

FORMAÇÃO CONTINUADA

PIRÂMIDES E CONES

ANA CRISTINA DA SILVA FERREIRA

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO ESTADUAL PADRE MANUEL DA NÓBREGA

PROFESSORA ANA CRISTINA DA SILVA FERREIRA

MATRÍCULA: 827293.2

SÉRIE: 2º ANO DO ENSINO MÉDIO

TUTOR (A): EDESON DOS ANJOS SILVA

SUMÁRIO

I- Introdução

II- Desenvolvimento

Roteiro de Ação 1

Roteiro de Ação 2

Roteiro de Ação 3

Roteiro de Ação 4

III- Avaliação

IV- Referências Bibliográficas

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ

COLÉGIO ESTADUAL PADRE MANUEL DA NÓBREGA

PROFESSORA ANA CRISTINA DA SILVA FERREIRA

MATRÍCULA: 827293.2

SÉRIE: 2º ANO DO ENSINO MÉDIO

TUTOR (A): EDESON DOS ANJOS SILVA

PLANO DE TRABALHO SOBRE PIRÂMIDES E CONES

(Ana Cristina da Silva Ferreira)

(cristinabicho@hotmail.com)

I - Introdução

O trabalho tem como objetivo desenvolver um planejamento de ensino com o conteúdo de pirâmides e cones, baseado na problematização e também na contextualização, na crítica dos resultados obtidos em comparação com os dados iniciais do problema e no constante direcionamento para o pensamento independente do aluno.

Trabalhar geometria a partir de situações mais próximas à realidade do aluno pode torná-la bem mais interessante .

Serão utilizadas planificações da pirâmide e do cone para melhor visualizar seus elementos tais como faces, arestas e vértices e o cálculo de áreas.

Também, através de experiências práticas, demonstraremos as fórmulas de volume.

Como suporte utilizamos, além do livro didático, ferramentas tecnológicas e outros recursos de forma a tornar a aprendizagem, por parte dos alunos, mais significativa.

Roteiro de Ação 1 – Apresentando Pirâmide e Cone

Duração: 60 minutos

Área de Conhecimento: Matemática

Assunto: Geometria Espacial - Pirâmides e cones

Objetivos: Manipular diferentes pirâmides e cones, através de seus formatos

Pré-requisitos: Não há.

.

Material didático: objetos e imagens no formato de pirâmide e cone

Organização da classe: Em duplas para troca de conhecimentos e ideias.

Descritores associados:

H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

II- Desenvolvimento

Trabalharei Geometria a partir de situações mais próximas à realidade do aluno para torná-la mais significativa, facilitando sua aprendizagem.

A abordagem da Geometria no Ensino Médio é de fundamental importância, uma vez que muitas vezes é a única oportunidade que os discentes têm para aprender este conteúdo. Pois no Ensino Fundamental o ensino de geometria nem sempre atinge os objetivos propostos pelo professor.

Verificarei se os alunos dominam os pré-requisitos citados anteriormente, para que fiquem aptos para a introdução do novo conteúdo.

Iniciaremos a aula com material concreto, levando objetos com o formato de cones e pirâmides e pedindo aos alunos que reconheçam mais exemplos em seu cotidiano.

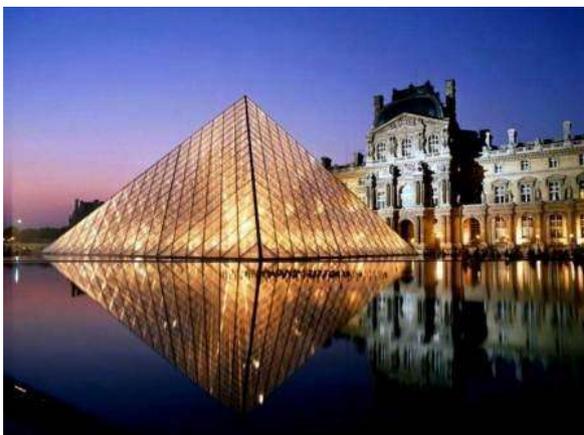
Exemplos de Cones: cones de trânsito, chapéu de aniversário, ponta de lápis, casquinhas de sorvete, entre outras.

