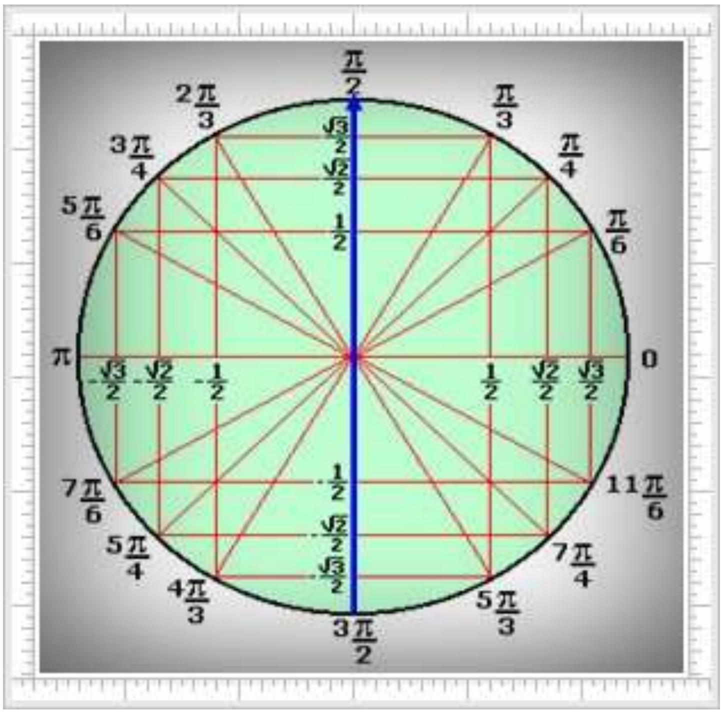
Formação continuada em MATEMÁTICA
Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

MATEMÁTICA 1º ANO – 4º BIMESTRE/ 2013

Sandra Maria Vogas Vieira

sandravogas@hotmail.com

TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA



TAREFA 2

CURSISTA: **Sandra Maria Vogas Vieira** **Grupo 1**

TUTOR: **Marcelo Rodrigues**

INTRODUÇÃO................................ 3

DESENVOLVIMENTO.................... 3 - 10

AVALIAÇÃO.................................... 10

FONTES DE PESQUISA................ 10

INTRODUÇÃO

O estudo da Trigonometria nesse tópico visa ampliar as noções apresentadas no círculo trigonométrico quando foram abordadas as principais relações trigonométricas no triângulo retângulo e suas aplicações. Essa ampliação inicia-se pela iniciação da trigonometria na circunferência possibilitando ao aluno um intenso trabalho sobre esse assunto pelo desenvolvimento de diversas atividades propostas.

A Trigonometria objetivou a elaboração dos estudos das funções trigonométricas, relacionadas aos ângulos e aos fenômenos periódicos. A partir do século XV, a modernidade dos cálculos criou novas situações teóricas e práticas relacionadas aos estudos dos ângulos e das medidas. Com a criação do Cálculo Diferencial e Integral, pelos cientistas Isaac Newton e Leibniz, a Trigonometria ganhou moldes definitivos no cenário da Matemática, sendo constantemente empregada em outras ciências, como Medicina, Engenharia, Física (ondulatória, óptica), Química, Geografia, Astronomia, Biologia, Cartografia, Navegação entre outras.

DESENVOLVIMENTO

Este Plano de Trabalho tem como objetivo tratar a prática pedagógica que será utilizada para o melhor entendimento sobre Trigonometria na Circunferência como ampliação do círculo trigonométrico.

ATIVIDADE 1:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** razões trigonométricas
- **PRÉ-REQUISITO:** noções de proporcionalidade
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 min
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** explanação do professor no quadro
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: individual
- **OBJETIVOS**: revisar as razões trigonométricas no triângulo retângulo
- **METODOLOGIA ADOTADA**:

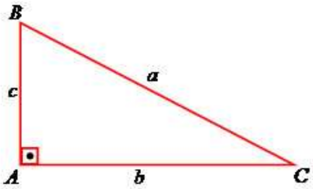
TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

O triângulo é a figura mais simples e uma das mais importantes da Geometria, ele é objeto de estudos desde os povos antigos. O triângulo possui propriedades e definições de acordo com o tamanho de seus lados e medida dos ângulos internos.

