

Curso de Formação Continuada
CECIERJ/CEDERJ

MATEMÁTICA

Plano de Trabalho
Geometria Espacial

2ºANO / 1ºBIMESTRE

Aluna: Adriana de Souza Lima
Tutor: Edeson dos Anjos Silva/**Grupo 2**

Sumário

1.Introdução	3
2.Desenvolvimento	4
2.1.Atividade 1	4
2.2.Atividade 2	5
2.3.Atividade 3	6
2.4.Atividade 4	10
2.5.Atividade 5	14
2.6.Atividade 6	18
3.Avaliação	21
4.Referências Bibliográficas	22

PLANO DE TRABALHO

Geometria Espacial

1.Introdução

O trabalho com Geometria requer sensibilidade e principalmente, compreensão. Cabe ao professor entender e aceitar as lacunas de saber que há na bagagem Geométrica de nossos alunos. Entender e aceitar que o problema existe para a partir daí implementar estratégias e planos que dêem conta ou minimizem essa defasagem de aprendizagem.

Devemos refletir sim, mas no momento em que recebemos um aluno no Ensino Médio com grandes dificuldades em relação aos conceitos geométricos, não nos cabe julgar se a escola A ou B, ou se este ou aquele professor cumpriu com sua responsabilidade de construir os alicerces do conhecimento geométrico. O importante é resolver o problema.

Este plano reflete a realidade da minha turma de 2º ano, onde poucos alunos tiveram contato com figuras planas ou sólidos geométricos no espaço formal da sala de aula. Em que elementos e conceitos básicos que já deveriam ter sido construídos e consolidados não fazem parte do seu conhecer Geométrico.

Em função do exposto aqui, está a necessidade de se trabalhar alguns tópicos de Geometria Plana neste momento de Introdução à Geometria Espacial.

Recursos e Material Pedagógico

No presente Plano de Trabalho, utilizei-me de vários livros didáticos e adaptei atividades do Roteiro de Ação 3, CECIERJ.

Todo material utilizado estará devidamente referenciado ao final desta apresentação. Vale também ressaltar que não disponho de recursos tecnológicos que possam apoiar minha prática pedagógica, sejam eles sala de informática ou mesmo um aparelho de TV. Por isso, tesoura, papel e cola são meus principais recursos no ensino da Geometria.

2.Desenvolvimento

Este trabalho leva em consideração a objetividade com que deve ser tratado o tema nas turmas regulares noturnas. Não se ignorando as limitações dos alunos em função de suas dificuldades com geometria e do cansaço, após um longo dia de trabalho.

Matemática tem uma maneira de levar-nos pela mão

e não apenas conduzir-nos no caminho da razão.

(Pitágoras)

2.1- ATIVIDADE 1

Colocando a mão na massa

Planificações

Construções de Sólidos Geométricos

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Geometria das embalagens.

Objetivo: Planificação e montagem de sólidos geométricos.

Pré-requisitos: Reconhecimento e identificação de figuras planas.

Trabalho individual

1. Trazer para a sala de aula caixas de embalagens usadas no dia-a-dia, como caixas de creme de dental, de perfumes, celulares, bombons,...

Obs.:(Costumo reunir e levar caixas para os alunos que esquecerem, também peço aos alunos que se tiverem mais de uma embalagem em casa que também as tragam. Geralmente conseguimos reunir embalagens que até sobram).

2. Na sala de aula, peço que os alunos apresentem as embalagens escolhidas por cada um, aos colegas da turma e tentem nomear seus sólidos geométricos.

3. Após a apresentação, peço que cada um corte nas “dobras” cuidadosamente de forma a abrir o sólido sem tirar nenhum pedaço.

4. Peço que observem como é o “molde” (planificação) do sólido que abriram e contornando o molde, desenhem-no em folha de papel A4. Imaginando que outra pessoa vá montar aquele molde, que um número necessário de informações de dobras e abas sejam fornecidos.

