

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO CECIERJ/CEDERJ

MATEMÁTICA 1º ANO - 3º BIMESTRE/2013

Aline Nunes Costa

[alineprof31@hotmail.com](mailto:alineprof31@hotmail.com)



TAREFA 2 – PLANO DE TRABALHO:

**TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA**

CURSISTA: ALINE NUNES COSTA

TUTOR: Marcelo Rodrigues

GRUPO:03

## SUMÁRIO

<b>Competências e habilidades envolvidas -----</b>	<b>03</b>
<b>Introdução-----</b>	<b>03</b>
<b>Desenvolvimento -----</b>	<b>04</b>
<b>Atividades -----</b>	<b>10</b>
<b>Avaliação -----</b>	<b>11</b>
<b>Referências bibliográficas-----</b>	<b>12</b>



## **HABILIDADES:**

- Reconhecer a existência de fenômenos que se repetem de forma periódica.
- Identificar o radiano como unidade de medida de arco.
- Transformar a medida de um arco de grau para radiano e vice-versa.

## **INTRODUÇÃO:**

A circunferência e suas relações fazem parte de nossa vida através do nosso dia a dia sem que percebamos, por ações que fazemos por objetos que nos rodeiam, por símbolos que utilizamos em utensílios diários do cotidiano. O ensino de matemática deve ser preocupar em desenvolver habilidades e competências relacionadas a compreensão e investigação, possibilitando condições para utilizar estratégias na formulação de conceitos, compreendendo e valorizando a presença da matemática na realidade.

O trabalho apresentado neste plano de atividade busca promover atitudes para aprimorar seu conhecimento sobre circunferência e a trigonometria, sistematizando os que já possuem e concluir definições de suas razões como medidas em graus, radiano, razões, utilizando esses dados para enriquecer seu conhecimento e solucionar situações problemas que possam surgir em seu cotidiano. Assim usamos os seus elementos sem que percebêssemos a sua importância, como em fenômenos com comportamentos periódicos, Trataremos então de definir esses comportamentos, partindo das experiências já adquiridas pelos alunos até a abordagem do conteúdo e aplicação dos exercícios.

## DESENVOLVIMENTO:

O trabalho será desenvolvido em grupos de 2 a 3 alunos de acordo com o espaço e organização da turma. Será dividido em três etapas, onde cada etapa é compreendida por duas aulas de 50 minutos.

A primeira etapa será uma revisão de circunferência, lembrando raio, diâmetro, corda e arcos, relacionando com as medidas de ângulos, então aplicaremos o roteiro de ação 2, explorando os fenômenos periódicos onde em grupos realizarão as atividades do roteiro além de inserir como pesquisa em duplas que tragam na próxima aula um fenômeno que se repita de forma periódica ( como trabalho extra), e finalizando com a animação sugerida pelo curso exibida em sala de aula.

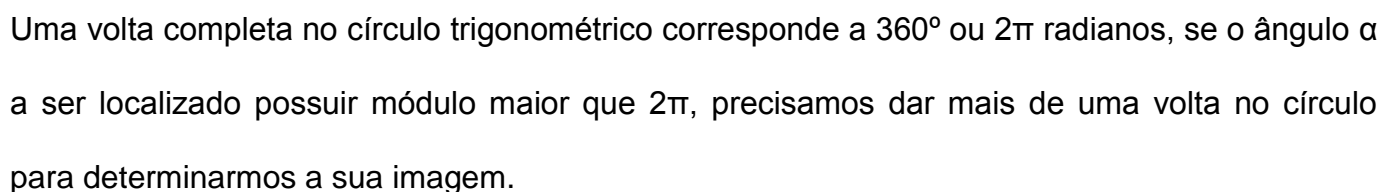
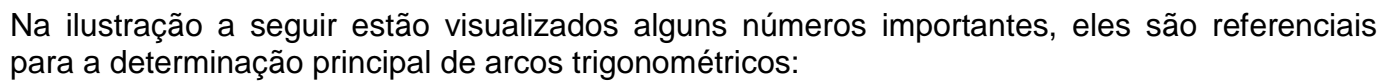
A segunda etapa ocorrerá com o conteúdo propriamente apresentado no quadro e a realização de uma lista de exercícios retirada do banco de questões do SAERJINHO, a fim de verificar a compreensão dos alunos.