As relações trigonométricas existentes no triângulo retângulo admitem três casos: seno, cosseno e tangente.

$$Seno:\frac{cateto\_oposto}{hipotenusa}$$
$$Cosseno:\frac{cateto\_adjacente}{hipotenusa}$$
$$Tangente:\frac{cateto\_oposto}{cateto\_adjacente}$$

Vamos determinar as relações de acordo com o triângulo BAC com lados medindo a, b e c.



senoB = b/a
cossenoB = c/a
tangenteB = b/c

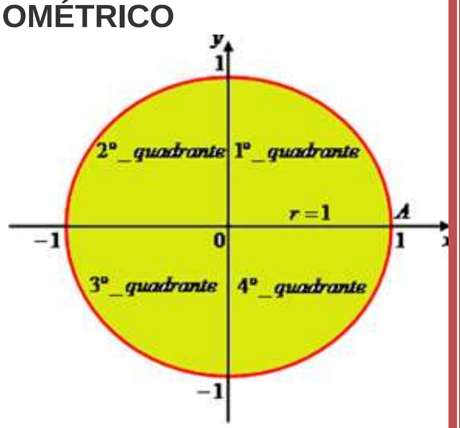
senoC = c/a
cossenoC = b/a
tangenteC = c/b

ATIVIDADE 2:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** quadrantes do ciclo trigonométrico
- **PRÉ-REQUISITO:** plano cartesiano
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 50 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** quadro
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: individual
- **OBJETIVOS**: identificar os quadrantes no ciclo trigonométrico
- **METODOLOGIA ADOTADA**:

IDENTIFICANDO OS QUADRANTES DO CICLO TRIGONOMÉTRICO

O ciclo trigonométrico é uma circunferência orientada, com raio unitário, associada a um sistema de coordenadas cartesianas. O centro da circunferência coincide com a origem do sistema cartesiano. Dessa forma, o círculo fica dividido em quatro quadrantes, identificados de acordo com o sentido anti-horário a partir do ponto A.



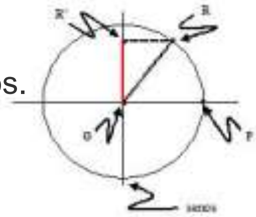
ATIVIDADE 3:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** seno, cosseno e tangente na circunferência trigonométrica
- **PRÉ-REQUISITO:** ciclo trigonométrico
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** atividade apresentada no quadro
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: em dupla, propriciando um trabalho integrado
- **OBJETIVOS**:
    - perceber o eixo horizontal como eixo dos senos
    - perceber o eixo horizontal como eixo dos cossenos
    - perceber o eixo da tangente como um terceiro eixo traçado
- **METODOLOGIA ADOTADA**:

SENO, COSSENO E TANGENTE NA CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA

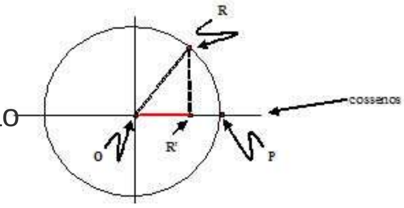
Seno de um ângulo

Considere um ponto R sobre a circunferência e a sua projeção sobre o eixo vertical, ponto R'. Chamaremos o eixo vertical de eixo dos senos.
O segmento OR' será o seno de PR.
Obs.: Verifique a devida existência do triângulo retângulo ORR'.



