



Matrizes e Determinantes

Matrizes e Determinantes

TAREFA 1

CURSISTA: ADONIL GONÇALVES DE CARVALHO

2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

GRUPO 1

TUTOR: ANDRÉA SILVA DE LIMA

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	3
DESENVOLVIMENTO	4
ATIVIDADE 1 – A História das Matrizes	5
ATIVIDADE 2 – Identificando as Matrizes	6
ATIVIDADE 3 – O Cotidiano X Matrizes	7
ATIVIDADE 4 – A Arte dos Determinantes	8
ATIVIDADE 5 – Matrizes Inversas	9
ATIVIDADE FINAL – Avaliação e Crítica Geral	10
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	11

INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho tem como objetivos demonstrar conceitos, propriedades e as relações das matrizes na evolução da história da civilização moderna. A ideia é apresentar como podemos identificar em quais setores da sociedade notamos o emprego dos conhecimentos de Matrizes e Determinantes. Parte desta tarefa foi facilitada pela influência que a tecnologia atual nos impulsionou para apresentações em 3 dimensões.

O Plano previsto para o 3º bimestre tem como peculiaridade, além de apresentar as notações matemáticas (simbologia), utilizar abordagens algébricas e geométricas (translações), simultaneamente, também prepara os alunos para a análise de Sistemas Lineares que será estudado no bimestre seguinte. Desta forma foi bastante oportuno ter sido apresentado logo após a introdução dos estudos com sólidos geométricos.

Estão incluídas atividades para grupos de 4 alunos nas Atividades de 2 a 4 e em duplas na Avaliação Final. Este formato tem por objetivo possibilitar a integração e a troca de conhecimentos a partir da vivência dos alunos, metodologia semelhante e bem sucedida já realizadas com turmas de Ensino Médio. Ainda com a intenção de auxiliar o desenvolvimento de competências e complementar a análise algébrica desses conceitos foram selecionados exercícios com o Excel e com o GeoGebra que exploram a aplicação de Matrizes na análise e resolução de sistemas.

Para finalizar este Plano de Trabalho estão previstas avaliações do desempenho dos alunos ao longo de todo o processo. Os trabalhos em grupo serão compostos por pesquisas qualitativas e avaliações subjetivas, no valor de 2,0 pontos cada (detalhadas nas Atividades 2, 3 e 4), valorizando a reflexão em torno da discussão de problemas contextualizados e outra, em duplas, com valor de 4,0 pontos com foco nos aspectos quantitativos (na Atividade Final). Ao término do plano, com a análise do acompanhamento das Atividades e da Avaliação Final, será possível investigar a eficácia dos métodos utilizados e verificar a necessidade de aperfeiçoar este plano.

DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento deste plano será realizado por intermédio de cinco Atividades distintas distribuídas ao longo de um período de até três semanas de aulas, adequadas ao ritmo das turmas.

Cada uma das atividades irá acontecer ao longo de aulas duplas previstas para o mesmo dia, sendo o primeiro tempo destinado aos esclarecimentos e o segundo tempo para sua execução. Os alunos serão orientados para que as faltas às atividades em grupo sejam evitadas ao máximo, tendo em vista que as aulas perdidas não poderão ser repostas.

A importância deste Plano de Trabalho é ressaltada pelo fato de que as escolas estão estimulando o uso de Novas Tecnologias na Educação, entretanto, sua implantação ainda se dá de forma descontinuada não possibilitando aos alunos uma aprendizagem de maneira mais significativa.

Dessa forma as Atividades priorizam trabalhos em pequenos grupos com o objetivo de incentivar a interação entre os alunos e possibilitar o acompanhamento individualizado da participação de cada aluno em todo o plano. Os exercícios propostos exploram além da interpretação de situações-problemas, a transformação da descrição verbal em linguagem matemática com a utilização adequada dos símbolos e sinais.

As soluções serão apresentadas pelos métodos algébricos tradicionais e confrontadas com as soluções realizadas com apoio dos programas Excel e GeoGebra.