Sendo a terceira etapa, pretende-se , em sala de aula mesmo ( devido a falta de laboratório na escola) aplicar a idéia do roteiro de ação 3, realizando a construção do radiano no Geogebra, onde eu estarei fazendo com eles e oportunizando aos que mostrarem interesse, a construção e exploração dos recursos do software como auxiliador na matemática. Finalizando com a comprovação de alguns exemplos de transformações de grau para radiano, calculados utilizando a regra de três e verificados através do Geogebra.

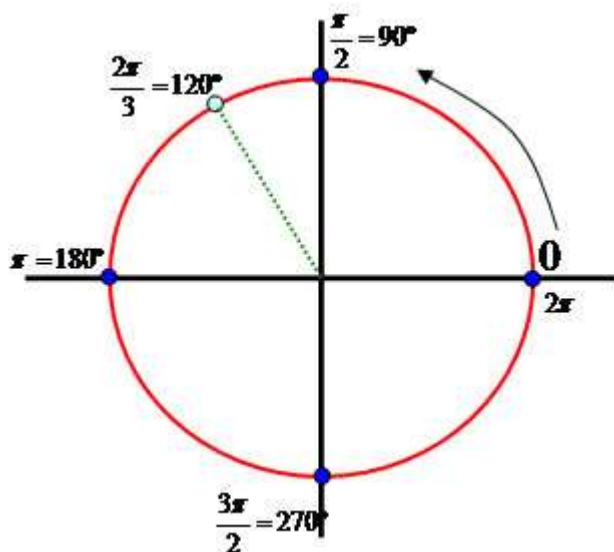
### Trigonometria na circunferência

A circunferência trigonométrica está representada no plano cartesiano com raio medindo uma unidade. Ela possui dois sentidos a partir de um ponto A qualquer, escolhido como a origem dos arcos. O ponto A será localizado na abscissa do eixo de coordenadas cartesianas, dessa forma, este ponto terá abscissa 1 e ordenada 0. Os eixos do plano cartesiano dividem o círculo trigonométrico em quatro partes, chamadas de quadrantes, onde serão localizados os números reais  $\alpha$  relacionados a um único ponto P. Os sentidos dos arcos trigonométricos estão de acordo com as seguintes definições:

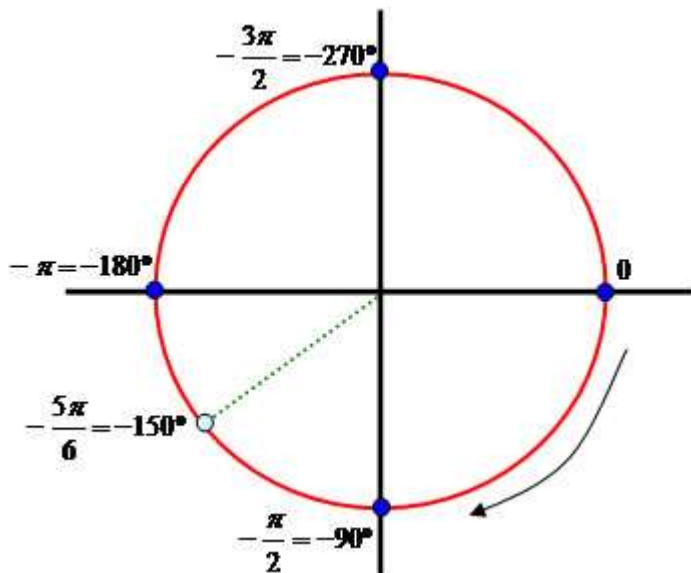
**Se  $\alpha > 0$ , o sentido do círculo trigonométrico será anti-horário.**  
**Se  $\alpha < 0$ , o sentido do círculo será horário.**  
**O comprimento do arco AP será o módulo de  $\alpha$ .**



Por exemplo, para localizarmos  $8\pi/3 = 480^\circ$ , damos uma volta completa no sentido anti-horário e localizamos o arco de comprimento  $2\pi/3$ , pois  $8\pi/3 = 6\pi/3 + 2\pi/3 = 2\pi + 2\pi/3$ .

