

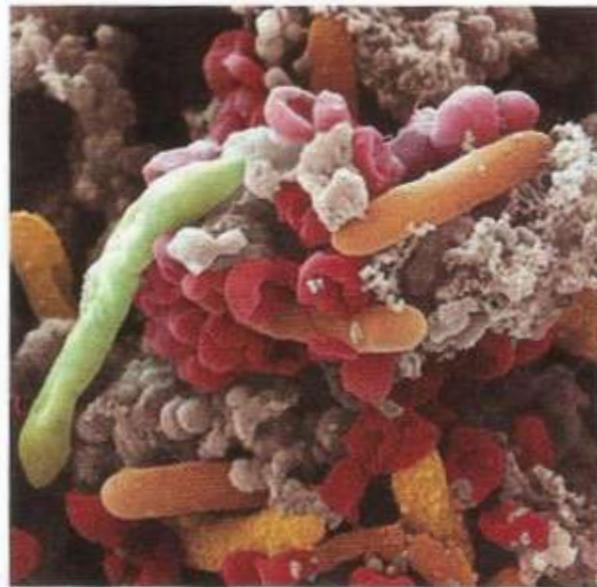
Formação continuada em MATEMÁTICA Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

MATEMÁTICA 1º ANO – 4º BIMESTRE/ 2013

Sandra Maria Vogas Vieira

sandravogas@hotmail.com

função exponencial



Bactéria *Dehalococcoides*, ampliada 25.000/10 cm, vista em microscópio eletrônico.

TAREFA 1

CURSISTA: **Sandra Maria Vogas Vieira**

Grupo 1

TUTOR: **Marcelo Rodrigues**

INTRODUÇÃO.....	3
DESENVOLVIMENTO.....	3
AVALIAÇÃO.....	10
FONTES DE PESQUISA.....	11

INTRODUÇÃO

A função exponencial constitui uma importante ferramenta matemática presente na descrição e análise de fenômenos da vida real, tais como: cálculos financeiros, datação de artefatos arqueológicos e fósseis por meio de técnicas que utilizam a radioatividade, o estudo do crescimento ou decrescimento de uma população e muito mais

A função exponencial é aquela que cresce ou decresce muito rapidamente.

Ela desempenha papel fundamental na Matemática e nas ciências envolvidas com ela, como: Física, Química, Engenharia, Astronomia, Biologia, Psicologia e outras.

DESENVOLVIMENTO

Este Plano de Trabalho tem como objetivo explicar a aplicação da Função Exponencial, quando, onde e porquê de sua aplicação. Levar o aluno a perceber a aplicabilidade do assunto e a construção do seu próprio conhecimento com situações problemas e questionamentos feitos por eles.

A função pode ser expressa graficamente, o que facilita a visualização do cálculo.

ATIVIDADE 1:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** .função exponencial
- **PRÉ-REQUISITO:** função polinomial do 1º grau, potenciação, proporcionalidade
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 200 min
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** folhas de papel, lápis
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** turma disposta em grupos de 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **OBJETIVOS:** apresentar a função exponencial trabalhando a diferença entre o crescimento exponencial e o crescimento proporcional
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Apresentar aos alunos a função exponencial a partir de um problema conhecido no meio matemático: o problema do jogo de xadrez, mostrando que

existe uma diferença entre o crescimento exponencial e o crescimento proporcional. E a partir daí, fazer os questionamentos seguidos.

Há uma lenda sobre o jogo de xadrez que conta que um rei empolgado com as tramas possíveis de serem construídas com esse jogo, pede ao sábio responsável por sua invenção que escolha qualquer coisa do seu reino como forma de gratificação. O sábio pede como prêmio grãos de trigo. O rei, bastante surpreso pela simplicidade do pedido, pergunta imediatamente qual é a quantidade desejada. O sábio, deixando o rei ainda mais assustado e intrigado, pede ao soberano 1 grão de trigo pela primeira casa, 2 grãos pela segunda, 4 grãos pela terceira, 8 grãos pela quarta, 16 pela quinta, e assim por diante, dobrando sempre o número de grãos de trigo na passagem de cada casa. O rei fica perplexo e não entende a simplicidade do pedido.

1ª parte: Entendendo o pedido do sábio.

a) O rei parece perplexo com o pedido. E você? Qual a sua opinião sobre o pedido do sábio? A quantidade de grãos pedida poderia ser paga pelo rei? Discuta com os colegas sobre essa questão.

b) Vamos entender o pedido do sábio inventor do jogo de xadrez? Para isso, preencha a tabela até a 10ª casa do tabuleiro, seguindo as orientações do texto.

Casa do tabuleiro	Grãos recebidos
1	1
2	2
3	4
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

O que está acontecendo com a quantidade de grãos a cada casa do tabuleiro? E com as casas do tabuleiro de xadrez, elas seguem a mesma regra? Converse com seus colegas.