Em particular, este plano ampliará a discussão de conhecimentos sobre Matrizes e Determinantes além dos conteúdos previstos para o Currículo Mínimo definido pelos seguintes objetivos específicos:

- Identificar e representar os diferentes tipos de matrizes.
- Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.
- Resolver problemas utilizando as operações com matrizes e a linguagem matricial.
- Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 e 3 .

ATIVIDADE 1

A História das Matrizes

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Propriedades fundamentais das Matrizes.
- **Objetivos:** Associar a história da organização de valores da sociedade com a evolução e difusão dos conhecimentos matemáticos. Identificar a importância das tabelas na atualidade. Apresentar exemplos de utilização de Matrizes.
- **Pré-requisitos:** Operações no conjunto dos Números Reais. Conhecimento básico do programa Excel.
- **Material necessário:** Notebook do professor e projetor de multimídia. Programa Excel.
- **Organização da classe:** Turma disposta em sala de aula formação de grupos de quatro alunos. Utilização do quadro branco para anotações de tópicos relevantes.
- **Descritores associados:**
H33 - Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.
- **Metodologia adotada:**

Provocar a turma com questões sobre a importância da organização dos números em nossas vidas e se seria possível imaginar viver sem tabelas. A partir de essas questões será apresentado um extrato da Aula 19 – parte 1 “Matrizes e Determinantes” com os cinco primeiros minutos.

Expor fatos históricos e histórias que poderão ajudar a compreender a origem das Matrizes e a evolução desse conhecimento. A ideia será explorar a discussão em torno das necessidades atuais das sociedades e dos benefícios trazidos pelo seu emprego.

O objetivo seguinte será organizar a turma em grupos de quatro alunos e fazer análise em diferentes tabelas apresentadas em revistas, jornais e sites esportivos. Trazer para a sala de aula exemplos cotidianos com os quais a Matemática mantém afinidades, ainda sem a preocupação com o cálculo desses valores numéricos, poderá atrair a atenção dos alunos e ajudar no desenvolvimento do Plano de Trabalho.

Nesse primeiro momento será importante verificar a experiência de vida dos alunos com diferentes grandezas e possibilitar o reconhecimento da importância e a oportunidade de se estudar esse conteúdo.

ATIVIDADE 2

Identificando as Matrizes

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Propriedades algébricas das Matrizes.
- **Objetivos:** Definir e diferenciar as Matrizes. Efetuar operações entre Matrizes. A partir do conhecimento de cada tipo de Matriz analisar quais as operações podem ser realizadas a partir da ordem de cada matriz. Utilizar o Excel para facilitar a correção dos cálculos das operações realizadas.
- **Pré-requisitos:** Operações no conjunto dos Números Reais. Confecção de tabelas e conhecimento básico do programa Excel.
- **Material necessário:** Notebook do professor e projetor de multimídia. Calculadora. Programa Excel. Lista de exercícios.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de quatro alunos, propiciando trabalho organizado e cooperativo.
- **Descritor associado:**
 - H33** - Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.
- **Metodologia adotada:**

Para esta Atividade a turma deverá utilizar o Laboratório de Informática (se disponível) ou a sala de aula. A calculadora simples (não científica) poderá ser utilizada para dar precisão aos cálculos envolvendo frações, números decimais e dízimas periódicas, pois o objetivo principal será analisar dados e resultados das operações entre Matrizes.

As tabelas passarão gradativamente incorporar as propriedades das matrizes e serão utilizadas a partir dessa Atividade com simbologia específica e propriedades inerentes a cada tipo de matriz representada.

Após a definição das principais matrizes – vídeo Aula 19 – parte 1 últimos 6 minutos, serão formulados questionamentos diferentes para cada grupo de alunos. Demonstrar que será possível transformar a descrição verbal da escrita corrente em sentenças matemáticas definidas pelo correto uso de símbolos. Os grupos também serão estimulados a responder as questões com os cálculos algébricos e análise nas tabelas.

Os resultados obtidos algebricamente serão confrontados com os resultados obtidos com a solução no programa Excel.