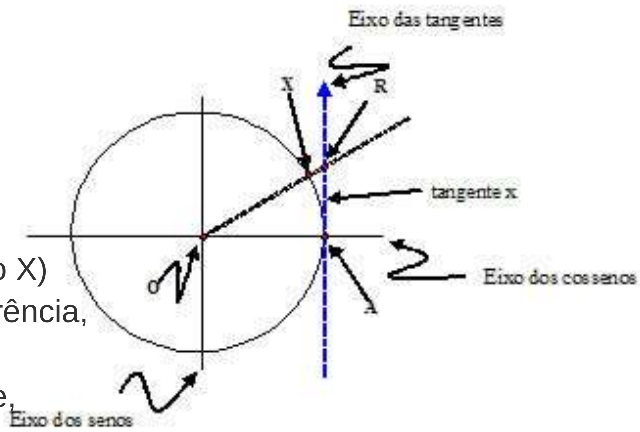
Cosseno de um ângulo

Considere um ponto R sobre a circunferência e a sua projeção Sobre o eixo horizontal R'. Chamaremos o eixo horizontal de eixo dos cossenos.
O segmento OR' será o cosseno de PR.



Tangente de um ângulo

Para obter a tangente de um arco devemos traçar um terceiro eixo que tangencia o ponto A.
Ao unirmos a extremidade do arco AX (ponto X) ao centro O e prolongando o raio da circunferência, ele interceptará o eixo das tangentes.
Definimos então que sendo x no 1º quadrante,
Tgx = AR > 0

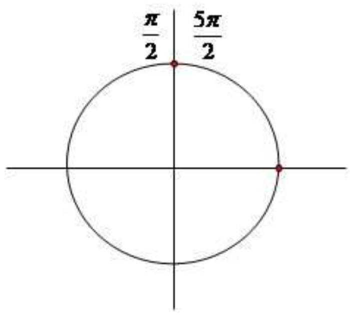


ATIVIDADE 4:

- **HABILIDADE RELACIONADA:** funções trigonométricas
- **PRÉ-REQUISITO:** ciclo trigonométrico
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** folha de explanação do conteúdo, quadro
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA**: individual
- **OBJETIVOS**: identificar as funções seno, cosseno e tangente na circunferência
- **METODOLOGIA ADOTADA**:

Será apresentado ao aluno o conteúdo através da apostila:

Funções trigonométricas



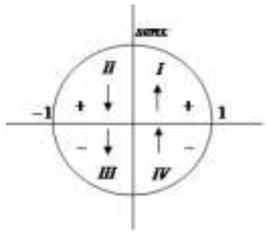
No círculo trigonométrico temos arcos que realizam mais de uma volta, considerando que o intervalo do círculo é [0, 2π], por exemplo, o arco dado pelo número real x = 5π/2, quando desmembrado temos:
x = 5π/2 = 4π/2 + π/2 = 2π + π/2. Note que o arco dá uma volta completa (2π = 2*180º = 360º), mais um percurso de 1/4 de volta (π/2 = 180º/2 = 90º). Podemos associar o número x = 5π/2 ao ponto P da figura, o qual é imagem também do número π/2. Existem outros infinitos números reais maiores que 2π e que possuem a mesma imagem. Observe:

9π/2 = 2 voltas e 1/4 de volta
13π/2 = 3 voltas e 1/4 de volta
17π/2 = 4 voltas e 1/4 de volta

Podemos generalizar e escrever todos os arcos com essa característica na seguinte forma: ***π/2 + 2kπ***, onde k Є Z. E de uma forma geral abrangendo todos os arcos com mais de uma volta, ***x + 2kπ***.