5. Recolho os “moldes” desenhados no papel e distribuo a outros alunos sem a caixa que serviu de modelo. Peço que tentem montar o sólido.

6. Caso algum aluno não consiga montar, identifico a pessoa que fez o “molde” e peço que ajude o colega.

Este é sempre um exercício muito interessante de troca de informações e conta com a participação e empenho de todos.

2.2- ATIVIDADE 2

Planificações

Construções de Sólidos Geométricos

Duração prevista: 50 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Geometria – Planificações e Construções de sólidos geométricos

Objetivo: Identificação, reconhecimento e associação da planificação com seu sólido.

Pré-requisitos: Reconhecimento e identificação de figuras planas.

Trabalho em dupla

Cada dupla receberá uma planificação a seguir discriminada:

- pirâmide de base triangular / tetraedro;
- pirâmide de base quadrangular;

- cubo;
- prisma triangular;
- prisma retangular;
- cilindro;
- cone.

Ao receber as planificações, os alunos tentarão associar a planificação recebida com um sólido geométrico, montá-lo e apresentá-lo à turma usando (ou tentando usar) seus nomes corretos e suas características.

2.3- ATIVIDADE 3

Definição e características

Ângulos

Duração prevista: 50 minutos

Área de conhecimento: Matemática

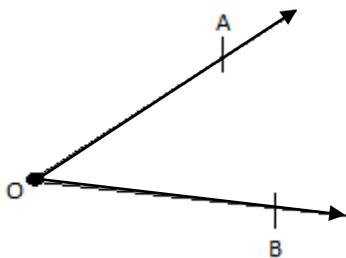
Assunto: Geometria e seus elementos - Ângulos.

Objetivo: Definir e apresentar características dos ângulos.

Pré-requisitos: Conceito intuitivo de ângulo.

Ângulos

Ângulos é a região formada por duas semi-retas de mesma origem.



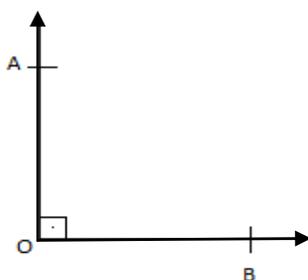
$\hat{A}OB \rightarrow$ lê-se: ângulo AOB.

O ponto O é chamado de vértice do ângulo AOB.

1. **Ângulos Congruentes**: dois ângulos de medidas iguais são chamados de ângulos congruentes.
2. **Medidas de um ângulo**: um ângulo pode ser medido em graus. O grau possui dois submúltiplos: o minuto e o segundo.
 - $1^\circ = 60'$ (1 grau = 60 minutos)
 - $1' = 60''$ (1 minuto = 60 segundos)

Ângulos Notáveis

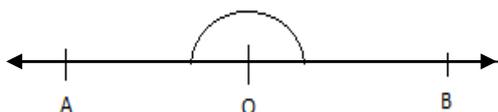
- **Ângulo reto**: possui 90° .



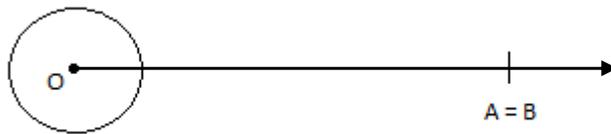
$$m(\hat{A}OB) = 90^\circ$$

- **Ângulo raso**: possui 180° (meia volta).

$$m(\hat{A}OB) = 180^\circ$$

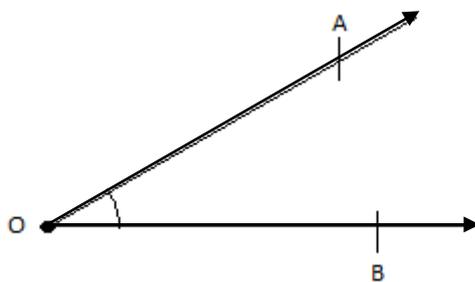


- **Ângulo completo**: possui 360° (volta inteira).



