

Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Pirâmides

e

Cones

Matemática -2º ano do Ensino Médio

Plano de trabalho -3º Bimestre/2013

Tarefa 2

Cursista: Adriana Ramos da Cunha

Tutora: Susi Cristini Britto

Sumário

Introdução	2
Desenvolvimento	3
Avaliação	12
Fontes de Pesquisa	13
Anexos	
Anexo 1 – exercícios	14
Anexo 2 – exercícios	15

INTRODUÇÃO

O pensamento espacial inclui a habilidade para visualizar mentalmente objetos e relações espaciais – para girar e virar coisas em nossas mentes. Isso inclui um confronto com a descrição geométrica de objetos e suas posições. Pessoas com senso espacial apreciam formas geométricas na arte, na natureza e na arquitetura. Elas são capazes de usar ideias geométricas para descrever e analisar o mundo em que vivem.

Estudamos Pirâmides e Cones por muitos anos durante a nossa vida escolar sem saber como, quando e como utilizar, deixamos de lado como algo qualquer, coisa insignificante, passageira, não sabíamos o valor, a importância para o nosso dia a dia, pensávamos que era apenas equações, talvez por não ter um conhecimento sobre a Geometria Espacial, quando olhados por esse ponto de vista, os estudos geométricos se tornam superimportantes, sendo indispensáveis na vida cotidiana e escolar de qualquer pessoa. O pensamento espacial se desenvolve também relacionando às propostas de trabalho com a Geometria feita nas aulas de Matemática.

Para auxiliar os alunos vamos utilizar moldes das pirâmides e cones, para serem reproduzidos e montados, de modo que os alunos possam manusear essas figuras e identificarem com maior facilidade todos os seus elementos. Inicialmente é necessário ao aluno ter um conhecimento sobre arestas, faces, vértices e planos, já estudados com os prismas. No geral serão utilizados oito (8) tempos de aula para explicação e desenvolvimento da aula e dois (2) tempos para avaliação.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1: Construir e Reconhecer tipos de Pirâmides e Cones

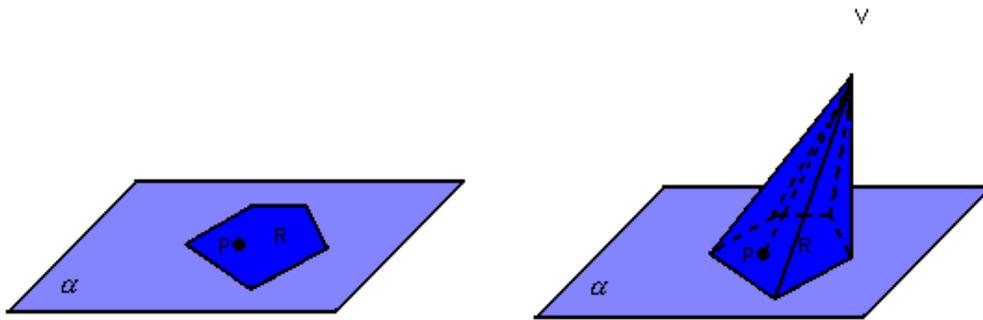
- **HABILIDADE RELACIONADA:** H07 - C3 - Reconhecer, dentre várias representações gráficas de sólidos, aquele que corresponde à uma planificação dada.
- **PRÉ-REQUISITO:** Arestas, faces, vértices e planos.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 200 minutos.
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Transferidor, régua e Data Show.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Individual.
- **OBJETIVOS:** Apresentar aos alunos os conceitos iniciais de pirâmides e cones através da planificação e identificação e seus elementos formadores. Levando os alunos a essa identificação através de métodos concretos como a montagem dessas figuras.
- **METODOLOGIA ADOTADA:**

Pirâmides:

- Apresentar um vídeo da Discovery Channel sobre as pirâmides do Egito para que os alunos possam ver a figura em sua mais famosa formação.

http://www.youtube.com/watch?v=OhpPKCK_Qgs

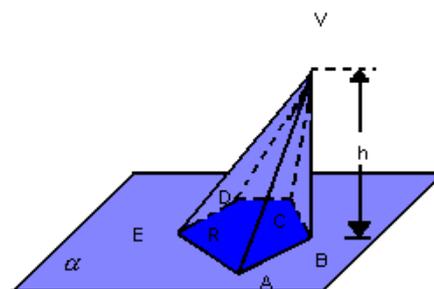
- Conversar com os alunos sobre o vídeo e mostrar as características principais da figura e seus elementos formadores, identificando que dados um polígono convexo \mathbf{R} , contido em um plano α , e um ponto \mathbf{V} (vértice) fora de α , chamamos de *pirâmide* o conjunto de todos os segmentos \overline{VP} , $P \in \mathbf{R}$.