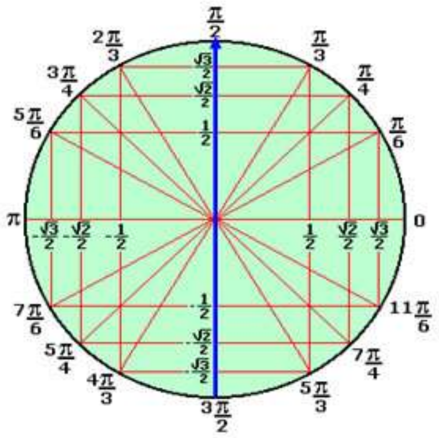
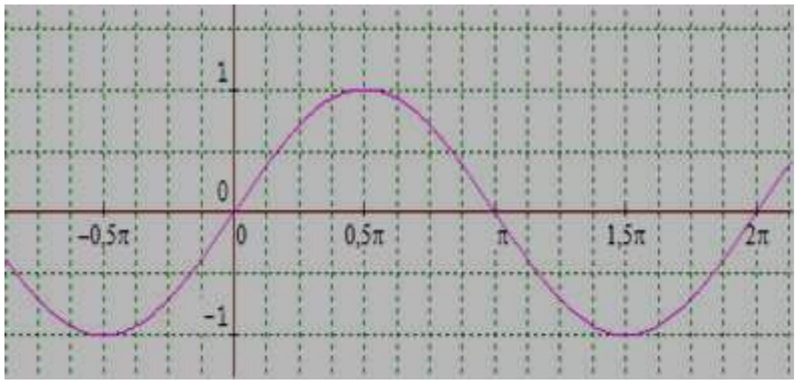
Estes arcos são representados no plano cartesiano através de funções circulares como: função seno, função cosseno e função tangente.

Características da função seno



É uma função f : R → R que associa a cada número real x o seu seno, então f(x) = senx. O sinal da função f(x) = senx é positivo no 1º e 2º quadrantes, e é negativo quando x pertence ao 3º e 4º quadrantes. Observe:

Gráfico da função f(x) = senx

D= $\Re$

Im = $\{y \in \Re$ **/ -1** $\leq y \leq 1\}$

Período: 2π

Características da função cosseno

É uma função f : R → R que associa a cada número real x o seu cosseno, então f(x) = cos x. O sinal da função f(x) = cos x é positivo no 1º e 4º quadrantes, e é negativo quando x pertence ao 2º e 3º quadrantes. Observe a figura:

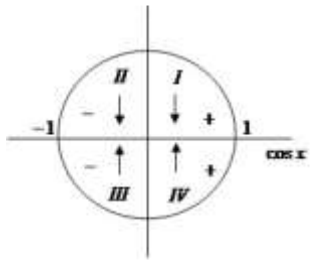
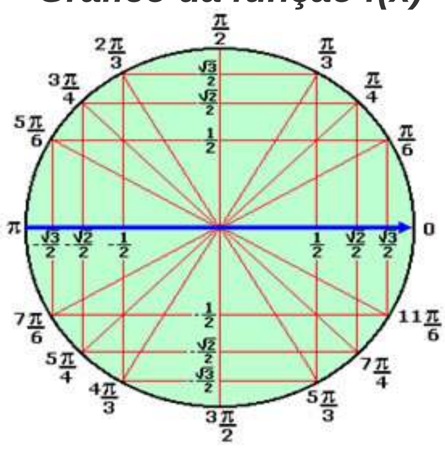
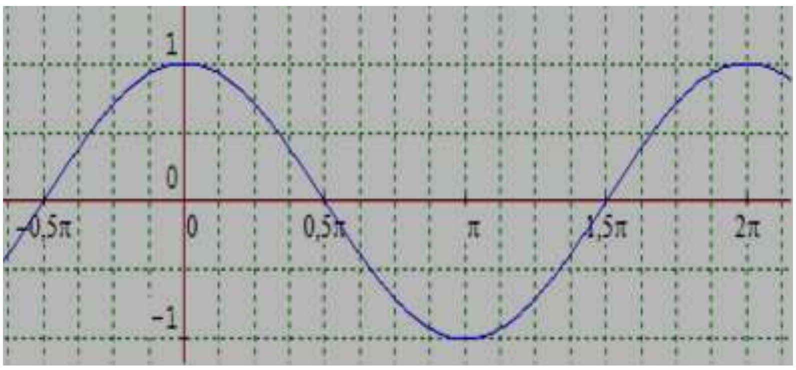