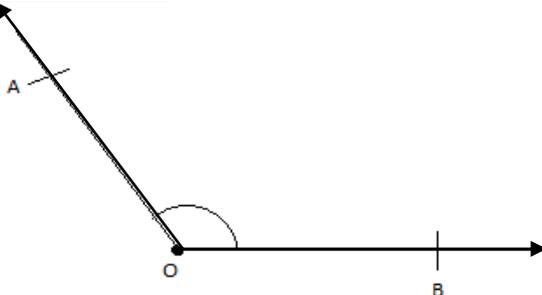
➤ Dependendo da medida ou posição os ângulos podem ser:

- **Ângulo agudo**: mede entre 0° e 90° .



$$0^\circ < m(\hat{A}\hat{O}\hat{B}) < 90^\circ$$

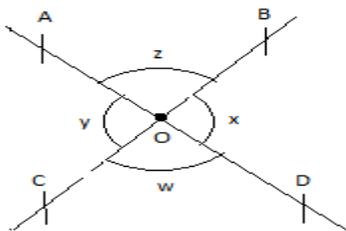
- **Ângulo obtuso**: mede entre 90° e 180° .



$$90^\circ < m(\hat{A}\hat{O}\hat{B}) < 180^\circ$$

- **Ângulos complementares**: dois ângulos são chamados complementares se a soma de suas medidas é igual a 90° .
Ex: o complemento de 40° é 50° ($40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$).
- **Ângulos suplementares**: dois ângulos são chamados suplementares se a soma de suas medidas é igual a 180° .
Ex: o suplemento de 127° é 53° ($127^\circ + 53^\circ = 180^\circ$)

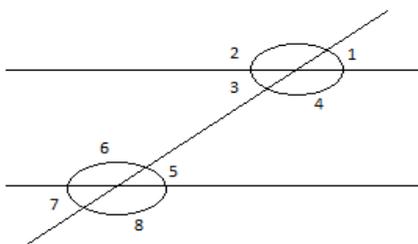
- **Ângulos opostos pelo vértice(o.p.v.):** duas retas concorrentes determinam dois pares de ângulos chamados opostos pelo vértice(o.p.v.).



$\hat{A}\hat{O}\hat{B}$ e $\hat{C}\hat{O}\hat{D}$ são o.p.v.
 $\hat{A}\hat{O}\hat{C}$ e $\hat{B}\hat{O}\hat{D}$ são o.p.v.

Obs: Os ângulos o.p.v. são congruentes. Assim, na figura, temos $x = y$ e $z = w$.

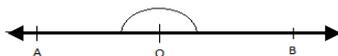
- **Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal:**



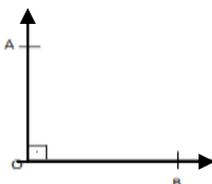
Nomenclatura	Propriedades
Correspondentes 1 e 5; 2 e 6; 3 e 7; 4 e 8	Congruentes
Colaterais internos 4 e 5; 3 e 6	Suplementares
Colaterais externos 1 e 8; 2 e 7	Suplementares
Alternos internos 4 e 6; 3 e 5	Congruentes
Alternos externos 1 e 7; 2 e 8	Congruentes

1. Identifique os ângulos:

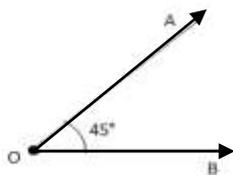
a)



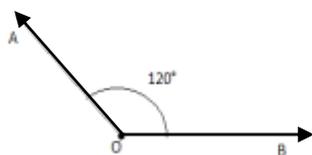
b)



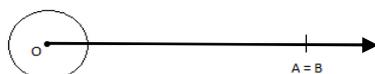
c)



d)



e)



2. Determine o complemento dos ângulos abaixo:

- a) 10°
- b) 54°
- c) 35°
- d) 27°

3. Determine o suplemento dos ângulos abaixo:

- a) 10°
- b) 54°
- c) 35°
- d) 27°

2.4- ATIVIDADE 4

Trabalho individual

Trabalho em dupla

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

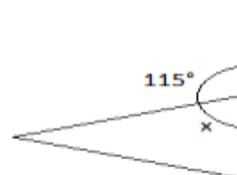
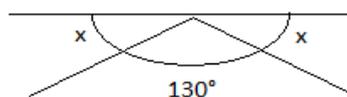
Assunto: Geometria – Ângulos e suas características.