- Planificar as pirâmides, levando para aula como atividades para os alunos moldes de algumas pirâmides e iniciar o processo de montagem dessas figuras, levando os alunos a perceberem que as faces laterais são ligadas por um único vértice e que todas essas faces se ligarão a base (que um polígono) para que a figura seja formada.



- Identificar os elementos de uma pirâmide:

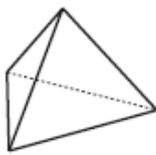


- base: o polígono convexo **R**
- arestas da base: os lados $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EA}$ do polígono
- arestas laterais: os segmentos $\overline{VA}, \overline{VB}, \overline{VC}, \overline{VD}, \overline{VE}$

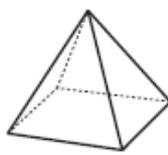
- faces laterais: os triângulos VAB, VBC, VCD, VDE, VEA
- altura: distância h do ponto V ao plano

- Classificação de uma pirâmide:

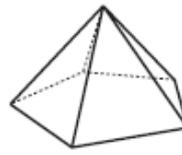
Uma pirâmide recebe denominações de acordo com o polígono que forma a sua base: é triangular se sua base é um triângulo, quadrangular se sua base é um quadrilátero, pentagonal se sua base é um pentágono etc. Assim:



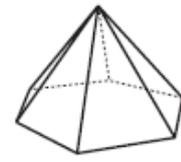
Pirâmide Triangular
(tetraedro)



Pirâmide
quadrangular



Pirâmide
Pentagonal



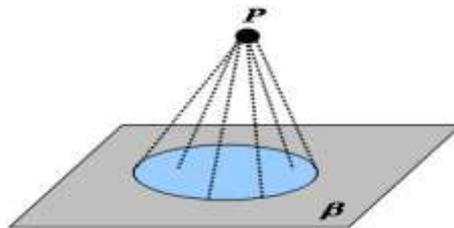
Pirâmide
hexagonal

Cones:

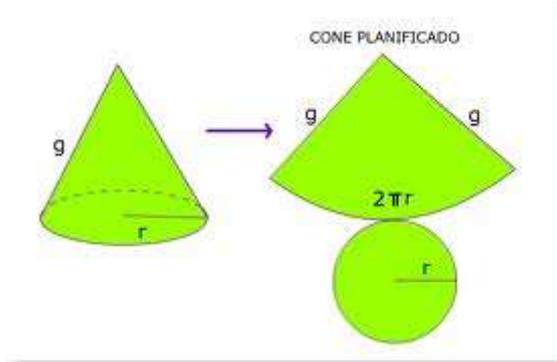
- Apresentar um vídeo divertido para introduzir o conceito de cone.

<http://www.youtube.com/watch?v=-CdYb1eAwRc>

- Definir um cone como sendo círculo de centro O e raio r , situado num plano, e um ponto P fora dele. Chama-se cone circular, ou cone, a reunião dos segmentos com uma extremidade em P e a outra em um ponto do círculo.

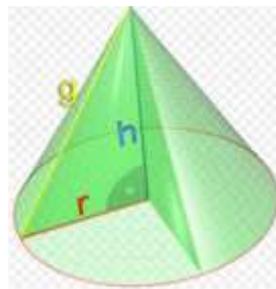


- Planificar os cones, levando para aula como atividades para os alunos moldes de cones e iniciar o processo de montagem dessas figuras.

