

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ

Matemática 1º Ano – 4º Bimestre/2013

Plano de Trabalho 2

## TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA

TAREFA 1

CURSISTA: FABIANA OLIVEIRA DA SILVA RODRIGUES

TUTOR: MARCELO RODRIGUES

GRUPO 1

## SUMÁRIO

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| INTRODUÇÃO .....                 | 03 |
| DESENVOLVIMENTO .....            | 04 |
| AVALIAÇÃO .....                  | 10 |
| ANEXO 1.....                     | 11 |
| ANEXO 2.....                     | 13 |
| ANEXO 3.....                     | 15 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS ..... | 16 |

## INTRODUÇÃO

A história da humanidade evidencia que, sempre que necessitamos realizar atividades pesadas e repetitivas, procuramos desenvolver métodos para automatizá-las. Moer grãos e bombear líquidos são exemplos dessas ações, e há mais de mil anos aproveitamos a energia eólica para movimentar moinhos. Para analisar detalhadamente esses fenômenos repetitivos, devemos unir os conceitos de ângulo e círculo num só esquema que sistematiza o estudo dessas situações, contempladas no conceito de ciclo trigonométrico. É improvável que seja possível listar um número significativo de movimentos ou fenômenos repetitivos que não sejam passíveis de descrição a partir desse conceito matemático.

Muitos alunos tem dificuldade de diferenciar círculos de circunferências e associar a essas ideias aos conceitos de cotangente, secante e cossecante. Visando mais uma vez associar a matemática ao cotidiano inicio o meu plano de trabalho objetivando utilizar situações do dia-a-dia para atrair a atenção do aluno e assim, perceberem a aplicabilidade da trigonometria em uma circunferência.

Como o assunto exige representação gráfica, faz-se necessário reforçar a localização de pontos em um plano cartesiano e construção de circunferências. Para isso, serão utilizados exemplos práticos. Também é importante ressaltar os conhecimentos sobre seno, cosseno e tangente. Para a totalização do plano, serão necessários dez tempos de cinquenta minutos para desenvolvimento dos conteúdos mais quatro tempos para avaliação da aprendizagem.

# DESENVOLVIMENTO

## ATIVIDADE 1

HABILIDADE RELACIONADA: H09 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.

PRÉ-REQUISITOS: Conhecimento prévio das relações trigonométricas

TEMPO DE DURAÇÃO: 200 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Em grupos de até 10 alunos

OBJETIVOS: Identificar as relações trigonométricas. Reconhecer e identificar as identidades trigonométricas.

METODOLOGIA ADOTADA:

Relembrar aos alunos que as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente estão associadas ao triângulo retângulo e às relações entre os catetos e a hipotenusa. Essas relações são constituídas de acordo com as seguintes razões:

$$\text{Seno} \rightarrow \text{sen } x = \frac{\text{cateto oposto ao ângulo } x}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{Cosseno} \rightarrow \text{cos } x = \frac{\text{cateto adjacente ao ângulo } x}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{Tangente} \rightarrow \text{tg } x = \frac{\text{cateto oposto ao ângulo } x}{\text{cateto adjacente ao ângulo } x}$$

Essas razões trigonométricas possuem inversas que são nomeadas cossecante, secante e cotangente.

A inversa do seno é a cossecante (cossec).

$$\text{cossec } x = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto oposto ao ângulo } x}$$

A inversa do cosseno é a secante (sec).

$$\text{sec } x = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{Cateto adjacente ao ângulo } x}$$

A inversa da tangente é a cotangente (cotg).

$$\text{cotg } x = \frac{\text{cateto adjacente ao ângulo } x}{\text{Cateto oposto ao ângulo } x}$$

As razões inversas de seno, cosseno e tangente podem ser representadas pelas seguintes expressões:

$$\text{cossecante} \rightarrow \text{cossec } x = \frac{1}{\text{sen } x}$$

$$\text{secante} \rightarrow \text{sec } x = \frac{1}{\text{cos } x}$$

$$\text{cotangente} \rightarrow \text{cotg } x = \frac{1}{\text{tg } x} = \frac{\text{cos } x}{\text{sen } x}$$

E existem algumas identidades trigonométricas muito importantes como:

$$\rightarrow \text{cos}^2 x + \text{sen}^2 x = 1$$

$$\rightarrow \text{tg}^2 x + 1 = \text{sec}^2 x$$

$$\rightarrow \text{cotg}^2 x + 1 = \text{cossec}^2 x$$

Acredito que o conhecimento das razões trigonométricas e de suas inversas auxiliará nos estudos ligados às relações fundamentais entre as funções de um mesmo arco, relações derivadas e ao desenvolvimento das identidades trigonométricas.