Objetivo: Trabalhar o conceito de ângulo e suas características.

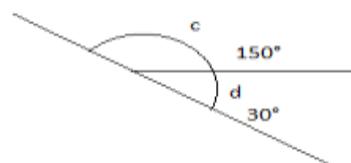
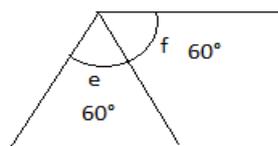
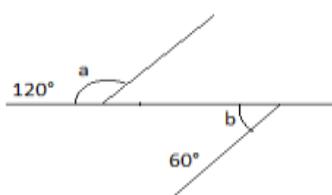
Pré-requisitos: Conceito de ângulo.

Trabalho individual

1. Determine o x em cada figura:

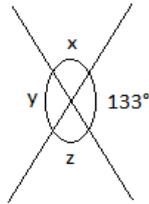
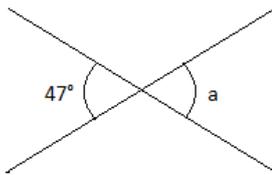


2. Considerando as medidas e as posições dos ângulos, responda:



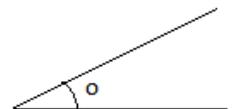
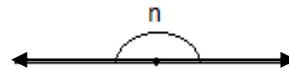
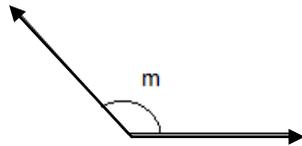
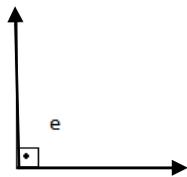
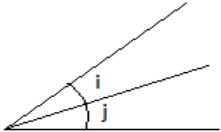
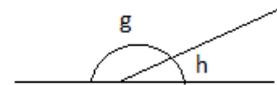
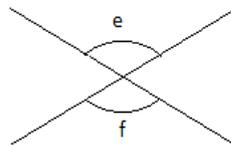
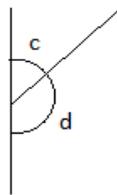
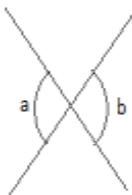
- Quais ângulos são adjacentes mas não são suplementares ?
- Quais são suplementares mas não são adjacentes ?
- Quais são adjacentes e suplementares ?

3. Descubra o valor das letras:



4. Se \hat{a} e \hat{o} são opostos pelo vértice e \hat{a} mede 75° , quanto mede \hat{o} ?

5. Que nomes podemos dar aos ângulos:



Trabalho em dupla

1. Determine as medidas de: (r e s são //)

$x =$

$y =$

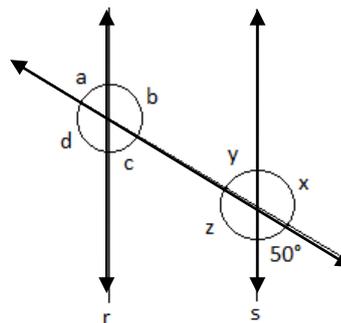
$z =$

$a =$

$b =$

$c =$

$d =$

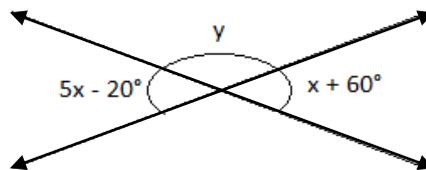


2. No exercício anterior identifique os ângulos:
correspondentes:

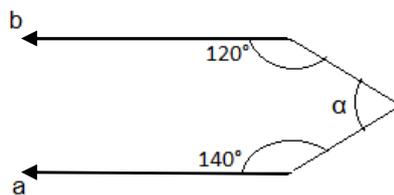
colaterais internos:
 colaterais externos:
 alternos internos:
 alternos externos:

3. Qual é a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 12:20 h ?

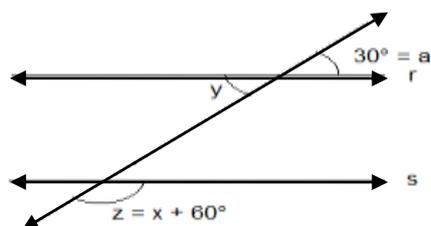
4. Na figura, o valor do ângulo y vale:



5. Sendo $a \parallel b$, então o valor de α é:



6. Sendo $r \parallel s$, calcule as medidas dos ângulos y e z :



2.5- ATIVIDADE 5

Triângulos

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Geometria – Triângulos.

Objetivo: Definir e apresentar características dos triângulos.

Pré-requisitos: Conceito intuitivo de triângulo.

Triângulos

São polígonos com o menor número lados e são os mais simples, uma vez que todos os demais polígonos podem ser decompostos em triângulos.

Condições de existência de um triângulo:

“ Em qualquer triângulo, a medida de cada lado é menor que a soma das medidas dos outros dois”.

ex₁: Um triângulo pode ter lados iguais a 3 cm, 4 cm e 5 cm.

$$3 < 4 + 5, \text{ logo } 3\text{cm} < 9\text{ cm}$$

$$4 < 3 + 5, \text{ logo } 4\text{ cm} < 8\text{ cm}$$

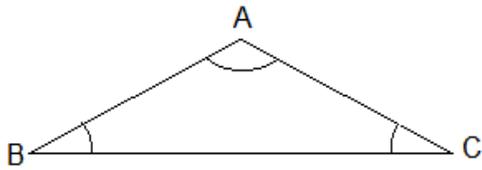
$$5 < 3 + 4, \text{ logo } 5\text{ cm} < 7\text{ cm}$$

ex₂: Não podemos formar um triângulo cujos lados medem 2 cm, 3 cm e 6 cm.

$$6\text{ cm} > 2 + 3, \text{ logo } 6\text{ cm} > 5\text{ cm}$$

➤ Teorema

“ A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre igual a 180° .”

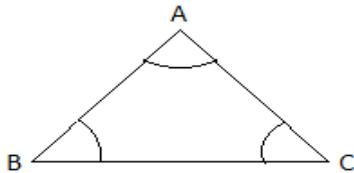


$$A + B + C = 180^\circ$$

➤ Classificação dos triângulos

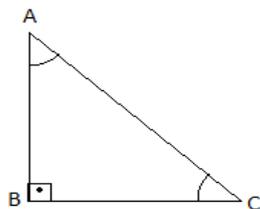
❖ Os triângulos quanto aos ângulos :

1. Acutângulo: todos os ângulos são agudos.



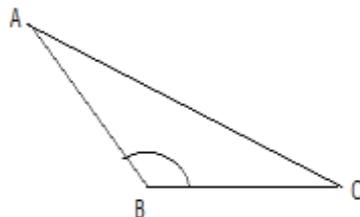
$$A < 90^\circ, B < 90^\circ, C < 90^\circ$$

2. Retângulo: possui um ângulo reto. O lado oposto ao ângulo reto é a hipotenusa e os outros lados são os catetos.



$$\begin{aligned} \overline{B} &= 90^\circ \\ \overline{AC} &= \text{hipotenusa} \\ \overline{AB} \text{ e } \overline{BC} &= \text{catetos} \end{aligned}$$

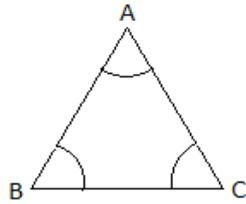
3. Obtusângulo: possui um ângulo obtuso.