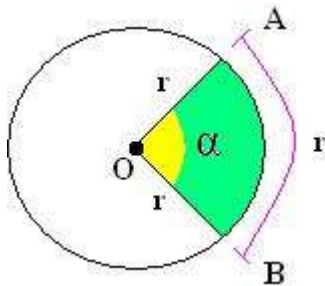


Na localização da determinação principal de  $-17\pi/6 = -510^\circ$ , devemos dar 2 voltas completas no sentido horário e localizarmos o arco de comprimento  $-5\pi/6$ , pois  $-17\pi/6 = -12\pi/6 - 5\pi/6 = 2\pi - 5\pi/6$ .



Para medir ângulos e arco de circunferência utilizamos o grau como unidade de medida. Iremos conhecer uma nova unidade de medida que irá facilitar alguns cálculos, o radiano.

O cálculo do radiano é feito a partir de uma circunferência de raio  $r$  e um arco dessa mesma circunferência ( $\widehat{AB}$ ), se a medida do arco for a mesma medida do raio, veja a figura abaixo:



Dizemos que a medida do arco  $\widehat{AB}$  é igual a 1 radiano ou seja 1 rad. Assim, podemos definir um radiano como sendo um arco onde a sua medida é a mesma do raio da circunferência que contém o arco.

O valor do ângulo  $\alpha$  será igual a 1 radiano, se somente se, o valor do arco correspondente a ele for igual a 1 radiano.

Compreendendo melhor as medidas na circunferência, utilizaremos os slides:

### O radiano como unidade de medida

Comprimento do arco  $(AB) = R$

$m(AB) = 1 \text{ radiano}$

$\alpha = m(AB) = 1 \text{ rad}$

### Exemplo


Comprimento do arco  $(AB) = 1,5 R$

$m(AB) = 1,5 \text{ rad}$

$\alpha = m(AB) = 1,5 \text{ rad}$

$$\alpha = m(AB) = \frac{\text{Comprimento do arco}}{R}$$

### Arco completo



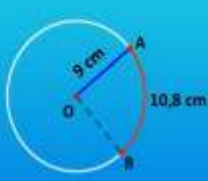
$$\alpha = \frac{\text{comprimento}}{R}$$

$$\alpha = \frac{2\pi R}{R}$$

$\alpha = 2\pi \text{ rad}$

### Exemplos

■ A circunferência da figura tem raio igual a 9 cm e o comprimento do arco AB assinalado é 10,8 cm. Calcular, em radianos, a medida de AB.



$$\alpha = \frac{\text{comprimento}}{R}$$

$$\alpha = \frac{10,8 \text{ cm}}{9 \text{ cm}} = 1,2 \text{ rad}$$

Vejamos outro exemplo: Dada uma circunferência de raio 6 cm, nela contém um arco  $\widehat{AB}$  igual a 8 cm, qual seria a medida desse arco em radianos?

Sabemos que 1 rad será igual ao valor do raio, então montamos a seguinte regra de três:

rad	cm
1 -----	6
x -----	8

Portanto,  $6x = 8$

$x = 8 : 6$

$x = 1,3 \text{ rad}$

Logo, a medida do arco  $\widehat{AB}$  é 1,3 rad.

Por exemplo: como calcularíamos o comprimento de uma circunferência em radianos sabendo que o seu comprimento é igual a  $2\pi r$ , utilizaremos da mesma regra de três do exemplo anterior.

rad	comprimento
1 -----	r
x -----	$2\pi r$

$$xr = 2\pi r$$

$$x = \frac{2\pi r}{r}$$





$$x = 2\pi \text{ rad}$$

Portanto, o comprimento de circunferência igual a  $2\pi r$  em radianos será igual a  $2\pi \text{ rad}$ .



## Transformação de graus em radianos

Como foi dito no exemplo anterior que o comprimento de uma circunferência em radiano é igual a  $2\pi$  rad, então como o comprimento de uma circunferência equivale a uma volta completa que é o mesmo que  $360^\circ$ , podemos concluir que  $360^\circ = 2\pi$  rad.

Arcos especiais			
	Representação	Medida em graus	Medida em radianos
Arco completo		$360^\circ$	$2\pi$
Arco de meia-volta		$180^\circ$	$\pi$
Arco de $\frac{1}{4}$ de volta		$90^\circ$	$\pi/2$
Arco nulo		$0^\circ$	0

Portanto, a metade de uma volta completa em uma circunferência é  $180^\circ$ , concluindo que seria também a metade da medida em radiano de uma volta completa, então  $180^\circ = \pi$  rad. A partir daí podemos encontrar qualquer medida de ângulos em radiano.