Por esta razão pedi para que os alunos criassem uma música que contenha as fórmulas citadas a cima para facilitar o aprendizado e a sua aplicação.

Exercícios de fixação: Utilizar o livro didático para fixação do conhecimento de seno, cosseno, tangente, secante, cossecante e cotangente no círculo trigonométrico.

## **ATIVIDADE 2**

**HABILIDADE RELACIONADA:** Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas

**PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento das razões trigonométricas e das identidades trigonométricas.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 150 minutos

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha de atividades

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Turma disposta em duplas

**OBJETIVOS:** Resolução de problemas envolvendo as identidades trigonométricas.

**METODOLOGIA ADOTADA:**

Com a turma disposta em duplas propor a resolução de problemas como consta nos anexos 1 e 2.

É muito importante lembrar aos alunos que cantando a música feita por eles na atividade 1 ajuda a resolver os problemas propostos.

### **ATIVIDADE 3**

**HABILIDADE RELACIONADA:** Representar graficamente as identidades trigonométricas, compreendendo o seu significado.

**PRÉ-REQUISITOS:** Conhecimento das razões trigonométricas e das identidades trigonométricas.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 150 minutos

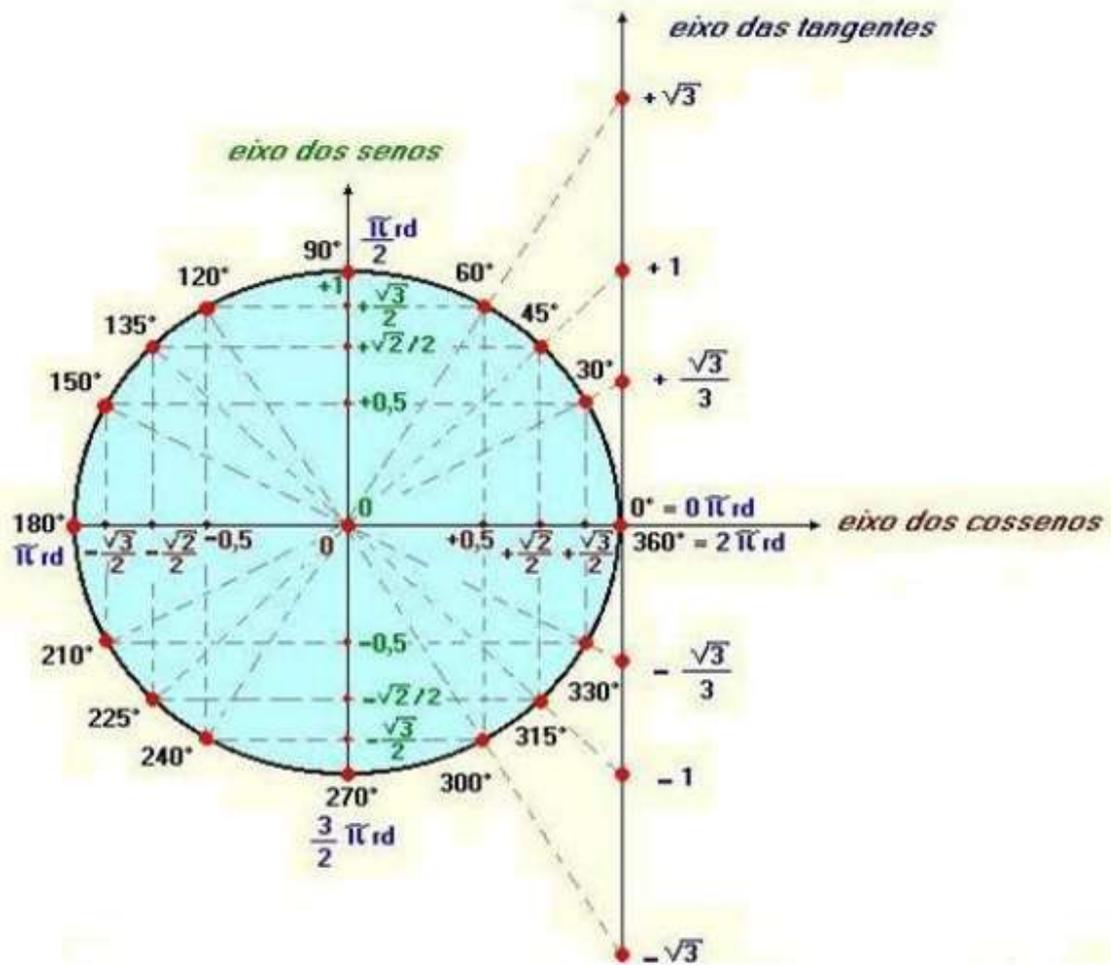
**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha de atividades.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Turma disposta em duplas propiciando trabalho organizado e cooperativo

