PROJETO SEEDUC   TUTOR: EDESON DOS ANJOS SILVA

PROFESSORA: CARMEN BEATRIZ L. P. DE M. PACHECO

COLÉGIO ESTADUAL LIDDY MIGNONE- PATY DO ALFERES RJ

TAFERA 1: PLANO DE TRABALHO

CAMPO CONCEITUAL: FUNÇÃO LOGARÍTMICA

2**º Ano do Ensino Médio Noturno**

“TÃO IMPORTANTE QUANTO O QUE SE ENSINA E SE APRENDE, É COMO SE ENSINA E COMO SE APRENDE.”

(Cesar Coll)

INTRODUÇÃO

O estudo de logaritmos, historicamente, foi motivado pela solução de alguns problemas que envolviam muitas multiplicações e divisões, e cálculos com funções exponenciais que usualmente resultavam em números muito grandes.

A aula 1 deste plano de trabalho, para o 2º ano do ensino médio noturno do Colégio Estadual Liddy Mignone, Paty do Alferes- RJ, iniciará a construção do conceito de logaritmo com o vídeo " A Aparição", da série Unicamp. O logaritmo é introduzido no vídeo do ponto de vista histórico.

Buscando um aprendizado mais significativo este plano de trabalho visa levar o aluno a conhecer que quando Jonhn Napier inventou o logaritmo, simplificar grandes contas de multiplicação era estritamente necessário para facilitar cálculos do comércio e navegação, já que não existiam calculadoras. Deste modo era necessária uma função que permitisse fazer cálculos com números grandes, de maneira que surgiu o logaritmo.

A aula 2 iniciará com o vídeo " Terremoto brasileiro", mostrando algumas propriedades do logaritmo e apresentando a escala logarítmica apropriada para medir intensidades relativas de terremotos.

Pensando em um bom desempenho das avaliações externas os exercícios propostos contemplam os descritores e as habilidades propostas no Currículo Mínimo e Saerj.

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Assunto: Definição de Logaritmo e suas propriedades
Pré- requisitos : Potenciação
Tempo de duração: 2 aulas (200 minutos)
Recursos: Data-show, folha de atividade, lápis, borracha e livro didático.
Organização da Turma: Dupla
Objetivos: Apresentar o conceito de logaritmo, suas propriedades e aplicações.
Metodologia: *Os alunos formarão duplas para responder a folha de atividade. Terminada a atividade haverá uma troca de informações para a construção do conhecimento adquirido, anotações , resolução de exercícios e avaliação do aprendizado.*

Descritores associados: H 34: Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

Avaliação:

A avaliação é o processo pelo qual podemos descobrir se nossas ações e esforços estão contribuindo para o alcance dos objetivos. Nessa perspectiva, o que devemos levar em conta não é somente o aspecto quantitativo, mas também o qualitativo, por meio do qual podemos acompanhar os resultados em função daquilo que se pretende com o aluno, com a escola e com a realidade exterior.

Sendo assim, o aluno será avaliado como um todo, visando principalmente observar seu desenvolvimento e seu progresso.

Serão atribuídos pontos pela dinâmica em sala de aula e pelo envolvimento em todo o desenvolvimento das atividades.

A avaliação será individual, com atividades escritas para a verificação da aprendizagem dos conteúdos.

Aula 1 (100 minutos)

Definição de Logaritmo

Vocês irão assistir ao vídeo " A Aparição". Prestem atenção e façam as anotações do que acharem mais interessante. (Vídeo de aproximadamente 12 minutos)
Vamos fazer agora a leitura de imagem:
O que você viu?
O que você sentiu?
O que você ouviu?
O que mais lhe chamou atenção?

Forme dupla com seu colega para responder as questões:
Tomando como exemplo a igualdade : $2^3 = 8$, complete com as palavras: Base, Expoente e Potência.

$\uparrow$ ------------------------

$2^{3} = 8 \rightarrow$ --------------------

$\downarrow$ -------------------------------

A operação que associa os números 2 e 3 ao número 8 chama-se potenciação.