Gráfico da função f(x) = cosx

D= $\Re$

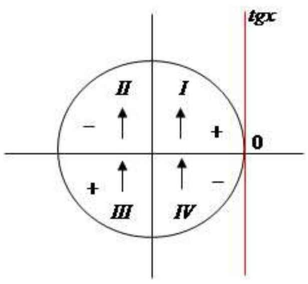
Im = $\{y \in \Re$ **/ -1** $\leq y \leq 1\}$

Período: π

Características da função tangente

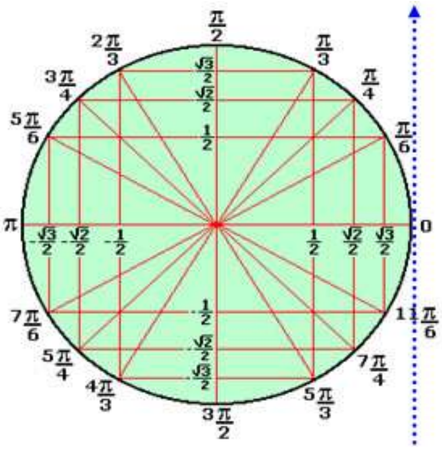
É uma função f : R → R que associa a cada número real x a sua tangente, então f(x) = tgx.

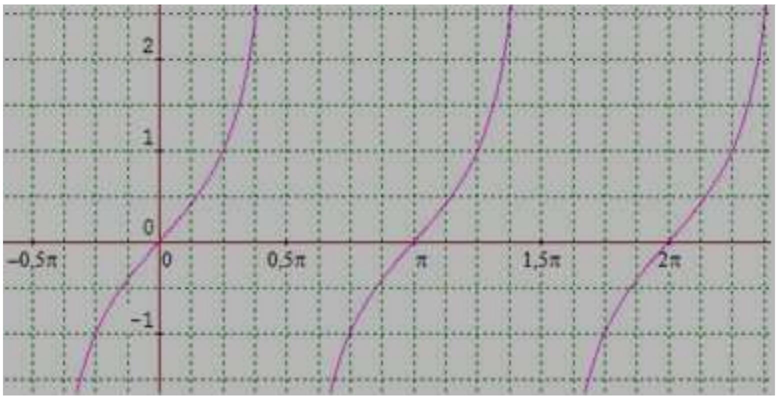
Sinais da função tangente:



¬ Valores positivos nos quadrantes ímpares.
¬ Valores negativos nos quadrantes pares.
¬ Crescente em cada valor.

Gráfico da função tangente

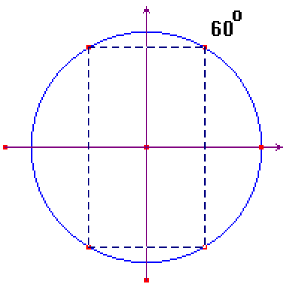


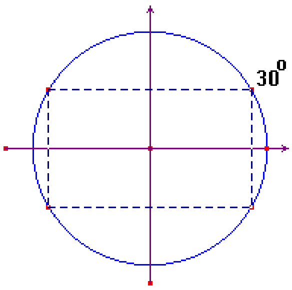


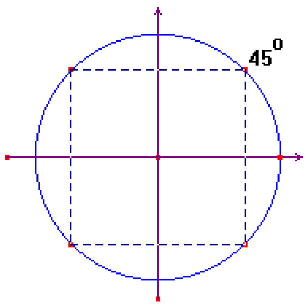
D= $\Re$ **, exceto os que zeram o cosseno**
Im = $]-\infty,\infty[$
Período: π

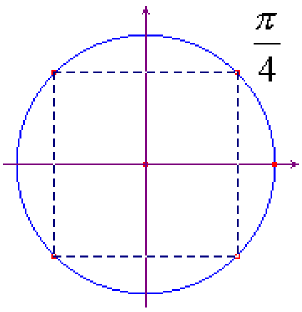
LISTA DE EXERCÍCIOS

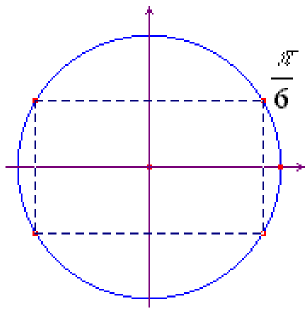
1) Complete, nas figuras, as medidas dos arcos trigonométricos correspondentes.