**OBJETIVOS:** Trabalhar o círculo trigonométrico com o auxílio do geogebra para facilitar o aprendizado.

**METODOLOGIA ADOTADA:**

Utilizar o Software Matemático Geogebra para mostrar os pontos notáveis da trigonometria na circunferência em problemas que envolvam situações da vida humana. A atividade deve ser feita no Laboratório de Informática em grupos, caso haja algum imprevisto, os grupos resolvem as atividades e os gráficos são feitos no notebook do professor com projetor multimídia. Inicialmente resolvemos os problemas, para em seguida construir os gráficos com o auxílio do Geogebra.



Resolver os problemas do anexo 3 como auxilio do geogebra.

## AVALIAÇÃO

A avaliação deste trabalho foi feita através das atividades que aqui foram descritas, foi observado o entendimento de cada aluno sobre o conteúdo e intervenções foram feitas sempre que necessário.

O plano de trabalho foi realizado no Instituto de Educação Carmela Dutra, que atendeu prontamente todas as necessidades da proposta de trabalho. Os alunos, que serão futuros professores, demonstraram um grande interesse pela forma diferenciada como as situações foram apresentadas.

Foi observado um grande interesse dos alunos em desenvolver as atividades que vieram após a atividade um. Pude concluir que muitos ainda apresentavam dificuldades em distinguir seno, cosseno e tangente em uma circunferência. Após trabalhar na prática e experimentar a confirmação de algumas fórmulas (ver atividade 1), foi possível facilitar o aprendizado para as atividades seguintes.

Como único aspecto negativo realizado na apresentação de todo o trabalho, foi a dificuldade que alguns alunos ainda encontraram em realizar contas simples.

Porém, foi muito gratificante realizar este tipo de trabalho, estou chegando a conclusão que estou plantando sementinha para professores melhores, que tentarão levar seus alunos a compreender os assuntos tratados em cada aula.

# ANEXO 1



GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

SECRETARIA DO ESTADO DE EDUCAÇÃO

DIRETORIA REGIONAL METROPOLITANA III

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO CARMELA DUTRA

DISCIPLINA: Matemática PROFESSORA: Fabiana Rodrigues ANO:1º TURMA:

ALUNO (A): \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

ALUNO (A): \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

1) (UNEB) Se  $x$  pertence ao intervalo  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  e  $\operatorname{tg} x = 2$ , então  $\cos x$  vale:

a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c)  $\frac{1}{2}$

d)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

e)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$

2) Para todo  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ , a expressão  $(\cos^2 x)(\operatorname{tg}^2 x + 1)$  é igual a:

a)  $\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$

b)  $1 + \cos x$

c) 1

d)  $2\operatorname{sen} x$

e)  $\operatorname{sen} x + \cos x$

3) (CEFET) Assinale a alternativa falsa.

a)  $\sec x = 3$

b)  $\operatorname{tg} x = 50000$

c)  $\cos x = \frac{3}{4}$

d)  $\operatorname{sen} x = 1$

e)  $\cos x = 50$

4) Coloque V(verdadeiro) ou F(falso) nas proposições.