(Neste momento a discussão foi aberta e os alunos irão expor suas opiniões, através de um debate com troca de ideias, e irão concluir que a quantidade de grãos está dobrando a cada passagem de casa do tabuleiro, o que não ocorre com as casas do tabuleiro)

(A QUANTIDADE DE GRÃOS AUMENTA NUMA VELOCIDADE MUITO MAIOR)

Em seguida os alunos irão reescrever outra tabela, onde irão associando a quantidade de grãos encontrada à potência de base 2.

Grãos recebidos	Potência de base 2
1	
2	
4	

8	

Após preencherem a tabela e observar o resultado das duas, serão levados a encontrar a expressão $y = 2^x$, que se trata de uma função exponencial.

2ª parte:

Preocupado com o sábio, o rei resolveu fazer uma contra proposta. Ele ofereceu dois grãos pela primeira casa e ao invés de dobrar a quantidade de trigo a cada casa do tabuleiro, ele sugeriu que fossem somados dois grãos na passagem das casas. Ou seja, seriam colocados dois grãos na primeira casa, 4 grãos na segunda, 6 grãos na terceira, 8 na quarta, 10 na quinta e assim sucessivamente até a 64ª casa.

- a) Essa é uma boa proposta? Você acha que a quantidade de grãos recebidos será maior, menor ou igual? Por quê? Discuta com seu grupo.
- b) Para ajudar na comparação com a outra forma de se obter os grãos, preencha a tabela de acordo com a regra proposta pelo rei e diga em qual situação o sábio ganharia mais grãos.

Casa do tabuleiro	Grãos recebidos
1	2
2	4
3	6
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Observando a tabela, responda:

- a) O que está acontecendo com a quantidade de grãos de trigo?
- b) Podemos afirmar que ao dobrar a casa do tabuleiro, também dobramos a quantidade de grãos? E se fosse outro múltiplo (triplo, quádruplo), o que aconteceria?

c) Que tipo de função caracteriza a nova regra?

Os alunos serão levados a perceber que neste caso a quantidade de grãos está aumentando, mas de forma mais lenta. Ao dobrar uma casa do tabuleiro, a quantidade de grãos também dobra (são grandezas proporcionais).

A fórmula que as relaciona é uma função linear: $y = 2x$

Levar ainda os alunos a perceberem que o cálculo da quantidade de grãos não é uma tarefa tão simples quanto parece.

Os alunos irão perceber que os valores são muito grandes para serem obtidos à mão e até mesmo com o auxílio de uma calculadora, devendo assim, ser resolvido com o auxílio de uma planilha eletrônica.

- ✓ Questionar com os alunos em qual proposta o sábio sai ganhando, na 1ª ou na 2ª?
- ✓ Em qual delas o crescimento foi mais rápido?

ATIVIDADE 2:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** propriedades das potências
- **PRÉ-REQUISITO:** cálculo de potências, propriedades da potenciação
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** folha de papel, lápis.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** trabalho individual
- **OBJETIVOS:** resolver problemas com números reais envolvendo a operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação)
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Será feito uma breve revisão de potências e suas propriedades:

1ª propriedade: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2ª propriedade: $a^m : a^n = a^{m-n}$

3ª propriedade: $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

4ª propriedade: $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} (b \neq 0)$

5ª propriedade: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

ATIVIDADE 3:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** construção de gráficos
- **PRÉ-REQUISITO:** cálculo com potências
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** folha de papel

quadriculado, lápis.

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Tarefa individual
- **OBJETIVOS:** reconhecer a função algébrica ou gráfica da função exponencial
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Resolver questões sobre função exponencial. Utilizar o papel quadriculado e a partir da tabela, construir gráficos da função exponencial.

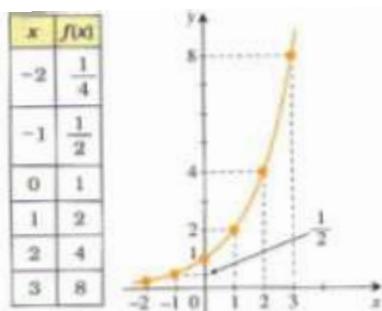
1) Qual a expressão que melhor representa uma função exponencial?

- (A) $y = 5x + 4$
- (B) $y = 3^x$
- (C) $y = \log_3 x$
- (D) $y = 3x^2 - 6x + 2$

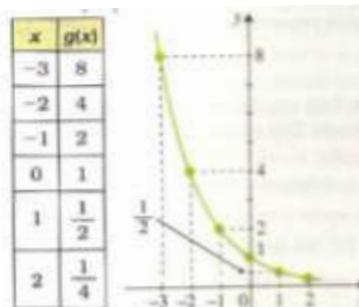
2) Vamos construir o gráfico de algumas funções exponenciais:

$$f(x) = 2^x$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



- Nesse caso, a base a é 2 ($a > 1$), então a função exponencial é crescente.
- $D(f) = \mathbb{R}$ e $\text{Im}(f) = \mathbb{R}^+$



- Nesse caso, a base a é $\frac{1}{2}$ ($0 < a < 1$), então a função exponencial é decrescente.
- $D(g) = \mathbb{R}$ e $\text{Im}(g) = \mathbb{R}^+$

Observe que os gráficos das funções exponenciais passam pelo ponto (0,1) e só ocupam o 1º e 2º quadrantes.