Complete o quadro abaixo

Vamos considerar as seguintes séries:

Série geradora dos primeiros números naturais	0	1	2	3	4	5	6
Série geométrica qualquer	2^{0}	--------	$2^{—}$	--------	-----------	----------	----------
Potências	----------	2	--------	8	-----------	-----------	-----------

Observe as seguintes questões:

1 - Conhecendo a potência e o expoente, podemos encontrar o valor da base x, ou seja:

$$x^{3} = 8$$

A esta operação vamos atribuir a seguinte notação: $\sqrt[3]{8} = x \qquad \sqrt[3]{2^{3}} = x \rightarrow x = 2$

Você lembra o nome dessa operação? A operação usada foi a radiciação

2- Conhecendo a potência e a base, podemos encontrar o expoente x, ou seja:

$$2^{x} = 8$$

A esta operação vamos atribuir a seguinte notação:

$$\log_2 8 = b$$

Nesta operação devemos encontrar o valor de b, ou seja: $2^b = 8 \rightarrow 2^b = 2^3 \rightarrow b = 3$

Esta operação é chamada logaritmação e o expoente b é o logaritmo

Podemos ler essa operação da seguinte maneira: b é o logaritmo de 8 na base 2.

Nesse caso o logaritmo é o número :-------------

Definimos, então, logaritmo com base em uma relação entre três números a, b e c respectivamente :

$$\log_a c = b \text{ sempre que } a^b = c$$

<u>Definição</u>: Sendo <u>a</u> e <u>c</u> números reais e positivos, com <u>a</u> diferente de 1, chamamos logaritmo de <u>c</u> na base <u>a</u>, o **<u>expoente</u>** que se deve dar à base <u>a</u> de modo que a potência obtida seja igual a <u>c.</u>

E assim, dizemos :

a → é a base do logaritmo

b → é o logaritmo

c → é o logaritmando

↑ logaritmando

$\log_a c = b$ → logaritmo $\qquad a^b = c$

↓

base do logaritmo

Vamos entender agora as condições de existência dos logaritmos:

- É possível calcular $\log_{-2} 8$? ou seja $(-2)^x = 8$

Então a base <u>a</u> de um logaritmo não pode ser ----------------------

- É possível calcular $\log_0 7$? ou seja $0^x = 7$

Então a base a de um logaritmo não pode ser ---------------

- É possível calcular $\log_1 3$? ou seja $1^x = 3$

Então a base <u>a</u> de um logaritmo não pode ser ----------------

- É possível calcular $\log_2 -8$? ou seja $2^x = -8$

Então o logaritmando <u>c</u> não pode ser -----------------------

- É possível calcular $\log_5 0$? ou seja $5^x = 0$

Então o logaritmando <u>c</u> não pode ser -----------------------

Resumindo

A existência de logaritmos, como por exemplo $\log_a c$ depende das seguintes condições:

- O logaritmando c deve ser um número ---------------
- A base a deve ser um número ------------------- e diferente de -------------

Como consequência da Definição e as condições de existência, temos:

a) $\log_a 1 = 0$ exemplo: $\log_5 1 = 0$, pois se $\log_5 1 = x$, então $5^x = 1 \longrightarrow 5^x = 5^0 \rightarrow x = 0$

b) $\log_a a = 1$ exemplo: $\log_2 2 = 1$, pois se $\log_2 2 = x$, então $2^x = 2 \longrightarrow x = 1$

c) $\log_a a^{\beta} = \beta$ exemplo: $\log_2 2^3 = 3$, pois se $\log_2 2^3 = x$, então $2^x = 2^3 \longrightarrow x = 3$

d) $\log_a b = \log_a c \leftrightarrow b = c$ exemplo : $\log_3 x = \log_3 9 \longrightarrow \log_3 x = \log_3 3^2 \longrightarrow \log_3 x = 2 \longrightarrow x = 3^2 \longrightarrow x = 9$

e) $a^{\log_a \beta} = \beta$ exemplo : $5^{\log_5 25} = 25$, pois $5^{\log_5 25} = x \longrightarrow 5^{\log_5 5^2} = x$, então $5^2 = x$,

pois $\log_5 5^2 = 2$, logo x = 25

Vamos agora testar o seu aprendizado, resolvendo a folha de atividades.