$$B > 90^\circ$$

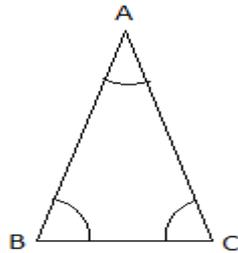
❖ Os triângulos quanto aos lados:

1. Equilátero:



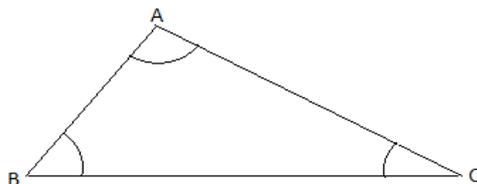
- Os três lados possuem a mesma medida: $m(\overline{AB}) = m(\overline{BC}) = m(\overline{AC})$
- Os três ângulos são congruentes: $A = B = C = 60^\circ$

2. Isósceles:



- Possui dois lados congruentes: $m(\overline{AB}) = m(\overline{AC})$
- O ângulo formado pelos lados congruentes é chamado de ângulo do vértice (\hat{A}).
- O lado oposto ao ângulo do vértice é chamado de base do triângulo (\overline{BC}).
- Os ângulos da base são congruentes $B = C$.

3. Escaleno:

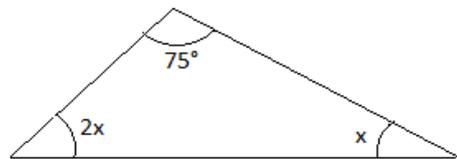


- Os três lados possuem medidas diferentes.
- Os três ângulos internos são diferentes.

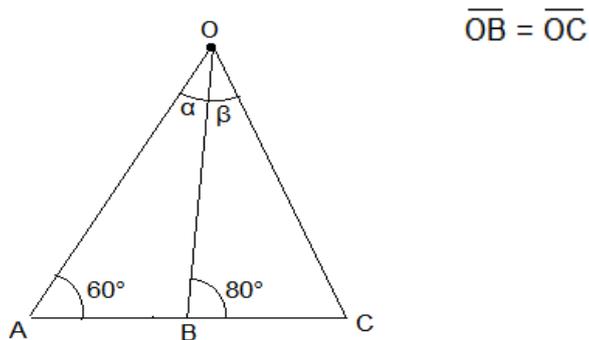
1. Resolva os problemas a seguir:

- a) Em um triângulo isósceles ABC, um dos ângulos de base mede 50° .
Determine as medidas dos outros ângulos.

- b) Calcular a medida de x na figura:



- c) Quanto medem α e β na figura abaixo:



2.6- ATIVIDADE 6

TRABALHO EM DUPLA

Aplicação de Conceitos

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

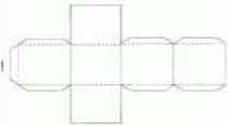
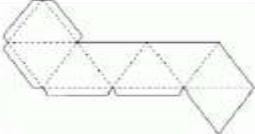
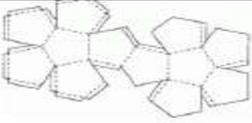
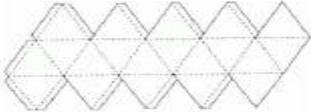
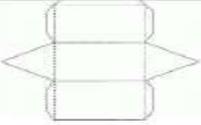
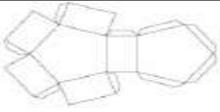
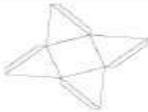
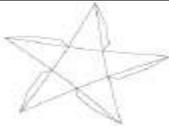
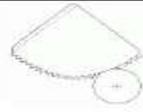
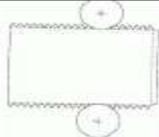
Assunto: Geometria Espacial – Trabalho individual e em dupla

Objetivo: Desenvolver os conceitos trabalhados relacionados à Geometria espacial.

Pré-requisitos: Reconhecimento dos elementos de Geometria plana e suas características.

Baseado no conhecimento adquirido nas aulas e tarefas de Geometria Espacial, principalmente a atividade em que construímos os sólidos geométricos, responda às questões a seguir.

