

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ

Matemática 1º Ano – 4º Bimestre 2013

Plano de Trabalho

FUNÇÃO EXPONENCIAL

Tarefa 1

Cursista: Michele Zacharias dos Santos

Grupo 1

Tutor: Marcelo Rodrigues

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	01
DESENVOLVIMENTO	02
AVALIAÇÃO.....	12
REFERÊNCIA BIBLIOGRAFICA	13

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem como objetivo prover a construção do conhecimento relacionado ao estudo de funções exponenciais, partindo de situações problemas contextualizadas relacionadas ao cotidiano dos alunos.

Com a finalidade de minimizar as dificuldades dos alunos quanto às definições e interpretações do conteúdo, o plano será executado de modo que os alunos participem ativamente na definição dos conceitos, partindo de situações relacionadas ao cotidiano de modo que eles tenham maior compreensão e entendimento, tornando o aprendizado mais prazeroso e concreto.

Em algumas ocasiões, serão propostas atividades em dupla ou em grupo para que os alunos possam interagir, propiciando um trabalho cooperativo e enriquecendo ainda mais o aprendizado.

Para a totalização do plano serão necessários 13 tempos de 50 minutos mais 4 tempos de 50 minutos para as avaliações da aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1: Propriedades Operatórias das Potências

Habilidades relacionadas: H52 – Resolver problemas com números reais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

Pré-Requisitos: operações com números reais, principalmente potências.

Tempo de Duração: 200 minutos

Recursos Educacionais utilizados: folha de atividades

Organização da turma: dupla para propiciar um trabalho cooperativo entre os alunos.

Objetivos: Relembrar as propriedades de potenciação

Metodologia Adotada:

Iniciar a aula com uma conversa informal lembrando os conceitos de potências, bem como o processo operatório.

Relembrar as propriedades de potenciação.

Propriedades da potenciação

Multiplicação de potências de mesma base: “conservar a base e somar os expoentes”.

$$a^x * a^y = a^{(x+y)}$$

Exemplos:

$$5^3 * 5^2 = 5^{(3+2)} = 5^5$$

$$10^2 * 10^3 * 10^4 = 10^{(2+3+4)} = 10^9$$

$$7^{-2} * 7^3 * 7^4 = 7^{(-2+3+4)} = 7^5$$

Divisão de potências de mesma base: “conservar a base e subtrair os expoentes”.

$$a^x : a^y = a^{(x-y)}$$

$$3^2 : 3^5 = \frac{3 * 3}{3 * 3 * 3 * 3 * 3} = \left(\frac{1}{3^3}\right) = 3^{-3}$$

$$6^5 : 6^3 = 6^{(5-3)} = 6^2$$

$$4^{-3} : 4^{-2} : 4^{-8} = 4^{(-3-(-2)-(-8))} = 4^{(-3+2+8)} = 4^7$$

Potência de potência

$$(a^x)^y = a^{x*y}$$

$$(3^2)^4 = 3^{2*4} = 3^8$$

$$(2^{-3})^4 = 2^{-12}$$

Multiplicação de potências de mesmo expoente: “conservar os expoentes e multiplicar as bases”.

$$a^x * b^x = (ab)^x$$

$$4^5 * 6^5 = (4 * 6)^5 = 24^5$$

$$9^2 * 3^2 = 27^2$$

Divisão de potências de mesmo expoente: “conservar os expoentes e dividir as bases”.

$$a^x : b^x = (a : b)^x$$

$$6^5 : 4^5 = (6 : 4)^5 = \left(\frac{6}{4}\right)^5 = \left(\frac{3}{2}\right)^5$$

$$21^4 : 3^4 = 7^4$$

Número inteiro negativo no expoente

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

Exemplos:

$$2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$4^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 5^2 = 25$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

Fonte: <http://www.brasilecola.com/matematica/potenciacao-numeros-reais.htm>

Para fixar o conteúdo sobre propriedades serão utilizados os exercícios do livro didático: PAIVA, MANOEL: Matemática-Paiva, 1o Ano - 1º ed. - São Paulo: Moderna, 2009.