Exemplos de Pirâmides: Pirâmides do Egito, alguns anéis e pingentes, barracas, entre outros.

Como a presença de objetos em forma de pirâmide não é fácil de ser encontrada, levarei algumas imagens com o formato desejado.

Exemplos:

Pirâmide construída em frente ao palácio que abriga o Museu do Louvre, Paris. É um antigo palácio de origem milenar e real da França, localizado na margem direita do rio Sena.(Figura 1)



(Figura 1)

A cidade de Memphis é considerada um dos principais centros musicais dos Estados Unidos. Famosa pelo **jazz, blues e, é claro, pelo Rock 'n' Roll de Elvis Presley**. A casa onde o rei do Rock viveu e morreu, Graceland, fica em Memphis. A cidade também ficou conhecida por ser o lugar onde o líder pacifista **Martin Luther King Jr.** foi assassinado. Bem, a pirâmide ou a “**The Great American Pyramid**” está localizada às margens do rio Mississippi no centro de Memphis. É um monumento grandioso que exibe na entrada uma imponente estátua do faraó Ramsés. (Figura 2)



(Figura 2)

Pirâmide Romeu e Julieta no Jardim Botânico de Oulu na Finlândia. (Figura 3)



(Figura 3)

Roteiro de Ação 2 - Planificando

Duração: 100 minutos

Área de Conhecimento: Matemática

Assunto: Geometria Espacial - Pirâmides e cones

Objetivos: Manipular diferentes pirâmides e cones, através de suas planificações

Identificar os tipos de pirâmides

Reconhecer os elementos a pirâmide e do cone

Pré-requisitos: Não há.

.

Material didático: Folha de Atividades, tesoura e cola

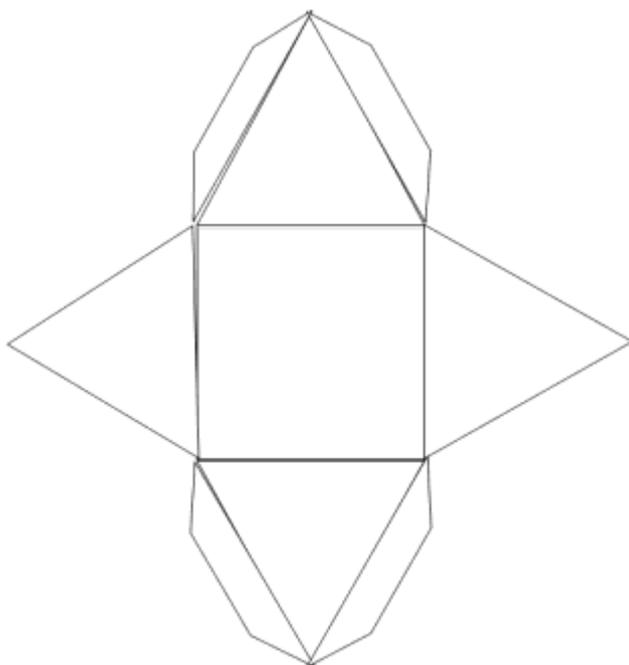
Organização da classe: Em duplas para troca de conhecimentos e ideias.

Descritores associados:

H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

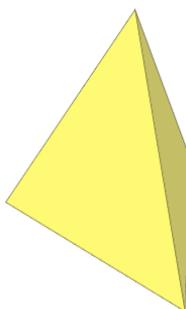
Serão distribuídas aos alunos as planificações de pirâmides de tipos distintos e de cone para fixar os conceitos de arestas, faces e vértices