Colégio Estadual Liddy Mignone Atividades de Matemática para Avaliação

Conteúdo 1º Bimestre Função Logaritmica 2º Ano Ensino Médio Noturno Data: ------/------/------

Aluno (a):--- Professora: Carmen Beatriz

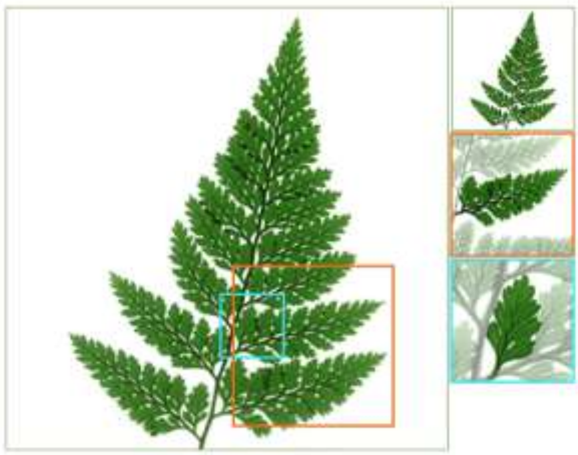
O que poderia haver em comum entre uma samambaia, uma árvore, nuvens, cristais, formas geométricas, ou ainda, a computação gráfica?

O matemático Benoit Mandelbrot percebeu que vários objetos presentes na natureza possuem características bastante especiais e que podem ser associados com formas geométricas abstratas.

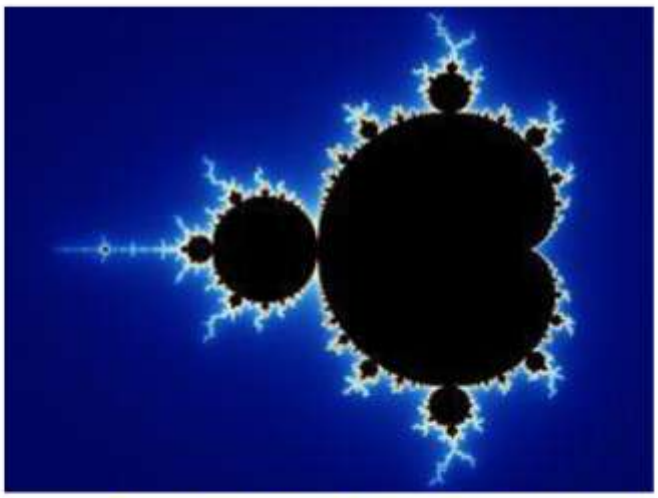
Você já ouviu falar em fractais?

A principal característica de um fractal é a autos semelhança, ou seja, cada parte de um objeto carrega em si a mesma estrutura do objeto inteiro, de maneira que podemos obter o objeto inteiro a partir da ampliação de uma de suas partes.

Observe as imagens



Fonte:
http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm43/exempl_f.htm



Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Fractal

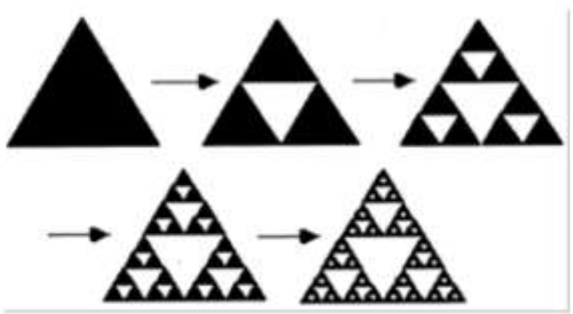
Colégio Estadual Liddy Mignone Atividades de Matemática para Avaliação

Conteúdo 1º Bimestre Função Logaritmica   2º Ano Ensino Médio Noturno   Data: ------/------/------

Aluno (a):--   Professora: Carmen Beatriz

A principal característica de um fractal é a autos semelhança, ou seja, cada parte de um objeto carrega em si a mesma estrutura do objeto inteiro, de maneira que podemos obter o objeto inteiro a partir da ampliação de uma de suas partes.