Equações Exponenciais

Exemplos de equações exponenciais:

$$10^x = 100$$

$$2^x + 12 = 20$$

$$9^x = 81$$

$$5^{x+1} = 25$$

Para resolvermos uma equação exponencial precisamos aplicar técnicas para igualar as bases, assim podemos dizer que os expoentes são iguais. Observe a resolução da equação exponencial a seguir:

$$2^{4x+1} * 8^{-x+3} = 16^{-1}$$

$$2^{4x+1} * 2^{3(-x+3)} = 2^{-4}$$

$$2^{4x+1} * 2^{-3x+9} = 2^{-4}$$

$$4x + 1 - 3x + 9 = -4$$

$$4x - 3x = -1 - 4 - 9$$

$$x = -14$$

$$3^x = 1$$

$$3^x = 3^0$$

$$x = 0$$

Folha de atividades

1) Se $8^x = 32$, então x é igual a:

2) Se $8^{x-9} = 16^{x/2}$, então $\sqrt[3]{x}$ é igual a:

3) O valor de x que satisfaz a equação $3^{3x-1} * 9^{2x+3} = 27^{3-x}$:

4) Sendo $x = (2^2)^3$, $y = 2^{2^3}$ e $z = 2^{3^2}$, calcule $x * y * z$:

5) Se $2^x = 2048$ então x vale:

6) Se $3^{x^2-3x} = \frac{1}{9}$, então os valores de x são:

Atividade 2: Introdução às funções Exponenciais

Habilidades relacionadas: H63 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.

Pré-Requisitos: potenciação

Tempo de Duração: 150 minutos

Recursos Educacionais utilizados: Jogo Torre de Hanói, folha de atividades.

Organização da turma: dupla ou trio

Objetivos: Relacionar a representação algébrica do jogo Torre de Hanói a função Exponencial

Metodologia Adotada:

Propor aos alunos que pensem em uma estratégia para solucionar o jogo com o menor número possível de movimentos. Depois, tentar encontrar a relação algébrica que fornece o menor número de movimentos em função do número de discos.

Modelo do jogo produzido com materiais de baixo custo:

Rodada	n. de discos	N de movimentos	Relação (discos/ movimentos)
1	3	7	$2^3 - 1$
2			
3			
4			

5			
6			

Agora, tente escrever uma relação que satisfaça uma quantidade de x discos:

Escreva um pequeno relatório sobre as observações feitas sobre o crescimento dos resultados obtidos.

Atividade 3: Gráfico da função Exponencial

Habilidades relacionadas: H63 – Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.

Pré-Requisitos: Potenciação, habilidades em manusear régua, localização dos números reais na reta numérica e localização dos pontos no plano cartesiano.

Tempo de Duração: 150 minutos

Recursos Educacionais utilizados: folha de atividades propostas, papel milimetrado, régua, lápis

Objetivos: Construir gráficos da função exponencial a partir de sua representação algébrica. Analisar crescimento e decrescimento dessas funções.

Metodologia Adotada:

Nessa atividade o aluno deverá construir gráficos das funções exponenciais propostas, no papel milimetrado, de modo que ele possa fazer observações a partir da variação do valor de “a”, bem como analisar o crescimento e decrescimento da função e o conjunto imagem.

Funções propostas:

$$F(x) = 2^x$$

$$F(x) = 2^{-x}$$

$$F(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$G(x) = \left(\frac{5}{4}\right)^x$$

$$H(x) = 1^x$$

O que acontece com a função $H(x)$ se o valor de “a” for igual a 1?

Para finalizar os alunos deverão fazer um pequeno relatório sobre as observações feitas quanto aos gráficos construídos. Esta atividade, bem como a construção dos gráficos serão pontuadas.

Agora já é possível formalizar as propriedades da função exponencial.

Atividade 4: Resolução de problemas: função Exponencial

Habilidades relacionadas: H58 – Resolver problemas envolvendo a função exponencial.

Pré-Requisitos: Noções de porcentagem e operações com potências.

Tempo de Duração: 150 minutos

Recursos Educacionais utilizados: folha de atividades, laboratório de informática, software Geogebra.

Objetivos: Reconhecer uma função exponencial como um modelo para um problema nas ciências.

Metodologia Adotada:

No dia 1º de janeiro, João criou uma comunidade no Orkut. No dia seguinte, convidou três novos amigos para se integrarem à comunidade. No dia 3 de janeiro, cada novo integrante convidou três novos amigos para se juntarem a comunidade e assim por diante, até o final do mês. Admita que todos os convidados aceitem a proposta de se integrar à comunidade e que ninguém receba o convite de mais de uma pessoa.