Por exemplo: Qual seria a medida do ângulo  $60^\circ$  em radianos?

Ângulo radiano

$180^\circ$  -----  $\pi$

$60^\circ$  -----  $x$

$$180 x = 60 \pi$$

$$x = \frac{60\pi}{180}$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

## **ATIVIDADES :**

- **Habilidade relacionada:**

Reconhecer a existência de fenômenos periódicos.

Compreender o radiano, fazendo transformações entre grau e radiano.

- **Pré-requisitos:**

Interpretar problemas, conhecer uma circunferência e suas aplicações na trigonometria.

Compreender o cálculo com utilização regra de três e operações de multiplicação e divisão.

- **Tempo de Duração:**

100minutos: 2 aulas ( revisão de circunferência e aplicação roteiro 2 em dupla )

100 minutos; 2 aulas (conteúdo e lista de exercícios )

100 minutos: 2aulas ( utilização do Geogebra para verificação do radiano e transformações.)

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

Slides, data show, livro didático, exercícios de Saerjinho anteriores, software Geogebra.

- **Organização da turma:**

As tarefas deverão ser realizadas em duplas, principalmente a pesquisa sobre fenômenos periódicos. Já o trabalho com o Geogebra será feito de forma coletiva para que tenhamos maior participação e facilitar o auxilio na utilização do software além de que é a única forma de utilizá-lo já que não temos disponibilidade do uso do laboratório. Os exercícios da lista serão individuais para identificar a compreensão de cada um sobre o tema abordado.

**Objetivos:**

Ajudar os alunos a serem capazes de compreender a circunferência , apresentando superfície para calculo de transformações de medidas assim como compreensão de radiano. Além de aplicar a fórmula para o cálculo dessas transformações a partir de experiências que permitam construir o aprendizado através do recurso do Geogebra, estimulando a descoberta e o trabalho coletivo. Analisando as respectivas unidades de medida e verificando processos alternativos para se encontrar um mesmo resultado.

**Metodologia adotada:**

Partindo de uma revisão das circunferências, mostrando fenômenos periódicos encontrados por eles , saio do concreto ao abstrato, utilizando o vídeo escolhido sobre as grau e radiano, assim fica mais fácil a imaginação e compreensão de um conteúdo tão complexo quanto o radiano. Uma inovação será a utilização do software Geogebra, mesmo que de forma coletiva, estarei, incentivando os alunos na realização dos exercícios posteriores. Transformando a atividade numa ação prazerosa e produtiva. Desenvolver as questões da lista de exercícios também será de grande valia para torná-los mais confiantes para as próximas avaliações externas.

**AVALIAÇÃO:**

A avaliação acontece de forma constante, desde a observação dos conhecimentos prévios, como na realização do trabalho em grupo onde irão mostrar se são capazes de reconhecer e diferenciar medidas na circunferência e suas transformações. No comprometimento em realizar a pesquisa proposta sobre fenômenos periódicos e as atividades com exercícios do banco de questões do SAERJinho, que será onde aplicarão os conhecimentos adquiridos, onde tudo será considerado: Participação, interesse e compreensão com o tema abordado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- DINIZ, Maria Ignês; SMOLE, kátia Stocco. **Matemática Ensino Médio**, 1º ano. 6ª edição- São Paulo: Saraiva,2010.
- MIRANDA, Warlisson. Vídeo aula : **Transformações de medidas**. 2012. Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=XndngibQTR4>. Último acesso em : 29 de agosto de 2013.
- NOÉ, Marcos. Barsil Escola: **Conceito de circunferências trigonopométricas** disponível em: <http://www.brasilecola.com/matematica/circunferencia-trigonometrica.htm>. Último acesso em 02 de setembro de 2013.
- PAIVA, Manoel. **Matemática** Volume 2; São Paulo; Moderna: 2009.
- ROTEIROS DE AÇÃO –**TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA**– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2013

Aline Nunes Costa  
[alineprof31@hotmail.com](mailto:alineprof31@hotmail.com)