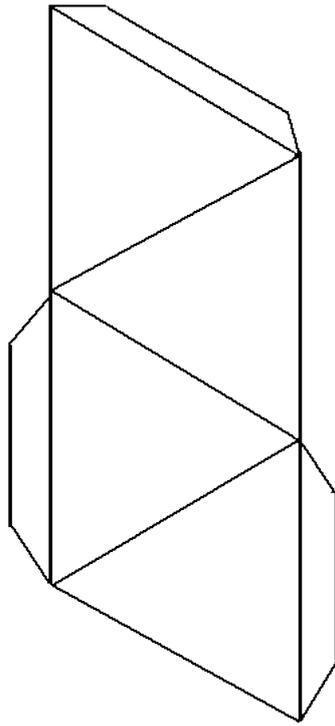
Pirâmide Quadrangular



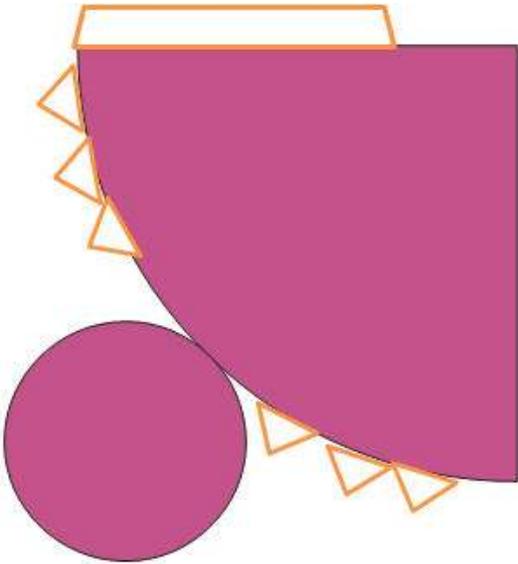
Tetraedro ou Pirâmide Triangular

TETRAEDRO - Poliedro composto de quatro faces iguais ao TRIÂNGULO EQUILÁTERO



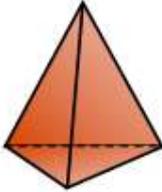


Cone

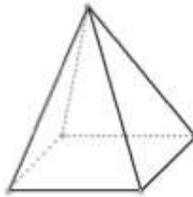


Tipos de Pirâmides

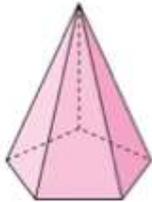
PIRÂMIDE TRIANGULAR



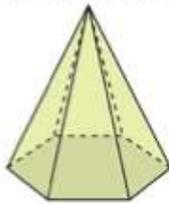
PIRÂMIDE QUADRANGULAR



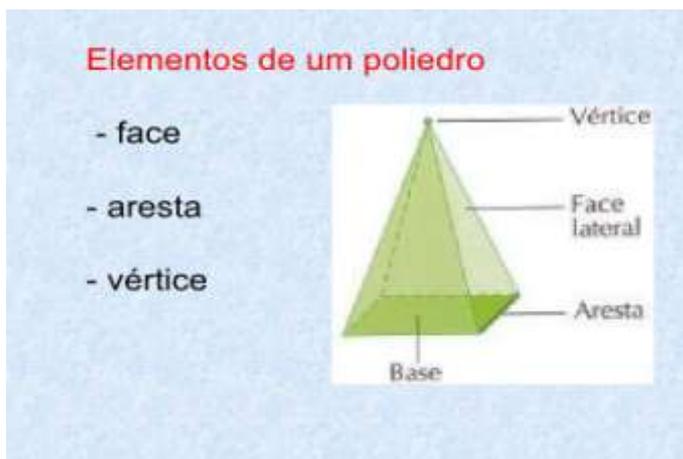
PIRÂMIDE PENTAGONAL



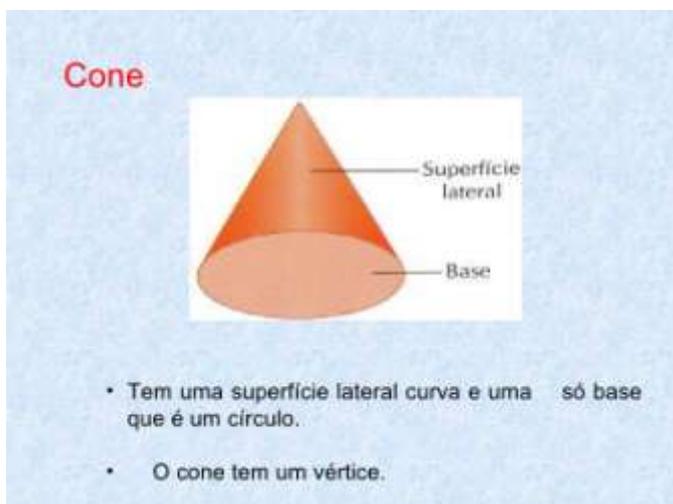
PIRÂMIDE HEXAGONAL



Elementos da Pirâmide



Elementos do Cone



Roteiro de Ação 3 - Descobrimo as áreas da pirâmide e do cone

Duração: 100 minutos

Área de Conhecimento: Matemática

Assunto: Geometria Espacial - Pirâmides e cones

Objetivos: Trabalhar o conceito de área da pirâmide e do cone

Pré-requisitos: Área das figuras planas

.

Material didático: Folha de atividades, lápis, folhas com as cópias das planificações, régua, tesoura

Organização da classe: Em duplas para troca de conhecimentos e ideias.

Descritores associados:

H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

H24 – Resolver problemas, envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera

.

O intuito deste roteiro é trabalhar com os alunos o reconhecimento e cálculo da medida da área lateral e total de pirâmides regulares e cones retos, ou seja, somente daqueles que ressaltamos no texto "Repensando". A ideia é construir estes conceitos a partir de planificações, que serão distribuídas aos grupos por você, professor. Para isso, você deverá fazer cópias das figuras que constam nos anexos. Iniciaremos a atividade, usando a planificação de uma pirâmide triangular, e em seguida uma pirâmide quadrangular, mas a proposta pode se repetir para outros tipos de pirâmides (pentagonal, hexagonal). Mais à frente, faremos o estudo com os cones.