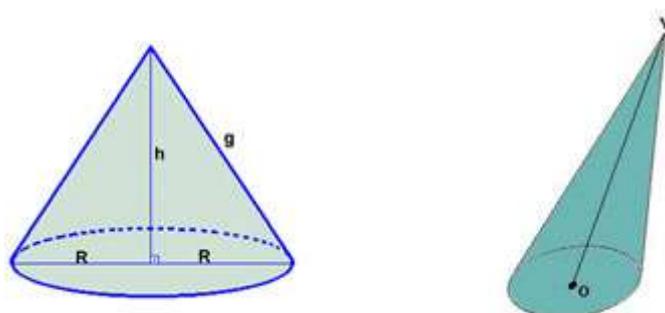


- Identificar os elementos de um cone:

- a) Geratriz (g): Aresta que liga o vértice a um ponto da base.
- b) Raio (r) – liga o centro da circunferência à seu limite.
- c) Altura (h) – Ligação entre o vértice e o centro da base.

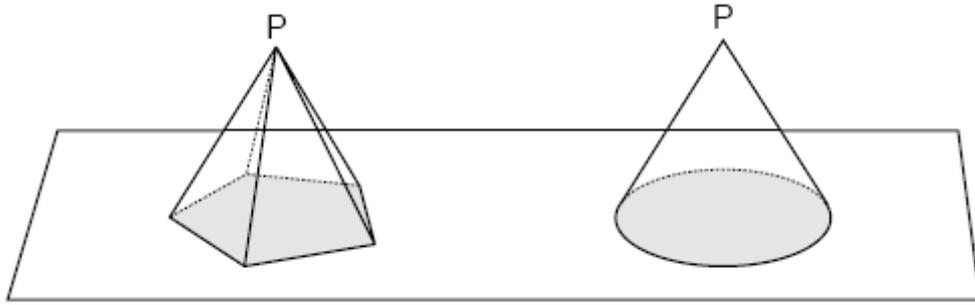


- Mostrar que um cone se classifica com relação a sua inclinação: Um cone circular é reto se a reta OV for perpendicular ao plano que contém a base, caso contrario, o cone é oblíquo.



Pirâmides x Cones

Mostrar aos alunos a semelhança entre Cones e Pirâmides, já que ambos podem ser imaginados como um conjunto de segmentos que ligam um ponto P , exterior ao plano, a uma região do plano, sendo a principal diferença o fato da base do cone ser um círculo e a da pirâmide de um polígono.



- Como exercício será utilizado o livro didático adotado na escola. E exercícios de aprofundamento que estão no anexo 1, no final do trabalho.

ATIVIDADE 2: Calcular a área total da pirâmide e do cone

• **HABILIDADE RELACIONADA – H24** - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (pirâmide, cone). C6 - Calcular a medida da área total de uma pirâmide, com ou sem a informação de fórmulas. C8 - Calcular a medida da área total de um cone, com ou sem a informação de fórmulas.

• **PRÉ-REQUISITO:** Conhecer o que é uma pirâmide e um cone

• **TEMPO DE DURAÇÃO:** 200 minutos.

• **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Data Show, transferidor, régua.

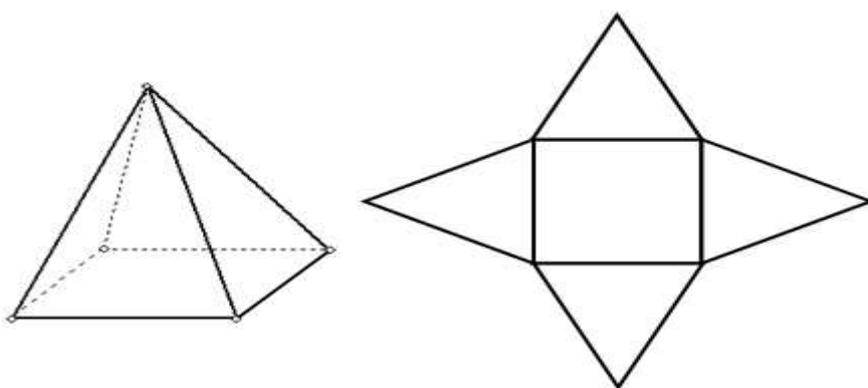
• **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Individual.

• **OBJETIVOS:** Calcular a área da superfície de uma pirâmide e de um cone através de fórmulas e identificação de suas faces.