Dia	integrante	Escreva o total de integrante na forma de potencia de base 3	Observe o resultado e estabeleça uma relação entre o dia e a 3º coluna
1º	1	3^0	3^{1-0}
2º	3	3^1	3^{2-1}

3^0	9	3^2	3^{3-1}
-------	---	-------	-----------

- a) Quantos membros ingressarão na comunidade no dia 4? e no dia 5?
- b) Qual é o total de membros que a comunidade possuirá no dia 5?
- c) Qual é a lei que relaciona o número de membros (y) que ingressarão na comunidade no dia x? ($x = 1, 2, 3, \dots, 31$).

Esboce o gráfico da função.

- d) Faça uma estimativa do número de pessoas que serão convidadas a entrar na comunidade no dia 10.

Nesse momento não serão avaliados os cálculos e sim a capacidade de percepção e compreensão do aluno quanto a regularidade que recai numa função exponencial. Portanto, os alunos poderão utilizar calculadoras para realizar os devidos cálculos.

A seguir os alunos receberão uma lista com mais alguns probleminhas para que possam resolver em dupla, fazendo uso do software Geogebra. Esta atividade deverá ser avaliada qualitativamente e poderá ser pontuada.

1) (PUC/MG - adaptada) - O número de bactérias em um meio duplica de hora em hora. Se, inicialmente, existem 8 bactérias no meio, ao fim de 10 horas o número de bactérias será:

- a) 2^4
- b) 2^7
- c) 2^{10}
- d) 2^{15}
- e) 2^{13}

2) O sistema de juros compostos também funciona de forma exponencial. Exemplo:

O montante M é a quantia a ser recebida após a aplicação de um capital C , a uma taxa i , durante certo tempo t . No regime de juros compostos, esse montante é calculado pela relação $M = C \cdot (1+i)^t$.

Considere um capital de R\$ 10.000 aplicado a uma taxa de 12% ao ano durante 4 anos. Qual seria o montante ao final dessa aplicação?

3) Nas proximidades da superfície terrestre, a pressão atmosférica P , em atmosfera(atm), é dada em função da altitude h , em quilômetro, aproximadamente por $P(h) = (0,9)^h$.

Se, no topo de uma montanha, a pressão é 0,729 atm, conclui-se que a altitude desse topo é:

- a) 6 km
- b) 5,2 km
- c) 5 km
- d) 4 km
- e) 3 km

4) Devido ao declínio da qualidade de vida em um bairro, prevê-se que durante os próximos quatro anos, um imóvel sofrerá desvalorização de 10% ao ano.

a) Se hoje o valor do imóvel é de R\$ 200.000,00, escreva uma equação que expresse o valor do imóvel V , em real, em função do tempo t , em ano, para os próximos 4 anos.

b) Qual será o seu valor daqui a quatro anos?

5) Um pesquisador observou que uma população de bactérias cresce 20% ao dia.

a) Se atualmente a população é de 10.000 indivíduos, escreva uma equação que expresse o número P de indivíduos em função do tempo t , em dia.

b) Qual será a população daqui a 5 dias? [dado: $(1,2)^5 \approx 2,49$]

AVALIAÇÃO

A avaliação vai além de provas e teste, ela envolve professor e aluno. Por isso, um dos critérios de avaliação será o acompanhamento de desenvolvimento do aluno no decorrer das aulas, intervindo quando necessário para sanar as deficiências. Entretanto, sabemos que as avaliações quantitativas junto com as qualitativas fazem parte de um aprendizado eficaz.

Deverão ser pontuadas algumas atividades propostas aos alunos, inclusive os exercícios complementares do livro didático referentes a funções exponenciais, de conformidade com as habilidades e competências do currículo mínimo, os quais deverão ser realizados em dupla ou em grupo, propiciando um trabalho cooperativo e de interação entre os alunos.

Em outro momento será aplicada uma avaliação individual para que possa investigar mais detalhadamente o processo de ensino-aprendizagem, a habilidades relacionadas às competências propostas e o raciocínio lógico na resolução de problemas contextualizados envolvendo o conteúdo de funções exponenciais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

IEZZI, GELSON: Matemática ciência e aplicações, 1º ano – 6ª Ed. – São Paulo: Saraiva, 2010.

PAIVA, MANOEL: Matemática-Paiva, 1o Ano - 1º ed. - São Paulo: Moderna, 2009.

<<http://www.brasilecola.com/matematica/potenciacao-numeros-reais.htm>> último acesso: 05/11/2013.

ROTEIROS DE ACAO 3– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1o ano do Ensino Médio – 3o bimestre/2013 – <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> último acesso 27/08/2013.

ROTEIROS DE ACAO 4– Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1o ano do Ensino Médio – 3o bimestre/2013 – <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> último acesso 27/08/2013.