comprovação dos resultados alcançados, tendo em vista os objetivos e, conforme o caso, atribuição de notas ou conceitos. Podem ser atribuídas à avaliação educacional funções gerais e específicas. As funções gerais fornecem o embasamento para o planejamento e possibilita a seleção e a classificação de pessoas e o ajustamento da política educacional e das práticas curriculares. As funções específicas permitem o diagnóstico, o controle e a classificação. O diagnóstico possibilita identificar, discriminar, compreender e caracterizar os fatores desencadeantes das dificuldades de aprendizagem. O controle visa localizar, apontar, discriminar deficiências e insuficiências no desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem e corrigi-las por meio de um controle sistemático e contínuo, que se dá pela interação professor-aluno, durante as aulas. A "função de classificação propicia principalmente a efetivação do propósito de classificar o aluno, segundo o nível de aproveitamento, ou rendimento alcançado, em comparação ao grupo de classe" **A tarefa, a ser realizada individualmente ou em dupla, descrita na 5ª atividade, diz respeito a**

questões diversas de vestibulares com intuito de avaliar o conhecimento, as competências e habilidades adquiridas pelo aluno durante o período (Duração de 50 minutos). Deve ser pontuada (de 0 à 10) e o professor poderá avaliar a reflexão e o argumento crítico usado pelos alunos. O professor deve corrigir a avaliação, verificar os erros mais comuns, debatê-las com os alunos. Outro método de avaliação pode ser a verificação da aprendizagem não apenas no assunto que norteou este plano de trabalho, mas também em outros conteúdos estudados nos bimestres anteriores.

(Duração de 50 minutos) Avaliação (de 0 à 10) escrita e individual para cada aluno, analisando a capacidade do conhecimento adquirido. Questões com resoluções diretas ou situação-problema envolvendo Funções.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE. Matemática : conceitos, linguagem e aplicações. Volume único.

Disponível em < <http://www.brasilecola.com/matematica/introducao-funcao.htm>
> acesso em: mar de 2014

Disponível em <<http://www.cdcc.usp.br/matematica/Apostilafuncoes.pdf> > acesso em: mar de 2014

Disponível em < <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm28/hist.htm>> acesso em: mar de 2014

Disponível em < <http://funcoesopcao1c.blogspot.com.br/p/algumas-aplicacoes-de-funcoes.html> > acesso em: mar de 2013

Disponível em <<http://www.mundoeducacao.com/matematica/definicao-funcao.htm>> acesso em: mar de 2014

Disponível em < <http://www.mundovestibular.com.br/articles/4444/1/Funcoes-Exercicios-de-Matematica/Paacutegina1.html>> acesso em: mar de 2014

Roteiros de Ação – Função Exponencial – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ - 1º ano do Ensino Médio – 1ºBimestre/2014