3) Construir o gráfico das seguintes funções:

a) $y = 3^x$

b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

ATIVIDADE 4:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** problemas envolvendo função exponencial
 - **PRÉ-REQUISITO:** interpretar e resolver problemas envolvendo potenciação
 - **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos
 - **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:**, folhas de atividades,
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA:**
- **OBJETIVOS:** resolver situação-problema que envolva função exponencial
 - **METODOLOGIA ADOTADA:**
Propor aos alunos alguns problemas

1) Um biólogo acompanhou o crescimento da folha com forma circular de uma planta aquática e anotou os registros na tabela abaixo.

TEMPO	DIÂMETRO(cm)
0	$1 = 3^0$
1	$3 = 3^1$
2	$9 = 3^2$
3	$27 = 3^3$
4	$81 = 3^4$
5	$243 = 3^5$
6	$729 = 3^6$
...	...

Se a folha dessa planta crescesse por x meses, o crescimento da planta poderia ser dado pela função:

- (A) $y = x + 3$
- (B) $y = x^2 + 3$
- (C) $y = 3x$
- (D) $y = 3^x$

2) O número de bactérias Q em certa cultura é uma função do tempo t e é dado por $Q(t) = 600 \cdot 3^{2x}$ onde t é medido em horas. O tempo t , para que se tenham 48 600 bactérias é:

- (A) 1 hora
- (B) 2 horas
- (C) 3 horas
- (D) 81 horas

3) Em uma pesquisa realizada, constatou-se que a população A de determinada bactéria cresce segundo a expressão $A(t) = 25 \cdot 2^t$, onde t representa o tempo em horas. Para atingir uma população de 400 bactérias, será necessário um tempo de:

- (A) 2 horas
- (B) 4 horas
- (C) 6 horas
- (D) 16 horas

4) A massa, em gramas, de uma substância em cada instante t, em segundos,

é dada pela função $m(t) = 1000 \cdot 10^{-\frac{t}{2}}$. Em que instante a massa dessa substância será igual a 0,1 gramas?

- (A) $\frac{1}{4}$
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) 2
- (D) 8

5) (U. E. FEIRA DE SANTANA - BA) O produto das soluções da equação

$$(4^{3-x})^{2-x} = 1 \text{ é:}$$

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6

6) Determine os valores de x para que se tenha $2^x = 1$

7) Resolver a equação $625^x = 25$

8) Uma população de bactérias começa com 100 e dobra a cada três horas. Assim, o número n de bactéria após t horas é dado pela função $N(t) = m \cdot 2^{\frac{t}{3}}$. Nessas condições, determine o tempo necessário para a população ser de 51.200 bactérias.

9) (FIC / FACEM) A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí, a produção anual passou a seguir a lei $y = 1000 \cdot (0,9)^x$. O número de unidades produzidas no segundo ano desse período recessivo foi de:

- (A) 900
- (B) 1000
- (C) 180
- (D) 810
- (E) 90

10) (PUC/MG) - O número de bactérias em um meio duplica de hora em hora. Se, inicialmente, existem 8 bactérias no meio, ao fim de 10 horas o número de bactérias será:

- (A) 2^4
- (B) 2^7
- (C) 2^{10}
- (D) 2^{15}
- (E) 2^{13}

O sistema de juros compostos também funciona de forma exponencial. Veja:

11) O montante M é a quantia a ser recebida após a aplicação de um capital C , a uma taxa i , durante certo tempo t . No regime de juros compostos, esse montante é calculado pela relação $M = C \cdot (1+i)^t$.

Considere um capital de R\$ 10.000 aplicado a uma taxa de 12% ao ano durante 4 anos. Qual seria o montante ao final dessa aplicação?

Resolução:

Como foi dito, o montante, no regime de juros compostos, é dado por $M = C \cdot (1+i)^t$.

Assim, nesse exemplo, temos

$$M = 10000 \cdot (1+0,12)^4$$

$$M = 10000 \cdot 1,12^4$$

$$M = 10000 \cdot 1,57352$$

$$M = 15735,2$$

AVALIAÇÃO

É importante salientar que em todo o processo de avaliação espera-se que a interação entre os alunos e o material apresentado alcance o objetivo principal ,

Os alunos serão avaliados durante a aula.

Prova individual contendo questões que envolvam os conhecimentos adquiridos no período.

Trabalhando questões do Saerjinho.

REFERÊNCIAS

ROTEIROS DE AÇÃO 1, 2 e 4 – Trigonometria na circunferência – Curso de aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º Ano do Ensino Médio – 4º Bimestre 2013 –

Matriz do Saerjinho – 2012

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**, 1º Ano, 1ª edição. São Paulo: Ática, 2010

Conexões com a Matemática. Volume Único. 1ª edição. São Paulo: Moderna, 2012

MELLO, José Luiz Pastore, Volume Único, 1ª edição. São Paulo: Moderna, 2005