• **METODOLOGIA ADOTADA:**

Pirâmide:

- Apresentar a imagem de uma pirâmide quadrangular e sua planificação para identificação das regiões que a formam:



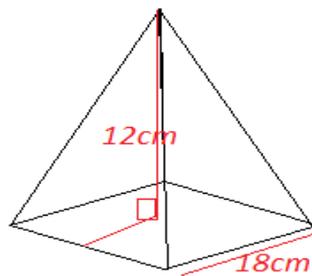
Podemos identificar que:

- Superfície lateral: é formada pelas faces laterais (triangulares);
- Área lateral: é a área da superfície lateral;

- Superfície total: é formada pelas faces laterais e pela base;
- Área total: é a área da superfície total.

- Apresentar um exemplo para que o aluno possa entender como é feito esse cálculo, ressaltando a importância de se fazer isso por partes.

Exemplo: Numa pirâmide quadrangular, a aresta mede 18cm e a altura é equivalente a 12 cm. Calcule a apótema e a área total.



a) Calcular a apótema

O apótema é o valor da hipotenusa do triângulo que parte da altura e segue para o meio da aresta. Para calculá-lo, basta usar o teorema de Pitágoras, onde o um dos catetos é a altura e o outro é a metade da aresta:

$$\begin{aligned} a^2 &= 12^2 + 9^2 \\ a^2 &= 144 + 81 \\ a^2 &= 225 \\ a &= \sqrt{225} \\ a &= 15\text{cm} \end{aligned}$$

b) Para calcular a área total, é preciso calcular a área lateral. Para isso, usamos a fórmula:

$$Sl = 4 \times \frac{\text{apótema} \times \text{aresta}}{2}$$

Substituindo:

$$\begin{aligned} Sl &= 4 \times \frac{15 \times 18}{2} \\ Sl &= 4 \times (135) \\ Sl &= 540\text{cm}^2 \end{aligned}$$

c) Agora já podemos calcular a área total, que é a soma entre a área lateral e a área da base (aresta²):

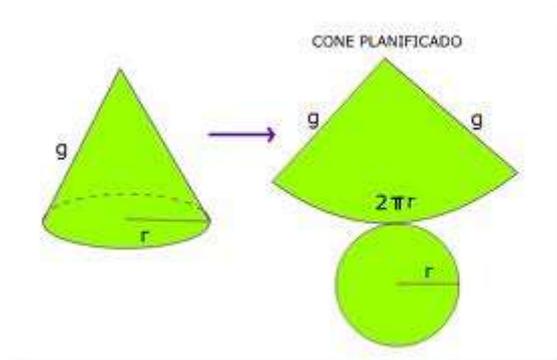
$$St = (18^2) + 540$$

$$St = 324 + 540$$

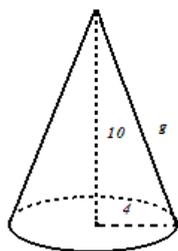
$$St = 864\text{cm}^2$$

Cone:

- Apresentar a imagem de um cone e sua planificação para identificação das regiões que a formam:



Exemplo: Um cone reto tem 10 cm de altura e raio da base igual a 4 cm. Calcular sua área total.



* Antes de calcular a área total, temos que calcular a geratriz desse cone, através do teorema de Pitágoras:

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$g^2 = 4^2 + 10^2$$

$$g \cong 10,8 \text{ cm}$$

* Agora temos que calcular a área lateral:

$$S_l = \pi r g$$

$$S_l = 3,14 \times 4 \times 10,8$$

$$S_l = 135,6 \text{ cm}^2$$

* Calcular a área base:

$$S_b = \pi r^2$$

$$S_b = 3,14 \times 4^2$$

$$S_b = 50,24 \text{ cm}^2$$

* Depois de termos calculado as áreas da base e lateral, podemos calcular a área total desse cone:

$$S_t = S_l + S_b$$

$$S_t = 135,6 + 50,24$$

$$S_t = 185,84 \text{ cm}^2$$

- Como exercícios serão utilizados o livro didático adotado na escola. E exercícios de aprofundamento que estão no anexo 2 no final do trabalho.