ATIVIDADE 3

O Cotidiano X Matrizes

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Abordagem algébrica e geométrica de Matrizes.
- **Objetivos:** Apresentar formas alternativas para apresentar as operações com Matrizes, envolvendo vetores. Introduzir o conceito geométrico das transformações Lineares e suas utilizações no cotidiano.
- **Pré-requisitos:** Conceitos algébricos e geométricos envolvendo Função Afim e Linear. Representação de retas e suas transformações no Plano Cartesiano.
- **Material necessário:** Notebook do professor e projetor de multimídia. Calculadora. Programa Excel e GeoGebra. Lista de exercícios.
- **Organização da classe:** Laboratório de Informática. Turma disposta em grupos de dois a quatro alunos, propiciando trabalho organizado e cooperativo (dependendo dos computadores disponíveis).
- **Descritores associados:**
 - H33** - Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.

- **Metodologia adotada:**

Para apresentar as possibilidades de emprego cotidiano de Matrizes iremos utilizar os exercícios contidos no site do Laboratório da UFF em <http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix-br.html>.

Para explorar a abordagem geométrica e estimar os cálculos algébricos empregando Matrizes iremos seguir os Desafios de 1 a 8. Pelo acompanhamento dos Grupos será possível identificar o conhecimento dos alunos ao longo da Atividade.

Com listas de exercícios diferentes, cada grupo irá trabalhar para a montagem de suas Matrizes e cálculos solicitados.

Na sequência iremos evoluir para o Cubo RGB e familiarizar os alunos com dados que eles se relacionam e não tinham a noção de tratar de operações entre Matrizes.

Cada exercício irá resultar numa avaliação parcial do Plano de Trabalho. Como Atividade Complementar cada grupo irá confeccionar uma pesquisa inédita sobre aplicação de Matrizes no cotidiano e inventos modernos.

Como exercício final cada grupo receberá uma mensagem codificada e uma chave para decodificá-la.

ATIVIDADE 4

A Arte dos Determinantes

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Cálculos de Determinantes de Matrizes de ordem 2 e 3.
- **Objetivos:** Identificar o valor de um Determinante. Valor algébrico e geométrico do Determinante. Resolver problemas envolvendo valores de determinantes.
- **Pré-requisitos:** Conceitos algébricos e geométricos envolvendo área de figuras planas.
- **Material necessário:** Notebook do professor e projetor de multimídia. Calculadora. Programa Excel e GeoGebra. Lista de exercícios.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de quatro alunos, propiciando trabalho organizado e cooperativo.
- **Descritores associados:**
 - H32** - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 ou 3.
- **Metodologia adotada:**

A turma irá aprofundar os conceitos de Matrizes e chegar ao cálculo do valor do Determinante. A introdução do conteúdo e as noções primitivas serão expostas na apresentação do vídeo da Aula 20 – Determinantes.

O vídeo apresenta todos os passos para o cálculo de Determinantes de matrizes de ordem 2 e 3. A partir da lista de exercícios distribuída será possível relacionar o valor e a aplicação do cálculo do determinante para a análise de solução de Sistemas Lineares e de outras aplicações com abordagens geométricas, tais como: cálculo de áreas de figuras planas a partir das coordenadas de seus vértices; a verificação de colinearidade entre três pontos; e, obtenção de equações de funções a partir de dois ou três pontos conhecidos.

Nesta Atividade, além dos cálculos algébricos com o programa Excel serão discutidas as soluções apresentadas pelo programa GeoGebra. De maneira análoga à Atividade anterior cada exercício irá resultar numa avaliação parcial do Plano de Trabalho.

ATIVIDADE 5

Matrizes Inversas

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Verificar a existência de Matriz Inversa. Cálculo de Matriz Inversa.
- **Objetivos:** Conhecer as propriedades e condições para existência de Matriz Inversa. Calcular algebricamente valor da Matriz Inversa.
- **Pré-requisitos:** Operações com Matrizes.
- **Material necessário:** Notebook do professor e projetor de multimídia. Calculadora. Programa Excel. Lista de exercícios.
- **Organização da classe:** Turma em sala de aula disposta em grupos de 2 alunos, propiciando trabalho organizado e cooperativo.
- **Descritores associados:**
 - H32** - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 ou 3.
 - H33** - Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.