1ª parte – Áreas da Pirâmide

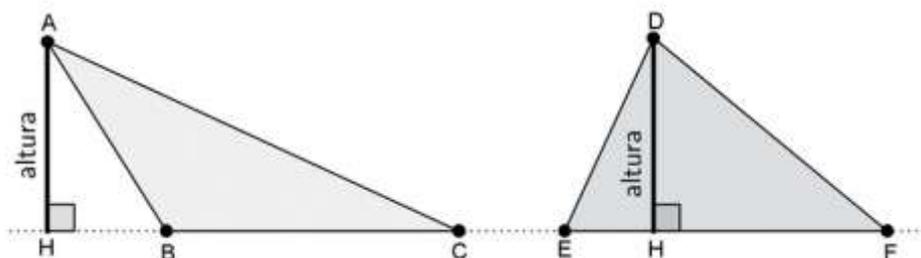
1. Observe a planificação que você recebeu de seu professor. Recorte na parte pontilhada e monte-a.
2. Que sólido geométrico você obteve após a montagem?
3. Quanto de papel seu professor deve ter utilizado apenas para construir a superfície desta pirâmide? Discuta com seu colega e dê um palpite!
4. Vamos começar, medindo a altura e a base de um dos triângulos da lateral da pirâmide triangular. Com estas informações, calcule sua área. Que valor encontrou? Compare seu resultado com os de seus colegas.

É importante que, neste primeiro momento, os alunos sejam capazes de reconhecer o sólido geométrico a partir de sua planificação, nomeando-o.

Eles podem não lembrar que a área de um triângulo é dada por $A = (bh) / 2$, onde b é a base e h é a altura.

5. Quantos triângulos congruentes compõem a lateral desta pirâmide? Então, podemos com a medida da base e da altura de um único triângulo dessa lateral calcular sua área e multiplicá-la por para obtermos a área lateral.

A altura de um triângulo retângulo é o segmento de reta perpendicular à reta suporte de um lado do triângulo com extremidades nessa reta e no vértice oposto ao lado considerado.



Triângulos Obtusângulo com altura AH Triângulo acutângulo com altura AH

Fonte: Figura Construída pelo conteudista.

6. Calcule a área lateral dessa pirâmide.

7. Meça a altura e a base do triângulo da base da pirâmide triangular e calcule sua área.
8. Agora que já sabemos qual é a área lateral da pirâmide triangular e a área de sua base, podemos determinar a área total dessa pirâmide. Desconsiderando as abas para colagem, quantos *cm*² de papel foram gastos na construção deste sólido? Este resultado está próximo de sua estimativa?