Um fractal bastante conhecido é o Triângulo de Sierpinsky. Ele é obtido a partir de triângulos equilátero e após sucessivas repetições.



Fonte:
http://www.cap.ufrgs.br/matweb/abordagem%20fractais.htm
l

Vamos fazer uma pequena investigação e descobrir o número de triângulos no Triângulo de Sirepinsky a cada iteração.

Agora é com você:

Preencha a tabela abaixo:

Iteração	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Série Geométrica		3^1											
Número de Triângulos	1			27									

1- Escreva uma fórmula que relacione o número de triângulos na n-ésima iteração?

Números de triângulos:---------------------

2- Utilize a tabela construída para efetuar as seguintes operações:

Dica utilize as propriedades da potência

a) 59049 : 6561 =
b) 243 x 729 =
c) 2187 x 81=
d) 531541 : 19683=

3- Utilizando a definição de logaritmo e a tabela construída, preencha a tabela

$\log_3$ 531 441 = ------------------	O logaritmo de 81 na base 3 é -------------
O logaritmo de 177 147 na base 3 é ----------	$\log_3$ 6 561 = ------------
$\log_3$ 729 = -----------	O logaritmo de 3 na base 3 é -----------

4- Calcule o valor de x , aplicando a definição de logaritmo:

a) $\log_5$ 625 = x   b) $\log_2$ 128 = x

Aula 2 : Propriedades do logaritmo e escala apropriada para a medição de um terremoto. (100 minutos)

Vamos assistir agora ao vídeo “ Terremoto brasileiro”. Preste atenção e faça as anotações para a leitura de imagem.
O que você viu?
O que você ouviu?
O que você sentiu?
O que mais lhe chamou a atenção?

Os logaritmos possuem diversas propriedades que facilitam o tratamento de números grandes. Três delas são:

$$\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b$$

$$\log_c\left(\frac{a}{b}\right) = \log_c a - \log_c b$$

$$\log_c(a^b) = b\log_c a$$

Você lembra da propriedade da multiplicação de potências de mesma base? $a^x . a^y = a^{x+y}$

Dessa propriedade surge uma propriedade importante dos logaritmos:

1ª propriedade: logaritmo de um produto

Complete o exemplo abaixo:
$\log_2 (4. 8) = \log_2 (2^{\_\_} . 2^{\_\_}) = \log_2 2^{\_\_ + \_\_}$ = ----- + ----- = ------- (I)

$\log_2 4 + \log_2 8 = \log_2 2^{\_\_} + \log_2 2^{\_\_}$ = -------- + -------- = --------- (II)

De (I) e (II)
Chegamos a conclusão que : $\log_2 (4. 8) = \log_2 4 + \log_2 8$

Podemos então provar que esse fato acontece para qualquer base e quaisquer dois números para os quais existam logaritmos envolvidos.

$$\log_a b \cdot c = \log_a b + \log_a c$$

Complete os espaços em branco

Seja $x = \log_a b$ e $y = \log_a c$.

Aplicando a definição de logaritmo temos: ____________ e ____________.

Substituindo em $\log_a b \cdot c$ temos:

$\log_a b \cdot c = \log_a \quad \cdot a^y = \log_a a$

Como $\log_a b \cdot c = \log_a a^{x+y} =$ __________ $= \log_a b + \log_a c$.

Conclusão: Numa mesma base, o logaritmo do produto de dois números positivos é igual à ------------------ dos logaritmos de cada um desses números.

Agora é com você:

Sabendo que $\log_5 2 = 0{,}43$ e $\log_5 3 = 0{,}68$ (Esses valores são aproximados), calcule:

$\log_5 6 = \log_5$ (------- . -------)   = $\log_5$ ------ + $\log_5$ ----- = --------- + -------- = ----------

2ª propriedade: logaritmo de um quociente

Você lembra da propriedade da divisão de potências de mesma base? $a^x : a^y = a^{x-y}$

Dessa propriedade surge outra propriedade importante dos logaritmos.