- **Metodologia adotada:**

O objetivo desta Atividade é incrementar a participação individual dos alunos com a redução dos grupos para duplas. Será apresentado o vídeo da Aula 21 – Matriz Inversa (10 minutos). Serão ressaltados diferentes modos de obtenção da Matriz Inversa. A partir da análise do Determinante da Matriz original será possível iniciar as discussões da existência da sua Inversa.

Como Atividade finalizadora do Plano de Trabalho, no primeiro tempo de aula os exercícios serão resolvidos apenas com o uso do Excel e com matrizes de ordem 3. No segundo tempo será apresentado outro vídeo Aula 21 – Matriz Inversa (parte 3) – que em apenas 3 minutos irá demonstrar uma excelente regra prática para obtenção de Matriz Inversa de ordem 2.

Algumas situações-problemas adicionais, extraídas dos livros texto de DANTE e de RIBEIRO, serão apresentadas a fim de esclarecer possíveis soluções pela aplicação dos conhecimentos trabalhados até esta Atividade e farão parte da última avaliação, agora somente quantitativa que incluirá questões objetivas e subjetivas e cada dupla de alunos deverá cumprir etapas de respostas abertas e outras com ênfase na boa ordenação de ideias e rigor no uso da simbologia matemática. Ela será acompanhada durante sua realização de modo que os alunos possam ser avaliados em tempo real, para melhor entendimento do conteúdo.

ATIVIDADE FINAL

Crítica Geral

- **Duração:** 50 minutos – 1 aula.
- **Área:** Matrizes e Determinantes.
- **Objetivos:** Finalizar o processo de avaliação do plano de Trabalho e encerrar este ciclo de Atividades.
- **Pré-requisitos:** Ter participado das atividades 1 a 5 (no mínimo 3).
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de 2 alunos, propiciando identificar possíveis falhas do processo de ensino e de aprendizagem. Trabalho cooperativo com duplas selecionadas.
- **Metodologia adotada:**

Esta avaliação não influenciará na nota do aluno, PESO ZERO, e terá como foco a metodologia utilizada com ênfase na visão dos alunos sobre a condução das Atividades 1 a 5. O objetivo será analisar a alternância de ambientes trabalhando com vídeos, com os programas Excel e GeoGebra e atividades formais que incluíram cálculos algébricos.

Avaliar quais foram as Atividades que contribuíram para aumentar o interesse pela Matemática, incrementar a participação nas aulas e o interesse dos alunos pelos conteúdos estudados. Dessa análise será possível identificar quais os pontos fortes que deverão ser estimulados em outras Atividades e quais foram os pontos fracos que necessitarão ser reformulados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações – vol. 2** – 1. ed. – São Paulo: Ática, 2012.

HOHENWARTER, Markus; BORCHERDS, Michael. **GeoGebra – software livre de Matemática dinâmica**. Disponível em: <http://www.geogebra.org/cms/pt_BR>. Acesso em 18 abr. 2011.

LIMA, Elon Lages, et al. **A Matemática do Ensino Médio – vol. 3** – 6. ed. - Rio de Janeiro: SBM, 2006.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática: ciência, linguagem e tecnologia–vol. 2** – 1.ed. – São Paulo: Scipione, 2011.

ROTEIROS DE AÇÃO – **Matrizes e Determinantes** – Curso de Aperfeiçoamento – CECIERJ – 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2013 – Disponível em: <<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/>>. Acesso em 09 Ago. 2013.

SITES RELACIONADOS COM O PLANO DE TRABALHO

Matrizes e Determinantes –
Aula 19 . Disponível em <<http://www.youtube.com/watch?v=sw18GQESKpA>>. Acesso em 20 ago2013

Matrizes e Determinantes –
Aula 20 . Disponível em <<http://www.youtube.com/watch?v=SUbr6zyPkLA>>. Acesso em 20 ago2013

Matrizes e Determinantes –
Aula 21 . Disponível em <<http://www.youtube.com/watch?v=EFn8guBXqCk>> . Acesso em 20 ago2013.

Matrizes e Imagens Digitais. Disponível em <<http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix-br.html>>. Acesso em 18 ago 2013.