No item 5, esperamos que seus alunos percebam que a área lateral é formada pela soma das áreas dos 3 triângulos que a compõem. Já no item 7, eles deverão reconhecer que a área total é dada pela soma da área lateral com a área da base.

Base com	Pirâmide
3 lados	Triangular
4 lados	
5 Lados	
6 Lados	

10. Que tipo de pirâmide você construiu?
11. Tente calcular a área lateral da pirâmide quadrangular que você construiu. Não esqueça que ela possui 4 triângulos. Que valor você encontrou?
12. Agora é a vez de calcular a área da base da pirâmide. Para isso, você irá medir com a régua o lado do quadrado que forma esta base e em seguida, calcular a área.
13. Com os dados obtidos nos itens anteriores, preencha a tabela abaixo.

Pirâmide	Área Lateral	Área da Base	Área Total
Triangular			
Quadrangular			

14. Você seria capaz de escrever uma fórmula que represente a área total de uma pirâmide? Discuta com seu colega e registre suas conclusões.

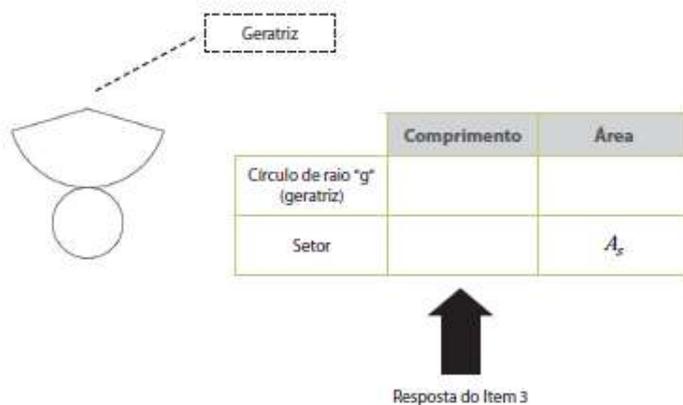
Esperamos que no item 13, seus alunos consigam concluir que a $A_t = A_l + A_b$, ou seja, a área total é dada pela soma da área lateral com a área da base. E que o cálculo dessas áreas depende do polígono da base.

2ª parte – Áreas do Cone

Talvez seja necessário aqui no início que você faça uma pequena revisão com seus alunos sobre o cálculo da área do círculo e do comprimento da circunferência. Lembre-os que a área do círculo de raio r é calculada, fazendo-se $A = \pi R^2$ e que o comprimento da circunferência de raio r é calculado, fazendo-se $C = 2 \pi R$.

1. Observe a nova planificação que você recebeu. Recorte-a e monte-a. Que sólido você construiu?

2. Que tal descobriremos quantos cm^2 de papel foram gastos na construção do cone? Mas antes, dê um palpite e compare sua resposta com a de seu colega.
3. Veja que a planificação é formada por uma base, que é um círculo, e por um setor circular. Para calcular a área de superfície dessa figura geométrica, precisamos calcular suas áreas. Que tal começarmos, calculando a área da base? Para isso, com o auxílio de uma régua, meça o raio do círculo da base que está em destaque pontilhado e calcule sua área, e seu comprimento, considerando $\pi = 314$. Que valores você encontrou? Compare com a resposta do seu colega.
4. Chegou a vez de calcularmos a área do setor circular, que chamaremos de Área Lateral. Mas antes, vamos pensar na seguinte questão: Qual é o comprimento deste setor? **Dica:** você já o calculou. Compare o antes e depois do cone montado. Leia a observação a seguir, converse com seu professor e registre o valor desse comprimento!
5. Com as informações obtidas no item 3, a medida da geratriz e uma regra de três simples, complete a tabela a seguir e encontre a área A_s do setor circular. Se tiver alguma dúvida, além do professor, a Tabela do item 6 a seguir pode lhe ajudar!



6. Repita esta conta com os dados literais constantes da Tabela a seguir e encontre uma fórmula para a área lateral de um cone com raio da base medindo r e geratriz medindo g .