AVALIAÇÃO

A avaliação da participação dos alunos, a partir da análise das anotações de aula, será feita com a entrega dos exercícios, onde será possível avaliar aspectos como: habilidades para identificar a capacidade dos alunos identificarem as figuras e calcular a área de cada parte da pirâmide e do cone, e a capacidade do aluno em visualizar espacialmente uma figura geométrica.

Outra forma de avaliação é a escrita, que será individual e terá a duração de 100 minutos onde os alunos mostrarão a capacidade de aplicar, em situações problemas, os conceitos vistos durante as atividades em sala de aula.

Também serão avaliadas as questões referentes ao assunto que constarem no Saerjinho que é uma das avaliações bimestrais dos alunos adotada pela escola

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO – Matrizes e Determinantes – curso de aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º Bimestre/2013.

PAIVA, MANOEL – Matemática - 2º ano – 2ª edição – São Paulo: Moderna plus – 2010.

BUCCHI, PAULO – Matemática, volume único – 1ª edição - São Paulo: Editora Moderna – 1996.

DANTE, LUIZ ROBERTO – Matemática contextos e aplicações – 1ª edição – São Paulo: Editora Ática – 2011.

ENDEREÇOS ELETRÔNICOS ACESSADOS ENTRE OS DIAS 02/09/2013 E 08/09/2013.

DISCOVEVY CHANNEL: Pirâmides do Mundo

http://www.youtube.com/watch?v=OhpPKCK_Qgs

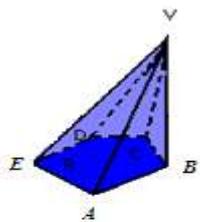
Matemática – Chapolin colorado e o desafio dos cones:

<http://www.youtube.com/watch?v=-CdYb1eAwRc>

Anexo 1

Exercícios de aprofundamento – reconhecer Pirâmides e cones

1 – Observe esta pirâmide regular hexagonal:



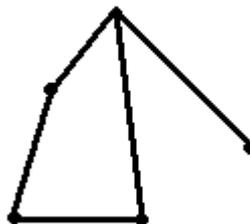
Indique:

- a) Dois pares de arestas paralelas
- b) Quatro arestas concorrentes

2 – A planificação a baixo é de uma pirâmide.

- a) De que pirâmide é essa planificação?
- b) Quantas faces, vértices e arestas tem esse prisma?
- c) Construa duas outras pirâmides planificadas.

3 – Esta figura representa uma face e algumas arestas de uma pirâmide:



a) Copie e trace a figura completa em seu caderno.

b) Quantas faces, vértices arestas tem essa pirâmide?

4- Construa a planificação de um cone de 8 cm de altura e raio da base igual a 4 cm.

5 – É possível construir uma planificação para um cone reto sabendo que sua altura é 4 cm e que o raio da base é 2 cm?

Anexo 2

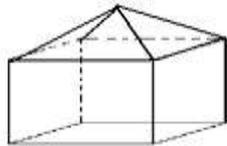
Exercícios de aprofundamento

Área de pirâmides e cones

1 - Determine a área total de uma pirâmide regular triangular cuja altura é 15 cm e cuja base quadrada tem 16 cm de lado.

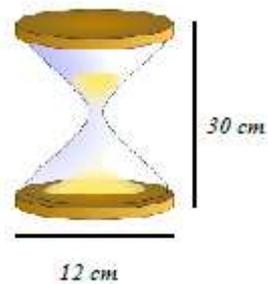
4 - A geratriz de um cone reto mede 13 cm e o diâmetro da sua base é 10 cm. Qual é a área lateral e a área total do cone?

2 - A base de uma pirâmide é uma das faces de um cubo de aresta 2 cm. Sendo a aresta lateral da pirâmide igual à diagonal do cubo e supondo que a pirâmide e o cubo estão num semiespaço opostos em relação ao plano da base da pirâmide, calcule a área total do sólido formado pela união da pirâmide com o cubo.



3 - A soma de todas as arestas de um tetraedro regular é 72 cm. Calcule a área total do tetraedro.

5- Quantos centímetros quadrados de vidro são necessários para fabricar uma ampulheta cujas dimensões estão na figura a baixo?



6 - A área lateral de um cone reto é $24\pi\text{cm}^2$ e o raio de sua base é 4 cm. Qual é a área total do cone?