Complete o exemplo abaixo:
$\log_2$ (16 : 4) = $\log_2 2^{—}$: log $2^{—}$ = $\log_2 2^{— – —}$ = ------ - ------- = -----------   (I)
$\log_2 16 - \log_2 4 = \log_2 2^{—}$ - $\log_2 2^{—}$ = ------ - ------- = ----------   (II)

De (I) e (II) tiramos que $\log_2 (16 : 4) = \log_2 16 - \log_2 4$

Podemos então provar que esse fato acontece para qualquer base e quaisquer dois números para os quais existam logaritmos envolvidos.

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

Complete os espaços em branco para demonstrar essa propriedade:

Seja $x = \log_a b$ e $y = \log_a c$.

Aplicando a definição de logaritmos temos: ---------------   e -------------------

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a \left(\frac{a^x}{a^y}\right) = \log_a a^{x-y} = x - y = \log_a b - \log_a c$$

O que conclui a demonstração.

Conclusão: Numa mesma base, o logaritmo do quociente de dois números positivos é igual à ---------------- entre os logaritmos desses números

Agora é com você:
Sabendo que $\log_5 2 = 0{,}43$ e $\log_5 3 = 0{,}68$, calcule:
$\log_5 2 : 3 = \log_5$ ---- - $\log_5$ ---- = ------ - ------ = ---------

3ª Propriedade: logaritmo de uma potência

Você lembra da propriedade da potência de uma potência? $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$

Dessa propriedade surge outra propriedade importante dos logaritmos.

Complete o exemplo abaixo:
$\log_2 7^3 = \log_2$ (---- . ---- . ----) = $\log_2 7$. -------- . -------- = ------. $\log_2 7$

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

Complete os espaços em branco para demonstrar essa propriedade:
Seja $x = \log_a b$

Aplicando a definição de logaritmo, temos -------------------------

Substituindo em $\log_a b^n$ segue que:

$$\log_a b^n = \log_a (a^x)^n = \log_a a \quad = x \cdot n = n \cdot x = n \cdot \log_a b$$

Conclusão: Numa mesma base positiva, o logaritmo de uma potência é igual ao ------------------------ do expoente pelo logaritmo da base da potência

Agora é com você :

Sabendo que $\log_5 2 = 0,43$ e $\log_5 3 = 0,68$, calcule :

$\log_5 8 = \log_5 2^{\text{—}}$ = ----- $\log_5 2$ = ------ . ------- = ----------

Vamos agora voltar ao filme “Terremoto brasileiro”.

No vídeo “Terremoto brasileiro” é apresentado como se mede a magnitude dos tremores e a escala usual adotada para essa medição. Qual o nome dessa escala?-----------------------
Qual é a base do logaritmo dessa escala?-------------------

A escala Richter, utilizada para medir a magnitude dos terremotos, é baseada nos logaritmos de base 10. As medidas das intensidades de terremotos crescem exponencialmente. Isso significa dizer que se x é a magnitude de um terremoto, então a intensidade é de $Y = 10^x$.

Complete a tabela abaixo:

Série geradora números naturais	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Série geométrica	$10^{\text{—}}$	10^1								
Potência	1									

Vimos no vídeo como fica a utilização do logaritmo para construir a Escala Richter, a saber, que cada grau dessa escala corresponde ao expoente ao qual o número 10 é.

Responda:

Um tremor de 5 pontos na Escala Richter tem uma magnitude de quantas vezes que um tremor de 4 pontos?---

Essa escala varia de 0 a 10, porém pode atingir valores ainda maiores, embora até hoje não se tenha notícia de registros de tais abalos.

Os logaritmos podem ter várias bases, mas a base decimal (base 10) é a mais frequente. Sendo assim, é comum representarmos um logaritmo decimal sem explicitarmos a base. Isto é, representamos $\log_{10} x$ como sendo $\log x$.