1. Tente completar a tabela abaixo, associando a planificação do sólido com o nome dele:

Planificação	Nome do sólido
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	

2. Observe os poliedros e complete a tabela a seguir.

Nome do Poliedro	Nome dos polígonos que compõe o poliedro	Quantidade de polígonos que compõe o poliedro
Tetraedro	Triângulos	4
Hexaedro ou Cubo		
Octaedro		
Dodecaedro		
Icosaedro		
Prisma de base triangular		
Prisma de base pentagonal		
Pirâmide de base quadrada	Quadrado e triângulo	1 quadrado e 4 triângulos
Pirâmide de base pentagonal		

Você sabia que os cinco primeiros poliedros da tabela (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro) são conhecidos como **Poliedros de Platão**?

Esses poliedros regulares e convexos são assim chamados por terem sido estudados pelo filósofo Platão por volta do século VI antes de Cristo, que os associou aos elementos da natureza.

Tetraedro: fogo

Hexaedro (cubo): terra

Octaedro: ar

Icosaedro: água

Dodecaedro: universo

3. Agora, monte com seu colega a planificação de um dos Poliedros de Platão que será fornecida pela sua professora.

(Adaptação de Roteiro de Ação 3, **Introdução à Geometria Espacial**, Curso de Aperfeiçoamento CECIERJ-2014)

3.Avaliação

A participação e a presença dos alunos nas aulas são fundamentais no seu processo de avaliação, pois na avaliação contínua os alunos são observados em sala de aula durante as aulas e na realização das tarefas, sejam individuais ou em grupo. Principalmente quando se trata de Geometria espacial e do presente plano de trabalho que prima pelo trabalho cooperativo e atividades no plano concreto.

Também serão instrumentos de avaliação, a prova bimestral, a prova do SAERJ, testes ou trabalhos, individuais ou em grupo.

Estas tarefas serão abordadas de forma a observar a aplicação dos conteúdos aprendidos para a resolução de problemas contextualizados, saber resolver problemas que envolvam a aplicação dos conceitos de Pirâmides e Cones e a capacidade do aluno de identificar situações do dia a dia que envolvam o conteúdo em estudo.

Cabe lembrar que outros recursos não foram utilizados, pois como já sinalizei, não possuímos em nossa unidade escolar sala de informática ou aparelhos de TV, DVD ou Data Show. Toda aula é embasada no quadro branco, no livro didático ou em reprodução dos exercícios em folhas copiadas.

Execução das atividades das folhas de exercícios e dos roteiros em aula e em casa	2,0 pontos
Teste bimestral (média dos testes e trabalhos aplicados no bimestre)	2,0 pontos
Prova do SAERJ	2,0 pontos
Prova bimestral	4,0 pontos
Total	10,0 pontos

4. Bibliografia

Dante, L.R. **Matemática** Vol.2, 1.ed. São Paulo: Ática, 2006.

Lopes, M.L.M.L.; Nasser, L. **Geometria na era da imagem e do movimento** – Projeto Fundão. Rio de Janeiro :Editora UFRJ, 1996.

Iezzi, G.; Dolce, O.; Degenszajn, D.; Perigo, R.; Almeida, N.; I.; Silva, F. M. **Matemática Ciência e Aplicações** Vol 2, 2. ed. – São Paulo: Atual, 2004

Lima, E.L.; Carvalho, P. C. P.; Wagner, E.; Morgado, A. C. **A Matemática do Ensino Médio** Vol. 2, 7. ed. - Rio de Janeiro : SBM, 1997.

Nasser, L.; Sant’Anna, N.P. **Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele** – Projeto Fundão. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1998.

PAIVA, M. **Matemática** Vol.2, 1.ed. São Paulo: Moderna, 2009.

Roteiros de Ação, **Introdução à Geometria Espacial**, Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2o ano do Ensino Médio – 1º bimestre/2014 – <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em março/2014.