( )  $\operatorname{tg} 30^\circ = \sqrt{3}$     ( )  $\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$     ( )  $\operatorname{cot} 30^\circ = \sqrt{3}$     ( )  $\sec 60^\circ = 2$

5) Simplificando a expressão  $E = (\sec x - \cos x)(\cos \sec x - \operatorname{sen} x)(\operatorname{tg} x + \operatorname{cot} x)$  obtém-se:

a)  $E = \operatorname{sen} x$

b)  $E = \cos x$

c)  $E = \operatorname{tg} x$

d)  $E = 1$

e)  $E = 0$

## ANEXO 2



GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO  
SECRETARIA DO ESTADO DE EDUCAÇÃO  
DIRETORIA REGIONAL METROPOLITANA III  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO CARMELA DUTRA

DISCIPLINA: Matemática PROFESSORA: Fabiana Rodrigues ANO:1º TURMA:

ALUNO (A): \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

ALUNO (A): \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

1) (UCSAL) Qualquer que seja o número real  $x$ , a expressão  $\cos^4 x - \sin^4 x$  é equivalente a:

a)  $\sin^2 x - 1$     b)  $2\sin x \cos x$     c)  $2\cos^2 x - 1$     d)  $2 - \cos^2 x$     e)  $(\sin x + \cos x) \cdot \cos x$

2) Simplificando a expressão  $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x}$ , obtém-se:

a)  $y = 2\cot x$     b)  $y = 2\sin x$     c)  $y = 2\cos x$     d)  $2\tg x$     e)  $y = 2\operatorname{cosec} x$

3) Sabe-se que  $4\text{tg}^2 x = 9$  e  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ . Então a expressão  $E = -4\text{sen}x - 6\text{cos}x + \text{cot}gx$  vale:

a)  $\frac{3}{2}$

b)  $-\frac{3}{2}$

c)  $\frac{2}{3}$

d)  $-\frac{2}{3}$

e)  $\frac{9}{4}$

4) (UF VIÇOSA) Sabendo que  $\text{sen}x = \frac{1}{3}$  e  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ , o valor de  $\frac{\text{cos} \sec x - \sec x}{\text{cot}gx - 1}$  é:

a)  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

b)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

c)  $-\frac{3\sqrt{2}}{4}$

d)  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

e) 3

## ANEXO 3



GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

SECRETARIA DO ESTADO DE EDUCAÇÃO

DIRETORIA REGIONAL METROPOLITANA III

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO CARMELA DUTRA

DISCIPLINA: Matemática PROFESSORA: Fabiana Rodrigues ANO:1º TURMA:

ALUNO (A): \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

ALUNO (A): \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

**01-** Qual o valor de:

a)  $\text{sen } 240^\circ$     b)  $\text{sen } 135^\circ$     c)  $\text{sen } \frac{5\pi}{3}$     d)  $\text{sen } \frac{7\pi}{6}$     e)  $\text{cos } 120^\circ$     f)  $\text{cos } 210^\circ$     g)  $\text{cos } \frac{4\pi}{3}$

**02-** Calcule, se existir:    a)  $\tan 120^\circ$     b)  $\tan 180^\circ$     c)  $\tan 210^\circ$     d)  $\tan \frac{3\pi}{2}$     e)  $\tan \frac{5\pi}{3}$

**03-** Calcule o valor da seguinte expressão:  $y = \frac{\text{sen } 0 + \text{sen } \frac{\pi}{2} - \text{sen } \frac{3\pi}{2}}{2 \text{sen } \frac{\pi}{6}}$

**04-** Calcule o valor de cada expressão seguinte:

a)  $y = \frac{\text{cos } 90^\circ - \text{cos } 180^\circ}{\text{cos } 60^\circ \cdot \text{cos } 0^\circ + \text{cos } 90^\circ}$     b)  $x = \text{cos } \frac{\pi}{4} \cdot \text{cos } \frac{\pi}{2} + \text{cos } \pi \cdot \text{cos } \frac{\pi}{6}$

**05-** Sendo  $x = 30^\circ$ , calcule o valor da expressão:  $y = \frac{2 \text{sen } x - 4 \text{cos } x + \text{tg } 2x}{\text{cos } 4x - \text{sen } 2x}$ .

**06-** Dê o sinal de:    a)  $\text{sen } \left(-\frac{\pi}{2}\right)$     b)  $\text{sen } \left(-\frac{5\pi}{4}\right)$

## BIBLIOGRAFIA

ROTEIROS DE AÇÃO 1 ao 8 – Trigonometria na circunferência – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 4º bimestre/2013

MATEMATICA , Ciência e Aplicações, 1o Ano. Gelson Iezzi e outros – 5ª Edição – São Paulo: Atual, 2010.

Matriz do Saerjinho 2012