Colégio Estadual Liddy Mignone Atividades de Matemática para Avaliação

Conteúdo 1º Bimestre Função Logarítmica 2º Ano Ensino Médio Noturno Data: ------/------/------

Aluno (a):-- Professora: Carmen Beatriz

1- Observe a tabela com os efeitos causados pelos terremotos:

Descrição	Magnitude	Efeitos	Frequência
Micro	< 2,0	Micro tremor de terra, não se sente.	~ 8000 por dia
Muito pequeno	2,0-2,9	Geralmente não se sente mas é detectado/registado.	~1000 por dia
Pequeno	3,0-3,9	Freqüentemente sentido mas raramente causa danos.	~49000 por ano
Ligeiro	4,0-4,9	Tremor notório de objetos no interior de habitações, ruídos de choque entre objetos. Danos importantes pouco comuns.	~ 6200 por ano
Moderado	5,0-5,9	Pode causar danos maiores em edifícios mal concebidos em zonas restritas. Provoca danos ligeiros nos edifícios bem construídos.	800 por ano
Forte	6,0-6,9	Pode ser destruidor em zonas num raio de até 180 quilômetros em áreas habitadas.	120 por ano
Grande	7,0-7,9	Pode provocar danos graves em zonas mais vastas.	18 por ano
Importante	8,0-8,9	Pode causar danos sérios em zonas num raio de centenas de quilômetros.	1 por ano
Excepcional	9,0-9,9	Devasta zonas num raio de milhares de quilômetros.	1 a cada 20 anos
Extremo	> 10,0	Nunca registrado.	Extremamente raro (Desconhecido)

Como podemos calcular a magnitude de um terremoto? Para isso, utilizamos a fórmula :

$$M_S = 3{,}30 + \log_{10}(A \,.\, f)$$

Nessa formula, M_S representa a magnitude local, A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo e f representa a frequência da onda.

Sismógrafo

É um aparelho que os cientistas usam para medir terremotos. O objetivo de um sismógrafo é gravar com exatidão o movimento do chão durante um terremoto. Ele contém uma agulha extremamente sensível a trepidações que registra as vibrações do solo numa folha de papel contínua.

Saiba Mais

A unidade utilizada para descrever a amplitude das ondas registradas pelo sismógrafo é o micrômetro (μm). A unidade utilizada para descrever as frequências é o Hertz (Hz).

Atenção! Acaba de acontecer um terremoto. Os sismógrafos marcaram ondas com amplitude de 1000 μm e frequência de 0,1 Hz.

Vamos calcular a magnitude desse terremoto !

A fórmula $M_S = 3{,}30 + \log_{10}(A \,.\, f)$, dará essa magnitude.

Agora é com você:

Substitua os valores da amplitude 1000 μm e da frequência 0,1 Hz na fórmula :

$$M_S = 3{,}30 + \log_{10}(A \,.\, f)$$

Cálculos:

Observe a tabela e responda qual a magnitude desse terremoto?---

----

Colégio Estadual Liddy Mignone Atividades de Matemática para Avaliação

Conteúdo 1º Bimestre Função Logarítmica 2º Ano Ensino Médio Noturno Data: ------/------/------

Aluno (a):--- Professora: Carmen Beatriz

2- Considere que log 2 = 0,30 e que log 3 = 0,47 (Esses valores são aproximados). Determine o valor dos logaritmos abaixo. Não esqueça de utilizar a definição e as propriedades de logaritmos que aprendemos.

a) log 4 =

b) log 9 =

c) log 12=

d) log 20 =

e) log 2/3=

f) log 3/2 =

g) log 10/3 =

FONTES DE PESQUISA:

RIBEIRO, JACKSON. ***Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia 1****, Ensino Médio. São Paulo: Editora Scipione, 2010.*

ROTEIRO DE AÇÃO1. ***Fractais e os logaritmos*** *. Rio de Janeiro: Projeto SEEDUC da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro.*

ROTEIRO DE AÇÃO5. ***A função logarítmica em problemas significativos****.Rio de Janeiro: Projeto SEEDUC da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro.*

ENDEREÇOS ELETRÔNICOS ACESSADOS

http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1050 . Acesso em : 9 fev 2014.

http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1182. Acesso em: 9 fev 2014.

http://cejarj.cecierj.edu.br/pdf_mod3/matematica/Unid1_MAT_Matematica_Mod_3_Vol_1.pdf. Acesso em: 09 fev 2014.