	Comprimento	Área
Círculo	$2\pi R$	πR^2
Arco	C	A_s

Após usar a regra de três no item 6, o aluno deverá concluir que a área lateral é dada

por $A_l = \pi \cdot r \cdot g$ Como a área da base é $A_b = \pi r^2$ temos que

$$A_t = A_l + A_b$$

$$A_t = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2$$

$$A_t = \pi \cdot r \cdot (g + r)$$

Onde A_t é a área total do cone.

Roteiro de Ação 4 - Descobrindo os volumes da pirâmide e do cone

Duração: 100 minutos

Área de Conhecimento: Matemática

Assunto: Geometria Espacial - Pirâmides e cones

Objetivos: Trabalhar o conceito de volume da pirâmide e do cone

Resolver problemas envolvendo o cálculo do volume de pirâmides e cones.

Pré-requisitos: não há

.

Material didático: Vídeo do Telecurso 2000

Figuras montadas com as planificações

Exercícios

Organização da classe: Em duplas para troca de conhecimentos e ideias.

Descritores associados:

H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

H25 – Resolver problemas envolvendo noções de volume.

.

Para trabalhar volume da pirâmide e do cone, contarei com o auxílio do vídeo:

https://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=gAe-bmj-rIQ

Faremos as demonstrações sugeridas no vídeo para fixar as fórmulas de pirâmide e cone (usando as figuras montadas pelos alunos com as planificações)

Os alunos farão um exercício de fixação:

Exercícios

1. Uma pirâmide triangular regular tem todas as arestas iguais a 12 cm . Determine:

- a) a medida do apótema da base
- b) a medida do apótema da pirâmide
- c) área da base
- d) área total
- e) volume

2. Uma pirâmide quadrangular regular tem 8m de altura e 12 m de aresta da base. Determine:

- a) a medida do apótema da base
- b) a medida do apótema da pirâmide
- c) área lateral
- d) área da base
- e) área total
- f) volume

3. Um tetraedro regular tem aresta $a = 4$ cm. Calcule a medida do apótema da pirâmide e a área total.

4. Determine a área da base, a área total e o volume de uma pirâmide quadrangular regular, com aresta da base $a = 6$ m e altura $h = 4$ m.

5. Para um cone reto com $g = 10$ cm e $r = 6$ cm, calcule:

- a) área lateral
- b) área da base
- c) área total

- d) altura
- e) volume

6. Conhecendo a medida do raio $r = 6$ dm de um cone equilátero, obtenha:

- a) a área total
- b) a altura
- c) volume

7. Calcule a área total e o volume de um cone reto cujo raio da base mede 8 m e que tem 10m de geratriz.

8. Determine a área total e o volume de um cone reto que possui raio da base com 3 cm e altura de 4 cm.

9 Calcule a medida da geratriz do cone equilátero cuja área lateral é 8π dm².

10. Determine o volume e a área total de um cone que tem 8 cm de altura e 6 cm de raio da base.

III- Avaliação

Entendemos que o trabalho de descoberta, de pesquisa, discussão, análise, ajuda na construção do conhecimento, propiciando um interesse maior do aluno para os conteúdos a serem desenvolvidos.

Perceber que o trabalho é realizado num ambiente agradável, de diálogo e participação, alunos e professor interagindo, motiva a dar continuidade a essa metodologia em busca do aprendizado da Matemática.

Os alunos serão avaliados mediante suas anotações, participação, experimentos, trabalhos em grupo, interação com o conteúdo, bem como uma prova escrita e deverá também reconhecer pirâmide e cone, seus elementos, suas áreas e volumes.

IV- Referências Bibliográficas

Roteiro 4 – Disponível em:

<<http://projetoceeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=126>> (acessado em 09/09/2013)

Planificações – Disponível em:

<<http://www.profgarcia.xpg.com.br/planificacoes.htm>> (acessado em 09/09/2013)

Demonstrações do volume – Disponível em:

<<http://www.youtube.com/watch?v=gAe-bmj-rIQ>> (acessado em 09/09/2013)

<<http://reforcoescolar.cecierj.edu.br/ava23/mod/folder/view.php?id=246>> (acessado em 09/09/2013)