2) Calcule o valor de:
a) sen 150^o b) sen 120^o c) sen 300^o d) sen 270^o

3) Calcule o valor de:

a) cos 150^o b) cos 120^o c) cos 300^o d) cos 270^o

4) Calcule o valor de:

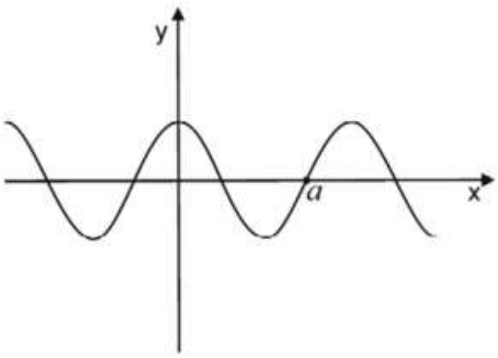
a) tg 150^o b) tg 120^o c) tg 300^o d) tg 270^o

5) Complete com V (*Verdadeiro) ou F(Falso)*:

a) sen 45º = sen 225º ( )
b) sen 45º = sen 135º ( )
c) sen $\pi/3$ = - sen ($-\pi/3$) ( )
d) sen (2π - x) = sen x ( )
e) sen(π + a) = - sen a ( )
f) cos 30º = cos 150º ( )
g) cos $\pi/6$ = cos (2π - $\pi/6$) ( )
h) cos 150º = sen 150º ( )
i) cos $11\pi/4$ = sen $11\pi/4$ ( )
j) sen 70º = cos 20º ( )
k) tg 30º = tg 210º ( )
l) tg (-60º) = - tg 60º ( )
m) tg $11\pi/6$ = - tg $\pi/6$ ( )
n) tg (2π - x) = tg x ( )
o) tg (π + x) = tg x ( )
p) tg (π - x) = - tg x ( )
q) tg (2π + x) = tg x ( )

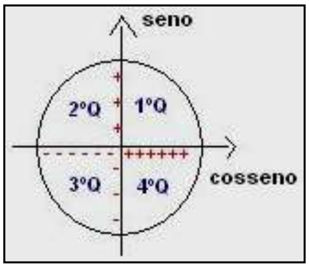
6) (Banco de Questões SARESP) A figura abaixo mostra o gráfico da função f(x) = cos X. O número a assinalado no eixo das abcissas é:

(A) 2π
(B) π
(C) 2/3π
(D) 2π



7) Observe a figura ao lado e responda:

a) Em que quadrante ocorre simultaneamente
$senx < 0$ e $\cos x < 0$? **3º Quadrante**



b) Em que quadrante ocorre simultaneamente
$senx > 0$ e $\cos x > 0$? **1º Quadrante**

c) Em que quadrante ocorre simultaneamente
$senx < 0$ e $\cos x > 0$? **4º Quadrante**

AVALIAÇÃO

É importante salientar que em todo o processo de avaliação espera-se que a interação entre os alunos e o material apresentado alcance o objetivo principal ,

Os alunos serão avaliados durante a aula, através da participação e resolução das atividades propostas.

Prova individual contendo questões que envolvam os conhecimentos adquiridos no período.

Trabalhando questões do Saerjinho.

FONTES DE PESQUISA

Matriz do Saerjinho – 2012

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**, 1º Ano, 1ª edição. São Paulo: Ática, 2010

Conexões com a Matemática. Volume Único. 1ª edição. São Paulo: Moderna, 2012

http://www.infoescola.com/matematica/funcoes-trigonometricas/